

Gabriel de Souza Alves Boasquives

Gabriel Falcone da Silva

Gabrielly Barcelos Cariman

## **SEGUNDO TRABALHO DE ALGORÍTIMOS NUMÉRICOS 2021/1**

Trabalho acadêmico desenvolvido como pré-requisito para obtenção parcial de nota na disciplina Algoritmos Numéricos do curso de graduação de Engenharia Elétrica na Universidade Federal do Espírito Santo.

Vitória-ES

Set./2021

## 1 RESUMO

A partir da análise de métodos numéricos desenvolvidos ao longo da matéria e entendendo a importância desses estudos para a formação do engenheiro eletricista, foi desenvolvido um trabalho para a matéria de algoritmos numéricos com o objetivo de calcular integrações, raízes e traçar curvas de distribuições estatísticas aplicados na engenharia. Tais tarefas foram feitas no software GNU Octave, que caracterizado como um software de código livre amplamente utilizado no curso.

A partir da análise dos processos e do êxito deles, foi possível concluir que o trabalho foi de extrema valia para a complementação dos conhecimentos na matéria de algoritmos numéricos.

## 2 INTRODUÇÃO

No cenário da evolução tecnológica vista no Brasil e no mundo nas últimas décadas, se faz necessário e importante para a formação profissional de um engenheiro eletricista o estudo e aplicação de métodos numéricos que facilitem o processo de resolução de problemas e que possam auxiliar o método de construção e desenvolvimento de artigos científicos e teses.

Tais métodos numéricos estudados nessa segunda parte da disciplina são as integrações numéricas e as curvas formadas pelas distribuições de dados. Essas duas teorias foram discutidas e desenvolvidas por diversos matemáticos ao longo da matéria a fim de facilitar a resolução dos novos problemas que foram surgindo.

Além disso, ao longo dos últimos anos, foi possível perceber que os métodos estudados na disciplina de Algoritmos Numéricos foram adaptados para a interface computacional com o uso de softwares auxiliares, tais como MatLab, GNU Octave e Python, mudando o paradigma da matéria e ampliando sua área de correspondência.

Dado o exposto, o presente trabalho visa a resolução de alguns problemas propostos, seja a resolução de tópicos teóricos, seja o desenvolvimento de uma análise de dados, traçando curvas com os dados obtidos, através da manipulação de códigos disponibilizados pelo professor e da criação de outros pelos integrantes do grupo no software *GNU Octave*. Outrossim, o projeto será estruturado através de uma análise dos seus objetivos, explanação dos métodos numéricos usados, amostragem dos resultados obtidos e avaliação destes para concluir se são satisfatórios ou não.

### 3 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo aplicar conceitos ensinados na segunda parte das aulas de algoritmos numéricos através do uso do Software *GNU Octave* para a aplicação do roteiro proposto. Entretanto, é necessário que alguns objetivos específicos sejam definidos com o intuito de facilitar a organização do projeto. Dado o contexto, podemos citar:

- Evidenciar a teoria dos métodos utilizados;
- Analisar e separar os problemas propostos;
- Desenvolver, a partir do código do professor, o código main e suas variações que será disponibilizado na entrega do trabalho;
- Explicitar os resultados obtidos através de gráficos e tabelas;
- Discutir se os resultados obtidos são consistentes com o que se espera no roteiro.

Ademais, é importante citar que todos os modelos descritos acima estarão detalhados no decorrer da metodologia e conclusão do trabalho.

## 4 METODOLOGIA

Para a realização da atividade proposta, é importante separar o objeto de estudo em duas análises para a facilitação do entendimento da metodologia feita. Na primeira e maior parte do trabalho foram empregados métodos numéricos estudados durante a segunda parte da disciplina que tem como objetivo gerar respostas aproximadas para integrais numéricas através de métodos pré-estabelecidos e analisar as curvas geradas pela distribuição de dados. Tais resultados podem ser corroborados pelas integrais analíticas dadas do problema. Outrossim, para a distribuição de dados em curvas geradas foi feita a comparação entre a submissão caseira e o método pré-definido pelo *software*.

Os métodos utilizados no trabalho foram baseados no conceito de variáveis aleatórias e suas definições básicas nas categorias discretas e contínuas definidos por Rauber (2021). Tais variáveis aleatórias podem ser organizadas em modelos de processo de distribuição. No presente contexto, foram criados códigos que tratavam de três métodos de distribuição de variáveis aleatórias: Gaussiana, Weibull e Pareto generalizada. Especificamente, foram resolvidas equações de cada método, sendo estas subdividas em sua distribuição normal e distribuição acumulada. Além da comparação das equações com fórmulas pré definidas pelo sistema e definição de parâmetros dessas equações.

Na segunda parte, foi realizado uma análise de um conjunto de dados específico para corroborar a teoria com a prática. A variável escolhida para tal tarefa foi a velocidade do vento em uma estação de medição de dados meteorológicos. Para realizar o estudo foi necessário buscar e baixar na página da estação RDDA2 – 9491094 “Red Dog Dock” todo o histórico de valores da velocidade de vento de 2020.

Tais dados serviram de apoio para definir os parâmetros de *Weibull* e *Pareto* Generalizada.

Por fim, ao fim da criação e uso dos códigos para o trabalho, foram avaliados os resultados.

## 5 RESULTADOS E AVALIAÇÃO

Nesta parte será analisada as tabelas e gráficos, além de resultados numéricos obtidos durante a produção do trabalho.

### 5.1 Distribuição Normal (Gaussiana)

Temos, para a distribuição normal, a seguinte fórmula para a densidade de probabilidade é apresentada na equação 5.1.

$$p(x; \mu; \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5.1)$$

A diferença entra a solução caseira e a pré definida pelo *software* através da função normpdf está na Figura 1.

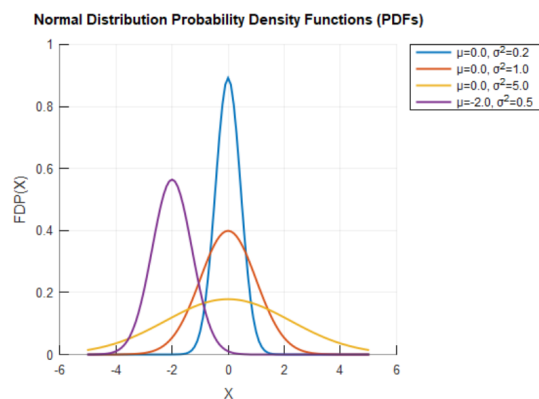
Figura 1 – Tabela de diferenças.

Tarefa 2:											
Difença entre a minha implementação de FDP com a do sistema normpdf											
diferença		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fonte: Produção do próprio autor.

O gráfico para a equação 5.1 pode ser visualizado na Figura 2.

Figura 2 – Gráfico da função de distribuição Gaussiana.



Fonte: Produção do próprio autor.

Temos, para a distribuição normal, a fórmula 5.2 para a distribuição acumulada.

$$F(x; \mu; \sigma^2) = \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right) \quad (5.2)$$

A diferença entra a solução caseira e a pré definida pelo *software* através da função `normcdf` será apresentado na Figura 3.

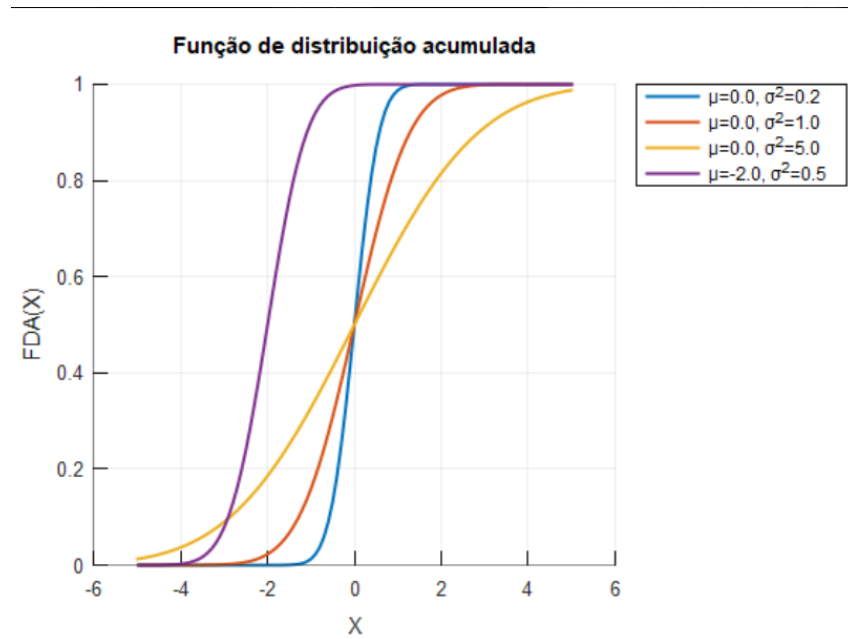
Figura 3 – Tabela de diferenças.

Diferença entre a minha implementação de FDA com a do sistema normcdf										
diferença		0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00

Fonte: Produção do próprio autor.

O gráfico para a equação 5.2 será visto na Figura 4.

Figura 4 – Gráfico da função de distribuição acumulada.



Fonte: Produção do próprio autor.

Para acharmos um valor de 0.99 para a FDA, temos que x será -0.355024.

Ao analisar as integrais numéricas, temos que, para cada método, o erro aproximado da FDA e seu número de subdivisões para um erro menor que  $10^{-2}$  será:

- Método dos trapézios: 0.00489435 e 6 subdivisões;
- Método 1/3 de Simpson: 0.00721833 e 8 subdivisões;

- Método Quadratura Gaussiana: 0.000429003 e 8 subdivisões.

Com isso, podemos concluir que serão necessárias menos subdivisões para o método dos trapézios e o menor erro será para quadratura Gaussiana.

Por bisseção, temos que o valor numérico para uma FDA com precisão de 0.99 será de -0.355469.

Os parâmetros mu e sigma terão valores respectivamente: -1.94593 e 0.688336. As diferenças entre a implementação caseira e a implementação pelo sistema para mu e sigma serão: 0.0540737 e 0.0116637.

## 5.2 Aquisição de dados Estatísticos Reais

Neste tópico, foi definido valores para as amostras que serão definidas nas próximas seções. Para o presente trabalho, foi usado valores da velocidade do vento em uma estação meteorológica. Os valores que não teriam como ser usados foram excluídos do trabalho e foi atribuído um valor mínimo de 0.1 como mostrado no código do trabalho.

## 5.3 Distribuição de Weibull

Temos, para a distribuição de Weibull, a fórmula 5.3 para a densidade de probabilidade.

$$p(x; k; y) = \frac{k}{\lambda} \left( \frac{x}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} \quad (5.3)$$

A diferença entra a solução caseira e a pré definida pelo *software* através da função wblpdf está na Figura 5.

Figura 5 – Tabela de diferenças.

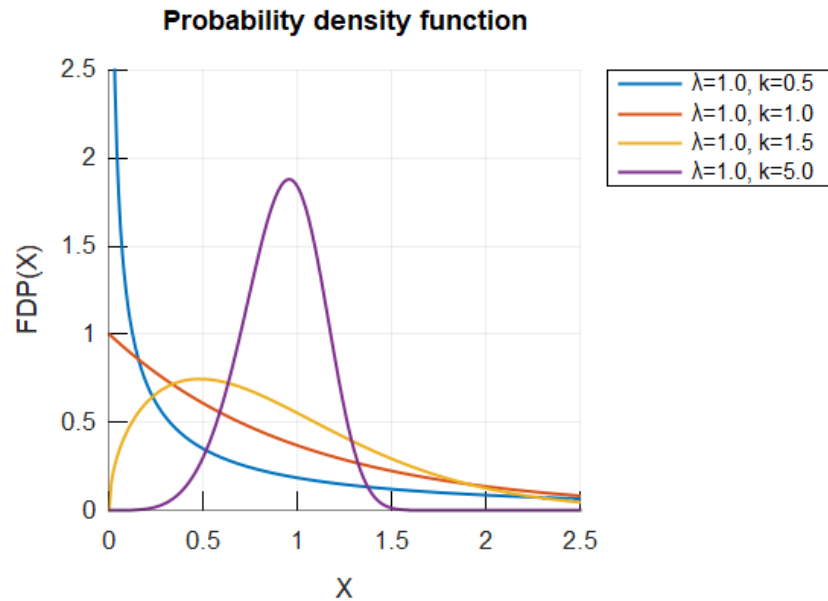
Diferença entre a minha implementação de FDP com a do sistema wblpdf					
diferenca		0.00	0.00	0.00	0.00

Fonte: Produção do próprio autor.

O gráfico para a equação 5.3 pode ser visualizado na Figura 6.



Figura 6 – Gráfico da função de distribuição de probabilidade..



Fonte: Produção do próprio autor.

Temos, para a distribuição de Weibull, a fórmula 5.4 para a distribuição acumulada.

$$F(x; k; \lambda) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (5.4)$$

A diferença entra a solução caseira e a pré definida pelo *software* através da função `wblcdf` será apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Tabela de diferenças.

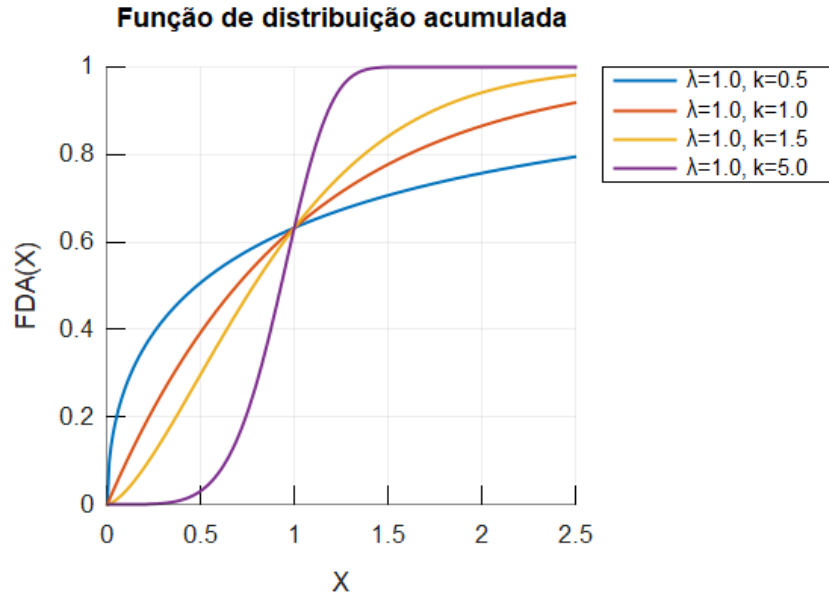
Tarefa 4:						
Diferença entre a minha implementação de FDA com a do sistema <code>wblcdf</code>						
diferença		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fonte: Produção do próprio autor.

O gráfico para a equação 5.4 será visto na Figura 8.

Os parâmetros K e lambda terão valores respectivamente: 1.21069 e 5.73139.

Figura 8 – Gráfico da função de distribuição acumulada.



Fonte: Produção do próprio autor.

#### 5.4 Distribuição de Pareto Generalizada

Temos, para a distribuição de Pareto, a fórmula 5.5 para a densidade de probabilidade.

$$p(x; \mu; \sigma; \xi) = \frac{1}{\sigma} \left( 1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi} - 1} \quad (5.5)$$

O gráfico para a equação 5.5 pode ser visualizado na Figura 9.

Temos, para a distribuição de Pareto, a fórmula 5.6 para a distribuição acumulada.

$$F(x; \mu; \sigma; \xi) = \begin{cases} 1 - \left( 1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \text{se } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

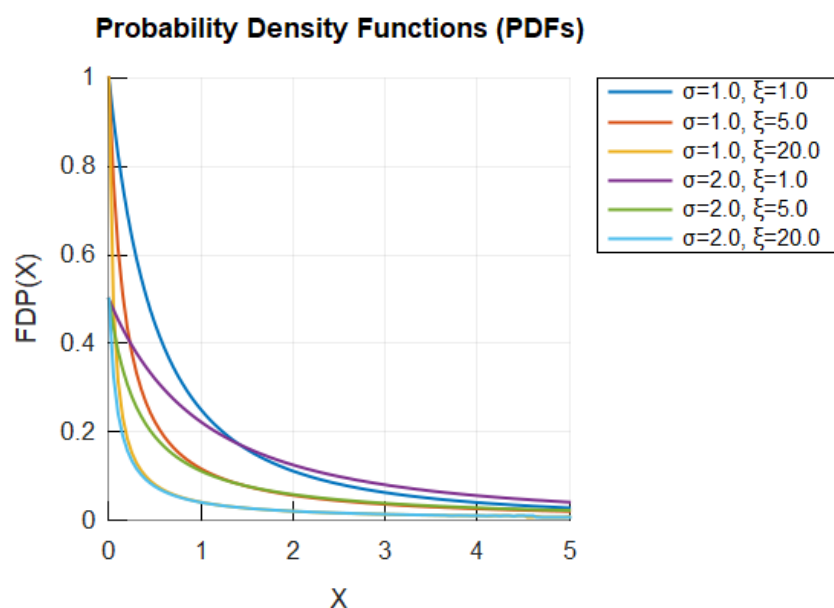
O gráfico para a equação 5.6 será visto na Figura 10.

Os parâmetros sigma e xi terão seu valores aproximados respectivamente: 6.3 e 0.2 .

#### 5.5 Gráficos propostos

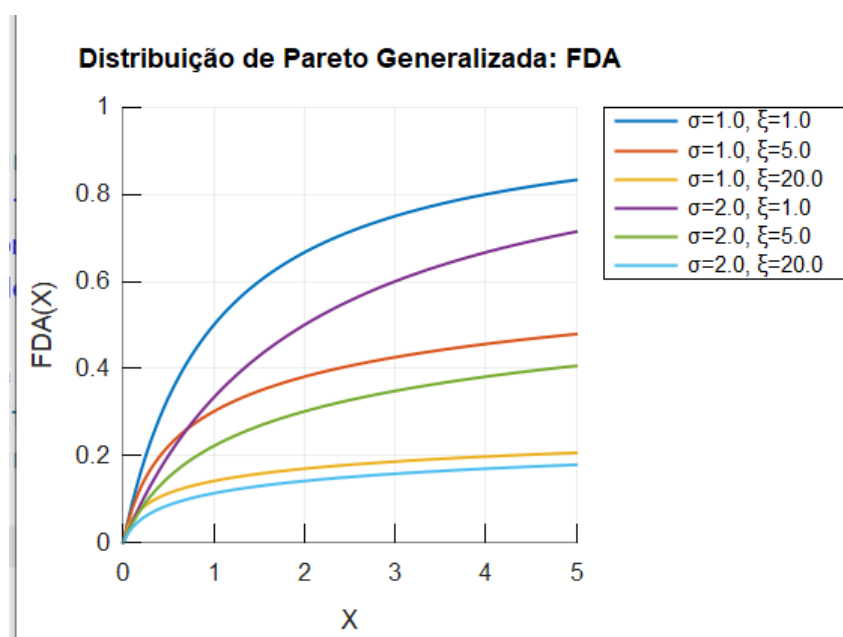
O gráfico para o histograma da velocidade do vento com 50 *bins* será visto na Figura 11.

Figura 9 – Gráfico da função de distribuição de probabilidade.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 10 – Gráfico da função de distribuição acumulada.

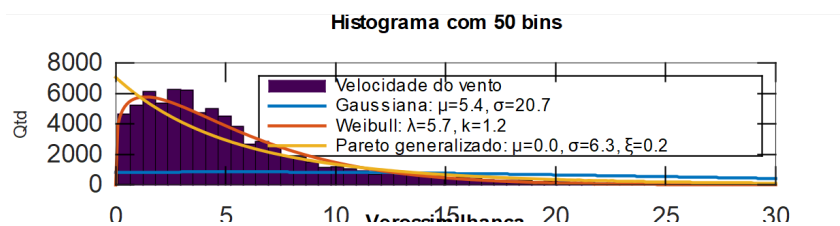


Fonte: Produção do próprio autor.

O gráfico para a verossimilhança e a sua derivada será visto na Figura 12.

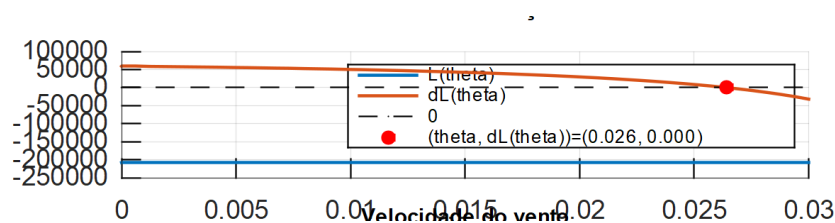
O gráfico para a velocidade do vento será visto na Figura 13.

Figura 11 – Histograma.



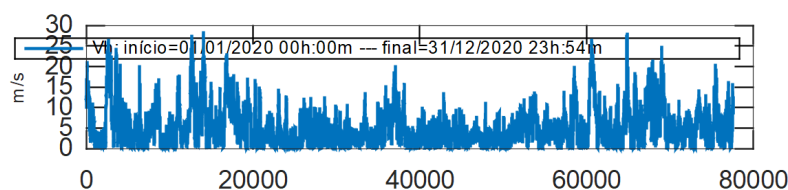
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 12 – Verossimilhança.



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 13 – Velocidade do vento.



Fonte: Produção do próprio autor.

## 5.6 Conclusões

Ao fim do trabalho, foi possível concluir que este obteve resultados satisfatórios ao conseguirmos realizar todas as atividades propostas. Foi possível colocar em prática todo o conhecimento teórico aprendido nessa parte e por fim, relacionar e entender a importância dos métodos numéricos para a resolução de problemas reais da engenharia.

## REFERÊNCIAS

RAUBER, T. W. 2º Trabalho de Algoritmos Numéricos (INF 09269) 2021/1. 2021. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1lqqqHtXpRRms5ol1mN1JmT9mTlFuKkpC/view>>. Acesso em: 18 set. 2021. Citado na página 5.