
Circuitos Elétricos 2

Circuitos Elétricos Aplicados

Prof. Dr.-Ing. João Paulo C. Lustosa da Costa

Universidade de Brasília (UnB)

Departamento de Engenharia Elétrica (ENE)

Laboratório de Processamento de Sinais em Arranjos

Caixa Postal 4386

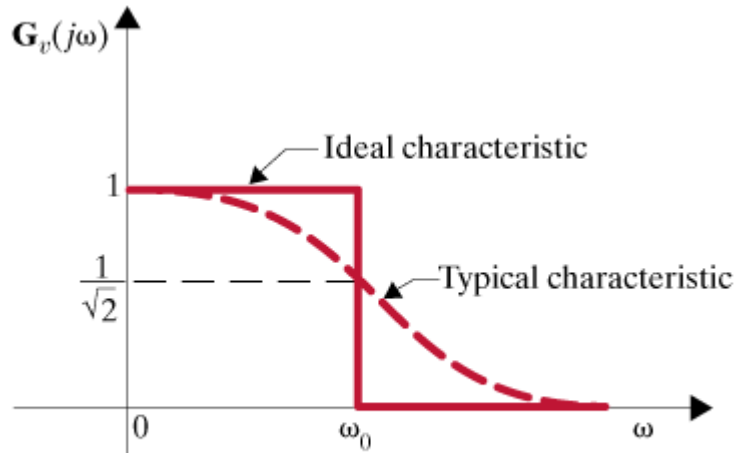
CEP 70.919-970, Brasília - DF



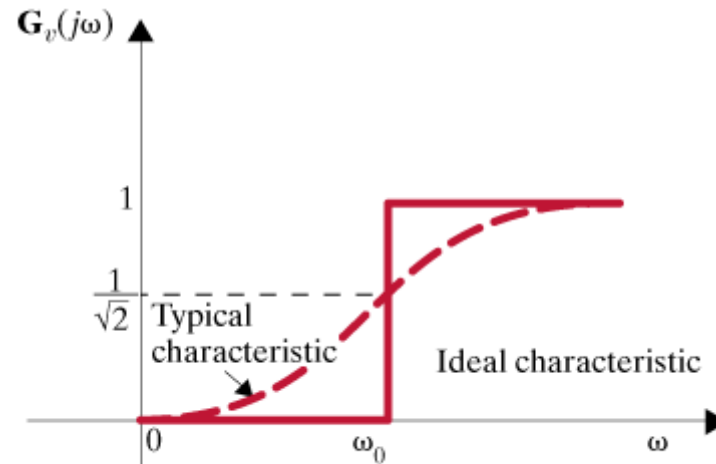
Homepage: <http://www.pgea.unb.br/~laspl>

Filtros: circuitos seletores de frequência

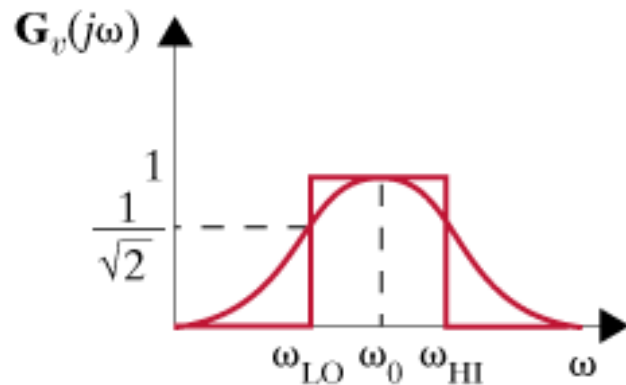
□ Filtros básicos:



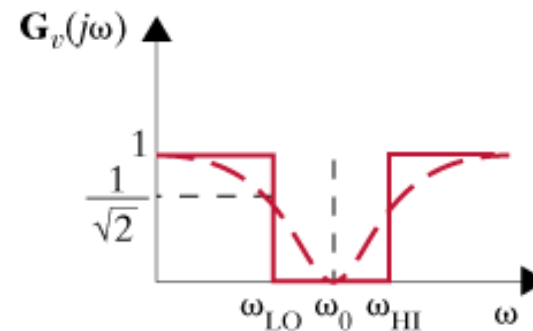
Filtros passa-baixa



Filtro passa-alta



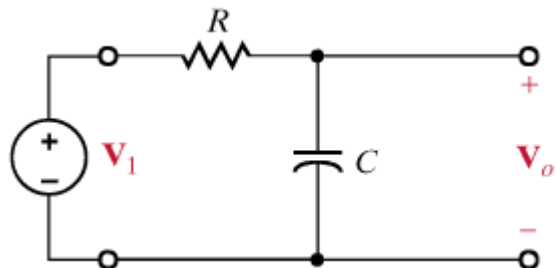
Filtro passa-faixa



Filtro rejeita-faixa



Filtro passa-baixa



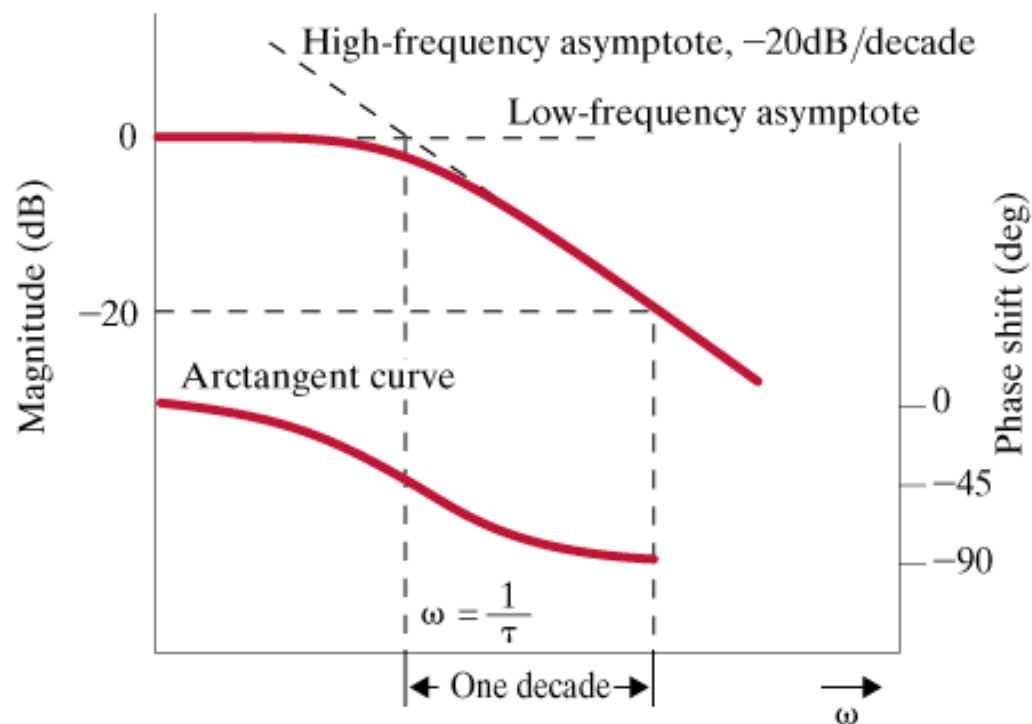
$$G_v = \frac{V_o}{V_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$G_v = \frac{1}{1 + j\omega\tau}; \quad \tau = RC$$

$$M(\omega) = |G_v| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\angle G_v = \phi(\omega) = -\tan^{-1} \omega\tau$$

$$M_{\max} = 1, \quad M\left(\omega = \frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

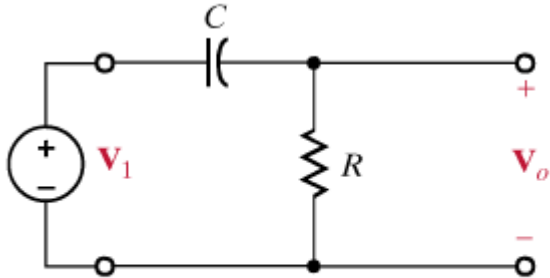


$$\omega = \frac{1}{\tau} = \text{frequência de meia potência}$$

$$\text{Largura de Banda} = BW = \frac{1}{\tau}$$



Filtro passa-alta



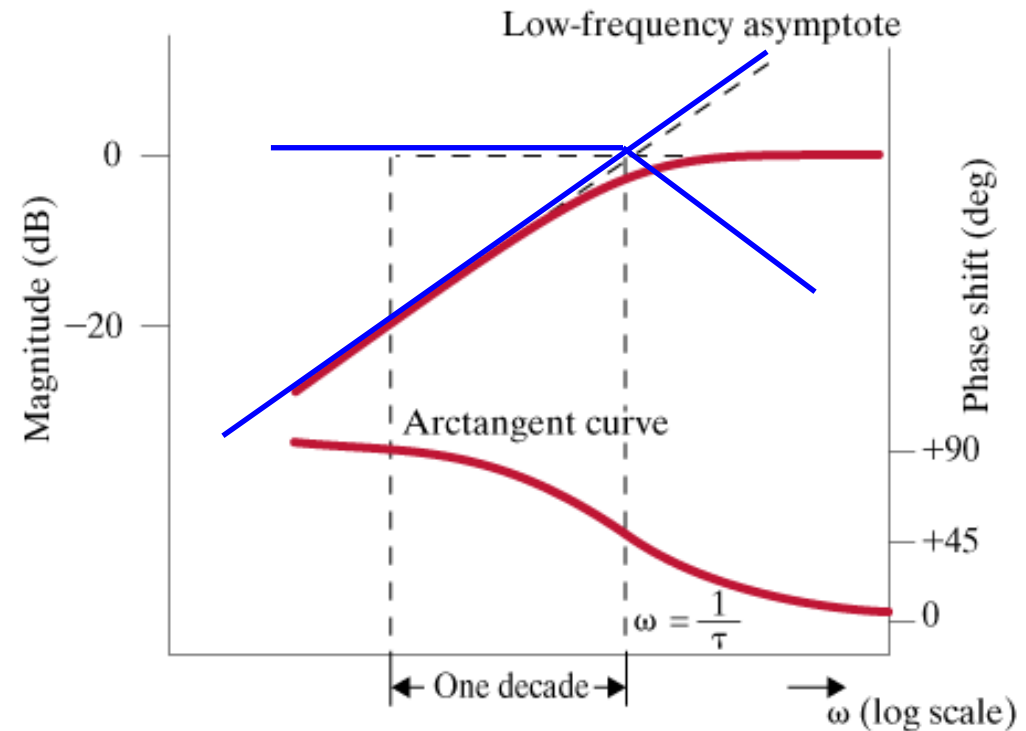
$$G_v = \frac{V_0}{V_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}$$

$$G_v = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}; \tau = RC$$

$$M(\omega) = |G_v| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\angle G_v = \phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega\tau$$

$$M_{\max} = 1, M\left(\omega = \frac{1}{\tau}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

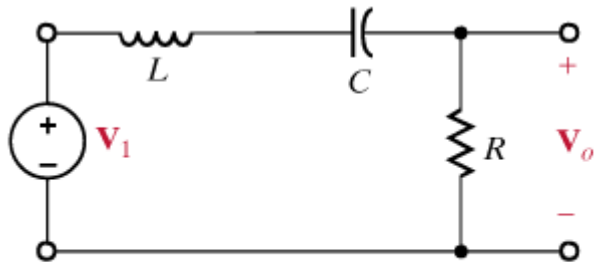


$$\omega = \frac{1}{\tau} = \text{frequência de meia potência}$$

$$\omega_{LO} = \frac{1}{\tau}$$



Filtro passa-faixa



Passa-faixa

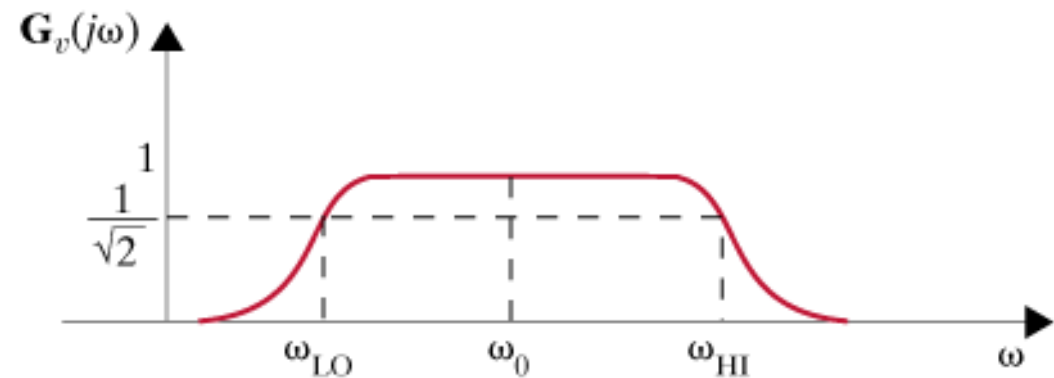
$$G_v = \frac{V_0}{V_1} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$M(\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{(\omega RC)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$$

$$M\left(\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = 1 \quad M(\omega = 0) = M(\omega = \infty) = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$M(\omega_{LO}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = M(\omega_{HI})$$



(e)

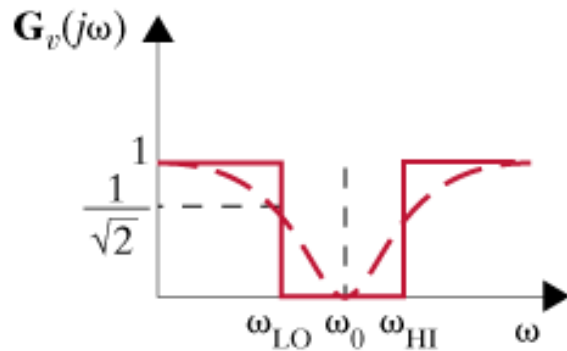
$$\omega_{LO} = \frac{-(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2}$$

$$\omega_{HI} = \frac{(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2}$$

$$BW = \omega_{HI} - \omega_{LO} = \frac{R}{L}$$



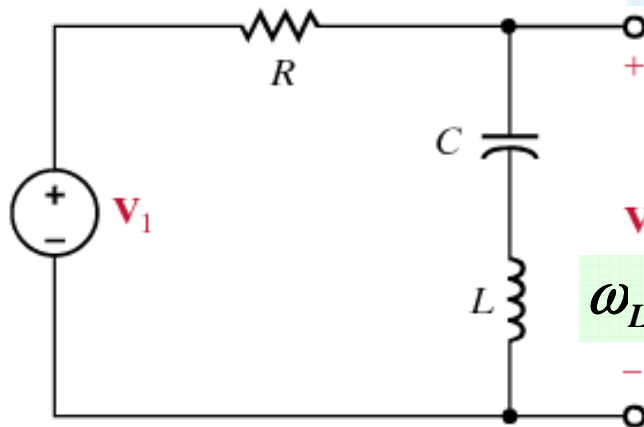
Filtro rejeita-faixa



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow j\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right) = 0$$

em $\omega = 0$ o capacitor age como circuito aberto $\Rightarrow V_0 = V_1$

em $\omega = \infty$ o indutor age como circuito aberto $\Rightarrow V_0 = V_1$



ω_{LO} , ω_{HI} são determinados como no rejeita - faixa



Exemplo de filtro (1)

- Filtragem depende da saída escolhida:

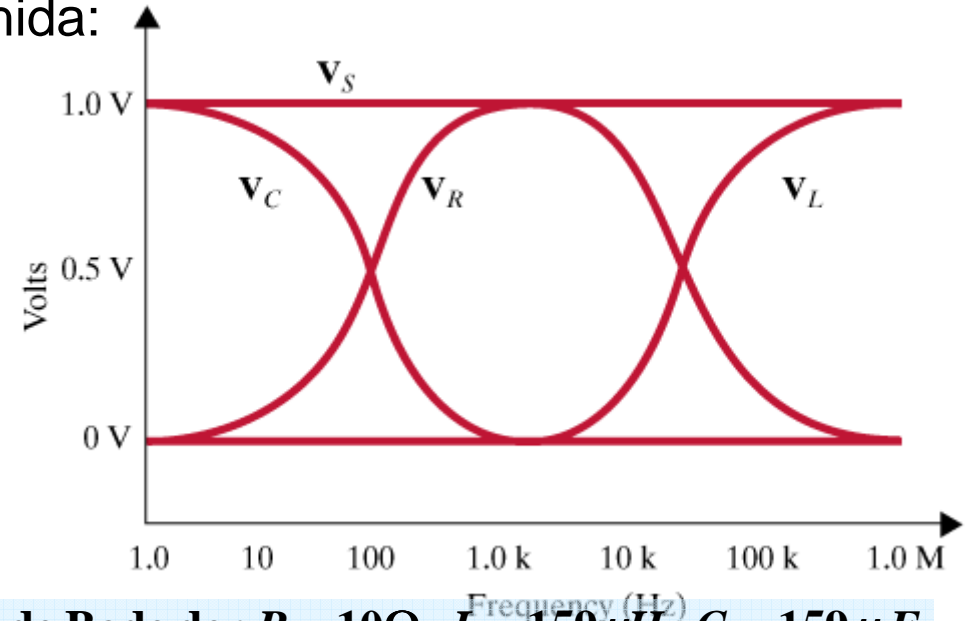
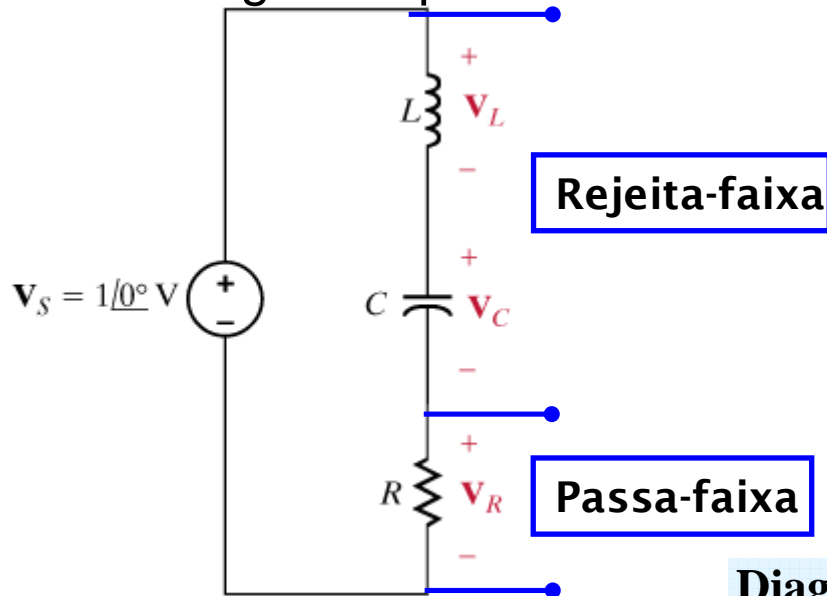


Diagrama de Bode de : $R = 10\Omega$, $L = 159\mu\text{H}$, $C = 159\mu\text{F}$

$$\frac{V_L}{V_S} = \frac{j\omega L}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\frac{V_L}{V_S}(\omega = 0) = 0, \frac{V_L}{V_S}(\omega = \infty) = 1$$

Passa-alta

$$\frac{V_C}{V_S} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

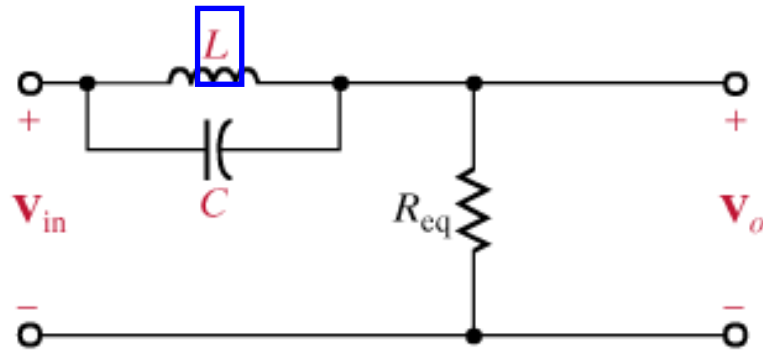
$$\frac{V_C}{V_S}(\omega = 0) = 1, \frac{V_C}{V_S}(\omega = \infty) = 0$$

Passa-baixa



Exemplo de filtro (2)

- Um filtro notch para eliminar a interferência de 60Hz



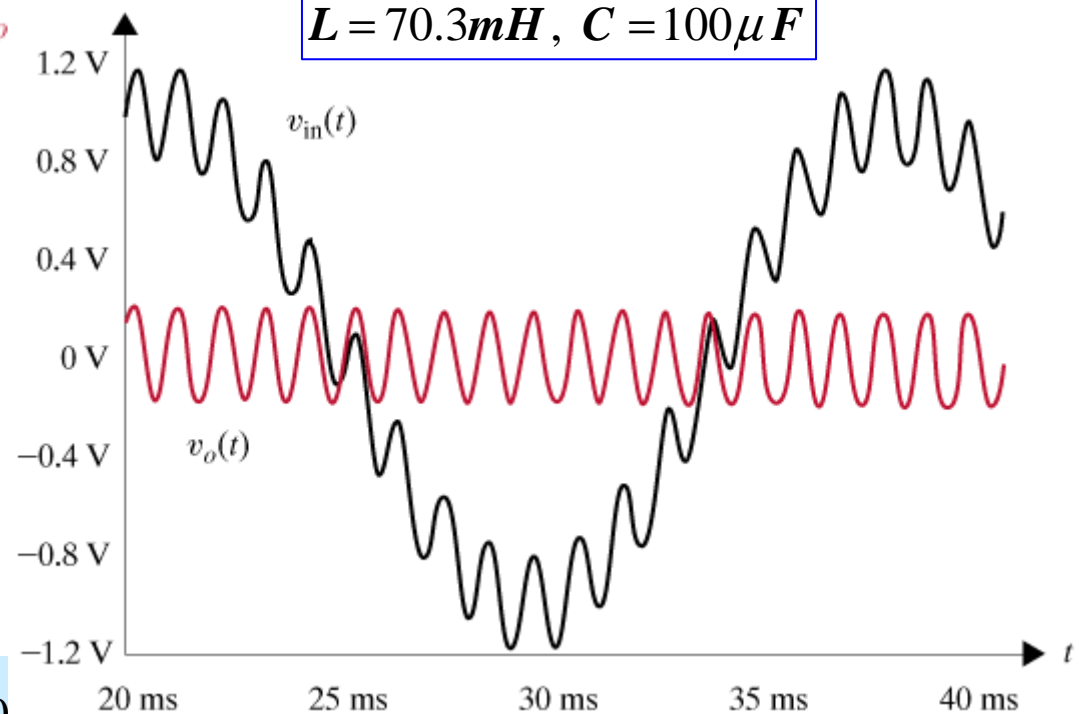
$$Z_R = \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{L/C}{j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$V_0 = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + Z_R} V_{in}$$

$$Z_R\left(\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = \infty \quad \therefore V_0\left(\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = 0$$

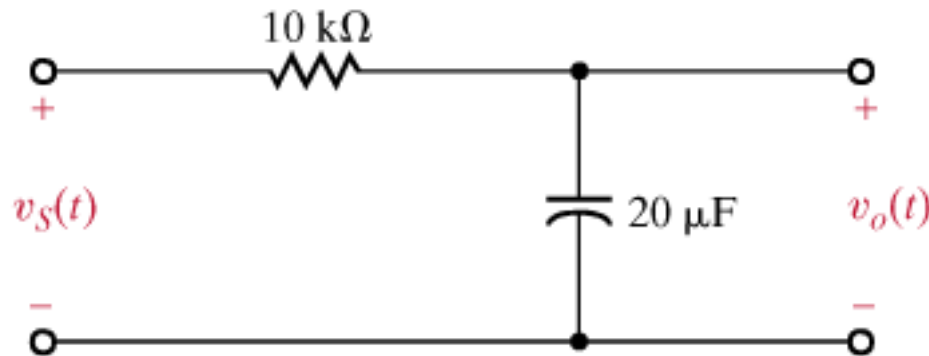
$$v_{in}(t) = \sin(2\pi \times 60t) + 0.2 \sin(2\pi \times 1000t)$$

$$L = 70.3mH, C = 100\mu F$$



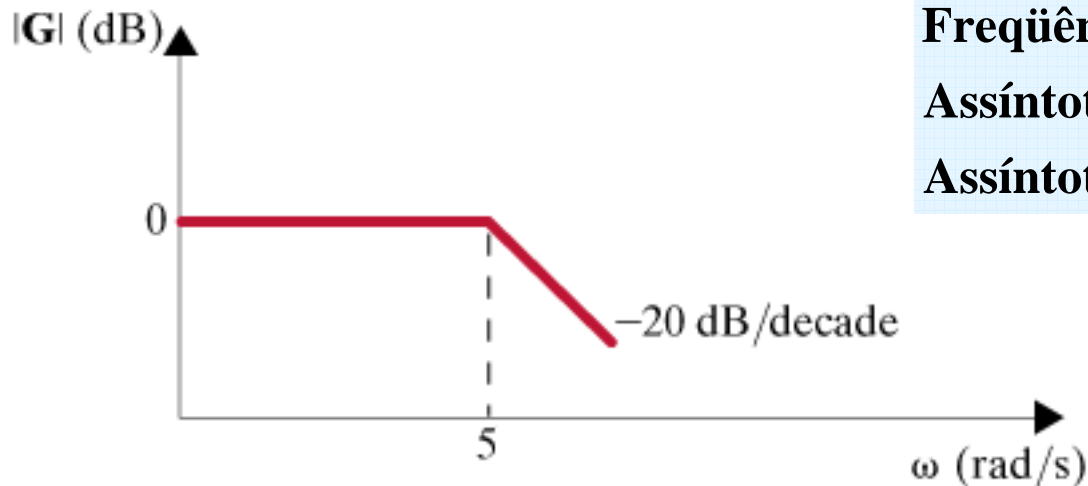
Exemplo de filtro (3)

- Desenhe o gráfico da magnitude da função de transferência



$$G_v(j\omega) = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\tau = RC = (10 \times 10^3 \Omega)(20 \times 10^{-6} F) = 0.2$$



Frequência de corte : 5rad/s

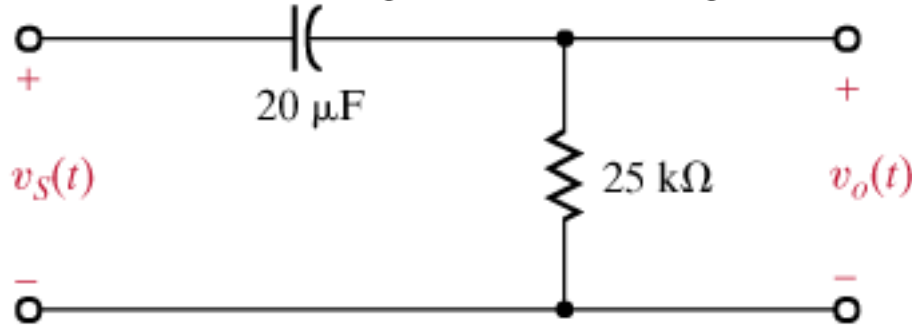
Assíntota nas baixas frequências : 0dB/dec

Assíntotas nas altas frequências : - 20dB/dec

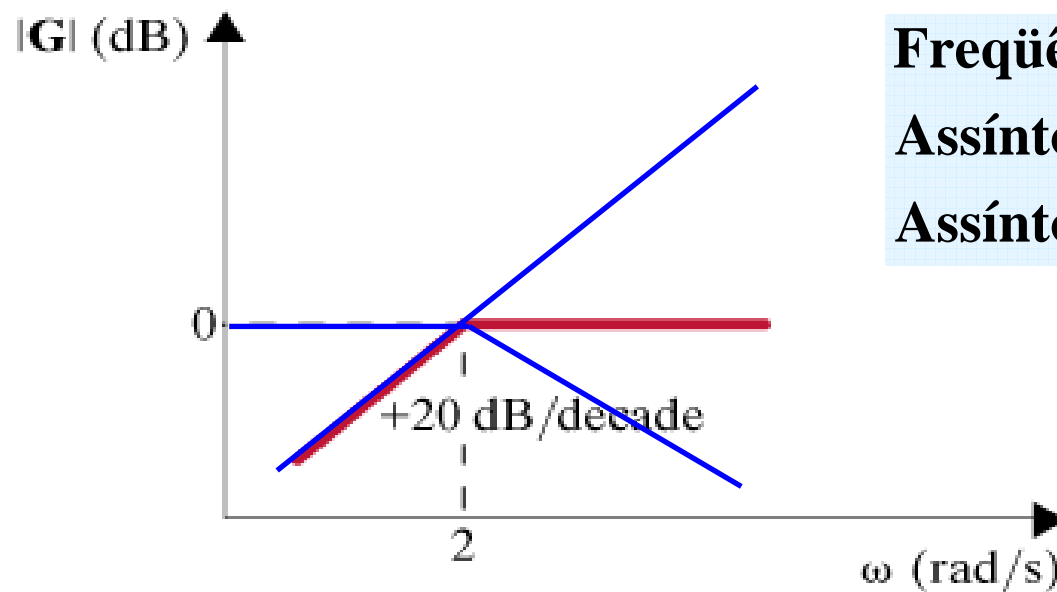


Exemplo de filtro (4)

- Desenhe o gráfico da magnitude da função de transferência



$$\tau = RC = (25 \times 10^3\ \Omega)(20 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 0.5$$



20dB/dec. cruza 0dB em $\omega = \frac{1}{\tau} = 2\text{rad/s}$

$$G_v(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

Frequência de corte : 2 rad/s

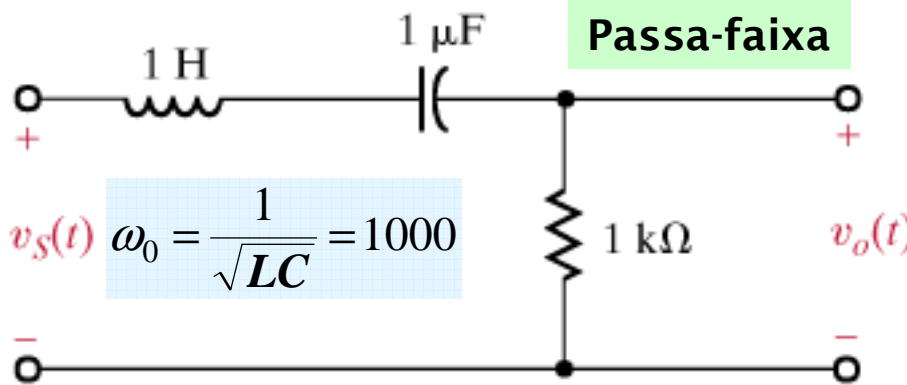
Assíntota de baixa freq. em 0 dB/dec

Assíntota em alta freq. em - 20 dB/dec



Exemplo de filtro (5)

- Desenhe o gráfico da magnitude da função de transferência



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000$$

$$\tau^2 = LC \Rightarrow \tau = \sqrt{10^{-6}} = 10^{-3},$$

$$2\zeta\tau = RC = 10^3 \times 10^{-6} \Rightarrow \zeta = \frac{10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 0.5$$

$$\omega_{LO} = \frac{-(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2} = 618 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{HI} = \frac{(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2} = 1618 \text{ rad/s}$$

20dB/dec. cruza 0dB em $\omega = \frac{1}{RC} = 1000 \text{ rad/s}$

$$G_v(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC + (j\omega)^2 LC}$$

Frequência de corte : 1000 rad/s

Assíntota de baixa freq : 0dB/dec

Assíntota de alta freq : -40dB/dec



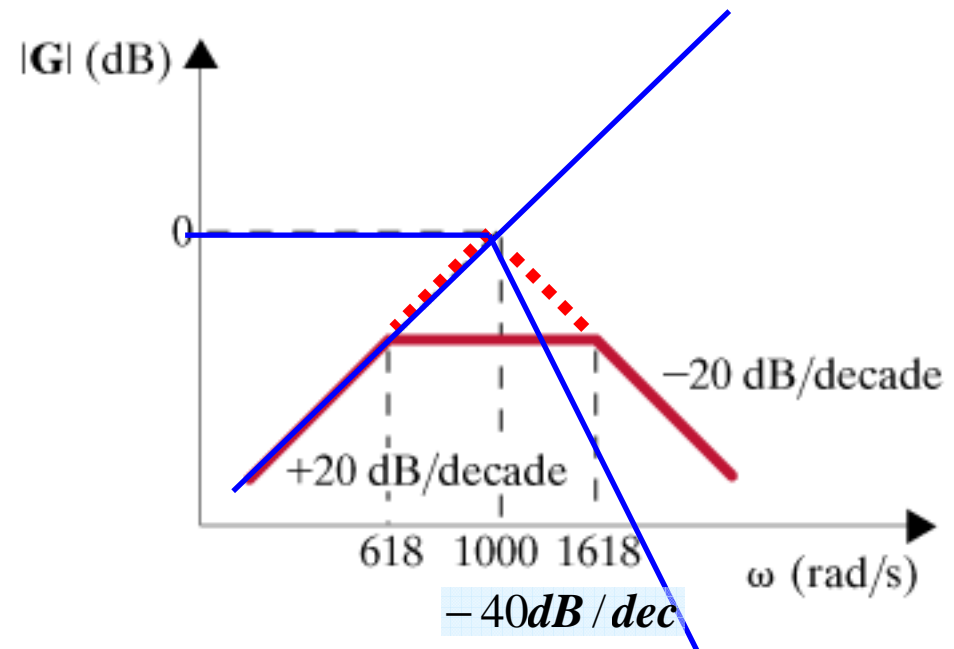
Exemplo de filtro (6)

- Desenhe o gráfico da magnitude da função de transferência

$$\omega_{LO} = \frac{-(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2} = 618 \text{ rad/s}$$

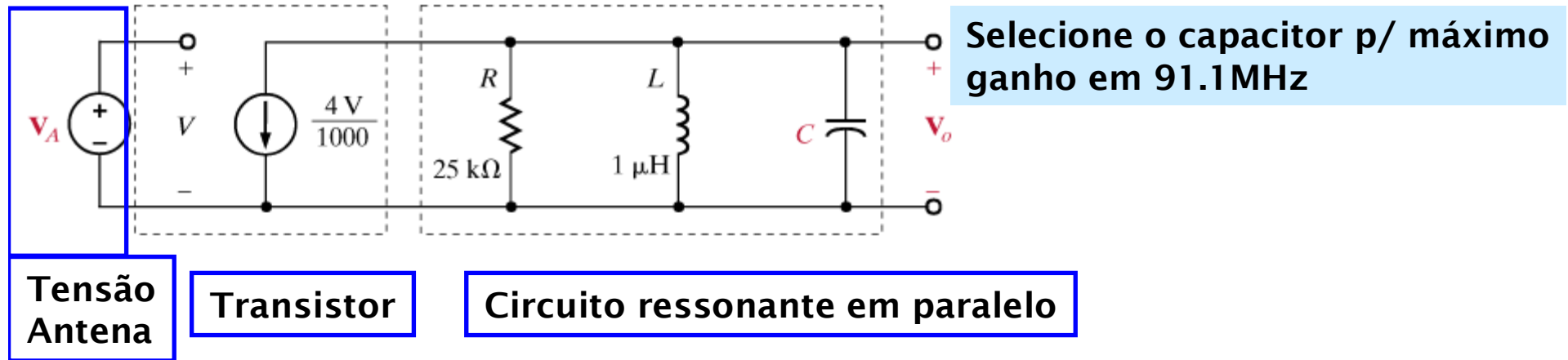
$$\omega_{HI} = \frac{(R/L) + \sqrt{(R/L)^2 + 4\omega_0^2}}{2} = 1618 \text{ rad/s}$$

Frequência de corte : 1000 rad/s
Assíntota de baixa freq : 0dB/dec
Assíntota de alta freq : - 40dB/dec



Exemplo de filtro (7)

□ Sintonizador de rádio



$$\frac{V_o}{V_A} = -\frac{4}{1000} \left[R \parallel j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C} \right]$$



Exemplo de filtro (8)

□ Sintonizador de rádio

$$\frac{V_0}{V_A} = -\frac{4}{1000} \left[R \parallel j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C} \right]$$

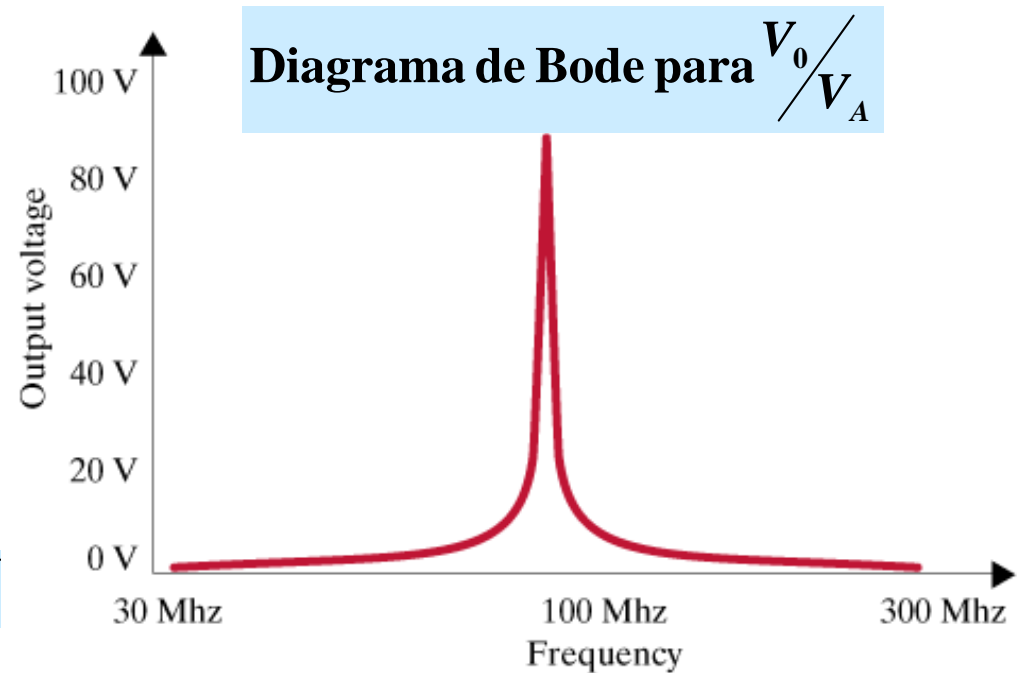
$$= -\frac{4}{1000} \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C} \times \frac{j\omega/C}{j\omega/C}$$

$$\frac{V_0}{V_A} = -\frac{4}{1000} \frac{j\omega/C}{(j\omega)^2 + \frac{j\omega}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

Passa - faixa com freq. central em $1/\sqrt{LC}$

$$2\pi(91.1 \times 10^6) = \frac{1}{\sqrt{10^{-6}C}} \Rightarrow C = 3.05 \text{ pF}$$

$$\left| \frac{V_0}{V_A} \right| \left(\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right) = \frac{4}{1000} R = 100$$



Exemplo de filtro (9)

□ Filtro anti-aliasing

⇒ critério de Nyquist

- ao se digitalizar um sinal analógico como música, qualquer componente de frequência maior que a metade da frequência de amostragem será distorcida

⇒ tal fenômeno é conhecido como aliasing

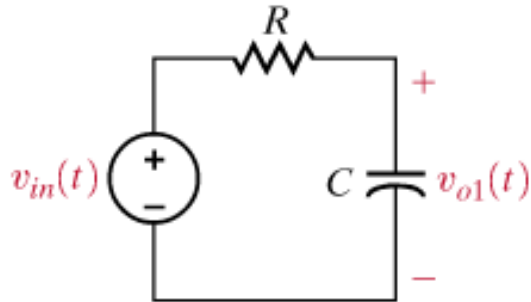
⇒ Solução: filtro anti-aliasing

- filtre o sinal antes de digitalizar e remova todas as componentes cuja frequência seja maior que a metade da frequência de amostragem
- Exemplo: para gravação de CD, utiliza-se uma frequência de amostragem de 44,1 kHz. Por isso, um filtro anti-aliasing será passa-baixa com frequência de corte 22,05 kHz



Exemplo de filtro (10)

Passa-baixa

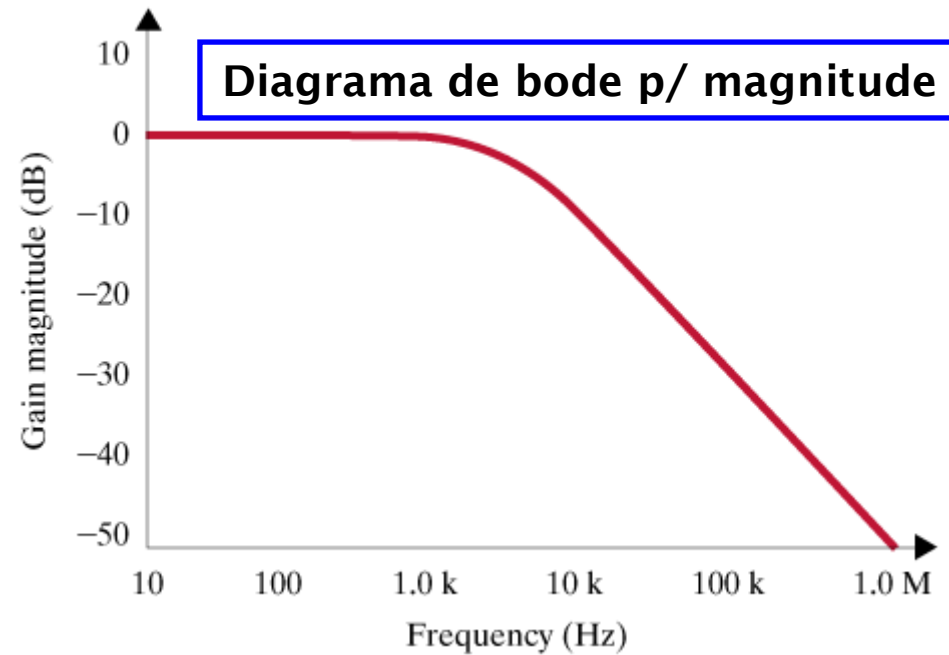


$$\frac{V_{o1}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = 2\pi \times 22,050$$

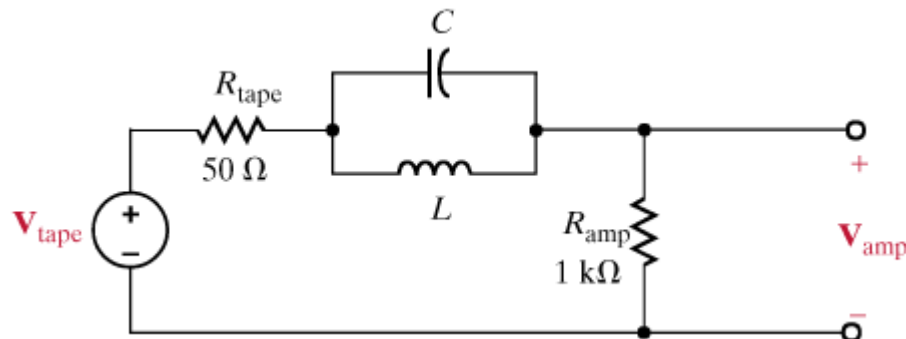
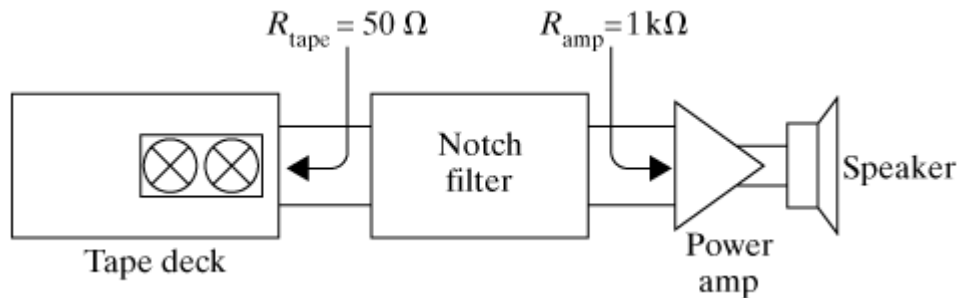
$$C = 1nF \Rightarrow R = 72.18k\Omega$$

Diagrama de bode p/ magnitude



Exemplo de filtro (11)

- Filtro Notch para eliminar o ruído de 60Hz

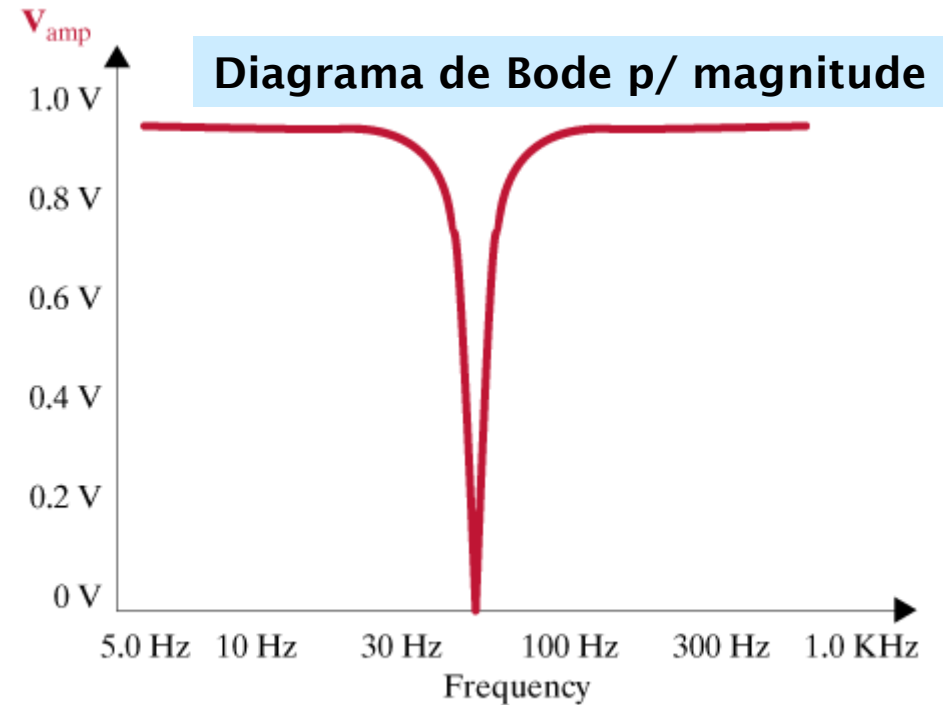
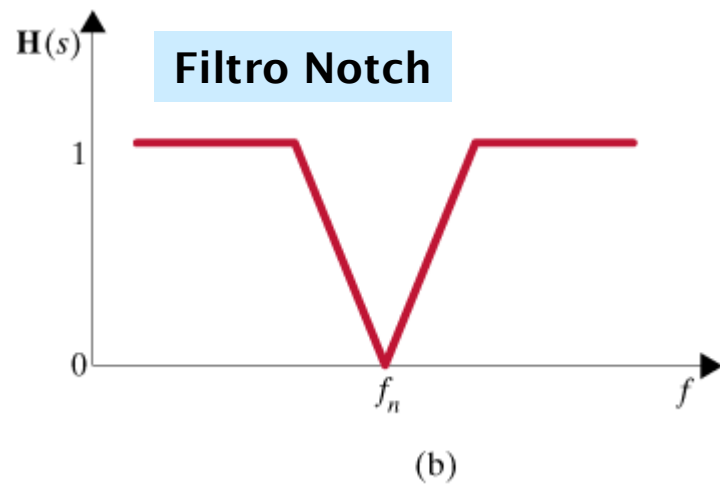


$$\frac{V_{amp}}{V_{tape}} = \frac{R_{amp}}{R_{amp} + R_{tape} + (sL \parallel 1/sC)}$$

$$\frac{V_{amp}}{V_{tape}} = \frac{R_{amp}}{R_{amp} + R_{tape}} \left[\frac{s^2 LC + 1}{s^2 LC + s \left(\frac{L}{R_{amp} + R_{tape}} \right) + 1} \right]$$



Exemplo de filtro (12)



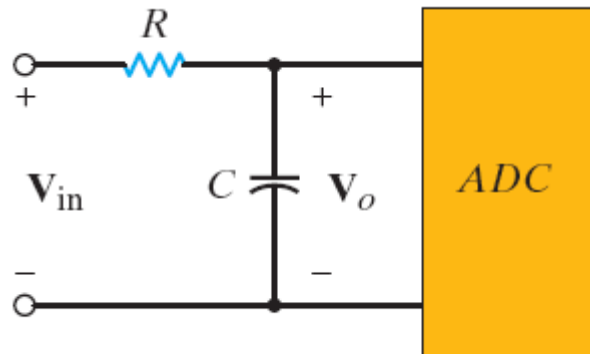
$$\text{freq do notch} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

P/ projetar, escolha um (C,L) e determine o outro



Exemplo de filtro (13)

□ Filtro Anti-aliasing



Especificação

half-power frequency at 100 Hz,

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad f_P = \frac{1}{2\pi RC} = 100 \text{ Hz}$$

