

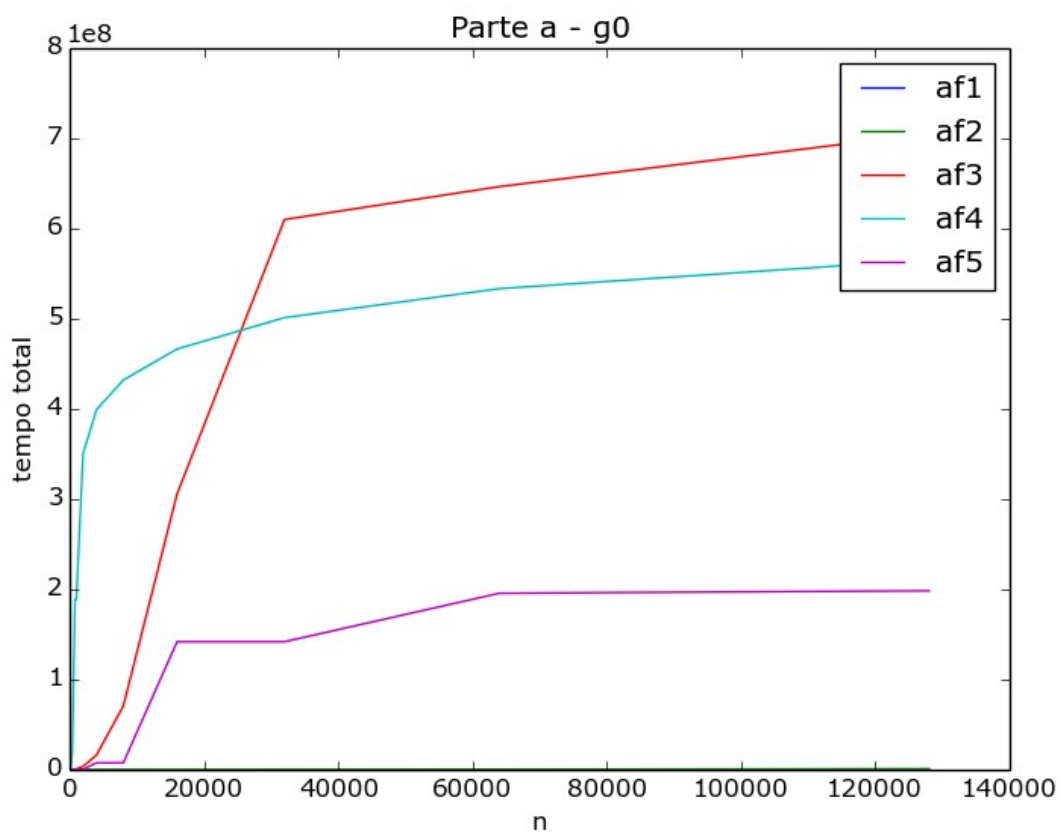
Trabalho 4

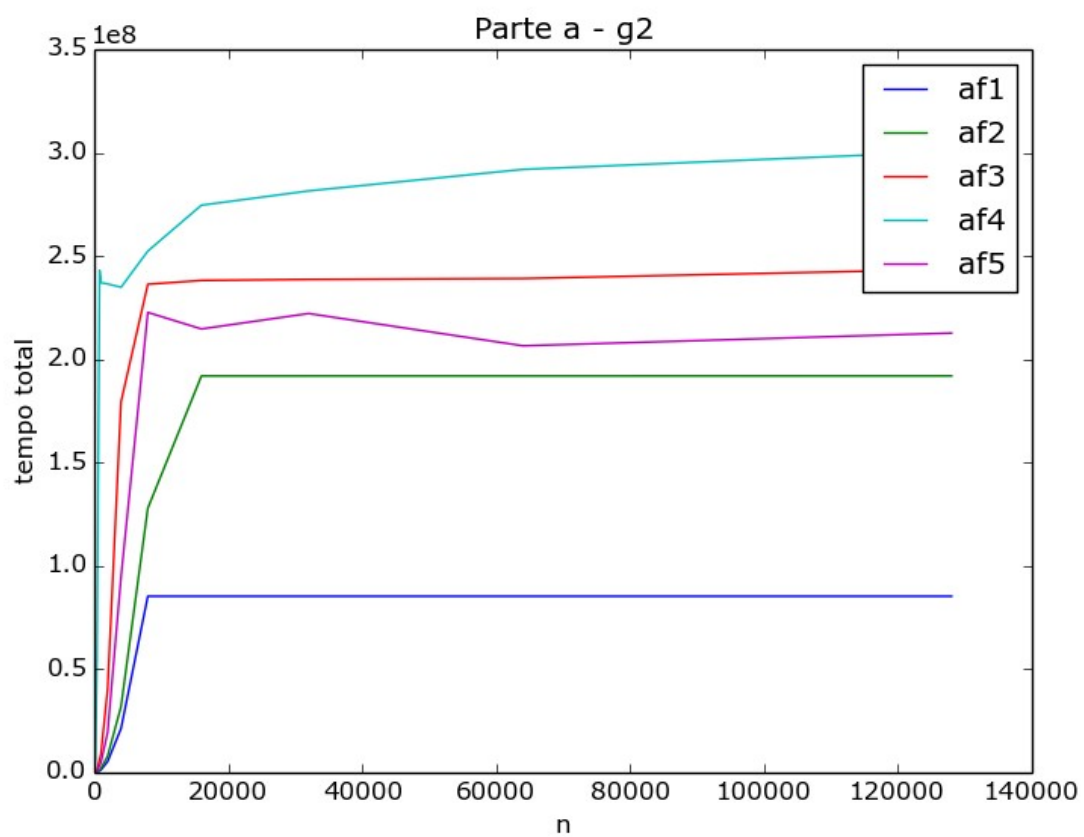
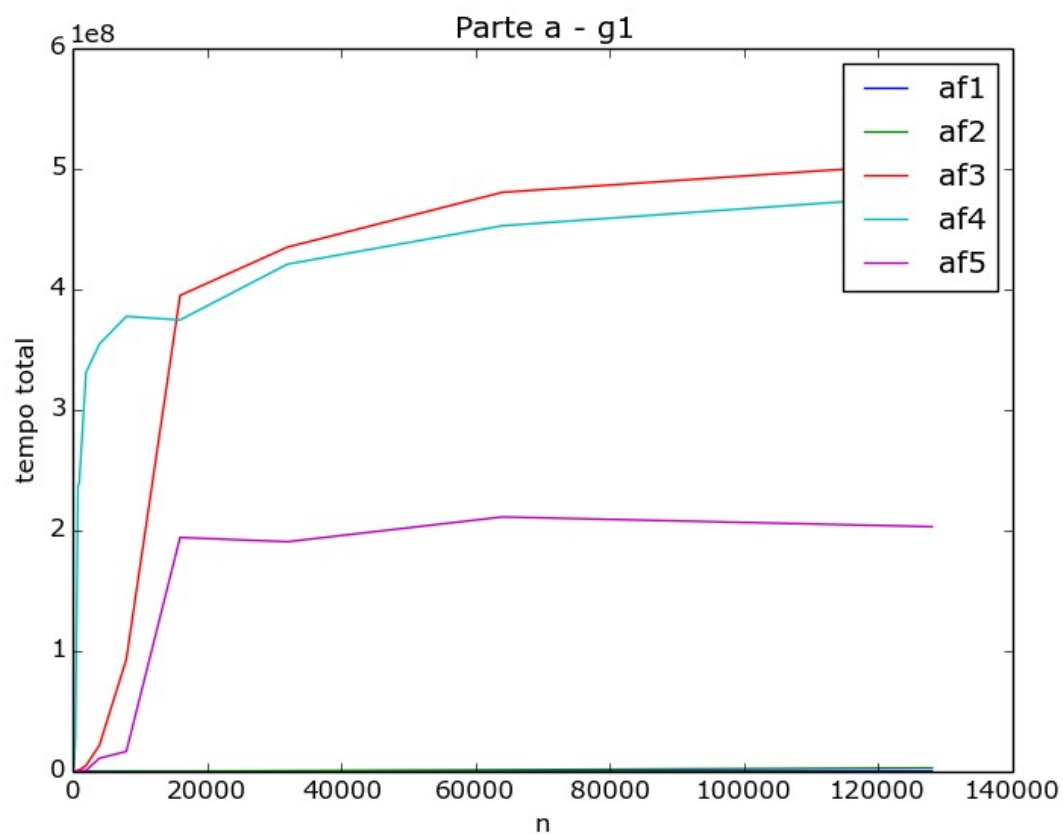
Universidade de Brasília
Departamento de Ciência da Computação
Disciplina: Projeto e Análise de Algoritmos
Código da Disciplina: 117536

Aluno: Gabriel Martins de Miranda 13/0111350

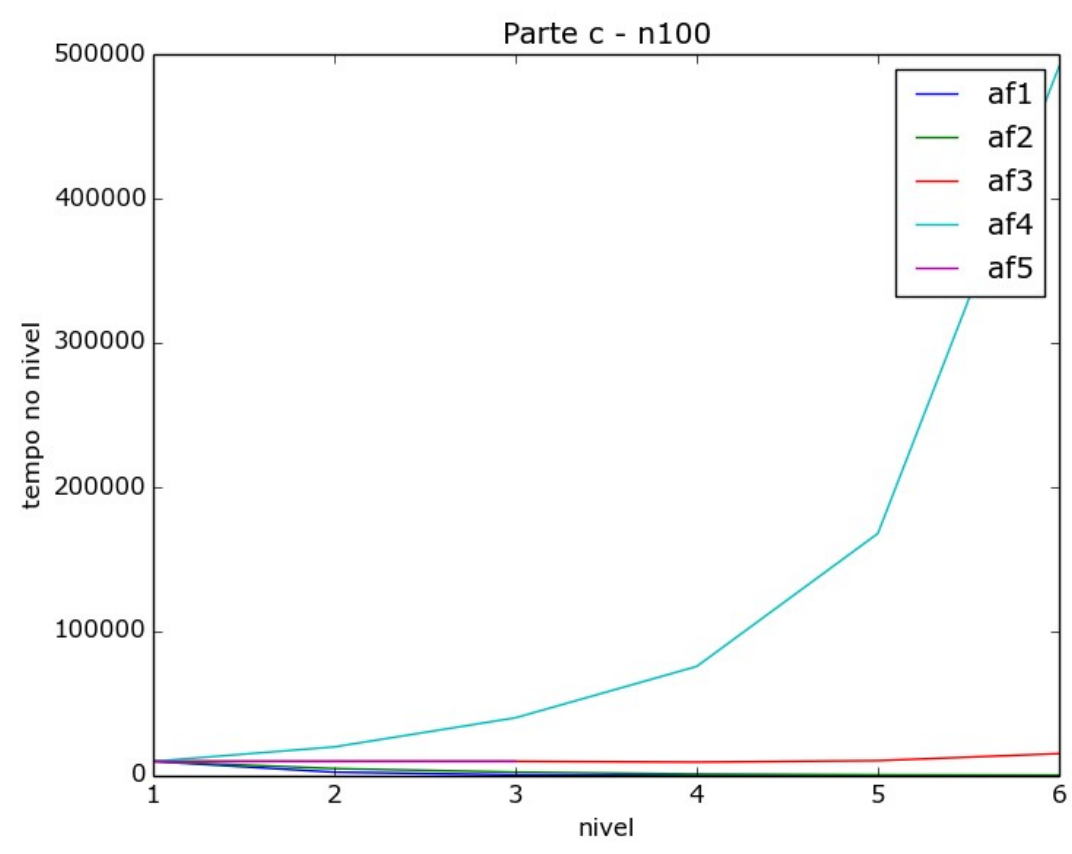
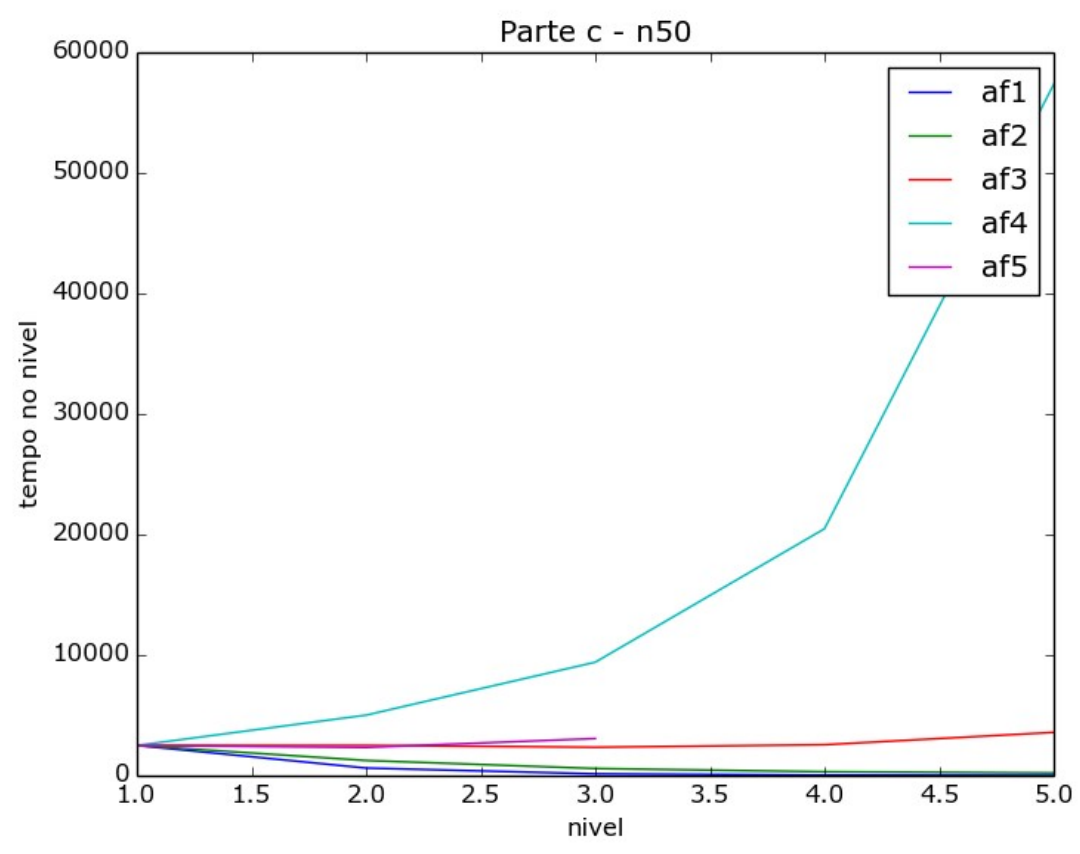
1. Gráficos (todos os gráficos em graph/)

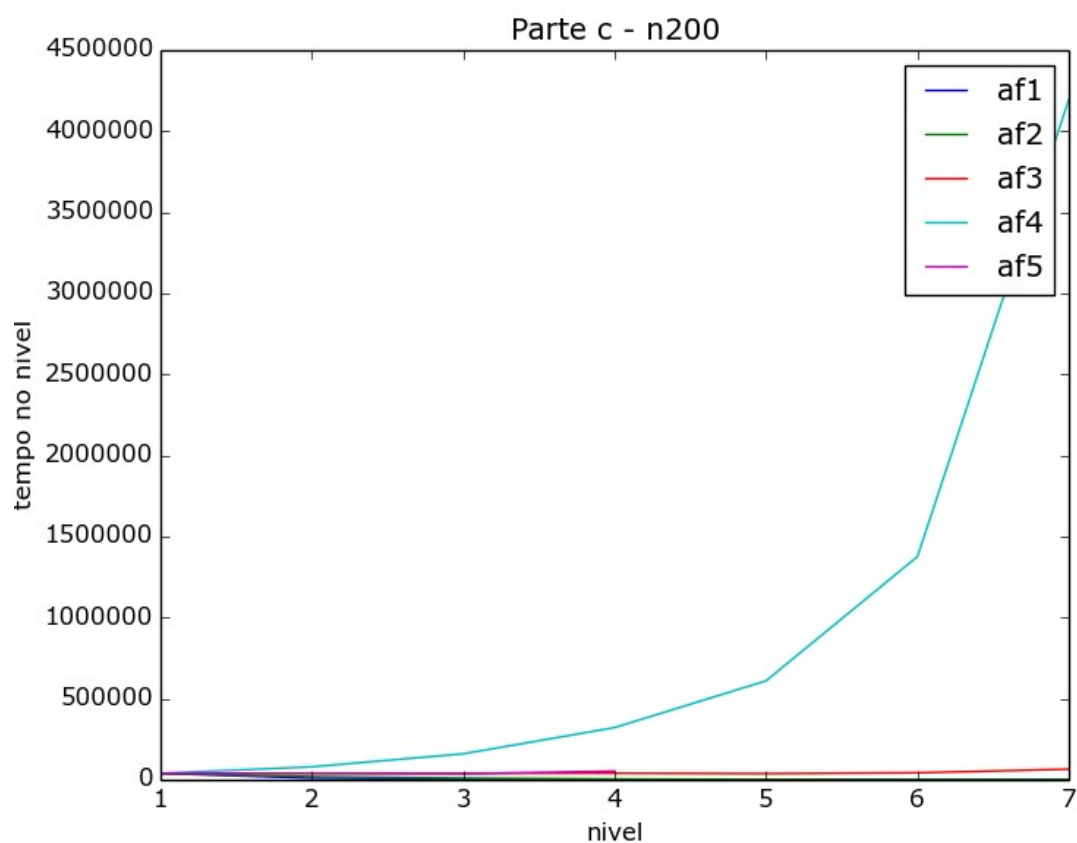
Etapa a



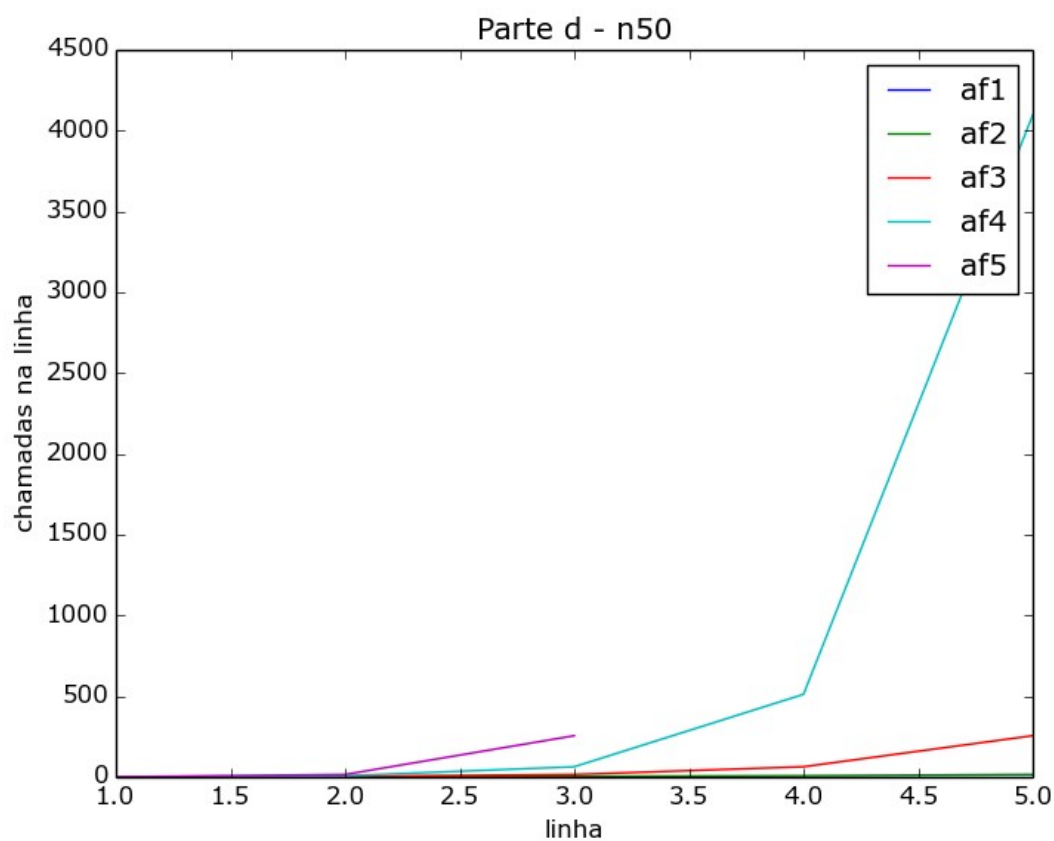


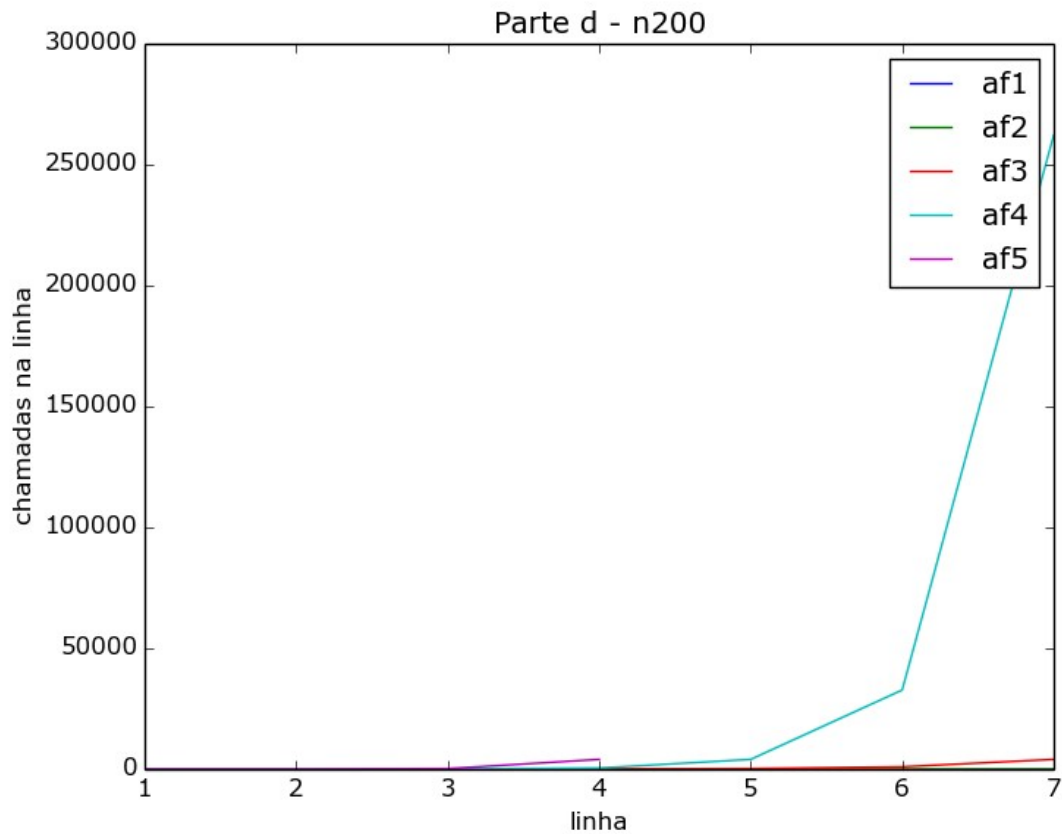
Etapa c





Etapa d





2. Respostas

1) Nos casos em que o método mestre se aplica:

Levando em consideração a forma $T(n) = aT(n/b) + f(n)$

Caso 1 – Tempo Esperado = $n^1 = 50$

$$T(n) = 2T(n/2) + O(n) + n^0$$

Com $n = 50$

|=> Altura árvore = 5

|=> Trabalho por nível

Nível 1 = 2

Nível 2 = 6

Nível 3 = 16

Nível 4 = 40

Nível 5 = 96

|=> Numero recursos por nível

Nível 1 = 1

Nível 2 = 2

Nível 3 = 4

Nível 4 = 8

Nível 5 = 16

|=> Tempo total = 160

|=> Trabalho de fn por nível

Nível 1 = 1

Nível 2 = 2

Nível 3 = 4

Nível 4 = 8

Nível 5 = 16

|=> Metodo Mestre

$$T(n) = 2T(n/2) + n^0$$

$b = 2, a = 2, f(n) = n^0$
 $\log_2 2 = 1$
Caso 1 Método Mestre
 $T(n) = \Theta(n^1)$
 \Rightarrow Tempo Execução = 2.4e-05s (normal)

Caso 2 – Tempo Esperado = $\lg n = 6.7$

$T(n) = 1T(n/2) + 0T(n/1) + n^0$
Com $n = 100$
 \Rightarrow Altura árvore = 6
 \Rightarrow Trabalho por nível
Nível 1 = 2
Nível 2 = 3
Nível 3 = 4
Nível 4 = 5
Nível 5 = 6
Nível 6 = 7
 \Rightarrow Numero recursos por nível
Nível 1 = 1
Nível 2 = 1
Nível 3 = 1
Nível 4 = 1
Nível 5 = 1
Nível 6 = 1
 \Rightarrow Tempo total = 27
 \Rightarrow Trabalho de fn por nível
Nível 1 = 1
Nível 2 = 1
Nível 3 = 1
Nível 4 = 1
Nível 5 = 1
Nível 6 = 1
 \Rightarrow Metodo Mestre
 $T(n) = 1T(n/2) + n^0$
 $b = 2, a = 1, f(n) = n^0$
 $\log_2 1 = 0$
Caso 2 Método Mestre
 $T(n) = \Theta(n^0 \lg n)$
 \Rightarrow Tempo Execução = 3.1e-05s (normal)

Caso 3 – Tempo Esperado = $n = 50$

$T(n) = 1T(n/2) + 0T(n/1) + n^1$
Com $n = 50$
 \Rightarrow Altura árvore = 5
 \Rightarrow Trabalho por nível
Nível 1 = 51
Nível 2 = 27
Nível 3 = 15
Nível 4 = 10
Nível 5 = 8
 \Rightarrow Numero recursos por nível
Nível 1 = 1
Nível 2 = 1
Nível 3 = 1
Nível 4 = 1
Nível 5 = 1
 \Rightarrow Tempo total = 111
 \Rightarrow Trabalho de fn por nível
Nível 1 = 50
Nível 2 = 25
Nível 3 = 12
Nível 4 = 6
Nível 5 = 3
 \Rightarrow Metodo Mestre
 $T(n) = 1T(n/2) + n^1$
 $b = 2, a = 1, f(n) = n^1$
 $\log_2 1 = 0$
Caso 3 Método Mestre
 $T(n) = \Theta(n^1)$
 \Rightarrow Tempo Execução = 9.4e-05s (normal)

a) Como os tempos gastos se relacionam com o método mestre ?

Os tempos gastos por nível se relacionam de acordo com o caso do método mestre. Para as execuções de caso 1, o tempo menor se concentra na raiz e vai crescendo para as folhas. No caso 2, se mantém praticamente constante e no caso 3, o peso maior é na raiz e vai caindo para as folhas.

b) De acordo com o método mestre qual era o tempo esperado? O tempo obtido foi maior ou menor? A diferença pode ser explicada com uma multiplicação por constante?

Para o caso 1, o tempo esperado é praticamente o tempo das folhas. No caso 2, é praticamente a altura da árvore pelo trabalho médio entre os níveis. Já no 3, é praticamente o tempo da raiz. Pelos gráficos, o tempo obtido foi geralmente menor, mas com uma curva de aparência semelhante ao tempo real, logo explicada por uma multiplicação por constante.

c) Como o número de linhas na árvore de recursão e o número de chamadas a funções em cada linha está relacionado ao método mestre?

Como a árvore gerada pelo Método Mestre é sempre simétrica, o número de linhas na árvore está de acordo com o tamanho da entrada em cada recursão (quando b é 2, a altura é $\lg n$). Já o número de chamadas na linha está de acordo com o número de nós na linha vezes o número de chamadas recursivas (a).

d) Como os tempos de execução mudam em cada uma das linhas da árvore para cada um dos casos?

No caso 1, os tempos crescem da raiz as folhas. No 2, se mantém quase constante e no 3 diminui da raiz às folhas.

2) Para os casos executados, calculando o tamanho total da árvore em termos de número de chamadas recursivas e tempo por cada chamada, o tempo total está de acordo com o esperado?

O tempo total pode ser dado pelo número de chamadas recursivas na árvore multiplicado pelo tempo de cada chamada.

3) Nos casos em que a árvore de recursão é desbalanceada, o que acontece com o tempo por nível? O que acontece com o tempo para cada $f(n)$? O tempo $f(n)$ aumenta ou diminui quando n cresce?

Execução com árvore desbalanceada

$$T(n) = 1T((n/4) - 0) + 1T((n/2) - 0) + n^0$$

Com $n = 64000$

|=> Altura árvore = 15

|=> Trabalho por nível

Nível 1 = 2

Nível 2 = 6

Nível 3 = 16

Nível 4 = 40

Nível 5 = 96

Nível 6 = 224

Nível 7 = 512

Nível 8 = 1152

Nível 9 = 2470

Nível 10 = 4202

Nível 11 = 4632

Nível 12 = 3016

Nível 13 = 1106

Nível 14 = 210

Nível 15 = 16

|=> Numero recursos por nível

Nível 1 = 1

Nível 2 = 2

Nível 3 = 4

Nível 4 = 8

Nível 5 = 16

Nível 6 = 32

Nível 7 = 64

Nível 8 = 128

Nível 9 = 247

Nível 10 = 382

Nível 11 = 386

Nível 12 = 232

Nível 13 = 79

Nível 14 = 14

Nível 15 = 1

|=> Tempo total = 17700

|=> Trabalho de fn por nível

Nível 1 = 1

Nível 2 = 2

Nível 3 = 4

Nível 4 = 8

Nível 5 = 16

Nível 6 = 32

Nível 7 = 64

Nível 8 = 128

Nível 9 = 247

Nível 10 = 382

Nível 11 = 386

Nível 12 = 232

Nível 13 = 79

Nível 14 = 14

Nível 15 = 1

|=>Tempo Execução = 0.000192s (normal)

O tempo por nível pode apresentar uma ruptura em seu padrão devido ao desbalanceamento da árvore. O tempo pode crescer e logo em seguida diminuir, assim como no caso acima. Em muitas casos o tempo aumentou.

4) Nas recursões em que os valores de c ou f são diferentes de zero, os resultados obtidos estão de acordo com as complexidades esperadas?

Os resultados estão de acordo quando calculados com os métodos iterativo ou substituição, já que o método mestre não pode ser usado. Nestes casos o tamanho da árvore explodiu e não foi possível representar em gráfico.

5) Para os casos onde não foi possível executar a recursão até o final, faça uma estimativa, baseada na teoria, de quanto tempo demoraria para rodar a recursão.

Muitos casos não puderam ser executados até o final. Este foi um grande problema do projeto. Mesmo setando um tempo máximo de execução, a recursão gasta um tempo maior que o esperado para fazer os retornos. Alguns casos demorariam mais de 3 horas de execução. A solução utilizada foi usar o sinal alarme e mostrar os dados obtidos até o momento. Pode-se usar os métodos aprendidos em aula, como iterativo.

