1 - Aplique o método da substituição para encontrar a fórmula fechada da equação recorrente abaixo.

$$T(n) = \begin{Bmatrix} a, n=1 \\ 4T(n-1)+a, n>1 \end{Bmatrix}$$

Dica:
$a*4^{k-1} + a*4^{k-2} + a*4^{k-3} + ... + 4a + a = a*(4^k - 1 / 3)$

**Resposta:**

$T(n) = 4T(n - 1) + a$
$T(n - 1) = 4T(n - 2) + a$
$T(n - 2) = 4T(n -3) + a$
$T(n - 3) = 4T(n -4) + a$

4. Técnica backward substitution:
$T(n) = 4T(n - 1) + a => 4^1T(n - 1) + a$
$T(n) = 4(4T(n - 2) + a) + a => 4^2T(n - 2) + 4a + a$
$T(n) = 16(4T(n -3) + a) + 4a + a => 4^3T(n - 3) + 16a + 4a + a$
$T(n) = 64(4T(n -4) + a) + 16a + 4a + a => 4^4 + 64a + 16a + 4a + a$

5. Generalização:
$4^k*T(n - k) + a*4^{k-1} + a*4^{k-2} + a*4^{k-3} + ... + a*4^3 +a*4^2 + a*4^1 + a*4^0$

6. Assume-se que n – k = 1, logo, k = n - 1.

$T(n) = 4^k*T(n - k) + a*4^{k-1} + a*4^{k-2} + a*4^{k-3} + ... + a*4^3 +a*4^2 + a*4^1 + a*4^0$
$T(n) = 4^k*T(n - (n - 1)) + a*4^{k-1} + a*4^{k-2} + a*4^{k-3} + ... + a*4^3 +a*4^2 + a*4^1 + a*4^0$
$T(n) = 4^k*T(1) + a*4^{k-1} + a*4^{k-2} + a*4^{k-3} + ... + a*4^3 +a*4^2 + a*4^1 + a*4^0$

$T(n) = 4^k*a + a*4^{k-1} + a*4^{k-2} + a*4^{k-3} + ... + a*4^3 +a*4^2 + a*4^1 + a*4^0$

$T(n) = a*(4^k) + a*((4^k - 1) / 3)$
$T(n) = a*(4^{n-1}) + a*(((4^{n-1}) - 1 ) / 3)$
$T(n) = a*(4^n / 4^1) + a*(((4^n / 4^1) - 1) / 3)$

2 -Aplique o método da substituição para encontrar a fórmula fechada da equação recorrente abaixo.

$$T(n)=\begin{Bmatrix} c, n\leqslant 1 \\ 2T(n/2)+dn, n>1 \end{Bmatrix}$$

Dica:

$2^{\log 2(n)}$ **= n**, onde log2(n) corresponde a logaritmo de base 2.

**Resposta:**

**Método da substituição:**

**T(n) = 2T(n/2) + dn**

**= 2(2T(n/4) + dn/2) + dn**

**= 4T(n/4) + dn + dn**

**= 4(2T(n/8) + dn/4) + 2dn**

**= 8T(n/8) + dn + 2dn**

**= 8T(n/8) + 3dn**

.

.

.

$$T(n)=2^i T(n/2^i)+i(dn)$$

**Sendo *i = log n* (base 2) (para eliminar a recorrência),**

$$T(n)=2^{\log(n)} T(n/2^{\log(n)})+dn.\log(n)$$

$$T(n)=2^{\log(n)} T(n/n)+dn.\log(n)$$

$$T(n)=n.c+dn.\log(n)$$

$$T(n)=dnlog(n)+cn$$

**Então:**

**T(n) = O(n log n)**