D'où,

$$\begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{4} \\ d = 0 \end{cases}$$

Ainsi,

$$\sum_{K=1}^{n} K^3 = P(n)$$

Soit,

$$\sum_{K=1}^{n} K^3 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4}$$

Finalement,

$$\sum_{K=1}^{n} K^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

Exercice 48

a) Soit $n \in \mathbb{N}$. Alors :

$$u'_{n+1} - u'_n = \frac{u_{n+1}}{a^{n+1}} - \frac{u_n}{a^n}$$

Grâce à la définition de la suite $(u_n)_{n \geq 0}$,

$$u'_{n+1} - u'_n = \frac{a u_n + v_n}{a^{n+1}} - \frac{u_n}{a^n}$$

Et donc,

$$u'_{n+1} - u'_n = \frac{v_n}{a^{n+1}}$$

b) Immédiatement, nous en déduisons une expression sommatoire de u'_n :

$$u'_n = u'_0 + \sum_{K=0}^{n-1} \frac{v_K}{a^{K+1}}$$

Or,

$$u_n = a^n . u'_n$$