36-Minimum Number of Squares Problem

Descrição

- Partindo do fato matemático de que um número sempre pode ser representado pela soma dos quadrados de outros números

- Qual o número mínimo de quadrados que somam em x?
    - $15 = 1^2 + 1^2 + .. + 1^2$ (15 números)
      $15 = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$ (6 números)
      $15 = 3^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2$ (4 números) - SOLUÇÃO!!

UnB

Parâmetros de entrada e saída

Entradas

x -> número de entrada

Saídas

quantidade mínima de quadrados cuja soma é x

Solução

- Uma forma de solucionar o problema é utilizando a abordagem **bottom-up**
- Nesta abordagem, considera-se que quando x é zero o menor número de quadrados é zero
- No início, inicializa-se todos os minSq[i] como i, que é o número máximo de quadrados que somam i

- Por meio de tabulação
  - resolver subproblemas primeiro
  - armazenar tudo em um array (minSq[x+1])
  - encontrar solução baseado nos subproblemas

Forma da solução

Sendo i um número de entrada intermediário

```
minSq[i]=min( minSq[i], 1 + minSq[i-j*j]), sendo j variando de 1 ao chão(raiz(i))
```

Exemplos de valores de j

- se i=2,3 então j se mantém em 1
- se i=4,5,6,7,8 então j varia de 1 a 2
- se i=9,10,11,12,13,14,15 então j varia 1 a 3, e assim por diante

Exemplo de solução

- minSq[16] = 1 (4²)

  j=1 minSq[16] = min(minSq[16], minSq[15])

  j=2 minSq[16] = min(minSq[16], minSq[12])

  j=3 minSq[16] = min(minSq[16], minSq[7])

  j=4 minSq[16] = min(minSq[16], minSq[0])

Estudo de caso

- Encontre o número mínimo de quadrados que somados são 5

minSq[0] = 0
minSq[1] = 1
(i=2, j=1) minSq[2] = min(2, 1 + minSq[2 - 1*1]) = 2
(i=3, j=1) minSq[3] = min(3, 1 + minSq[3 - 1*1]) = 3
(i=4, j=1) minSq[4] = min(4, 1 + minSq[4 - 1*1]) = 4 ...
(i=4, j=2) minSq[4] = min(4, 1 + minSq[4 - 2*2]) = 1
(i=5, j=1) minSq[5] = min(5, 1 + minSq[5 - 1*1]) = 2 ...
(i=5, j=2) minSq[5] = min(2, 1 + minSq[5 - 2*2]) = 2