$$y > 2$$

À nouveau, par disjonction des cas :

- Si $y = 3$, alors $z = 6$
- Si $y = 4$, alors $z = 4$

- $z = 3$. Alors,

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3}$$

Mais,

$$\frac{1}{y} \geqslant \frac{1}{z}$$

C'est pourquoi,

$$y = 3$$

Et ainsi,

$$z = 3$$

Finalement, $\mathcal{S} = \{(2,3,6), (2,4,4), (3,3,3)\}$

Exercice 68

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Pour $0 \leqslant m \leqslant n-1$,

$$\frac{n!}{(m+1)!(n-m-1)!} \geqslant \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Equivaut à :

$$\frac{1}{m+1} \geqslant \frac{1}{n-m}$$

Soit,

$$m \leqslant \frac{n-1}{2}$$

De la même manière, pour $0 \leqslant m \leqslant n-1$,

$$\frac{n!}{(m+1)!(n-m-1)!} \leqslant \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Equivaut à :

$$\frac{1}{m+1} \leqslant \frac{1}{n-m}$$