

Lista 1:

Gabriel Medeiros Duarte

1) a) $A^T P A - Q < 0 \rightarrow$ Já é uma LMI

b) $A^T P A + Q < 0 \rightarrow$ Já é uma LMI

c) $A^T P + P A + P R P < 0$
 $A^T P + P A + P R R^T R P < 0$
 $A^T P + P A - P R (-R^T) R P < 0$
 $A^T P + P A - P R (-R^T) R^T P^T < 0$

\rightarrow Aplicando Complemento de Schur:

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P R \\ P R^T & -R \end{bmatrix}$$

d) $A^T P A - P + P R P < 0$
 $A^T P A - P + P R R^T R P < 0$
 $A^T P A - P - P R (-R^T) R P < 0$
 $A^T P A - P - P R (-R^T) R^T P^T < 0$

\rightarrow Aplicando Complemento de Schur:

$$\begin{bmatrix} A^T P A - P & P R \\ P R^T & -R \end{bmatrix}$$

e) $A^T P + P A + (P B - C)^T R^T (P B - C) < 0$
 $A^T P + P A - (P B - C)^T (-R^T) (P B - C) < 0$

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & (P B - C)^T \\ P B - C & -R \end{bmatrix}$$

2) $\|D M D^{-1}\| < 1$

$$\lambda_{\max} [(D M D^{-1})^T (D M D^{-1})] < 1$$

$$\lambda_{\max} (D^{-T} M^T D^T D M D^{-1}) < 1$$

$$D^{-T} M^T D^T D M D^{-1} < I$$

$$D^T (D^{-T} M^T D^T D M D^{-1}) D < D^T D$$

$$M^T D^T D M < D^T D$$

$$D X = D^T D M - D^T D < 0$$

$$M^T X M < X$$

$$\begin{cases} M^T X M - X < 0 \\ D = X^{1/2} \end{cases}$$

$$D = X^{1/2}$$

$$(3) \begin{bmatrix} A^T P A + P Q - P & A^T P A_d \\ A_d^T P A & A_d^T P A_d - Q \end{bmatrix} < 0 \quad (2)$$

$$- \begin{bmatrix} P - P Q & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^T P \\ A_d^T P \end{bmatrix} P^{-1} \begin{bmatrix} P A & P A_d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -P + P Q & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A^T P \\ A_d^T P \end{bmatrix} (-P^{-1}) \begin{bmatrix} P A & P A_d \end{bmatrix}$$

Aplicando Complemento de Schur:

$$\begin{bmatrix} -P & P A & P A_d \\ A^T P & P Q - P & 0 \\ A_d^T P & 0 & -Q \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} A^T P + P A + \gamma^{-2} C^T C & P B + \gamma^{-2} C^T D \\ * & \gamma^{-2} D^T D - I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C^T \\ D^T \end{bmatrix} \gamma^{-2} I \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} < 0 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P B \\ B^T P & -I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C^T \\ D^T \end{bmatrix} (-\gamma^{-2} I) \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} < 0$$

Aplicando Complemento de Schur:

$$\begin{bmatrix} A^T P + P A & P B & C^T \\ B^T P & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

$$(5) \begin{bmatrix} P - A^T P A - \gamma^{-2} C^T C & A^T P B + \gamma^{-2} C^T D \\ * & I - B^T P B - \gamma^{-2} D^T D \end{bmatrix} > 0 \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} P - A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & I - B^T P B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -C^T \\ -D^T \end{bmatrix} \gamma^{-2} \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} > 0$$

Aplicando Complemento de Schur: $\begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \gamma^{-2} \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} > 0$

$$\begin{bmatrix} P - A^T P A & A^T P B & C^T \\ B^T P A & I - B^T P B & -D^T \\ B^T C & -D^T B^T P B & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0$$