

Simplificação de Expressões

Prof. Gustavo Girão
girao@imd.ufrn.br

Apresentação

- Nesta aula veremos os teoremas booleanos, que são teoremas utilizados para simplificar expressões booleanas.
- Dentre os teoremas, veremos também os teoremas de De Morgan, que permitem converter expressões lógicas AND em OR e vice-versa.

Objetivos

- Aprender teoremas booleanos e teoremas de De Morgan
- Utilizar os teoremas para realizar simplificações booleanas

Introdução

- Teoremas Booleanos são regras que podem auxiliar na simplificação de expressões e circuitos lógicos.
- Exemplo:
 - A seguinte equação possui 12 portas lógicas

$$X = A.B + \bar{C}.(\overline{A + B}) + B.(A + \bar{B})$$

- Ela pode ser representada por apenas 1 porta lógica
- Como fazemos isso?

Teoremas com apenas uma variável

1. : $X \cdot 0 = 0$

2. : $X \cdot 1 = X$

3. : $X \cdot X = X$

4. : $X \cdot \bar{X} = 0$

5. : $X + 0 = X$

6. : $X + 1 = 1$

7. : $X + X = X$

8. : $X + \bar{X} = 1$

Teoremas com apenas uma variável

$$X.0 = 0$$

- Linha 1: $A = 0$ e $B = 0 \rightarrow X = 0$
- Linha 2: $A = 0$ e $B = 1 \rightarrow X = 0$
- Linha 3: $A = 1$ e $B = 0 \rightarrow X = 0$

$$X.1 = X$$

- Linha 2: $A = 0$ e $B = 1 \rightarrow X = 0 = A$
- Linha 3: $A = 1$ e $B = 0 \rightarrow X = 0 = B$
- Linha 4: $A = 1$ e $B = 1 \rightarrow X = 1 = A = B$

Tabela Verdade		
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Teoremas com apenas uma variável

$$X.X = X$$

- Linha 1: $A = 0$ e $B = 0 \rightarrow X = 0 = A = B$
- Linha 4: $A = 1$ e $B = 1 \rightarrow X = 1 = A = B$

$$X.\bar{X} = 0$$

- Uma das entradas será 0, e por isso, a saída é zero
- Linha 2: $A = 0$ e $B = 1 \rightarrow X = 0$
- Linha 3: $A = 1$ e $B = 0 \rightarrow X = 0$

Tabela Verdade		
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Teoremas com apenas uma variável

$$X + 0 = X$$

- Linha 1: $A = 0$ e $B = 0 \rightarrow X = 0 = A = B$
- Linha 2: $A = 0$ e $B = 1 \rightarrow X = 1 = B$
- Linha 3: $A = 1$ e $B = 0 \rightarrow X = 1 = A$

$$X + 1 = 1$$

- Linha 2: $A = 0$ e $B = 1 \rightarrow X = 1$
- Linha 3: $A = 1$ e $B = 0 \rightarrow X = 1$
- Linha 4: $A = 1$ e $B = 1 \rightarrow X = 1$

Tabela Verdade		
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Teoremas com apenas uma variável

$$X + X = X$$

- Linha 1: $A = 0$ e $B = 0 \rightarrow X = 0 = A = B$
- Linha 4: $A = 1$ e $B = 1 \rightarrow X = 0 = A = B$

$$X + \bar{X} = 1$$

- Uma das entradas será 1, e por isso, a saída será 1
- Linha 2: $A = 0$ e $B = 1 \rightarrow X = 1$
- Linha 3: $A = 1$ e $B = 0 \rightarrow X = 1$

Tabela Verdade		
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Teoremas com mais de uma variável

1. : $A + B = B + A$

2. : $A.B = B.A$

3. : $A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$

4. : $A.(B.C) = (A.B).C = A.B.C$

5. :

1. : $A.(B + C) = A.B + A.C$

2. : $(D + A).(B + C) = D.B + D.C + A.B + A.C$

6. : $A + A.B = A$

7. :

1. : $A + \bar{A}.B = A + B$

2. : $\bar{A} + A.B = \bar{A} + B$

Teoremas com mais de uma variável

$$A + B = B + A$$

- Considere: $A = 1$ e $B = 0$
- $A + B = 1 + 0 = 1$
- $B + A = 0 + 1 = 1$

$$A.B = B.A$$

- Considere: $A = 1$ e $B = 0$
- $A.B = 1.0 = 0$
- $B.A = 0.1 = 0$

Teoremas com mais de uma variável

Leis Associativas

$$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

- Considere: $A = 1, B = 0$ e $C = 1$
- $X = A + (B + C) = 1 + (0 + 1) = 1 + 1 = 1$
- $X = (A + B) + C = (1 + 0) + 1 = 1 + 1 = 1$
- $X = A + B + C = 1 + 0 + 1 = 1$

$$A.(B.C) = (A.B).C = A.B.C$$

- Considere: $A = 1, B = 0$ e $C = 1$
- $X = A.(B.C) = 1.(0.1) = 1.0 = 0$
- $X = (A.B).C = (1.0).1 = 0.1 = 0$
- $X = A.B.C = 1.0.1 = 0$

Teoremas com mais de uma variável

Leis Distributivas

① $A.(B + C) = A.B + A.C$

- Considere: $A = 0, B = 1$ e $C = 1$
- $X = A.(B + C) = 0.(1 + 1) = 0.1 = 0$
- $X = A.B + A.C = 0.1 + 0.1 = 0 + 0 = 0$

② $(D + A).(B + C) = D.B + D.C + A.B + A.C$

- Considere: $A = 1, B = 1, C = 0$ e $D = 0$
- $X = (D + A).(B + C) = (0 + 1).(1 + 0) = 1.1 = 1$
- $X = D.B + D.C + A.B + A.C = 0.1 + 0.0 + 1.1 + 1.0 = 0 + 0 + 1 + 0 = 1$

Teoremas com mais de uma variável

- 6. : $A + A.B = A$
 $A + A.B = A.1 + A.B$
 $A.1 + A.B = A.(1 + B)$
 $A.(1 + B) = A.1 = A$
 $A + A.B = A$

Teoremas com mais de uma variável

- 6.: $A + A.B = A$

$$A + A.B = A.1 + A.B$$

$$A.1 + A.B = A.(1 + B)$$

$$A.(1 + B) = A.1 = A$$

$$A + A.B = A$$

- 7.:

- ✧ 7.1: $A + \bar{A}.B = A + B$

$$A + \bar{A}.B = A + A.B + \bar{A}.B$$

$$A + A.B + \bar{A}.B = A + B.(A + \bar{A})$$

$$A + B.(A + \bar{A}) = A + B.1 = A + B$$

$$A + \bar{A}.B = A + B$$

- ✧ 7.2: $\bar{A} + A.B = \bar{A} + B$

- No teorema anterior, substitua A por \bar{A}

- $\bar{A} + A.B = \bar{A} + B$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = (A + B).(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = (A + B).(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$

$$X = (A + B)(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = (A + B).(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$

$$X = (A + B)(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.\bar{A} + A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = (A + B).(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$

$$X = (A + B)(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.\bar{A} + A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = (A + B).(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$

$$X = (A + B)(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.\bar{A} + A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = A.\bar{B}.C + A.C.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{B} + \bar{A}.B.\bar{C} + B.\bar{B}.C + B.C.\bar{C}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = (A + B).(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$

$$X = (A + B)(\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.\bar{A} + A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = (A.C + \bar{A}.B + B.C)(\bar{B} + \bar{C})$$

$$X = A.\bar{B}.C + A.C.\bar{C} + \bar{A}.B.\bar{B} + \bar{A}.B.\bar{C} + B.\bar{B}.C + B.C.\bar{C}$$

$$X = A.\bar{B}.C + \bar{A}.B.\bar{C}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = A + A.B.C.(\bar{A}.B)$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = A + A.B.C.(\bar{A}.B)$

$$X = A + A.B.B.\bar{A}.B$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão: $X = A + A.B.C.(\bar{A}.B)$

$$X = A + A.B.B.\bar{A}.B$$

$$X = A$$

Teoremas de De Morgan

- Convertem operações lógicas OR em AND e vice-versa
- As regras de De Morgan são as seguintes
 1. A negação de uma soma lógica é igual ao produto da negação

$$X = \overline{A + B} = \bar{A}.\bar{B}$$

2. A negação de um produto é igual à soma lógica da negação

$$X = \overline{\bar{A}.\bar{B}} = \bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{\overline{A + B}.B}$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{\overline{A + B} \cdot B}$

$$X = \overline{\overline{A + B} \cdot B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{\overline{A + B.B}}$

$$X = \overline{\overline{A + B.B}}$$

$$X = \overline{\overline{A}.B.B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{\overline{A + B}.B}$

$$X = \overline{\overline{A + B}.B}$$

$$X = \overline{\bar{A}.\bar{B}.B}$$

$$X = \bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} + \bar{B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{\overline{A + B.B}}$

$$X = \overline{\overline{A + B.B}}$$

$$X = \overline{\overline{A}. \overline{B}. B}$$

$$X = \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{B}$$

$$X = A + B + \overline{B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{\overline{A + B.B}}$

$$X = \overline{\overline{A + B.B}}$$

$$X = \overline{\overline{A}. \overline{B}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{\overline{B}}}$$

$$X = A + B + \overline{B}$$

$$X = 1$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = A.B + C + \overline{A}. \overline{B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = A.B + \overline{C}.\overline{A}.\overline{B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.\overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.(A + B)}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.\overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.(A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.A + \overline{C}.B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. (A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. A + \overline{C}. B}$$

$$X = \overline{A.B}. \overline{\overline{C}. A}. \overline{\overline{C}. B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.\overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.(A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.A + \overline{C}.B}$$

$$X = \overline{A.B.\overline{C}.A.\overline{C}.B}$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}).(C + \overline{A}).(C + \overline{B})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.\overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.(A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.A + \overline{C}.B}$$

$$X = \overline{A.B.\overline{C}.A.\overline{C}.B}$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}).(\overline{C} + \overline{A}).(\overline{C} + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A}.\overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}.\overline{A}).(\overline{C} + \overline{B})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \bar{A}.\bar{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \bar{C}.\bar{A}.\bar{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \bar{C}.(A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \bar{C}.A + \bar{C}.B}$$

$$X = \overline{A.B.\bar{C}.A.\bar{C}.B}$$

$$X = (\bar{A} + \bar{B}).(C + \bar{A}).(C + \bar{B})$$

$$X = (\bar{A}.C + \bar{A}.\bar{A} + \bar{B}.C + \bar{B}.\bar{A}).(C + \bar{B})$$

$$X = (\bar{A}.C + \bar{A} + \bar{B}.C + \bar{B}.\bar{A}).(C + \bar{B})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.\overline{A}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.(A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.\overline{A} + \overline{C}.\overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B.\overline{C}.\overline{A}.\overline{C}.\overline{B}}$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}).(\overline{C} + \overline{A}).(\overline{C} + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{A} + \overline{B}.\overline{C} + \overline{B}.\overline{A}).(\overline{C} + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.\overline{C} + \overline{A} + \overline{B}.\overline{C} + \overline{B}.\overline{A}).(\overline{C} + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.(C + 1 + \overline{B}) + \overline{B}.\overline{C}).(\overline{C} + \overline{B})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. (A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. A + \overline{C}. B}$$

$$X = \overline{A.B}. \overline{C}. A. \overline{C}. B$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}). (C + \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A}. \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}. \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}. \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}. (C + 1 + \overline{B}) + \overline{B}.C). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}.C). (C + \overline{B})$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. (A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. A + \overline{C}. B}$$

$$X = \overline{A.B.C.A.C.B}$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}). (C + \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A}. \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}. \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}. \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}. (C + 1 + \overline{B}) + \overline{B}.C). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}.C). (C + \overline{B})$$

$$X = \overline{A}.C + \overline{A}. \overline{B} + \overline{B}.C.C + \overline{B}.C. \overline{B}$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A} + \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. (A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. A + \overline{C}. B}$$

$$X = \overline{A.B}. \overline{C}. A. \overline{C}. B$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}). (C + \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A}. \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}. \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}. \overline{A}). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}. (C + 1 + \overline{B}) + \overline{B}.C). (C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}.C). (C + \overline{B})$$

$$X = \overline{A}.C + \overline{A}. \overline{B} + \overline{B}.C.C + \overline{B}.C. \overline{B}$$

$$X = \overline{A}.C + \overline{A}. \overline{B} + \overline{B}.C + \overline{B}.C$$

Exemplo

Simplifique a seguinte expressão lógica: $X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A.B + C + \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}. \overline{A}. \overline{B}}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.(A + B)}$$

$$X = \overline{A.B + \overline{C}.A + \overline{C}.B}$$

$$X = \overline{A.B}. \overline{C}. \overline{A}. \overline{C}. \overline{B}$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}).(C + \overline{A}).(C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A}.\overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}.\overline{A}).(C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.C + \overline{A} + \overline{B}.C + \overline{B}.\overline{A}).(C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A}.(C + 1 + \overline{B}) + \overline{B}.C).(C + \overline{B})$$

$$X = (\overline{A} + \overline{B}.C).(C + \overline{B})$$

$$X = \overline{A}.C + \overline{A}.\overline{B} + \overline{B}.C.C + \overline{B}.C.\overline{B}$$

$$X = \overline{A}.C + \overline{A}.\overline{B} + \overline{B}.C + \overline{B}.C$$

$$X = \overline{A}.C + \overline{A}.\overline{B} + \overline{B}.C$$

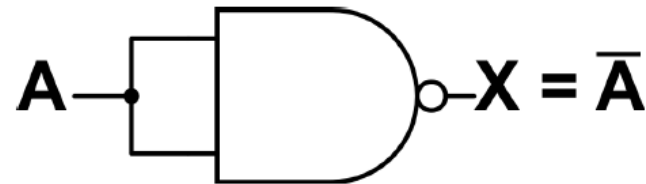
Simplificação de expressões lógicas

- Vimos que as portas AND, OR e NOT podiam ser obtidas por portas NAND e NOR
- Vamos provar os circuitos encontrados
- Porta NOT:
 - Utilizando porta NAND

$$X = \overline{A.A}$$

$$X = \bar{A} + \bar{A}$$

$$X = \bar{A}$$

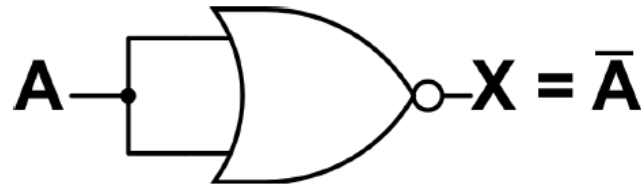


- Utilizando porta NOR

$$X = \overline{\bar{A} + A}$$

$$X = \bar{A}.\bar{A}$$

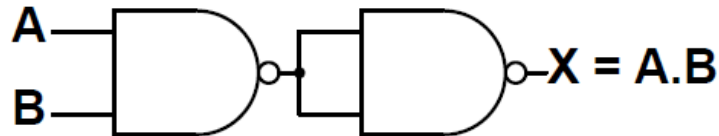
$$X = \bar{A}$$



Simplificação de expressões lógicas

- Porta AND:
 - Utilizando porta NAND

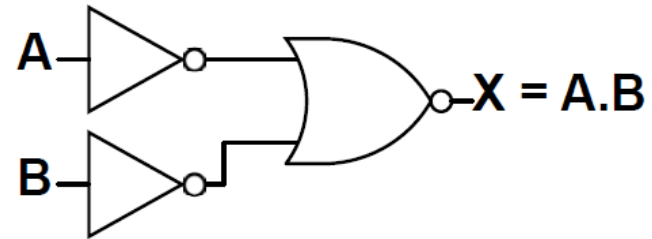
$$\begin{aligned}X &= \overline{\overline{A.B} . \overline{A.B}} \\X &= \overline{\overline{A.B}} + \overline{\overline{A.B}} \\X &= A.B + A.B \\X &= A.B\end{aligned}$$



Simplificação de expressões lógicas

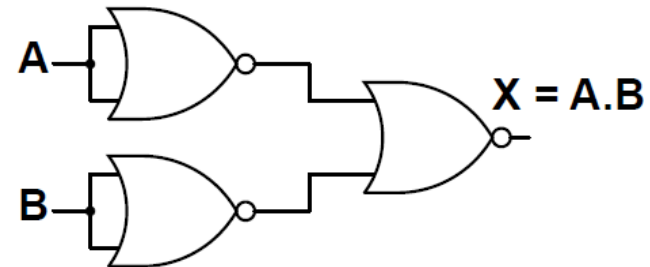
- Porta AND:
 - Utilizando porta NOR (circuito 1)

$$X = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$
$$X = A.B$$



- Utilizando porta NOR (circuito 2)

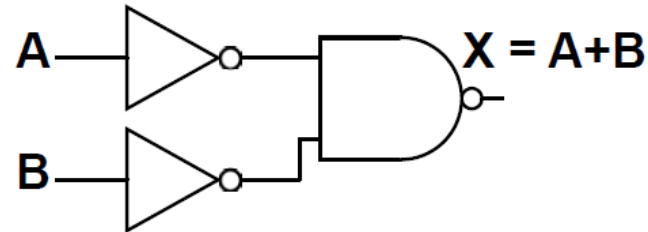
$$X = \overline{\overline{A + A} + \overline{B + B}}$$
$$X = \overline{\overline{A + A.B} + \overline{B}}$$
$$X = (A + A).(B + B)$$
$$X = A.B$$



Simplificação de expressões lógicas

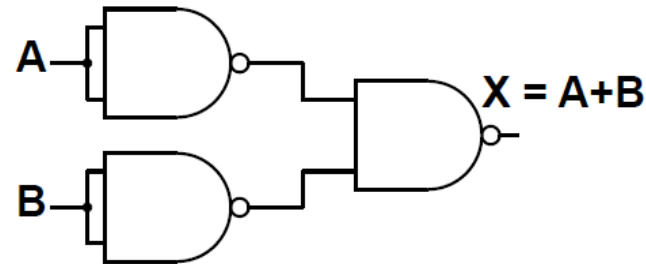
- Porta OR:
 - Utilizando porta NAND (circuito 1)

$$X = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$
$$X = A + B$$



- Utilizando porta NAND (circuito 2)

$$X = \overline{\overline{A \cdot A} \cdot \overline{B \cdot B}}$$
$$X = \overline{\overline{A \cdot A}} + \overline{\overline{B \cdot B}}$$
$$X = (A \cdot A) + (B \cdot B)$$
$$X = A + B$$



Simplificação de expressões lógicas

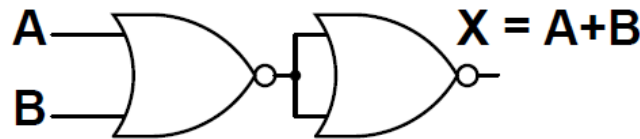
- Porta OR:
 - Utilizando porta NOR

$$X = \overline{\overline{A + B} + \overline{A + B}}$$

$$X = \overline{A + B} \cdot \overline{A + B}$$

$$X = (A + B) \cdot (A + B)$$

$$X = A + B$$



Resumo

- Os teoremas booleanos permitem simplificar expressões lógicas,
- facilitando a construção de circuitos lógicos. Existem teoremas
- que envolvem apenas uma variável, e teoremas que envolvem
- mais de uma variável.
- Os Teoremas de De Morgan são teoremas que permitem a
- conversão de portas lógicas AND e OR, envolvendo portas
- lógicas NOT, e são muito utilizados na simplificação de
- expressões lógicas.
- A negação de uma soma lógica é igual ao produto da negação
- A negação de um produto é igual à soma lógica da negação

Referências

- **STALLINGS, William. Arquitetura e organização de computadores. 10. ed. São Paulo: Pearson, 2017. 814 p.**
 - Capítulo 9
- TOCCI, Ronald J; Widmer, Neal S. Sistemas Digitais: princípios e Aplicações. 11. ed. São Paulo SP: Pearson, 2011, 817 p. ISBN 9788576050957
 - Capítulo 1
- PATTERSON, David A; HENNESSY, John L. Organização e projeto de computadores: A interface HARDWARE/SOFTWARE. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005, 3ª edição.

Próxima Aula

- Mapa de Karnaugh