

• Si cet intervalle est $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$:

$$x \geq \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y \geq \frac{1}{2}$$

Alors,

$$y-1 \geq -\frac{1}{2}$$

Et,

$$x(y-1) \geq -\frac{1}{4}.$$

Finalement,

$$x(1-y) \leq \frac{1}{4}.$$

Exercice 83

Posons, pour m dans \mathbb{R} :

$$\Delta = m^2 - 4$$

Pour m dans \mathbb{R} , soit p_m le trinôme du second degré:

$$p_m: x \in \mathbb{R} \mapsto x^2 + mx + 1$$

Par disjonction des cas,

- Si $m \in]-2, 2[$ alors $\Delta < 0$: p_m n'a pas de racine réelle.
- Si $m \in \{-2, 2\}$ alors $\Delta = 0$: p_m admet une unique racine réelle.
- Si $m \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$ alors $\Delta > 0$: p_m admet deux racines réelles distinctes.

Exercice 84

Pour $x \in]-1, +\infty[$:

$$\ln(x+1) + \ln(x+5) = \ln(96) \quad (*)$$

équivalent à:

$$x^2 + 6x - 91 = 0$$

L'équation $x^2 + 6x - 91 = 0$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ a pour discriminant 400 strictement positif, donc possède deux solutions, à savoir -13 et 7 .

Par conséquent, l'équation $(*)$ a pour unique solution réelle 7 .