Exercice 54

Soit $i \in \{1, \dots, n\}$

Le produit des nombres de la i-ième ligne vaut $\prod_{K=1}^{n} iK$ soit $n! i^n$

En notant P le produit des n^2 entiers apparaissant dans la table de multiplication des entiers entre 1 et n,

$$P = \prod_{K=1}^{n} n! K^n$$

il s'ensuit :

$$P = (n!)^n . (n!)^n$$

C'est-à-dire,

$$P = (n!)^{2n}$$

Exercice 55

Pour $n \geq 2$,

$$C_n = \prod_{K=2}^{n} \left(1 - \frac{1}{K^2}\right)$$

Naturellement,

$$\ln(C_n) = \sum_{K=2}^{n} \ln\left(\frac{K^2-1}{K^2}\right)$$

D'après l'exercice 45,

$$\ln(C_n) = \ln\left(\frac{n+1}{2n}\right)$$

C'est pourquoi,

$$C_n = \frac{\frac{1}{n}+1}{2}$$

Par conséquent,

$$\lim_{n \to +\infty} C_n = \frac{1}{2}$$

Exercice 56

Soient a, b deux nombres réels, a', b', m, n quatre nombres réels strictement positifs tels que

$$\frac{a}{a'} > \frac{b}{b'}$$

Soit,

$$ba' < b'a$$