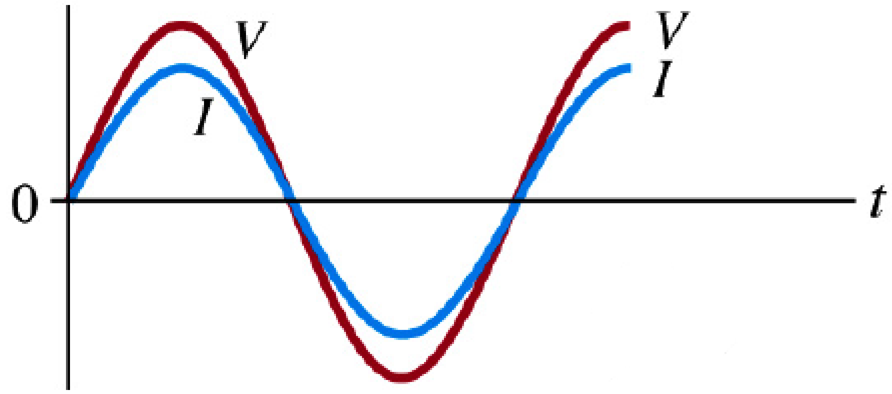
Regime Permanente Senoidal

- Conceito

Em regime permanente senoidal

$$U(t) = U_{máx}.sen(\omega t)$$

$$I(t) = I_{máx}.sen(\omega t)$$



Regime Permanente Senoidal

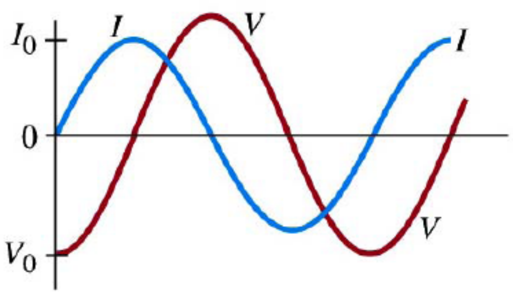
- Capacitor

Em Regime Permanente Senoidal

Para um circuito em regime permanente senoidal, de corrente contínua, o capacitor apresenta-se como um circuito aberto.

$$U_c(t) = U_{máx}.sen(\omega t)$$

$$\dot{U}_c = U_c \angle 0^o$$



$$I_c(t) = C\frac{dU_c}{dt} = C.U_{máx}.\omega.\cos(\omega t)$$

$$I_c(t) = I_{máx}.\cos(\omega t)$$

$$I_c(t) = I_{máx}.sen(\omega t + 90^o)$$

$$\dot{I}_c = I_c \angle 90^o$$

Corrente adiantada de 90º em relação à tensão.

Regime Permanente Senoidal

- Indutor

Em Regime Permanente Senoidal

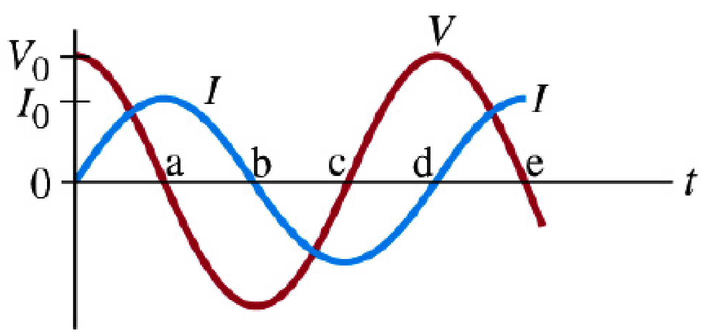
Para um circuito em regime permanente senoidal, de corrente contínua, o indutor apresenta-se como um curto.

Assumindo, por semelhança ao capacitor:

$$U_l(t) = L.\frac{dI_l}{dt}$$

$$I_l(t) = I_{máx}.sen(\omega t)$$

$$U_l(t) = U_{máx}.sen(\omega t + 90^o)$$



Corrente atrasada de 90º em relação à tensão.

Fasor

- Conceito

Considere-se a função exponencial complexa:

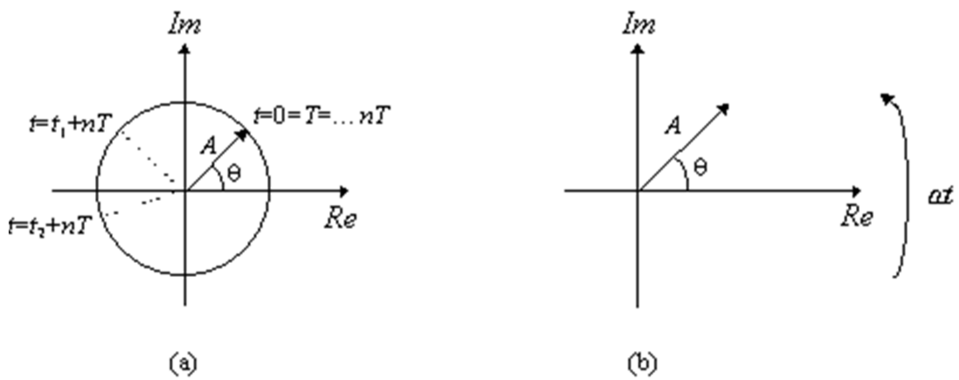
$$Ae^{j(\omega t_i+\theta)} = A\cos(\omega t_i + \theta) + jAsen(\omega t_i + \theta)$$

Pode se perceber que a função se repete com uma periodicidade $T = \frac{2\pi}{\omega}$. A periodicidade da função indica que o segmento que une o centro complexo aos pontos sobre a circunferência de raio *A, num instante t=t$_i$* ,roda com uma velocidade angular de ω rad/s.

Fasor

- Conceito

No entanto, se se considerar um novo referencial que roda no sentido anti- horário com uma velocidade angular ω , então nesse plano obtém-se:



Fasor

- Conceito

A importância da notação fasorial na análise do regime permanente senoidal deve-se ao fato de nos circuitos lineares excitados por fontes senoidais, as tensões e as correntes em todos os nós e componentes do circuito serem também senoidais e com a mesma frequência angular. As metodologias de análise e de representação das grandezas podem, portanto, serem abreviadas, de modo a conterem apenas a informação relativa à amplitude e à fase na origem, relegando para segundo plano aquela relativa à frequência angular (e ao tempo) que, como se disse, é comum a todo o circuito.

Fasor

- Notações

Forma Polar: $\dot{A} = A\angle\theta$

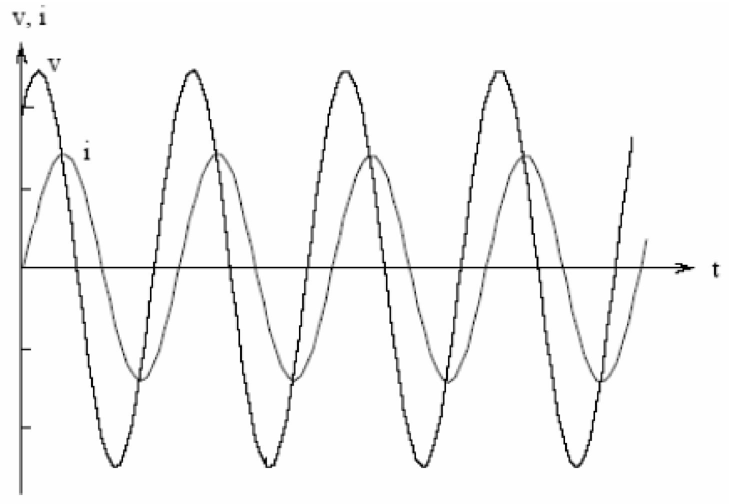
Forma Trigonométrica: $\dot{A} = A.\cos(\theta) + jA.sen(\theta)$

Fasor

- Definição matemática

Sejam $v(t) = V_m.sen(\omega t)$ e $I(t) = I_{máx}.sen(\omega t - \theta)$

A tensão e a corrente em um circuito indutivo



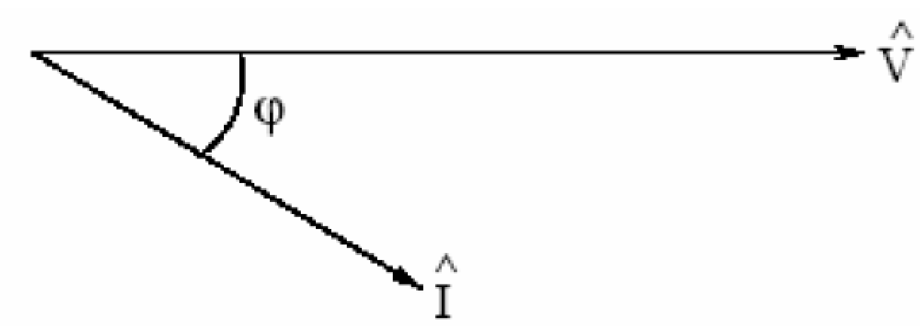
Fasor

- Definição matemática

A tensão e a corrente pode ser escrita de outra forma:

$$\dot{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{j0} = V_{ef} \angle 0 \qquad \dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-j\varphi} = I \angle -\varphi$$

As relações entre as diversas grandezas presentes em um circuito podem ser representado conveniente num diagrama vetorial



Fasor

- Nota importante

O método fasorial só é aplicável a funções senoidais

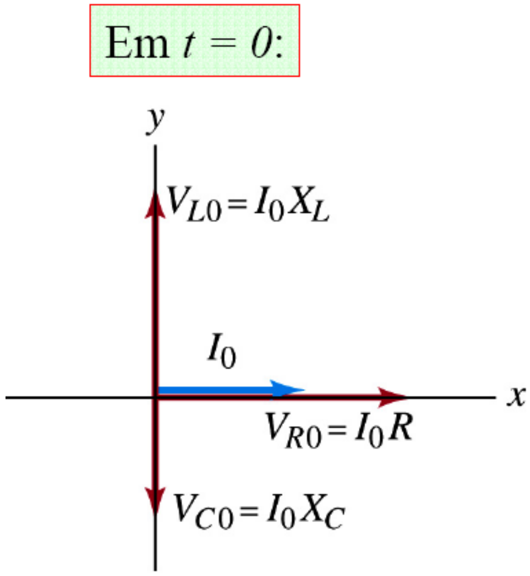
Os módulos dos fasores, são valores eficazes

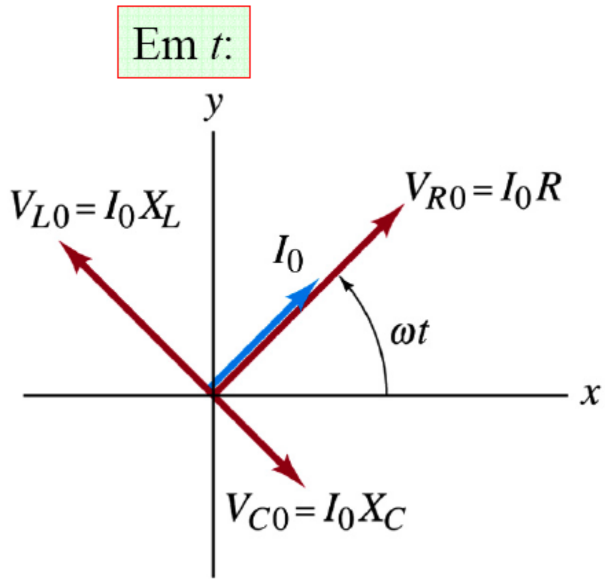
Todas as propriedades dos vetores são aplicáveis nos fasores

Fasor

- Gráficos

As relações entre as diversas grandezas presentes num circuito podem ser representadas convenientemente num diagrama vetorial





Impedância

- Conceito

A resistência e a reatância dos circuitos elétricos podem ser combinadas, de forma a definirem uma impedância Z (medida em ohms)

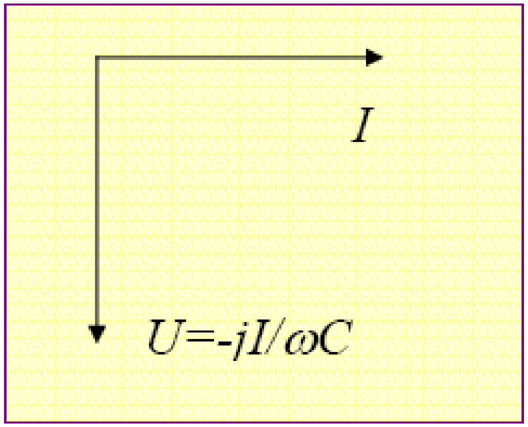
$$\dot{V} = \dot{I}\,\dot{Z}$$, onde Z é $$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Ainda podemos definir φ como sendo:

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Impedância

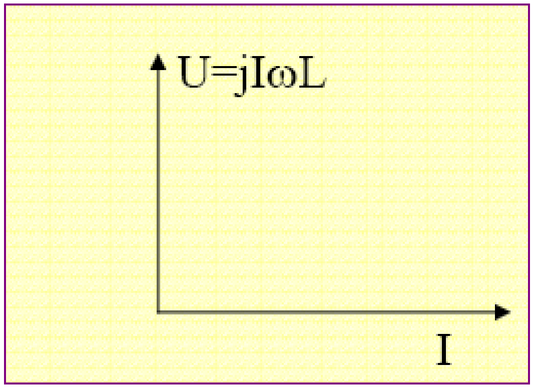
- Impedância num circuito capacitivo puro



$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U_C}{I_C}\angle -\frac{\pi}{2} = X_C \angle -90^{\circ}$$

Impedância

- Impedância num circuito indutivo puro



$$\dot{E} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U_L}{I_L} \angle \frac{\pi}{2} = X_L \angle 90^{\circ}$$

Potência em circuito CA

- Conceito

Num circuito em corrente alternada os valores da tensão e corrente variam periodicamente com o tempo.

As energias armazenadas nos campos elétricos e magnéticos associados aos condutores estão periodicamente a variar.

As trocas de energia correspondentes não correspondem ao “consumo” nos receptores.

Potência em circuito CA

- Potência Ativa e Potência Reativa

Nos circuitos em corrente alternada é possível em cada instante:

1. A potência ativa, que corresponde à conversão que se efetua no receptor, da energia elétrica em outra forma de energia.

$$P_r = RI^2$$

2. A potência, Pc, que corresponde à variação da energia armazenada nos campos elétricos existente no receptor e nos dispositivos que o alimentam.

$$P_c = \frac{dW_e}{dt} = Cu\frac{du}{dt}$$

3. A potência, Pm, que corresponde à variação da energia armazenada nos campos magnéticos existente no receptor e nos dispositivos que o alimentam.

$$P_m = \frac{dW_m}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

Potência em circuito CA

- Potência Ativa e Potência Reativa

Podem definir-se as grandezas:

Potência Ativa: $P = U.I.\cos\varphi(watts)$

Potência Reativa: $Q = U.I.sen\varphi(VAr)$

Potência em circuito CA

- ## Fator de Potência

A grandeza designa-se por fator de potência

A potência ativa, P, é o valor médio da potência instantânea e, por conseguinte, corresponde à potência que é efetivamente transferida.

A potência reativa, Q, é o valor máximo da componente da potência que oscila entre o gerador e a carga, cujo valor médio é nulo, resultante da variação da energia magnética ou elétrica armazenada nos elementos indutivos ou capacitivos, da impedância de carga.

Potência em circuito CA

- Variação da Potência com o tipo de carga

O ângulo φ pode variar entre – π /2 (carga capacitiva pura) e π/2 (carga indutiva pura)

A potência ativa é sempre positiva, ou nula para circuitos capacitivos ou indutivos puros.

A potência reativa pode ser positiva ou negativa. Será positiva quando a carga for indutiva, φ >0; negativa se a carga for capacitiva φ <0; nula se a carga for resistiva φ = 0.

Potência em circuito CA

- Potência Complexa Aparente

A potência complexa S é definida pelo produto do fasor tensão pelo conjugado do fasor corrente:

$$\overline{S} = P + jQ$$

Potência em circuito CA

- Potência Complexa Aparente

O módulo da potência complexa é a potência aparente:

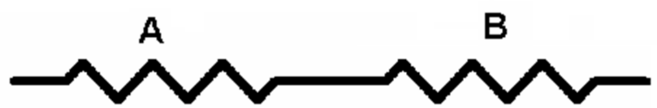
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

A potência aparente é medida em VA (Volt-ampére)

Elementos em Série

- ## Elementos em série:

Dois elementos em série tem apenas um ponto em comum.



Característica principal: mesma corrente atravessando os elementos.

Circuitos em Série

- Equacionamento:

Observando a figura anterior nota-se a toda tensão E recai sobre os elementos 1 e 2, portanto:

$$\dot{E} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$E = R_1 I + R_2 I$$

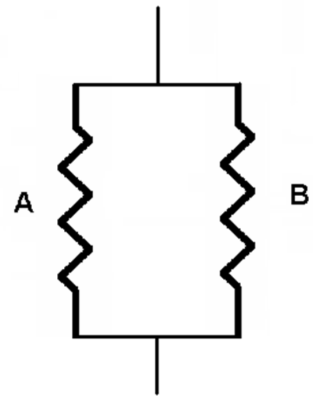
$$E = (R_1 + R_2) I$$

$$E = \sum R.I$$

Elementos em Paralelo

- Elementos em Paralelo:

Há mais de um ponto comum entre dois elementos:



Característica principal: a tensão sobre os elementos é a mesma.

Elementos em Paralelo

- Equacionamento

O equacionamento é feito de forma análoga ao dos elementos em série:

$$\dot{E} = \dot{U}_1 = \dot{U}_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

E ainda temos que: $U_1 = R_1 . I_1$

Elementos em Paralelo

- Equacionamento

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = I$$

$$U_1 + U_2 = E$$

$$\longrightarrow$$

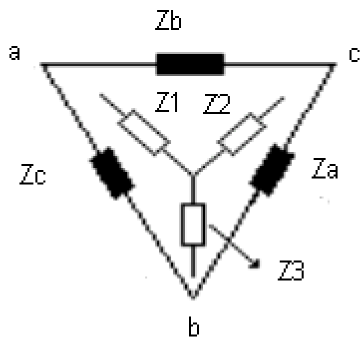
$$\frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} = I$$

$$E \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I$$

$$E = \frac{I}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

Elementos em Delta/Estrela

- Formulação Geral



$$Y = Z_{AB} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_3$$

$$\dot{Z}_1 + \dot{Z}_3 = \dot{Z}_C // (\dot{Z}_A + \dot{Z}_B)$$

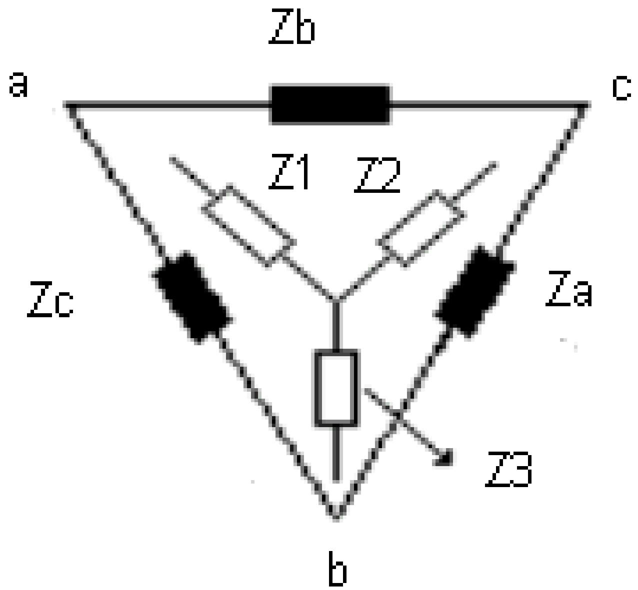
$$\dot{Z}_1 + \dot{Z}_3 = \dot{Z}_C // (\dot{Z}_A + \dot{Z}_B)$$

Fórmulas Mnemônicas $\Delta \rightarrow Y$

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_B . \dot{Z}_C}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{Z}_B . \dot{Z}_A}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}$$

$$\dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_C . \dot{Z}_A}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}$$

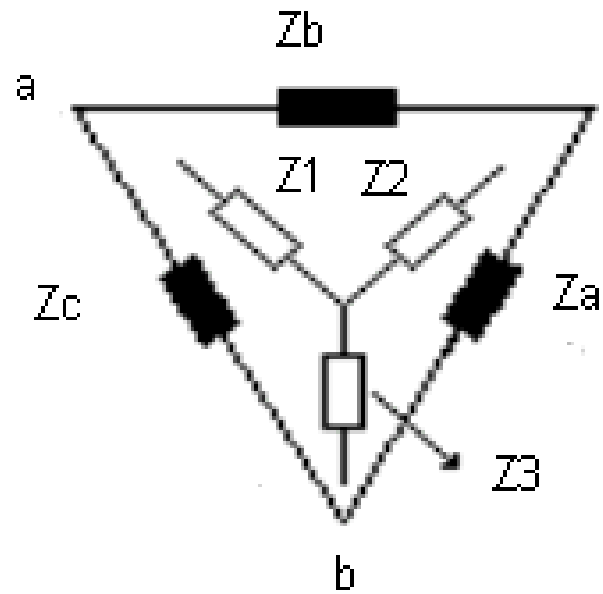


Fórmulas Mnemônicas $Y \rightarrow \Delta$

$$\dot{Z}_A = \frac{\dot{Z}_1 . \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 . \dot{Z}_3 + \dot{Z}_1 . \dot{Z}_3}{\dot{Z}_1}$$

$$\dot{Z}_B = \frac{\dot{Z}_1 . \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 . \dot{Z}_3 + \dot{Z}_1 . \dot{Z}_3}{\dot{Z}_3}$$

$$\dot{Z}_C = \frac{\dot{Z}_1 . \dot{Z}_2 + \dot{Z}_2 . \dot{Z}_3 + \dot{Z}_1 . \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2}$$

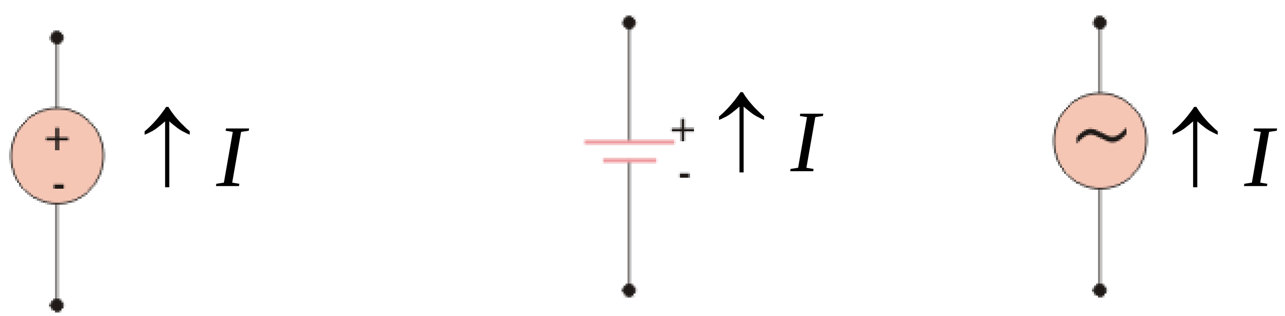


Tipos de Fontes

- Fontes Independentes

- Tensão:

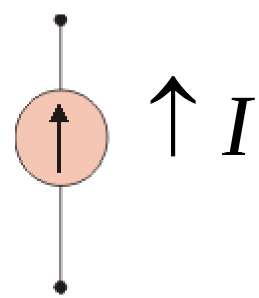
  Mantêm as tensões nos terminais independentemente da corrente através das fontes



Tipos de Fontes

- Corrente:

  Mantêm a corrente independentemente da tensão adquirida nos terminais.

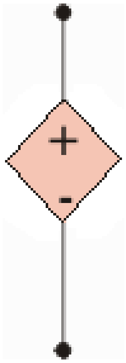


Tipo de Fontes

- Fontes Dependentes

- Tensão:

Depende da tensão em um elemento ou parte de um circuito

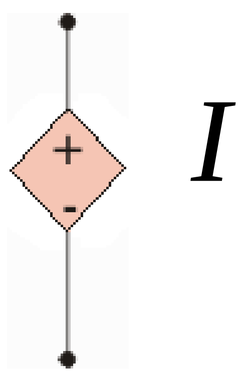


V

Tipo de Fontes

- Corrente:

Depende da corrente em um elemento ou parte de um circuito.



Teorema da Superposição

- Enunciado:

A corrente em um ramo ou as tensões em elementos ou partes do circuito são resultado das ações das fontes de tensão e corrente (independentes) agindo independentemente no circuito, ou seja, a corrente ou as tensões são o somatório das correntes ou tensões individuais que aparecem em partes do circuito quando cada fonte (corrente ou tensão) atua isoladamente.

Teorema da Superposição

- Considerações:
  - Fonte de Tensão: Curto-Circuito entre os terminais.
  - Fonte de Corrente: Circuito Aberto entre os terminais.
  - $I_{Total} = \sum_{i=1}^{n} I_i$ { Contribuição de cada fonte.
  - $V_{Total} = \sum_{i=1}^{n} V_i$ { Contribuição de cada fonte
  - sobre o elemento.

TRANSFORMACAO DE FONTE

- Conclusão:
  - Assim podemos concluir que $R_L = R$ para máxima transferência de potencia para a carga, a resistência da carga deve ser igual a resistência do circuito.

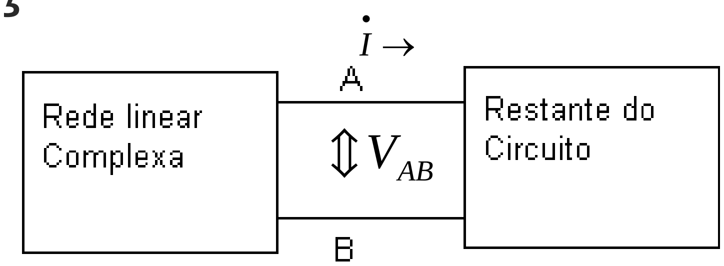
Teorema de Thévenin e Norton

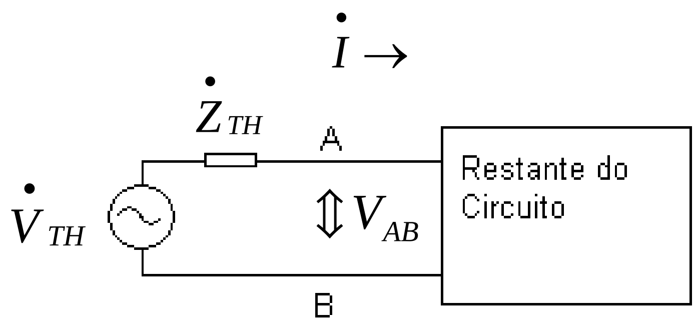
- ## Aplicação do Teorema de Thévenin

Permite transformar uma rede linear complexa (com fontes dependentes e independentes) em uma fonte de tensão $\dot{V}_{TH}$ (tensão Thévenin) em série, com uma impedância $\dot{Z}_{TH}$ (impedância de Thévenin).

Teorema de Thévenin e Norton

- Ilustrações:



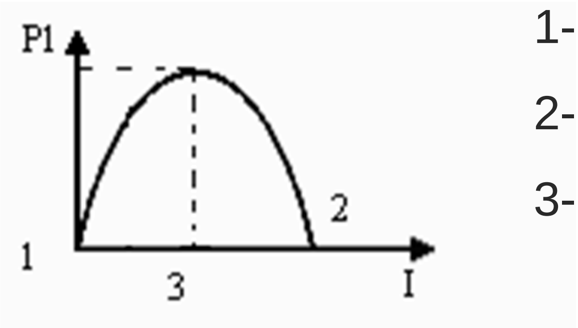


Teorema de Thévenin e Norton

- Observações:

- A tensão $\dot{V}_{TH}$ é obtida a partir dos terminais AB em aberto, excluindo o restante do circuito, ou seja, é a própria tensão AB
- A impedância $\dot{Z}_{TH}$ é a impedância equivalente vista a partir dos terminais AB em aberto, com as fontes de tensão e corrente em repouso

Máxima Transferência de Potencia em Circuitos C.C.



1- Circuito Aberto

2- Curto Circuito

3- Corrente que da a potência máxima.

- Desenvolvendo a Equação temos:

$$P_L = EI - RI^2$$

$$R_L I^2 = EI - RI^2$$

$$R_L I = E - RI$$

$$R_L = \frac{E - RI}{I} = \frac{E - \frac{R.E}{2R}}{\frac{E}{2R}}$$

Máxima Transferência de Potencia em Circuitos C.C.

- Conclusão:

- Assim podemos concluir que RL = R para máxima transferência de potencia para a carga, a resistência da carga deve ser igual a resistência do circuito.

Máxima Transferência de Potencia em Circuitos C.C.

- Rendimento na condição de máxima transferência de potência:

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{total}} = \frac{R_L . I^2}{E . I} = \frac{R_L \cdot \frac{E}{2R}}{E}$$

$$\eta = \frac{1}{2} = 50 \%$$

Máxima Transferência de Potencia em Circuitos C.C

- Considerações:

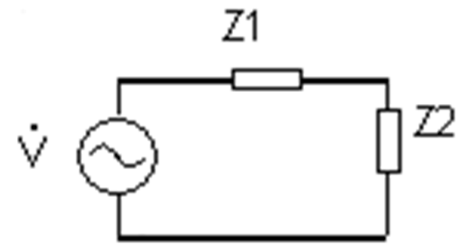
Metade da potência entregue a carga é perdida no circuito. Em sistemas de potência a condição de máxima transferência de potência é inconveniente, metade é perdida e metade é aproveitada. Já em sistema de telecomunicação exige-se sempre a máxima transferência de potência.

Máxima Transferência de Potência com circuito C.A.

- Máxima Transferência de Potencia com circuito C.A

Impedância do circuito: $Z_1 = R_1 + jX_1$

Impedância do circuito: $Z_2 = R2 + jX_2$



$$P_2 = R_2 |I_2|^2$$

$$I_2 = \frac{\dot{V}}{Z_1 + Z_2} = \frac{\dot{V}}{R_1 + jX_1 + R_2 + jX_2}$$

$$= \frac{\dot{V}}{R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2)}$$

$$|I_2| = \frac{|\dot{V}|}{|R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2)|}$$

Máxima Transferência de Potência com circuito C.A.

- Máxima Transferência de Potencia com circuito C.A

$$\left| I_2 \right| = \frac{V}{\sqrt{\left(R_1 + R_2\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

$$P_2 = \frac{R_2 . V^2}{\left(R_1 + R_2\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P_2}{\partial R_2} = 0 \rightarrow \frac{\partial P_2}{\partial X_2} = 0 \rightarrow X_1 + X_2 = 0$$

$$X_1 = -X_2$$

Máxima Transferência de Potência com circuito C.A.

- Máxima Transferência de Potencia com circuito C.A

$$\frac{\partial P_2}{\partial R_2} = \frac{2.(R_1 + R_2).R_2.V^2 - V^2.[(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2]}{[(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2]}$$

$$2.(R_1 + R_2).R_2 - (R_1 + R_2)^2 = 0$$

$$R_1 = R_2$$

Máxima Transferência de Potência com circuito C.A.

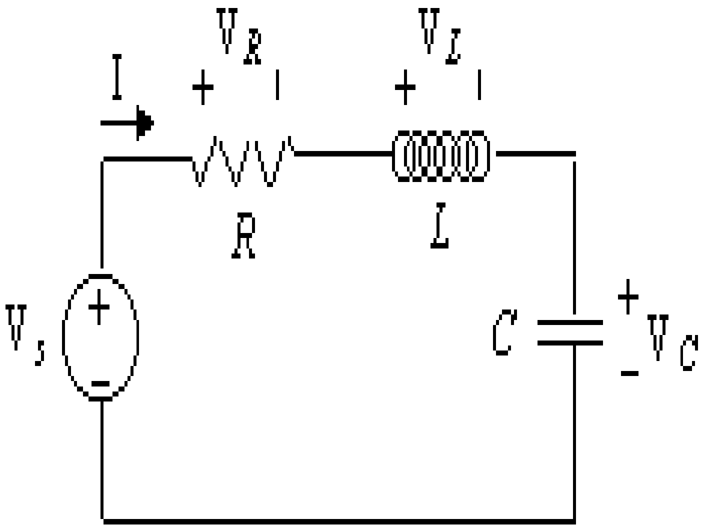
- Conclusão:

  - A condição para máxima transferência de potencia é: $Z_2 = Z_1^*$
  - Ou seja, Z_2 dever ser igual ao conjugado de Z_1 (impedâncias casadas)

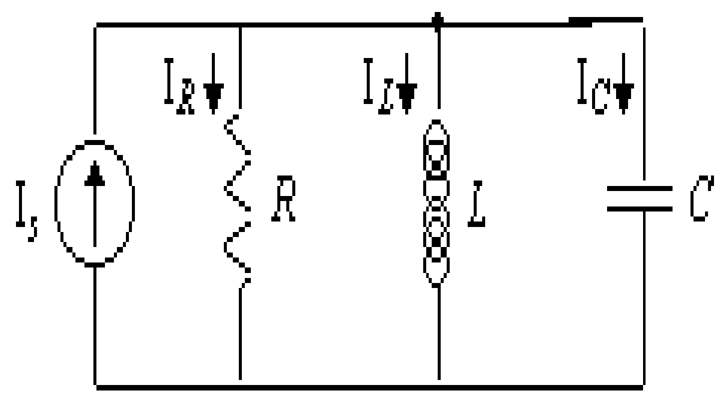
Ressonância Série/Paralelo

- Ilustrações:

  Abaixo estão as ilustrações de circuito ressonante série (a) e circuito ressonante paralelo (b).



(a)



(b)

Ressonância Série/Paralelo

- ## Admitância

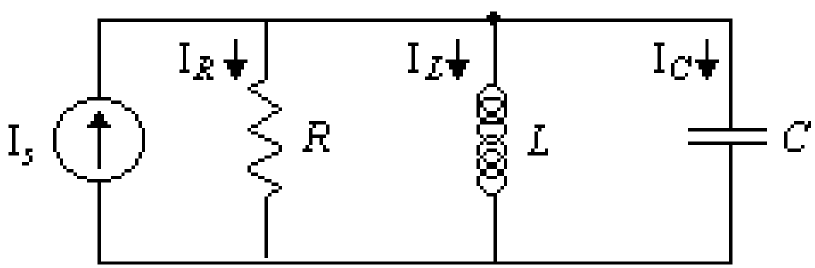
A impedância de um componente ou circuito é a sua relação entre os vetores de tensão e de corrente. A admitância de um elemento ou circuito é simplesmente o inverso de sua impedância. Quando se trabalha com ressonância paralela ela (a admitância) facilita em muitos os cálculos. A admitância tem unidade S (Siemen).

$$\underbrace{\dot{Z}}_{\text{impedância}} = \underbrace{R}_{\text{resistência}} + j\underbrace{X}_{\text{reatância}}$$

$$\underbrace{\dot{Y}}_{\text{admitância}} = \frac{1}{\dot{Z}} = \underbrace{G}_{\text{condutância}} + j\underbrace{B}_{\text{susceptância}}$$

Ressonância Série/Paralelo

- Ressonância Paralelo



Para se obter um circuito ressonante paralelo é necessário que B seja igual a 0 (zero), e portanto é preciso que B_C seja igual a B_L. Fazendo isso chega-se à conclusão de que a freqüência de ressonância é a mesma para circuitos ressonantes em série ou em paralelo. Um circuito em paralelo ressonante também é chamado de anti-ressonante.

Ressonância Série/Paralelo

- Ressonância em Circuitos Reais

  Num circuito real existem as resistências do indutor e/ou do capacitor que devem ser levadas em consideração. Aplicando a Lei de Ohm para circuitos reais:

$$\dot{V} = \dot{Z}\,\dot{I} \Rightarrow \dot{I} = \dot{Y}\,\dot{I}$$

$$\dot{Y} = \dot{Y}_L + \dot{Y}_C = \frac{1}{R_L + jX_L} + \frac{1}{R_C + jX_C} = \frac{R_L - jX_L}{R_L^2 + X_L^2} + \frac{R_C + jX_C}{R_C^2 + X_C^2} =$$

$$\left[\frac{R_L}{R_L^2 + X_L^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + X_C^2}\right] + j\left[\frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2} - \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2}\right]$$

Ressonância Série/Paralelo

- ## Ressonância em Circuitos Reais

Para que haja ressonância é preciso que a parte imaginária da equação do slide acima seja nula

$$\frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2} - \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2}$$

Sabe-se que: $X_C = \frac{1}{\omega C}$ e $X_L = \omega L$

Substituindo isso na expressão conclui-se:

$$R_L^2 + X_L^2 = \left(R_C^2 + X_C^2\right)\omega^2 LC$$

Ressonância Série/Paralelo

- ## Ressonância em Circuitos Reais

Fazendo as devidas manipulações matemáticas no resultado é possível encontrar a freqüência de ressonância, que é descrita pela equação abaixo:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_L^2 - L/C}{R_C^2 - L/C}}$$

Ressonância Série/Paralelo

Considerações Finais

1. Sendo $R_L^2 = R_C^2 = L/C$: surgirá uma indeterminação do tipo 0/0 que torna todas as freqüências ressonantes.
2. Sendo $R_L = R_C = 0$: condição ideal, indutores e capacitores sem resistência própria

Ressonância Série/Paralelo

- Parâmetros do circuito ressonante (L, C, R_L, R_C)

  São parâmetros que influem diretamente no valor da freqüência de ressonância. R_L e R_C são associados aos indutores e capacitores. Os valores L e C podem ser calculados a partir das seguintes fórmulas:

$$L = \frac{C}{2}\left[Z_C^2 \pm \sqrt{Z_C^4 - 4X_C^2 R_L^2}\right]$$

e

$$C = 2L\frac{1}{Z_C^2 \pm \sqrt{Z_C^4 - 4X_C^2 R_L^2}}$$

Onde $Z_C^2 = R_C^2 + X_C^2$

Fator de Qualidade

- ## Conceito

O fator de qualidade de um circuito ou componente (indutor ou capacitor) representa a relação entre a máxima energia armazenada e a energia dissipada em um ciclo. O fator de qualidade é representado pela letra “Q”.

Num circuito RLC toda a energia armazenada é dissipada em cima dos resistores (capacitores e indutores não dissipam potência).

$$Q = \frac{\text{Máxima energia armazenada}}{\text{energia dissipada no ciclo}}$$

Escrito matematicamente a formulação do fator de qualidade fica:

$$Q = 2\pi \frac{\left[W_L + W_C\right]_{máx}}{W_R}$$