

LICENCE

*École Normale Supérieure de Lyon  
Université Claude Bernard Lyon I*

Stage 2024–2025  
Gabriel MELKA  
L3 Physique

## Gouttes nageuses dans un champ de gravité

**Mots clefs :** *Gouttes nageuses*

*Micelles vides/gonflées*

*Capillaires*

*Surfactant*

*Gravité*

Stage encadré par :

**Mathilde REYSSAT**

[mathilde.reyssat@espci.fr](mailto:mathilde.reyssat@espci.fr)

Laboratoire Gulliver, ESPCI

10 Rue Vauquelin

<https://www.gulliver.espci.fr/>



1<sup>er</sup> septembre 2025

# Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement Léo-Paul Barbier, doctorant, pour son accompagnement quotidien tout au long de ce stage. Il m'a patiemment initié aux différentes manipulations expérimentales, a toujours pris le temps de répondre à mes questions, et m'a aidé à surmonter les nombreux problèmes techniques rencontrés, avec rigueur et bienveillance.

Je remercie également Mathilde Reyssat, ma tutrice de ce stage, pour sa confiance, ses conseils attentifs et sa capacité à m'orienter avec justesse, y compris au-delà des aspects purement scientifiques.

Enfin, je suis reconnaissant envers l'ensemble du laboratoire, et en particulier les personnes avec qui j'ai pu échanger, pour la qualité de leur accueil, leurs conseils précieux et la richesse des discussions partagées.

## Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>2</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
Description du mécanisme de nage . . . . .	3
Travaux préexistants et rapport avec la bibliographie . . . . .	5
<b>1 Méthodologie expérimentale</b>	<b>6</b>
1.1 Préparation du matériel . . . . .	6
1.1.1 Solutions . . . . .	6
1.1.2 Capillaires . . . . .	6
1.1.3 Micropointes . . . . .	7
1.1.4 Femtojet . . . . .	7
1.2 Observations . . . . .	8
1.2.1 Préparation goutte (microcontrôleur) . . . . .	8
1.2.2 Observation par le confocal . . . . .	8
1.2.3 Traitement numérique . . . . .	8
<b>2 Résultats</b>	<b>9</b>
2.1 Gouttes passives . . . . .	9
2.1.1 Théorie . . . . .	10
2.1.2 Résultats . . . . .	10
2.2 Gouttes actives sous gravité . . . . .	13
2.3 Gouttes actives contre gravité . . . . .	14
2.3.1 Résultat pour capillaire $C = 25 \text{ mmol/L}$ . . . . .	14
2.3.2 Modélisation . . . . .	14
2.3.3 Résultat pour capillaire $C < 25 \text{ mmol/L}$ . . . . .	15
2.3.4 Comparaison avec la théorie . . . . .	16
2.3.5 Complément : Angle de demi-tour en fonction du confinement . . . . .	17
2.4 Incertitudes et traitement numérique . . . . .	17
<b>A Formule théorique</b>	<b>19</b>

## Introduction

On étudie des micro-gouttelettes hors équilibre, qui se propulsent toute seules. Cette propulsion est due à l'effet Marangoni. On peut mettre en place de tels systèmes en présence de seulement d'huile et d'eau, et d'un tensioactif. On étudie dans la suite le mouvement de ces gouttes dites nageuses, sous l'influence d'une perturbation extérieure, ici le champ de gravité.

## Description du mécanisme de nage

Les micogouttelettes constituent un objet d'étude important en mécanique des fluides, notamment dans le régime dit à faible nombre de Reynolds, où la dissipation visqueuse domine largement sur les effets inertIELS. Dans ce contexte, l'observation de comportements dynamiques non triviaux, tels que l'auto-propulsion spontanée de gouttes, soulève des questions fondamentales sur les mécanismes de transport actif à l'échelle microscopique. En particulier, certaines gouttes d'eau salée, dispersées dans une huile contenant un tensioactif solubilisant, présentent un mouvement erratique et imprévisible, incompatible avec une simple agitation thermique de type brownien, compte tenu de leur taille typique (de l'ordre de 50 à 300  $\mu\text{m}$ ). C'est l'effet Marangoni !

Ce comportement inhabituel n'émerge que lorsque la concentration en tensioactif dépasse la concentration micellaire critique (CMC), condition à partir de laquelle des agrégats appelés micelles se forment dans le milieu huileux qui constitue la phase continue. Ainsi lorsque la goutte d'eau passe par des régions où ces micelles inverses existent, de l'eau vient charger ces micelles "vides" ou "vierges". On parle alors de micelles gonflées (swollen micelles). Ce phénomène est illustré dans la figure (1) La propulsion

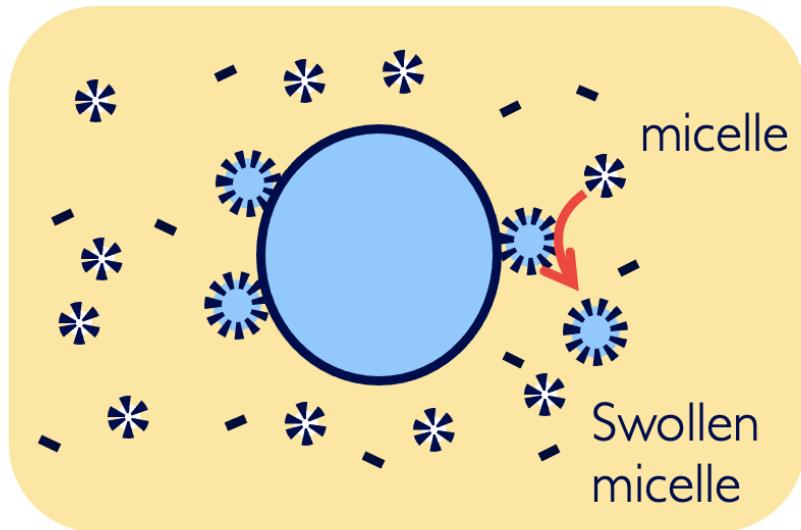


FIGURE 1 – Méchanisme de transfert de liquide

résulte alors des gradients de tension superficielle, induits par des flux d'eau pure vers les micelles, qui créent des contraintes tangentielles le long de l'interface eau/huile, ce qui propulse la goutte.

On constate dans cette image [fig :2], que ce sont ces gradients qui sont au centre de la dynamique de la trajectoire. En effet sur l'image zoomée, lorsque la goutte de la partie inférieure de l'image passe par un environnement chargé en micelles gonflées, elle est déviée vers une zone où les micelles sont vierges.

Ce phénomène est analogue aux « larmes du vin », où l'évaporation de l'alcool engendre des gradients de tension superficielle à la surface du liquide. Dans le cas des gouttes actives, ces gradients

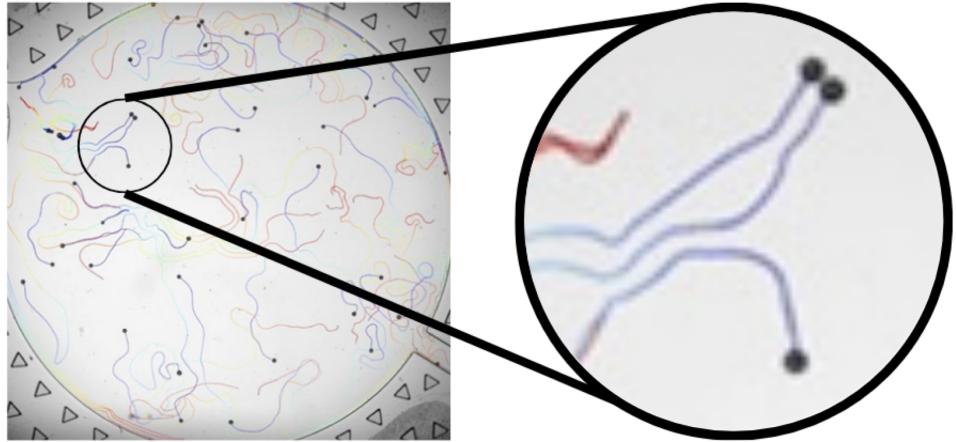
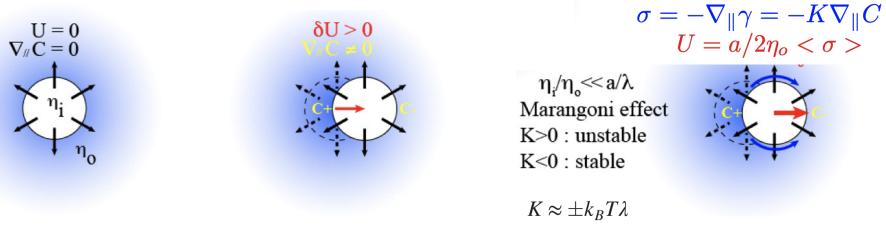


FIGURE 2 – Image du mouvement de gouttes actives dans un bain 2D [3]

proviennent d'un couplage complexe entre l'advection et la diffusion de micelles dans la zone interfaciale.

Deux grandes interprétations coexistent dans la littérature pour expliquer cette instabilité interfaciale : l'une fondée sur des déséquilibres diffusifs entre les hémisphères de la goutte, l'autre insistant sur le rôle de la convection induite par les flux de Marangoni. Quoi qu'il en soit, la brisure spontanée de symétrie est au cœur de la dynamique : une goutte parfaitement sphérique, placée dans un environnement isotrope, ne devrait pas bouger. Pourtant, une fluctuation minime lors de sa formation, ou une anisotropie géométrique même légère, suffit à initier le mouvement.

Comme montré dans 3, cette brisure spontanée de symétrie peut entraîner un retour à l'origine si le mouvement est stable (c'est à dire si  $K := \frac{\partial \gamma}{\partial C} > 0$ ), ou instable (c'est à dire si  $K < 0$ ), ce qui entraînera la propulsion.



Z. Izri et al. PRL, 113 (2014).

FIGURE 3 – Explication du mouvement par effet Marangoni

Pour mieux comprendre ce phénomène, les chercheurs examinent la nature des forces propulsives impliquées. Une approche consiste à confronter les gouttes à des perturbations extérieures, telles que la présence d'un mur, d'un contre-écoulement, ou encore, comme ici, d'un champ gravitationnel. L'objectif de ce travail est précisément d'étudier l'influence de la gravité sur les mécanismes de propulsion des gouttes, en comparant leur vitesse selon qu'elles nagent dans le sens de la pesanteur ou à contre-courant de celle-ci. Par contraste, des gouttes dites « passives », c'est à dire incapable de se mouvoir, réalisées avec une concentration en surfactant inférieure à la CMC, servent de référence pour estimer la contribution proprement active du mécanisme de nage.

Enfin, la question du confinement est centrale. Les gouttes étudiées évoluent dans un capillaire dont le diamètre est comparable au leur, introduisant des effets d'hydrodynamique confinée susceptibles de moduler significativement leur vitesse. L'ensemble de ces considérations s'inscrit dans une problématique plus large : comprendre comment un système physico-chimique aussi minimal qu'une goutte d'eau dans de l'huile peut auto-organiser des modifications de son interface, générer une direction de propulsion, et convertir des processus diffusifs en mouvement dirigé.

## Travaux préexistants et rapport avec la bibliographie

La dynamique des gouttes actives, propulsées par des gradients interfaciaux, a fait l'objet d'analyses expérimentales et théoriques visant à identifier les mécanismes à l'origine du mouvement. Plusieurs travaux ont montré que ce déplacement résulte d'un couplage entre diffusion et convection à l'interface, déclenché lorsque la concentration en tensioactif dépasse la concentration micellaire critique. En effet [10] montre que lorsque la goutte nage, cela se fait de pair avec une augmentation de la taille de micelles environnantes. De l'eau pure contenue dans la goutte migre donc vers les micelles vierges qui deviennent gonflées. Ainsi, ce seuil -la CMC- conditionne l'apparition de micelles capables de capturer des solutés, générant ainsi des gradients de tension superficielle via des flux Marangoni [3] [5]. La brisure spontanée de symétrie nécessaire à l'initiation de la propulsion peut être induite par des asymétries géométriques initiales, ou émerger dynamiquement dans certaines conditions de transport interfacial [5].

Le rôle du confinement a été analysé dans plusieurs configurations. La présence d'un mur modifie le champ hydrodynamique autour de la goutte en modifiant le champ de concentration en micelles gonflées autour de la goutte, et peut amplifier sa vitesse, comme observé dans [1], où des gouttes se déplaçant le long d'une paroi présentent des vitesses supérieures à celles en milieu libre. Une modélisation plus détaillée du champ de vitesse autour d'une goutte confinée est proposée dans [2], avec une cartographie expérimentale des lignes d'écoulement et des recirculations internes. Ces effets sont pertinents pour les configurations où les gouttes évoluent dans des capillaires dont le diamètre est comparable à celui des gouttes, comme dans le présent travail.

La dépendance de la vitesse de nage au temps et au rayon a été étudiée dans [3], et dans l'équipe d'accueil au cours de la thèse de Charlotte de Blois [10], avec des mesures précises de l'évolution dynamique du système. Cette étude met en évidence un régime transitoire : après l'initiation du mouvement, la goutte subit une phase d'accélération, puis une stabilisation et un ralentissement progressif. Ce comportement est lié à l'épuisement local du tensioactif ou à la saturation des micelles.

Certains systèmes plus complexes, comme les gouttes Janus étudiées dans [4], ont été développés pour contrôler de manière spatio-temporelle le transport de substances en milieu confiné. Ces systèmes reposent sur des mécanismes similaires de propulsion interfaciale mais intègrent une asymétrie structurée dès la formation de la goutte.

L'effet de la gravité sur le déplacement des gouttes actives reste moins documenté. L'étude [6] propose un cadre quantitatif pour décrire l'influence du poids de la goutte sur sa vitesse effective. Elle montre que, selon l'intensité des flux Marangoni et la taille des gouttes, la gravité peut soit s'opposer à la propulsion, soit au contraire la renforcer. Elle montre l'alignement de la vitesse de nage en 2D avec le champ de gravité. Ce point est central dans notre analyse, qui compare la vitesse de nage dans le sens de la pesanteur et à contre-courant.

Enfin, plusieurs modèles relient l'apparition de la propulsion à des seuils d'instabilité, dépendant de paramètres comme le rapport des viscosités, les densités (ou bien le nombre de Peclet). L'étude [5] examine notamment la transition entre un état stable et un état auto-producteur de mouvement, ainsi

que les conditions permettant ou empêchant l'établissement d'un régime de nage stationnaire. Ces éléments théoriques seront utilisés pour interpréter les variations de vitesse observées expérimentalement.

Ainsi on a vu qu'il existait des études de gouttes nageuses libre, ou en 2D. L'impact des parois semble aussi très important. On a aussi compris que des gouttes sous gravité étaient étudiée en 2D.

## Projet de stage

Ainsi mon projet consiste à étudier ces gouttes nageuses dans des capillaires (1D) soumis à la gravité. Cela sera fait pour des relativement gros capillaires (et donc grosses gouttes).

Mon projet de stage est de pouvoir montrer si une modification du champ extérieur modifie la vitesse de nage des gouttes. Autrement dit, en bougeant contre ou avec la gravité, le champ de concentration autour de la goutte doit être modifié par les flux de la goutte. La vitesse de nage en est-elle modifiée ? Pour cela on va comparer la vitesse d'une goutte active à celle d'une goutte passive ayant les même caractéristiques. Cette vitesse comparée sera appelée  $V_s$  la vitesse de nage (swimming velocity) définie de la manière suivante :  $V_s = V_a - V_p$  où  $V_a$  est la vitesse de la goutte active et  $V_p$  la vitesse de la goutte passive correspondante.

# 1 Méthodologie expérimentale

## 1.1 Préparation du matériel

### 1.1.1 Solutions

Afin de réduire le passage de l'eau pure dans les micelles vierges (rappel osmotique), afin qu'un gradient suffisamment fort puisse être créé, et pour limiter les interactions avec les parois, on met du sel dans l'eau, à hauteur de 15% en masse. De plus, pour que la propulsion ait lieu, il faut la présence de micelles inverses de tensioactif dans l'huile, donc que la concentration en tensioactif soit supérieure à la Concentration Miscellaire Critique (CMC) qui est dans notre cas de  $3 \text{ mmol/L}$ . Or si l'on est supérieur mais proche de cette CMC, la gouttes aura une vitesse de nage négligeable, et pour des concentrations bien supérieures à cette CMC, la vitesse de nage atteint un plateau. Dans notre cas une concentration de  $25 \text{ mmol/L}$  est convenable. (on la baissera légèrement pour les gouttes actives contre la gravité)

### 1.1.2 Capillaires

Les capillaires utilisés dans toute l'étude sont de section carrée, de dimension interne  $400 \mu\text{m}$ , d'après le fournisseur (CM Scientific Ltd). Afin que les gouttes d'eau ne soient pas attirées par les murs de celui-ci -le verre étant naturellement hydrophile-, ce qui comprometttrait l'étude de leur vitesse, on doit effectuer un traitement chimique pour annuler leur hydrophilie. Pour traiter des surfaces en 2D, une méthode peut être l'ionisation du verre par du plasma. Or ici ceci n'est pas possible de part le confinement de la surface à traiter. Ainsi le traitement effectué ici consiste à silaniser l'intérieur du capillaire [10].

Pour le moment c'est la meilleure solution envisagée, même s'il existe de sérieux doutes sur son efficacité. On a pu montrer qu'un même traitement dans un capillaire de section circulaire n'empêchait pas certaines gouttes de coller aux parois.

Un autre enjeu a été de faire en sorte qu'une fois remplis d'huile et inclinés, les capillaires ne se vident pas. Il a donc fallu trouver une méthode pour les fermer à leur extrémités. Afin que cette fermeture soit peu intrusive (pas de particules qui polluent l'intérieur de la solution, comme de la pâte à modeler pourrait le faire), ou irréversible (entraînant la destruction partielle du capillaire comme avec de la colle (superglue ou époxy)), on décide d'utiliser de la pâte de dentiste, qui est liquide lors

de la mise en forme, mais qui durcit en une quinzaine de minutes, tout en restant élastique et donc enlevable comme un petit capuchon. Le capillaire est collé à l'époxy perpendiculairement à une lamelle de verre [fig :4] pour pouvoir avoir le bon angle/ manipuler plus facilement le capillaire, afin qu'il ne bouge pas.

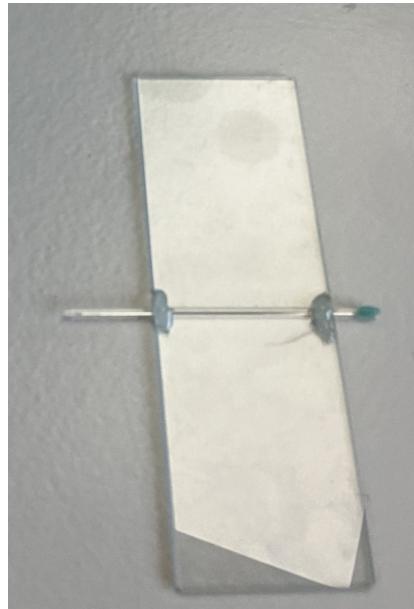


FIGURE 4 – capillaire de  $400 \mu\text{m}$  de coté, bouché, et collé à une plaque en verre (c'est la lumière qu'on voit par réflexion)

Pour des capillaires ronds, nous avons dû recouvrir nos capillaires glycérol ou PDMS afin de ne pas avoir d'aberrations géométriques ou optiques (car ce sont des matériaux qui ont des indices proches de celui du verre) ( $n \approx 1.4$ ).

### 1.1.3 Micropointes

Afin de produire une goutte précisément à l'intérieur du capillaire rempli d'huile et de tensioactif, il faut un outil de précision, et assez petit pour former une goutte unique de taille donnée dans le capillaire. Pour faire cela, on utilise une micropointe remplie d'eau, dirigée par un microcontrôleur. La micropointe est préparée par nos soins, en chauffant puis tirant un capillaire afin de le rendre très fin aux extrémités. Ceci est effectué par un "capillary puller" présent au laboratoire. Après avoir fait cela, il faut casser un bout de son extrémité pour que le liquide puisse s'échapper. On utilise une microforge, outil permettant de chauffer une boule de verre qui va permettre de "forger" l'extrémité du capillaire à la taille choisie en enlevant le bout de verre extrémal. En choisissant la longueur de verre enlevée, on peut avoir différents diamètres à l'extrémité de la micropointe. Celle-ci varie dans mon cas entre 12 et  $30 \mu\text{m}$ . Les micropointes sont remplies grâce à des microremplisseurs commerciaux (eppendorf microloader 20  $\mu\text{L}$ )

### 1.1.4 Femtojet

La micropointe étant si petite à son extrémité, et donc la capillarité étant grande, il faut un moyen de pousser l'eau en dehors de la micropointe. C'est le rôle du femtojet, un appareil commercial qui permet d'appliquer ou bien des impulsions de pression ou bien des pressions continues. Dans notre cas, c'est la seconde configuration que l'on utilise. La surpression en question est de l'ordre de 5 à 20 hPa.

## 1.2 Observations

### 1.2.1 Préparation goutte (microcontrôleur)

Afin de précisément voir l'entrée de la micropointe dans le capillaire, et de gérer la taille de la goutte formée, on utilise un microscope (Nikon AZ100 avec objectif de x2 par exemple)

### 1.2.2 Observation par le confocal

Afin de pouvoir observer les gouttes sous gravité, on utilise un microscope confocal [fig : 5], monté sur une roue mobile, qui permet d'observer l'échantillon incliné à plusieurs angles. Ce microscope sur roue manipulable via un coussin d'air a été prototypé au laboratoire Gulliver. Une simple manipulation de pression permet de modifier l'inclinaison du microscope à la demande. Les images que je réalise sont toujours à 2 fps, et la mise au point est toujours faite sur un plan passant par le centre de la goutte. Les fichiers obtenus sont en format .nd2 et sont lisibles sur ImageJ grâce à une extension Bioformat.

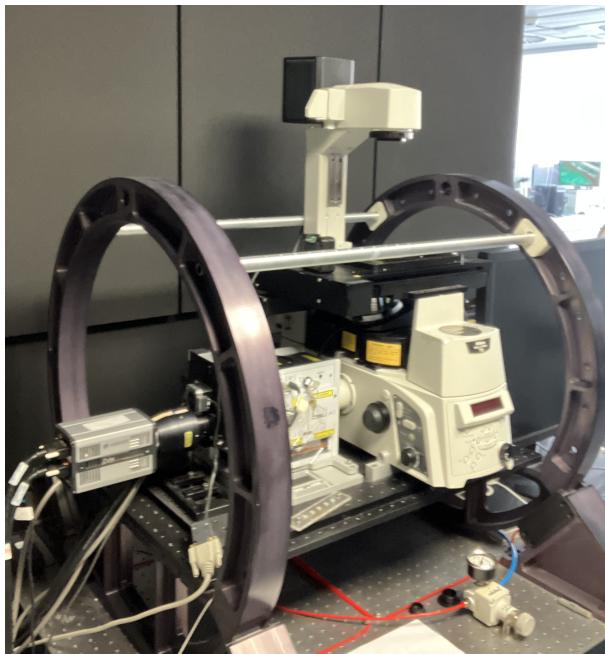


FIGURE 5 – Microscope confocal

### 1.2.3 Traitement numérique

Ainsi cet outil permet d'incliner le capillaire à notre guise, et de voir tomber la goutte comme dans [fig :6], où  $\lambda$  est le confinement,  $\mu$  le rapport des viscosités, et  $\alpha$  l'angle d'inclinaison du capillaire.

Afin d'analyser les images obtenues, on utilise un tracking numérique qui consiste à binariser l'image et à en extraire la composante circulaire la plus grosse. Grâce à cela on peut en déduire le rayon de la goutte (ou alors sa longueur et son épaisseur si elle est plus grosse que la largueur du capillaire). Néanmoins, dans beaucoup de cas, la qualité de l'image étant faible à cause de la présence de dépôts d'huile sur la surface du capillaire (voir image en haut à droite de 7a), le traitement numérique devient totalement inefficace et très chronophage pour changer des paramètres de détection (comme le seuil de binarisation ou de taille de détection de la goutte) vidéo par vidéo. C'est pourquoi j'ai décidé que j'allais recueillir les informations nécessaires à la main, car la seule donnée qui m'intéresse dans toutes ces mesures est la vitesse moyenne de la goutte et son confinement, facilement obtenables par l'outil de mesure sur ImageJ. Cette méthode étant quelque peu artisanale, je m'attarderai longtemps sur les incertitudes de mes mesures dans une sous-partie consacrée dans la partie de mes résultats.

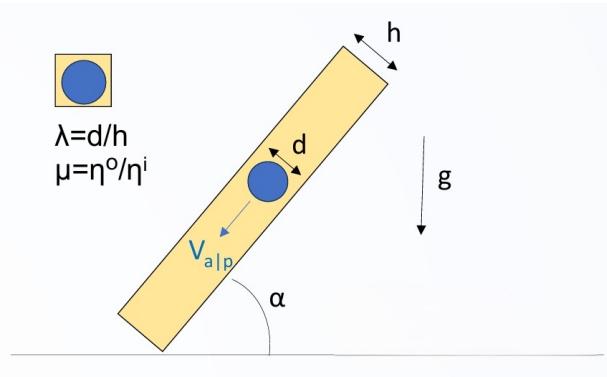


FIGURE 6 – Schéma du capillaire sous gravité

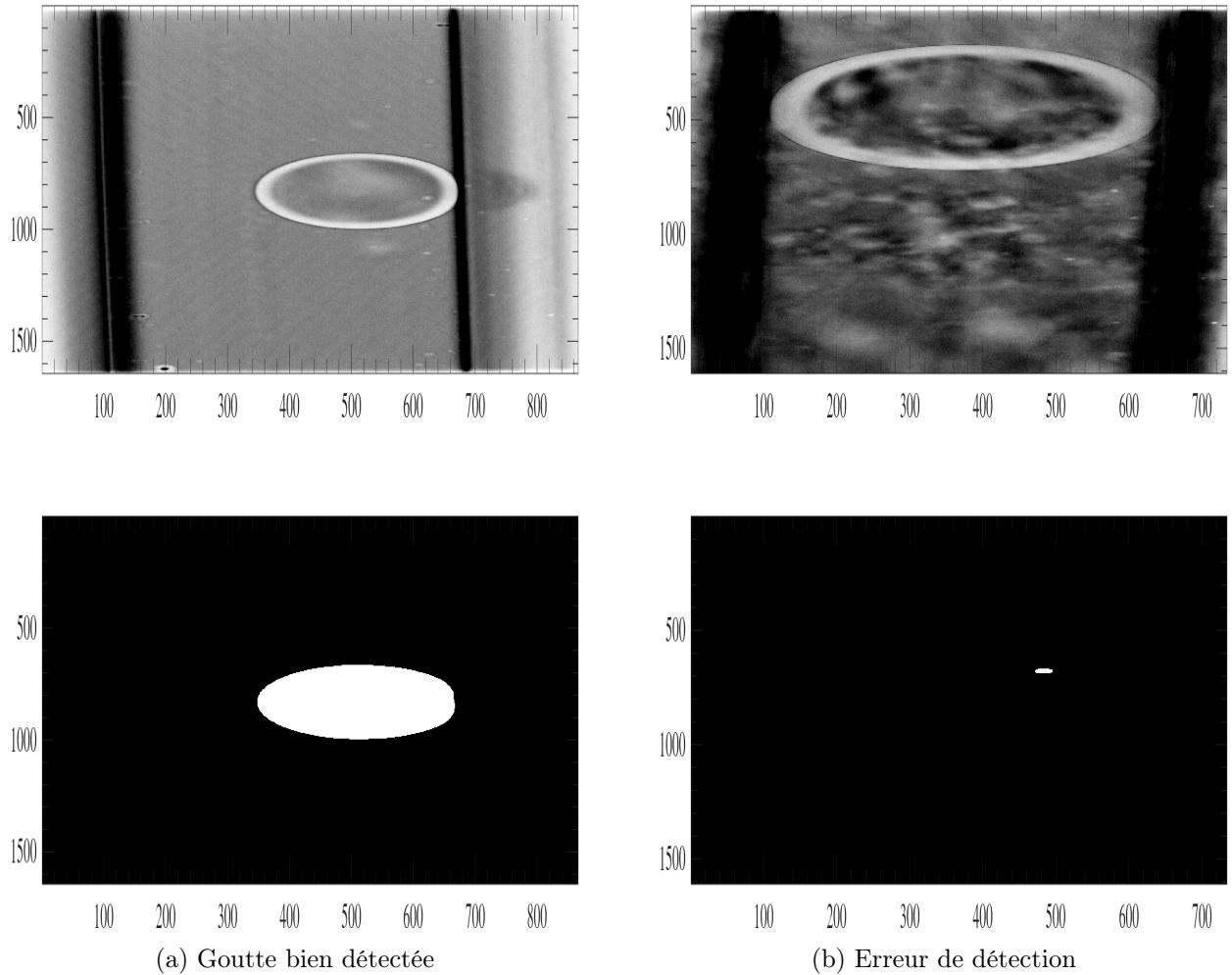


FIGURE 7 – Comparaison entre détection réussie et échec, en haut les images brutes, et en bas les détections automatisées.

## 2 Résultats

### 2.1 Gouttes passives

Cette partie est motivée par le fait suivant : avant de comprendre comment se comporte une goutte nageuse dans un champ de gravité, il faut comprendre comment se comporte une goutte passive dans les mêmes conditions. Ainsi dans les parties suivantes on analysera principalement la vitesse de nage

$V_s$ , définie par la relation suivante :

$$V_s = V_a - V_p \quad (1)$$

avec  $V_a$  la vitesse dans le référentiel du laboratoire de la goutte active étudiée, et  $V_p$  la vitesse qu'aurait la goutte active étudiée si elle était passive (dans les mêmes conditions).

### 2.1.1 Théorie

Ainsi on cherche à comprendre quel est le comportement d'une goutte passive dans un champ de gravité pour savoir ce qu'il se passe quand elle est active. Soit  $\lambda = \frac{r}{d}$  le confinement, avec  $r$  le rayon de la goutte, et  $d$  la taille du capillaire.

D'après [8], on peut montrer que pour une goutte passive située au centre d'un capillaire cylindrique, on a la relation suivante :

$$V_p = -\frac{2(1+\mu)}{9(1+\frac{2}{3}\mu)} \cdot \frac{r^2(\rho_i - \rho_o)}{\eta_o f(\lambda, \mu)} g \sin(\alpha) \quad (2)$$

avec  $\mu = \frac{\eta_o}{\eta_i}$  le rapport de la viscosité de l'huile sur celle de la goutte (outside and inside),  $\rho_i$  et  $\rho_o$  étant les masses volumiques de l'eau et de l'huile respectivement,  $r$  le rayon de la goutte,  $g$  la gravité, et  $\alpha$  l'angle entre l'horizontale et le capillaire, et  $f(\lambda, \mu)$ , une constante numérique dépendant de  $\lambda$  et  $\mu$ , détaillée dans l'équation (8)

Ainsi, il est clair que  $\frac{V_p}{\sin \alpha}$  est une constante ne dépendant que du confinement, et d'autres paramètres qui ne varieront pas dans nos manipulation (viscosité, masses volumique, intensité du champ de gravité). On va donc réaliser l'étude de la dynamique d'un grand nombre de gouttes à différents confinements dans un champ de gravité. Ceci nous permettra par la suite d'interpoler la vitesse d'une goutte passive à n'importe quel angle et confinement.

### 2.1.2 Résultats

Pour faire ce qui a été décrit précédemment, j'ai réalisé un grand nombre d'expériences qui me permettent d'obtenir la relation de proportionnalité entre  $V_p$  et  $\sin(\alpha)$  pour 14 confinements différents, compris entre 0.45 et 1.04. Les gouttes de confinements bien supérieurs ne m'intéressent pas ici (trop grosses avec un capillaire comme le mien)[10]. Pour que la goutte bouge et ne s'accroche pas aux parois, je pars en général avec un angle de 15° environ, quel que soit le confinement.

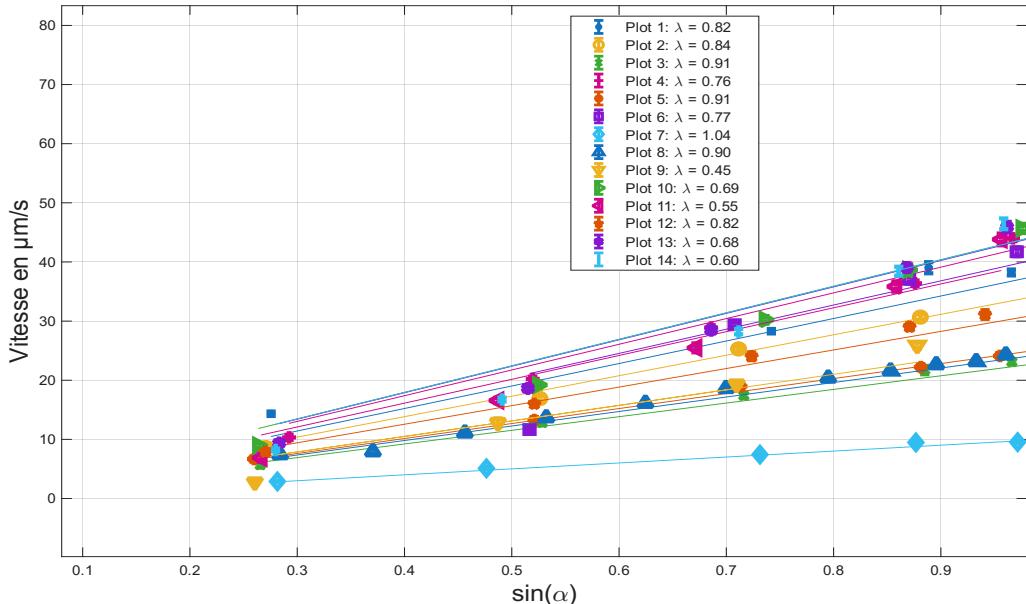


FIGURE 8 – Gouttes passives sous gravité, pour plusieurs confinements

On constate sur la figure 8, que pour chaque goutte (set de points de la même couleur), les points sont plutôt bien alignés, à part le dernier à  $90^\circ$  qui est en général trop élevé, car lorsque le capillaire est à la verticale, la goutte ne repose pas sur une paroi du capillaire (car du fait de la différence de densité, les gouttes sont pesantes), donc est en pure chute libre (moins de frottement donc plus de vitesse). (voir figure [9]).

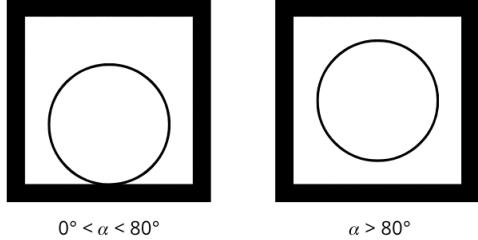


FIGURE 9 – Schéma explicatif pour le phénomène lorsque  $\alpha \approx 90$

En s'affranchissant du dernier point qui est problématique (voire des derniers s'il y a des points tels que  $\alpha > 85^\circ$ ), on fait une régression linéaire de type WLS (Weighted Least Squares), pour tenir compte de l'incertitude variable des mesures, et forcer la régression à être linéaire et non affine et obtenir l'incertitude sur chaque pente.

En recueillant le coefficient directeur de chaque régression -que j'appelle dans la suite  $\frac{V_p}{\sin(\alpha)}$ -, et son incertitude, on fait une régression polynomiale de degré 3 (car cela permet d'avoir un bon fit) grâce à la méthode WLS et on estime l'incertitude grâce à une matrice de covariance. On obtient la courbe représentée sur la figure 10 :

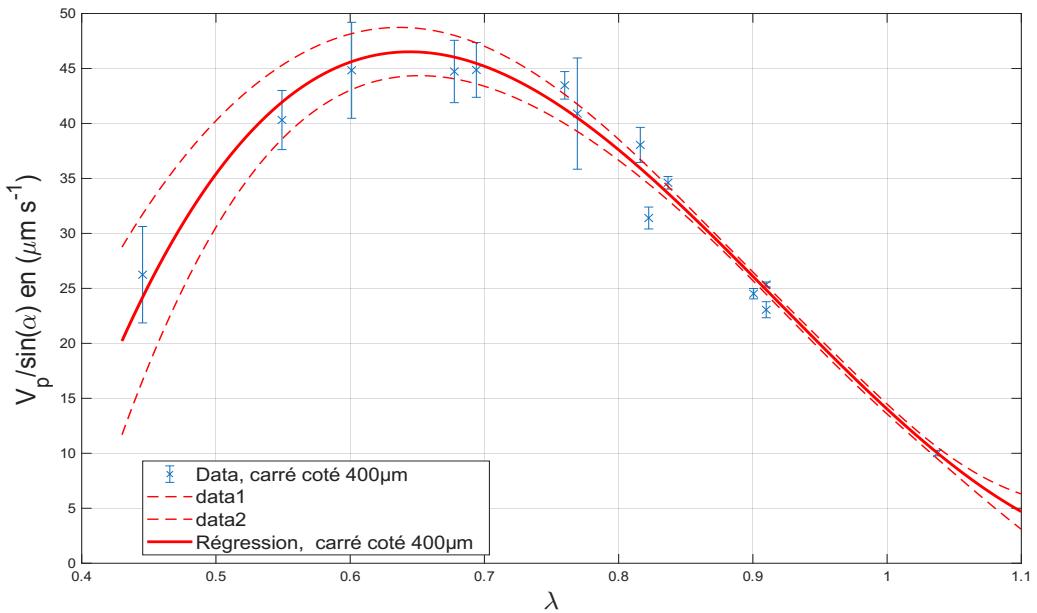


FIGURE 10 – Régression des différentes pentes en fonction du confinement

On constate que la régression correspond pour la plupart des points aux barres d'erreur, même si plus de points entre 0.91 et 1.04 aurait permis de ne pas sous-estimer la barre d'erreur interpolée comme c'est visiblement le cas. Malheureusement il est assez délicat avec le dispositif de créer des gouttes à taille souhaitée, et surtout de distinguer à première vue (sans le mesurer précisément) une goutte avec  $\lambda < 1$  et une avec  $\lambda > 1$  lorsque  $\lambda$  est proche de 1, car les mesures de confinement sont

réalisées a posteriori.

Pour aller un peu plus loin, on peut comparer cela avec le modèle théorique présenté précédemment [3]. En effet en rappelant que  $r = \lambda d$  avec  $r$  le rayon de la goutte (ou hauteur si  $\lambda > 1$ ), et  $d$  le coté interne du capillaire, on peut réécrire l'équation suivante de la manière suivante :

$$\frac{V_p}{\sin(\alpha)S} = -\delta \cdot \frac{2(1+\mu)}{9(1+\frac{2}{3}\mu)} \cdot \frac{\lambda^2(\rho_i - \rho_o)}{\eta_o f(\lambda, \mu)} g \sin(\alpha) = h(\lambda, \delta) \quad (3)$$

avec

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{pour un capillaire carré} \\ \frac{1}{\pi} & \text{pour un capillaire rond} \end{cases}$$

où  $h$  est une fonction ne dépendant que de  $\lambda$  et de  $\delta$ , c'est à dire de la géométrie de la section du capillaire,  $g$  la gravité et  $S$  la section du capillaire

Ainsi, pour résumer, on se propose d'utiliser la formule théorique créée pour une goutte tombant dans un capillaire de section ronde pour normaliser nos résultats et s'affranchir de la taille du capillaire.

Sur la figure (8), j'ai représenté mes résultats et y ai superposé ceux de Léo-Paul Barbier, doctorant au laboratoire, réalisés pour un capillaire de section carrée de 194  $\mu\text{m}$  de côté, ainsi que la courbe théorique obtenue pour un capillaire de section circulaire.

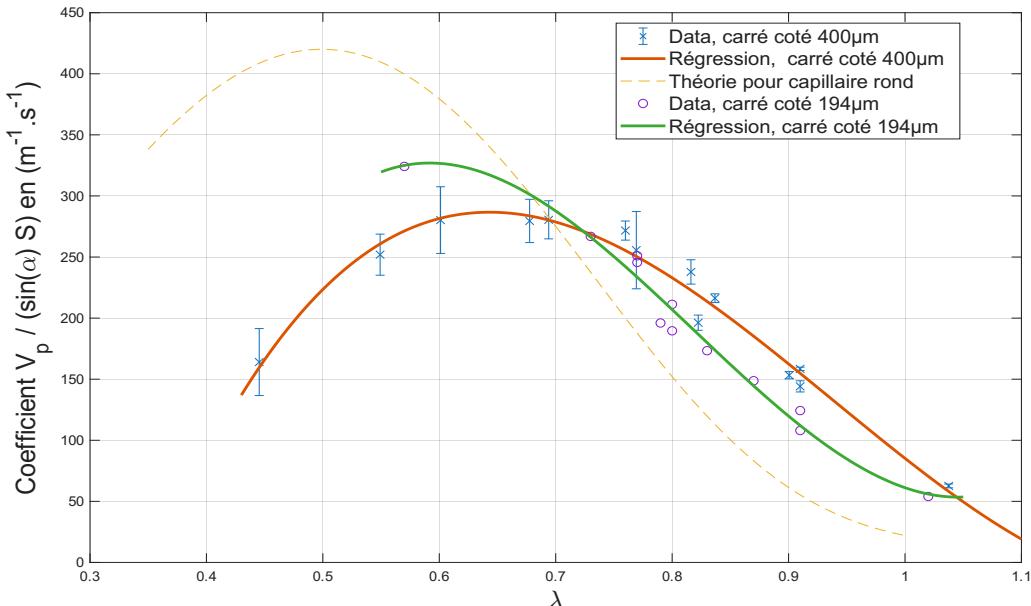


FIGURE 11 – Gouttes passives sous gravité,  $\frac{V_p}{\sin(\alpha)S}$  normalisé par la section des capillaires, en fonction de  $\lambda$ , pour différentes géométries et tailles de capillaires

On constate que contrairement à la courbe théorique pour le capillaire de section circulaire, les deux séries expérimentales ne semblent pas symétriques par rapport à  $\lambda = 0.5$ . De plus, les deux séries de points sont relativement proches, mais pas totalement confondues, confirmant la normalisation proposée par la formule théorique pour les capillaires ronds. On remarque aussi que pour les capillaires carrés avec  $\lambda \gtrsim 1$ , le quotient  $\frac{V_p}{\sin(\alpha)S}$  est bien supérieur à celui de la théorie obtenue pour un capillaire rond, ce qui est normal, car le fluide environnant a encore de l'espace pour passer dans les coins pour  $\lambda = 1$  alors que pour le capillaire rond, la goutte occupe toute la section de capillaire. La renormalisation proposée semble raisonnable néanmoins. Nous n'avons pas pu comparer à un modèle correspondant à un déplacement de gouttes dans un capillaire de section carrée, cette description n'existant pas dans la littérature, la géométrie d'un objet rond ou ellipsoïdal dans un système carré étant très complexe à modéliser de manière analytique.

## 2.2 Gouttes actives sous gravité

On souhaite maintenant étudier les gouttes actives sous gravité, c'est à dire que la gravité sera dans le sens de la goutte active ( $\vec{V}_a \cdot \vec{g} > 0$ ). Ainsi on cherche à savoir si la vitesse de la propulsion va être d'autant plus forte ou plus faible que l'on "met" de gravité. Le  $\sin(\alpha)$  permet de contrôler l'intensité de cette force extérieure, car on ne s'intéresse qu'à la partie normale à l'axe du capillaire, même si l'on a vu et que l'on verra dans la suite que les bords du capillaire sont toujours gênants, même si il nous permettent d'étudier plus simplement en 1D ce qu'il se passe. Nous voulons quantifier ces variations, c'est pourquoi nous allons plutôt nous intéresser à la vitesse de nage (noté  $V_s$  pour swimming velocity), et non pas à la vitesse réelle (celle dans le référentiel du labo) qui n'a pas une grande pertinence ici. On rappelle que

$$V_s = V_a - V_p \quad (4)$$

avec  $V_a$  la vitesse de la goutte active dans le référentiel du laboratoire (vitesse "réelle") et  $V_p$  la vitesse de la goutte passive correspondante également mesurée dans le laboratoire. (pour chaque angle et chaque confinement)

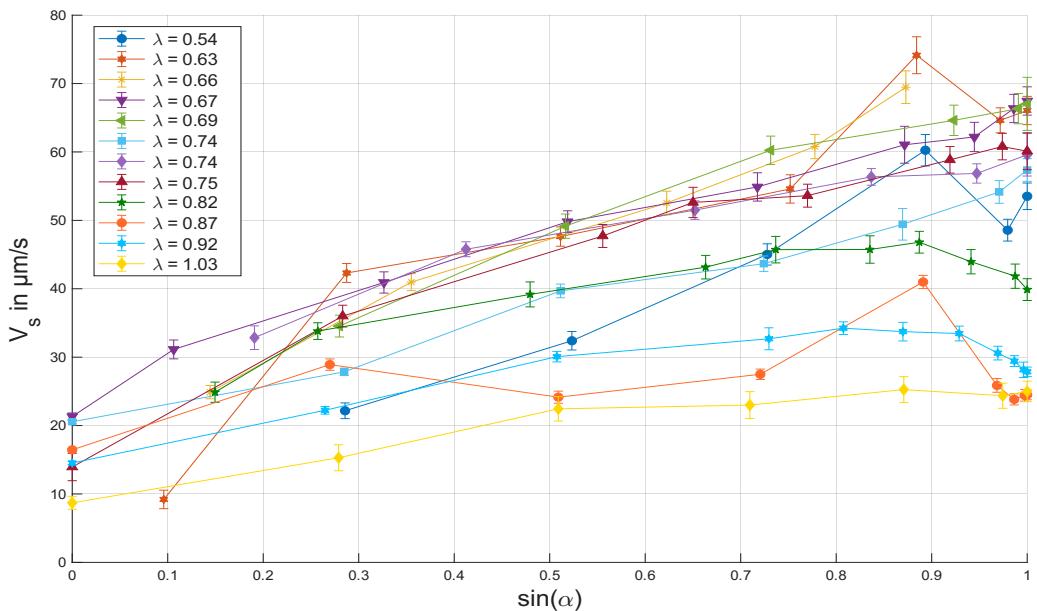


FIGURE 12 – Vitesse de nage de gouttes actives,  $h = 400 \mu\text{m}$  capillaire carré

On constate sur la figure [12] que pour tous les confinements, la vitesse est positive pour  $\alpha = 0$ , c'est à dire à l'horizontale. Pour les confinements les plus faibles, la goutte n'avait pas une vitesse assez constante pour pouvoir déterminer une vitesse de nage, donc j'ai fait le choix de ne pas mettre les points de mesure. Ensuite on constate dans un deuxième temps que pour la plupart des gouttes, et au moins au début pour toutes les gouttes, la vitesse de nage est croissante : ainsi la nage de la goutte est accentuée par la gravité, non pas parce que la gravité fait tomber la goutte plus vite (cet effet a été pris en compte par la soustraction de la vitesse passive correspondante), mais probablement parce que le gradient de micelles gonflées est modifié dans le référentiel de la goutte.

De plus on constate que pour des confinements intermédiaires, entre 0.63 et 0.75, la vitesse de nage est supérieure aux vitesses pour les confinements plus faibles ou plus élevés. L'effet des contre-flux semble plus important pour ces confinements intermédiaires et ainsi avoir une plus grande influence sur la vitesse de nage. Au contraire, dans le cas de gouttes petites ou très grosses, le contre-flux semble moins modifié par le champ de concentration de micelles (vides ou gonflées) autour de la goutte. Ceci met en évidence un comportement non trivial.

Enfin on remarque que pour certains confinements, à la fois pour les grands confinements entre 0.82 et 0.92, et pour les faibles à 0.54, à part pour le dernier point (à 90° ou proche) dont on sait qu'il n'est pas significatif grâce à l'étude des gouttes passives, la vitesse de nage diminue vers les  $\sin(\alpha)$  grands. Cela montre qu'à partir d'un certain moment, la goutte s'échappe tellement vite (à cause de la gravité) du "nuage" de micelles gonflées qu'elle créée à chaque instant, qu'elle ne bénéficie plus du gradient de micelles gonflées que son mouvement engendre.

## 2.3 Gouttes actives contre gravité

Nous avons ensuite choisi d'étudier la nage de gouttes actives contre la gravité ( $\vec{V}_a \cdot \vec{g} < 0$ ). On pourrait imaginer que dès que la goutte ressent la gravité, elle s'aligne avec celle-ci, mais ce n'est pas ce qui arrive. Expérimentalement, la goutte tend à contrer la gravité le plus possible. On tente dans cette partie de quantifier ce phénomène et à l'expliquer. Pour cela, on cherche à comprendre le lien entre l'angle critique de chute et vitesse de nage. Enfin on veut aussi étudier l'évolution de la vitesse de nage dans de telles conditions.

### 2.3.1 Résultat pour capillaire $C = 25 \text{ mmol/L}$

Les résultats suivants concernent une concentration en tensioactif dans le squalane de 25 mmol/L. C'est une concentration qui permet d'avoir des vitesses de gouttes nageuses assez élevées pour que celle-ci ne colle pas aux parois. Voici les courbes obtenues pour les différentes vitesses (réelles et de nage) que l'on obtient :

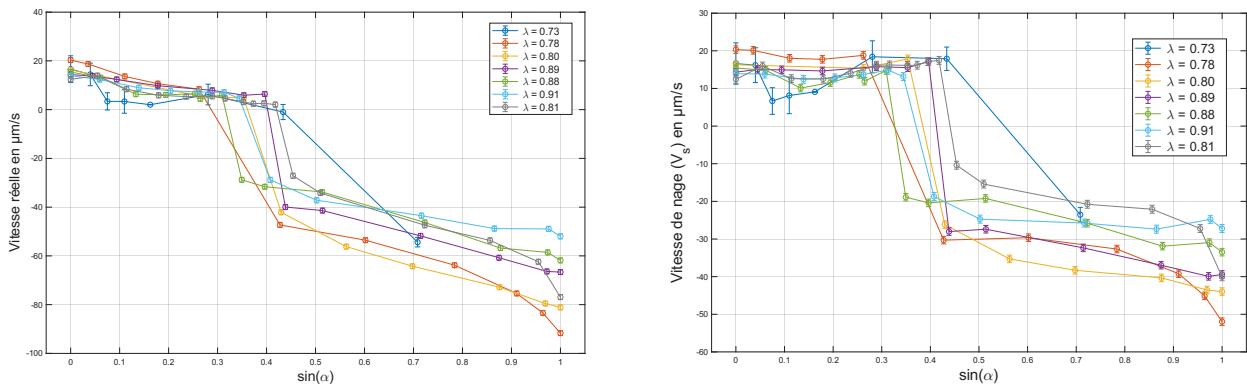


FIGURE 13 – Gouttes contre gravité,  $C = 25 \text{ mmol/L}$ ; (a) Vitesse réelle.(b) Vitesse de nage

On constate tout de suite qu'un des points tombe bien plus tard que les autres sur la figure 13(b)(avec une grande incertitude). Ceci est dû à un manque de points de mesures intermédiaires.

Ensuite on remarque sur la figure (a), que la vitesse de nage semble constante lorsque  $\alpha < \alpha_c$ , ce qui nous permettra ensuite de faire un modèle théorique. On remarque aussi que pour  $\alpha > \alpha_c$ , on se trouve dans la situation d'une goutte dans le sens de la gravité, et la vitesse de nage continue d'augmenter en valeur absolue, comme dans la partie précédente. Néanmoins les vitesses mises en jeu sont une fraction des vitesses de la manipulation précédente car l'environnement est déjà en partie saturé en micelles gonflées de part le passage de la goutte. Ainsi un fort gradient ne peut pas avoir lieu.

### 2.3.2 Modélisation

On a constaté dans la partie précédente que la caractéristique principale des gouttes contre gravité est qu'avant de faire demi-tour, elles se déplacent généralement avec une vitesse de nage constante. Ceci n'est pas du tout trivial. On tente dans la modélisation qui suit de tenir compte de cette caractéristique expérimentale.

L'effet Marangoni est la conséquence d'un gradient de tension superficielle  $\nabla\gamma$  qui engendre une contrainte tangentielle. On a avec celle-ci, et  $c$  la concentration en micelles gonflées :

Une goutte de rayon  $r$  est donc soumise à une force de propulsion  $F_{\text{prop}}$  qui s'écrit en loi d'échelle de la manière suivante :

$$F_{\text{prop}} \sim r^2 \frac{\partial\gamma}{\partial x} \sim r^2 \frac{\partial\gamma}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial x} \approx Kr\Delta c \quad (5)$$

où  $K = \frac{\partial\gamma}{\partial c}$

$$F_{\text{prop}} = rK\Delta c \quad \text{avec } K = \frac{\partial\gamma}{\partial c} \text{ que l'on suppose constante} \quad (6)$$

Par ailleurs la force de traînée (drag), et celle de gravité s'écrivent :

$$F_{\text{drag}} = -6\pi\eta_0 r \left( \frac{1 + \frac{2}{3}\mu}{1 + \mu} \right) f(\lambda, \mu) V \quad (7)$$

$$F_{\text{gravity}} = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_o - \rho_i) \sin(\alpha) \quad (8)$$

En égalisant les forces sur la goutte, en négligeant les effets inertIELS (on est à bas Reynolds), et en considérant que la vitesse de nage de la goutte est constante avant qu'elle ne tombe, on trouve que :

$$V_a = V_p + \frac{(1 + \mu)K\Delta c}{(1 + \frac{2}{3}\mu) 6\pi\eta_0 f(\lambda, \mu)} \quad (7)$$

Au moment où la goutte tombe, en considérant qu'elle nage initialement vers le haut (contre la gravité), à l'angle critique  $\alpha_c$ , elle s'arrête de nager car la gravité est trop forte. Ainsi le gradient s'annule autour d'elle, ce qui annule la force de propulsion, ce qui fait qu'elle se met à tomber comme une goutte passive (du moins au départ car ensuite elle pourrait redevenir une goutte active dans une certaine mesure).

$$\sin(\alpha_c) = \frac{V_s^0}{V_p} \sin(\alpha) \quad (10)$$

Or d'après l'étude des gouttes passives, le quotient  $\frac{V_p}{\sin(\alpha)}$  est une constante du mouvement de la chute, ainsi ce modèle prévoit que  $\frac{V_s^0(\lambda)}{A(\lambda)}$  en fonction de  $\sin(\alpha_c)$  est une droite de pente 1, avec  $A(\lambda) = \frac{V_p}{\sin(\alpha)}$ , grâce à la courbe interpolée précédemment.

Cependant, on a vu précédemment que les angles de chutes sont relativement proches pour la partie précédente (25 mmol/L.), ce qui ne nous permettra pas d'exploiter en totalité la courbe théorique  $\frac{V_s^0(\lambda)}{a(\lambda)} = \sin(\alpha_c)$ . Pour contrer cela, on doit modifier  $V_s^0(\lambda)$ , ce qui est possible en modifiant la taille de la goutte, ou bien en modifiant la concentration en tensioactif. La première solution étant difficile expérimentalement car les zones pour  $\lambda \notin [0.6, 1]$  sont difficiles d'accès (vitesses de nage très faibles et interpolation pour  $a(\alpha)$  assez peu fiable), on choisit la deuxième option. On pourrait augmenter la concentration mais on ne verrait pas de variation de la vitesse de nage initiale à  $\alpha = 0$ , donc on choisit de la baisser.

### 2.3.3 Résultat pour capillaire $C < 25\text{mmol/L}$

Ainsi on décide de baisser la concentration en tensioactif. Les concentrations de 12.5 mmol/L et 16.7 mmol/L donnant des vitesses trop faibles, on décide de faire une goutte à concentration de 20 mmol/L, puis 4 autres à 22.5 mmol/L.

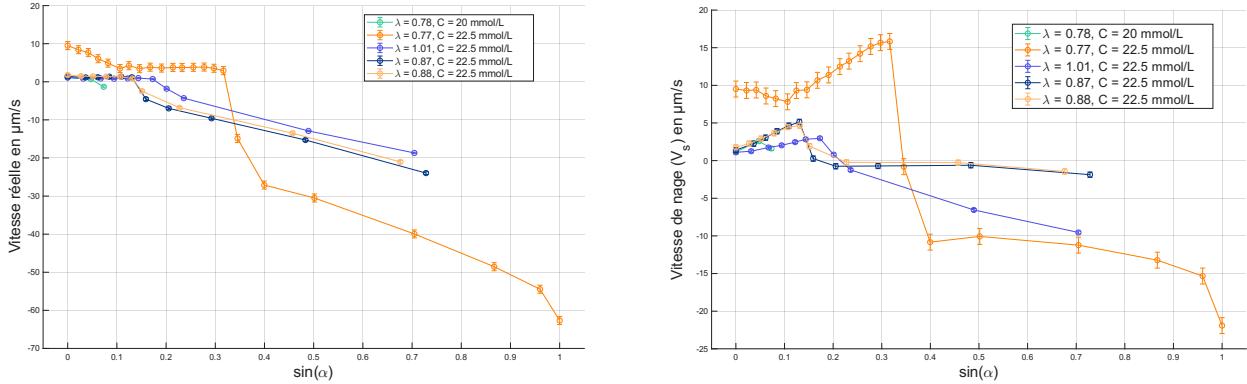


FIGURE 14 – Gouttes contre gravité,  $C = 25 \text{ mmol/L}$ ; (a) Vitesse réelle.(b) Vitesse de nage

Ainsi on constate sur les figures 14(a) et (b), que les gouttes tombent plus tôt , avec  $\alpha_c < 20^\circ$  : c'est ce que l'on voulait. Néanmoins on constate que la goutte avec  $C = 20 \text{ mmol/L}$  tombe trop vite avec une vitesse trop faible. De plus pour les 3 autres courbes, on constate que contrairement à la figure précédente,  $V_s$  n'est pas constante avant que la goutte ne tombe. On voit sur les courbes que  $V_s$  tend à augmenter (à partir d'un certain seuil pour  $\lambda = 0.77$ ). On voit expérimentalement, et en accord avec la courbe montrant la vitesse réelle, que la goutte colle à la paroi et continue d'avancer lorsque la vitesse est trop faible, en pratique lorsque  $V_a < 5 \mu\text{m/s}$ .

### 2.3.4 Comparaison avec la théorie

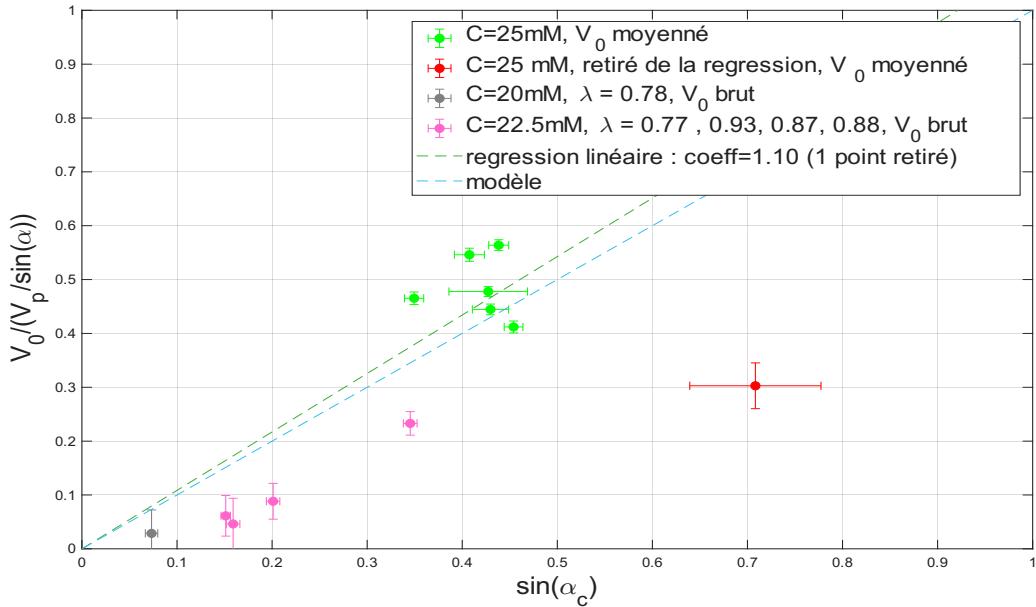


FIGURE 15 – Gouttes actives contre gravité, comparaison avec la théorie pour plusieurs concentrations de surfactant

On constate sur la figure 16, que les points pour  $C = 25 \text{ mmol/L}$  sont assez disséminés, mais en moyenne proche de la courbe théorique. Néanmoins malgré une forte incertitude (on ne moyenne pas), les autres points pour  $C < 25 \text{ mmol/L}$  sont systématiquement bien en dessous de la courbe théorique. Ainsi pour ces concentrations c'est un échec des manipulations : il est très dur de bien silaniser pour atteindre de telles vitesses actives...

### 2.3.5 Complément : Angle de demi-tour en fonction du confinement

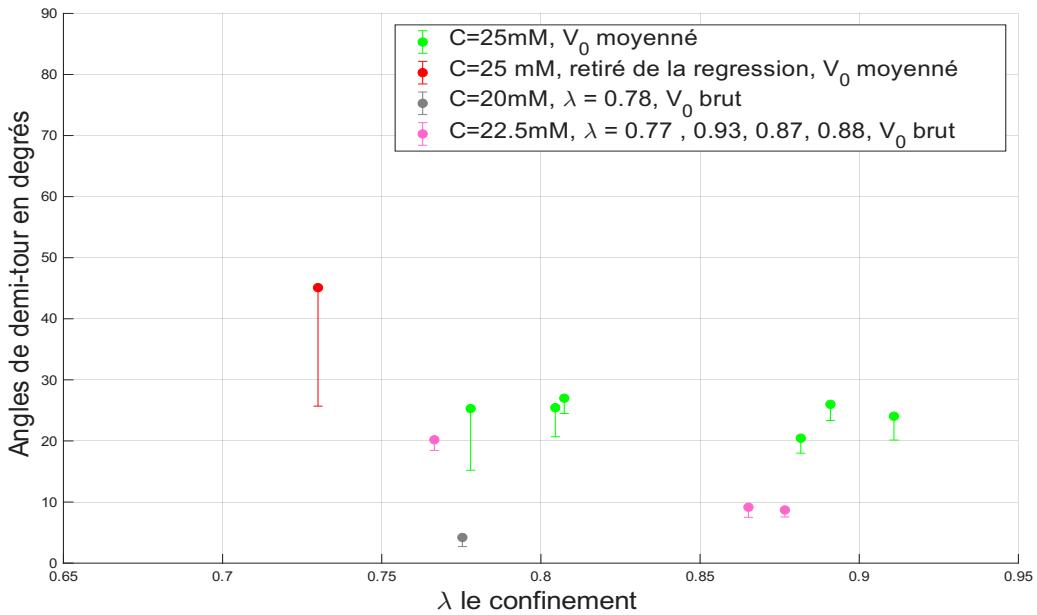


FIGURE 16 – Angles de de demi-tour en fonction de  $\lambda$

On constate sur la figure 16, que l'angle critique semble être constant avec le confinement pour  $C = 25 \text{ mmol/L}$ , et décroître pour  $C = 22.5 \text{ mmol/L}$ .

Ces derniers résultats restent très préliminaires. Nous n'en avons à ce stade aucune explication.

## 2.4 Incertitudes et traitement numérique

Pour le pointage, pour déterminer la vitesse moyenne de la goutte, je divise l'écart entre la partie inférieure entre le début de l'acquisition et la fin. Je considère deux incertitudes, une qui est relative à l'image et à la séparation goutte/pas goutte, et une relative à l'erreur de pointage. J'évalue donc à chaque fois quelle erreur je fais. Ensuite cette distance est divisée par le temps de l'enregistrement. Ainsi des longs temps d'enregistrement (3 minutes par exemple) donnent des incertitudes très faibles. Or en faisant ça j'omets de prendre en compte l'incertitude inhérente à la goutte qui a une vitesse non constante.

C'est pourquoi j'évalue dans la suite grâce à un traitement numérique fructueux l'incertitude minimale qui existe, au cas où je suis en dessous pour une manipulation.

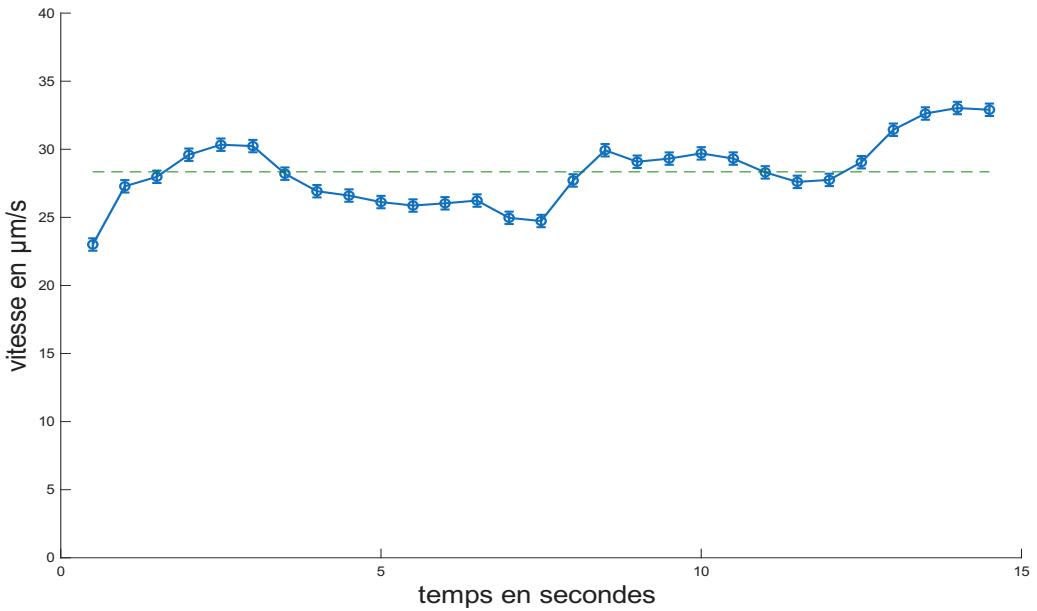


FIGURE 17 – Traitement numérique pour goutte passive avec  $\lambda = 0.82$ ,  $\alpha = 44.9$

En faisant le traitement numérique représenté sur cette figure 17, j'en déduis une incertitude relative 1.6 %. Celle-ci provient uniquement des fluctuations de la vitesse de la goutte. Ainsi à partir de ce résultat j'ai fait en sorte qu'aucune des incertitudes relatives ne soit en dessous de 2 % pour arrondir.

## Conclusion et perspectives

Ce travail de stage a porté sur l'étude du mouvement de gouttes actives dans un capillaire, à la fois sous et contre la gravité, en s'appuyant en amont sur une analyse de gouttes passives en chute libre pour établir un cadre de comparaison.

Les résultats obtenus, bien que perfectibles, révèlent des tendances nettes : la vitesse de nage des gouttes actives est sensible à des modifications de leur interface, notamment via le procédé de silanisation. Ce constat souligne l'importance des interactions interfaciales dans la dynamique de nage, et ouvre la voie à des réglages fins du système pour mieux contrôler le mouvement. Si certaines conditions expérimentales restent à optimiser (notamment pour les faibles vitesses ou la reproductibilité de la silanisation), ces premières observations posent les bases d'une étude plus systématique.

Des perspectives d'amélioration se dessinent clairement : l'utilisation de capillaires plus larges permettrait de minimiser les effets de confinement ; l'étude d'autres types de forçages extérieurs, comme des contre-écoulements, enrichirait la compréhension des mécanismes en jeu ; enfin, l'exploration de géométries différentes, comme des capillaires circulaires (malgré les problèmes d'adhérence observés), pourrait apporter un éclairage complémentaire.

En définitive, ce stage a permis de démontrer que le système étudié, bien que complexe, est suffisamment sensible et riche pour servir de base à une exploration expérimentale fine de la dynamique de gouttes actives dans un champ de gravité en géométrie très confinée, et pour de capillaires des taille assez grande.

## Références

- [1] N. Desai and S. Michelin *Instability and self-propulsion of active droplets along a wall.* ArXiv :**2111.01437v1**[physics.flu-dyn], 2021
- [2] C. de Blois, M. Reyssat, S. Michelin, and O. Dauchot *Flow field around a confined active droplet.* Phys. Rev. Fluids **4**, **054001**, 2019
- [3] Z. Izri, M.N. van der Linden, S. Michelin, and O. Dauchot, *Self-Propulsion of Pure Water Droplets by Spontaneous Marangoni-Stress-Driven Motion.* Phys. Rev. Lett. , **113**, **248302**, 2014
- [4] M. Li, M. Brinkmann, I. Pagonabarraga, R. Seemann, J-B Fleury *Spatiotemporal control of cargo delivery performed by programmable self-propelled Janus droplets.* Communications Physics, 2018
- [5] M. Morozov, S. Michelin *Self-propulsion near the onset of Marangoni instability of deformable active droplets.* LadHyX Departement de Mecanique, Ecole Polytechnique, 2021
- [6] A.C. Castonguay, R. Kailasham, A.S. Khair, C.M. Wentworth, C.H. Meredith, and L.D. Zarzar *Gravitational settling of active droplets.* Phys. Rev. E **107**, **024608**, 2023
- [7] L-P Barbier Poster – *Swimming droplets facing adversity.*
- [8] W.L. Haberman, Ph.D and R.M Sayre *Motion of rigid and fluid spheres in stationary and moving liquids inside cylindrical tubes.* Department of the Navy, David Taylor Model Basin, Report 1143, 1958,
- [9] S. Michelin *Self-Propulsion of Chemically Active Droplets.* Annual Review of Fluid Mechanics, **Vol. 55 :77-101**, 2023)
- [10] C. de Blois de La Calande *Ph.D thesis : Swimming water droplet in complex environment, confinement, gravity and collective effects.* Physics [physics]. Université Paris Sciences et Lettres
- [11] Z. Izri *Ph.D thesis : Experimental study of swimming droplets,* Université Paris-Diderot, 2014

## A Formule théorique

Voici l'expression de  $f(\lambda, \mu)$  d'après [8].

$$f(x, \sigma) = \frac{1 - 0.75857 x^5 \frac{1-\sigma}{1+\frac{2}{3}\sigma}}{1 - 2.1050 x \frac{1+\frac{2}{3}\sigma}{1+\sigma} + 2.0865 x^3 \frac{1}{1+\sigma} - 1.7068 x^5 \frac{1-\frac{2}{3}\sigma}{1+\sigma} + 0.72603 x^6 \frac{1-\sigma}{1+\sigma}} \quad (9)$$