# Intelligence Artificielle (IA) Les jeux, recherche avec horizon (II)

Akka Zemmari

LaBRI, Université de Bordeaux

2021 - 2022

## Négamax

Une réécriture simple de MiniMax

#### Idée

Au lieu d'alterner deux fonctions Max/Min, on se restreint à une seule fonction en utilisant l'opposé du résultat à chaque niveau.

## Négamax

```
1: Fonction NegaMax(etat)
      etat : Plateau de jeu courant
      Meilleur: Évaluation du meilleur coup (localement)
3:
      Si EstFeuille(etat) Alors
                                  4:
         Retourner evalue(etat)
                                          5:
      Fin Si
6:
      Meilleur \leftarrow -\infty
7:
      Pour Tout successeur s de etat Faire
8.
9.
         val \leftarrow -NegaMax(s)
         Si val > Meilleur Alors
10:
            Meilleur ← val
11:
12:
         Fin Si
13.
      Fin Pour
14.
      Retourner Meilleur
15: Fin Fonction
```

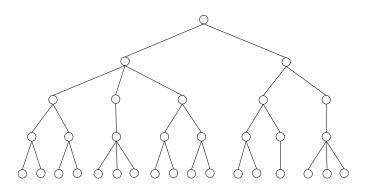
# Négamax appliqué à $\alpha\beta$

```
1: Fonction Neg\alpha\beta(etat, \alpha, \beta)
                                                      Si EstFeuille(etat) Alors
                                            ▷ Fin de partie ou horizon atteint
 2:
                                                      3:
            Retourner evalue(etat)
 4:
        Fin Si
 5:
        Pour Tout successeur s de etat Faire
 6:
            val \leftarrow -Neg\alpha\beta(s, -\beta, -\alpha)
            Si val > \alpha Alors
 7:
 8:
                \alpha \leftarrow val
                Si \alpha > \beta Alors
 9:
10:
                    Retourner \alpha

    Coupe

                Fin Si
11:
            Fin Si
12:
13:
        Fin Pour
14:
        Retourner \alpha
15: Fin Fonction
```

# Exemple d'arbre de jeu avec $Néga \alpha \beta$



#### Questions

- ► Combien de noeuds  $\alpha\beta$  explore-t-il ?
- Quelle est la différence de performance avec MiniMax ?
- Avec le même temps donné quelle est la différence de profondeur entre les deux méthodes ?

#### Questions

- ► Combien de noeuds  $\alpha\beta$  explore-t-il ?
- Quelle est la différence de performance avec MiniMax ?
- Avec le même temps donné quelle est la différence de profondeur entre les deux méthodes ?

#### Definition

On appelle arbre de jeu **uniforme de largeur** *I*, un arbre de jeu où tous les noeuds non terminaux ont exactement *I* fils.

#### Questions

- ► Combien de noeuds  $\alpha\beta$  explore-t-il ?
- Quelle est la différence de performance avec MiniMax ?
- Avec le même temps donné quelle est la différence de profondeur entre les deux méthodes ?

#### Definition

On appelle arbre de jeu **uniforme de largeur** *I*, un arbre de jeu où tous les noeuds non terminaux ont exactement *I* fils.

MiniMax explore donc exactement  $I^p$  noeuds, où p est la profondeur de recherche.

#### Questions

- ► Combien de noeuds  $\alpha\beta$  explore-t-il ?
- Quelle est la différence de performance avec MiniMax ?
- Avec le même temps donné quelle est la différence de profondeur entre les deux méthodes ?

#### Definition

On appelle arbre de jeu **uniforme de largeur** *I*, un arbre de jeu où tous les noeuds non terminaux ont exactement *I* fils.

MiniMax explore donc exactement  $I^p$  noeuds, où p est la profondeur de recherche.

Combien de noeuds  $\alpha\beta$  explore-t-il ?

## Types de noeuds visités lors de l'exploration

Tous les noeuds élagués lors de la recherche  $\mathit{Neg}\alpha\beta$  le sont dès que  $\alpha \geq \beta$ . L'appel récursif  $\mathit{Neg}\alpha\beta$  se ferait sur la fenêtre  $[\alpha,\beta]$  avec  $\alpha < \beta$ .

## Types de noeuds visités lors de l'exploration

Tous les noeuds élagués lors de la recherche  $Neg\alpha\beta$  le sont dès que  $\alpha \geq \beta$ . L'appel récursif  $Neg\alpha\beta$  se ferait sur la fenêtre  $[\alpha,\beta]$  avec  $\alpha \leq \beta$ .

## Trois types de noeuds jamais élagués

À chaque niveau de l'arbre,  $\alpha\beta$  est appelé avec une certaine fenêtre d'appel  $[\alpha,\beta]$ . Trois types de noeuds ne *peuvent donc* jamais être élagués.

- 1. la fenêtre d'appel est  $[-\infty, +\infty]$
- 2. la fenêtre d'appel est  $[-\infty, b]$  avec  $b \neq +\infty$
- 3. la fenêtre d'appel est  $[a, +\infty]$  avec  $a \neq -\infty$

## Types de noeuds visités lors de l'exploration

Tous les noeuds élagués lors de la recherche  $\mathit{Neg}\alpha\beta$  le sont dès que  $\alpha \geq \beta$ . L'appel récursif  $\mathit{Neg}\alpha\beta$  se ferait sur la fenêtre  $[\alpha,\beta]$  avec  $\alpha \leq \beta$ .

## Trois types de noeuds jamais élagués

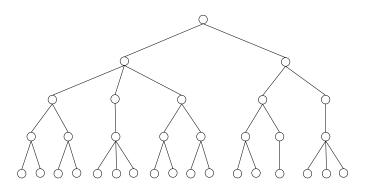
À chaque niveau de l'arbre,  $\alpha\beta$  est appelé avec une certaine fenêtre d'appel  $[\alpha,\beta]$ . Trois types de noeuds ne *peuvent donc* jamais être élagués.

- 1. la fenêtre d'appel est  $[-\infty, +\infty]$
- 2. la fenêtre d'appel est  $[-\infty, b]$  avec  $b \neq +\infty$
- 3. la fenêtre d'appel est  $[a, +\infty]$  avec  $a \neq -\infty$

Note 1: c'est en supposant que  $\infty$  n'est pas une valeur heuristique.

**Note 2**: les fils d'un noeud non élagué peuvent bien entendu l'être.

# Types de noeuds : exemple







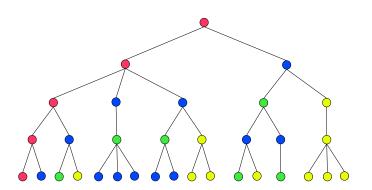






 $\sqsubseteq$ Étude théorique de  $\alpha\beta$ 

# Types de noeuds : exemple













## Visite de l'arbre critique

L'algorithme  $\alpha\beta$  utilisé avec la fenêtre  $[-\infty,+\infty]$  regarde au moins *l'arbre critique*, c'est-à-dire l'ensemble des noeuds de types 1, 2 et 3,

## Visite de l'arbre critique

L'algorithme  $\alpha\beta$  utilisé avec la fenêtre  $[-\infty,+\infty]$  regarde au moins *l'arbre critique*, c'est-à-dire l'ensemble des noeuds de types 1, 2 et 3, et uniquement celui-ci dans le cas où l'arbre est parfaitement ordonné.

## Visite de l'arbre critique

L'algorithme  $\alpha\beta$  utilisé avec la fenêtre  $[-\infty,+\infty]$  regarde au moins *l'arbre critique*, c'est-à-dire l'ensemble des noeuds de types 1, 2 et 3, et uniquement celui-ci dans le cas où l'arbre est parfaitement ordonné.

Si l'arbre n'est pas parfaitement ordonné, on visitera plus de noeuds, jusqu'à l'arbre complet (*I*<sup>p</sup> noeuds).

## Visite de l'arbre critique

L'algorithme  $\alpha\beta$  utilisé avec la fenêtre  $[-\infty, +\infty]$  regarde au moins *l'arbre critique*, c'est-à-dire l'ensemble des noeuds de types 1, 2 et 3, et uniquement celui-ci dans le cas où l'arbre est parfaitement ordonné.

Si l'arbre n'est pas parfaitement ordonné, on visitera plus de noeuds, jusqu'à l'arbre complet (*I*<sup>p</sup> noeuds). Quelle est la borne inférieur ?

#### Visite de l'arbre critique

L'algorithme  $\alpha\beta$  utilisé avec la fenêtre  $[-\infty,+\infty]$  regarde au moins *l'arbre critique*, c'est-à-dire l'ensemble des noeuds de types 1, 2 et 3, et uniquement celui-ci dans le cas où l'arbre est parfaitement ordonné.

Si l'arbre n'est pas parfaitement ordonné, on visitera plus de noeuds, jusqu'à l'arbre complet (P noeuds). Quelle est la borne inférieur ? Elle est de  $P^{/2}$ . (Voir le tableau).

Encadrement des performances de  $\alpha\beta$ 

Le nombre de feuilles évaluées par  $\alpha\beta$  est compris entre  $I^{p/2}$  et  $I^p$  pour un arbre de largeur I et de profondeur p

Encadrement des performances de  $\alpha\beta$ 

Le nombre de feuilles évaluées par  $\alpha\beta$  est compris entre  $I^{p/2}$  et  $I^p$  pour un arbre de largeur I et de profondeur p

Nombre de noeuds visités  $\alpha\beta$  visite au minimum un nombre de noeuds de l'ordre de  $\mathit{I}^{p/2}$ 

## Encadrement des performances de $\alpha\beta$

Le nombre de feuilles évaluées par  $\alpha\beta$  est compris entre  $I^{p/2}$  et  $I^p$  pour un arbre de largeur I et de profondeur p

#### Nombre de noeuds visités

lphaeta visite au minimum un nombre de noeuds de l'ordre de  $I^{p/2}$ 

Comparaison MiniMax /  $\alpha\beta$ 

Au pire,  $\alpha\beta$  explore tous les noeuds de l'arbre.

## Encadrement des performances de $\alpha\beta$

Le nombre de feuilles évaluées par  $\alpha\beta$  est compris entre  $I^{p/2}$  et  $I^p$  pour un arbre de largeur I et de profondeur p

#### Nombre de noeuds visités

lphaeta visite au minimum un nombre de noeuds de l'ordre de  $I^{p/2}$ 

## Comparaison MiniMax / $\alpha\beta$

Au pire,  $\alpha\beta$  explore tous les noeuds de l'arbre. Au mieux,  $\alpha\beta$  peut voir à un horizon deux fois plus lointain que MiniMax dans le même temps.

## Encadrement des performances de $\alpha\beta$

Le nombre de feuilles évaluées par  $\alpha\beta$  est compris entre  $I^{p/2}$  et  $I^p$  pour un arbre de largeur I et de profondeur p

#### Nombre de noeuds visités

lphaeta visite au minimum un nombre de noeuds de l'ordre de  $I^{p/2}$ 

## Comparaison MiniMax / $\alpha\beta$

Au pire,  $\alpha\beta$  explore tous les noeuds de l'arbre. Au mieux,  $\alpha\beta$  peut voir à un horizon deux fois plus lointain que MiniMax dans le même temps.

L'ordre de développement des fils d'un noeud est primordial pour obtenir de bonnes performances !