



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
ENGENHARIA FLORESTAL  
Dendrometria (40219916)

# Volume das árvores

Prof. Dr. Gabriel Agostini Orso  
gabrielorso16@gmail.com

# 1 Por que determinar o volume das árvores?

- Para apurar a produção de áreas florestais, de modo a se avaliar a viabilidade econômica da implantação e condução de projetos.

Tabela 50 - Tabelas de produção para povoamentos desbastados de *Tectona grandis*

Sítio 17								Desbaste			Produção		
t - h <sub>100</sub>	dg	h	N	G	f <sub>1,3</sub>	V	N <sub>desb</sub>	%	Vd	V <sub>ac</sub>	V	IPA	IMA
4	8,4	10,4	8,0	1055,5	8,9	0,44	31,42				31,42	15,71	7,86
6	11,4	13,8	11,0	1055,5	15,8	0,45	77,14				77,14	22,86	12,86
								445,7	42,2	45,37			
8	13,7	16,7	13,3	609,7	13,4	0,45	79,56			45,37	124,93	23,89	15,62
10	15,5	19,3	15,2	500,3	14,6	0,44	98,23				143,60	9,33	14,36
								103,3	20,6	23,88			
12	17,0	21,5	16,6	397,0	14,4	0,44	105,67			69,25	174,92	15,66	14,58
								98,3	24,8	29,65			
14	18,2	23,5	17,8	298,7	12,9	0,44	100,60			98,90	199,50	12,29	14,25
16	19,1	25,2	18,7	247,4	12,4	0,44	101,00				199,90	0,20	12,49
18	19,8	26,8	19,4	197,1	11,2	0,43	93,40				221,95	11,03	12,33

Fonte: Favalessa, C. M. C. (2018)

# 1 Por que determinar o volume das árvores?

- Para auxiliar os profissionais de órgãos públicos na aplicação das leis relacionadas aos recursos florestais e na fiscalização de planos de manejo florestal.

DECRETO Nº 1.313, DE 11 DE MARÇO DE 2022.

**Art. 15.** Os planos de manejo poderão ser concebidos de acordo com os seguintes aspectos:



I - quanto ao objeto:

a) **madeira e lenha**;

b) castanhas, óleos, palmitos, plantas ornamentais e medicinais.

II - quanto à participação social:

a) de pequena escala;

b) comunitário; e

c) **empresarial**.

III - quanto ao regime de controle:

a) convencional: por área;

b) especial: **por volume**.

# 1 Por que determinar o volume das árvores?

- Para auxiliar os profissionais de órgãos públicos na aplicação das leis relacionadas aos recursos florestais e na fiscalização de planos de manejo florestal.

DECRETO Nº 1.313, DE 11 DE MARÇO DE 2022.

**Art. 38.** O volume de exploração por hectare será estabelecido com base no volume existente na UPA, respeitando os limites impostos pela resolução CONAMA nº 406 de 2009



§ 1º Fica definido o **fator de forma 0,7** para cálculo de volume médio/ha.

§ 2º A partir do 2º POA, só será aceito pela SEMA o cálculo de volume de árvores em pé, mediante equação de volume desenvolvida especificamente para o PMFS.

§ 3º Para cálculo da **volumetria**, será descontada a casca da árvore, no percentual de 10% da volumetria total, salvo se sobrevier metodologia distinta aprovada pela câmara técnica florestal.

# 1 Por que determinar o volume das árvores?

- Em trabalhos de pesquisa e estruturação da produção relacionados, por exemplo, à produtos florestais madeireiros.

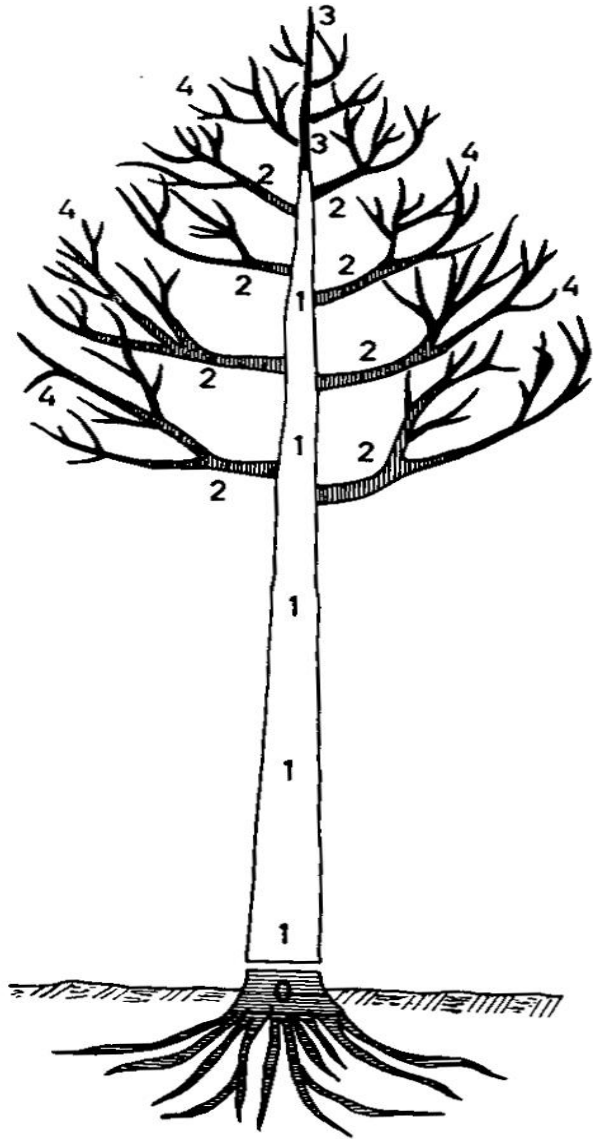
Descrição: Exemplo1  
Índice de Sítio: 25,0  
Densidade (árvores por hectare): 1667  
Porcentagem de sobrevivência (1º ano): 100 %

Idade	Alt. Dominante	Árvores/Ha	Diâmetro Médio	Alt. Média	Área Basal	Volume Total	I.M.A.	tCO2
1	0,7	1667	0,2	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0
3	5,6	1667	6,8	4,9	6,0	11,8	3,9	10,4
5	10,4	1663	13,0	9,3	22,2	82,4	16,5	72,7
7	14,3	1647	17,1	12,9	37,8	194,6	27,8	171,8
9	17,7	1617	19,9	15,8	50,2	318,0	35,3	280,8
11	20,5	1573	21,9	18,3	59,5	436,0	39,6	384,9
13	23,0	1520	23,5	20,5	66,1	541,0	41,6	477,6
15	25,2	1463	24,8	22,3	70,6	630,5	42,0	556,6

## SORTIMENTO PARA ÁRVORES REMOVIDAS NO CORTE FINAL (15 ANOS)

Classes DAP	Árv/ha	Altura Média	Volume Total	Serraria I	Serraria II	Celulose	Energia
12,0-14,0	1	17,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
14,0-16,0	8	18,4	1,1	0,0	0,0	1,0	0,1
16,0-18,0	41	19,4	7,3	0,0	0,0	6,7	0,6
18,0-20,0	109	20,3	25,1	0,0	0,0	23,5	1,6
20,0-22,0	200	21,0	58,1	0,0	16,6	39,0	2,6
22,0-24,0	279	21,7	100,0	0,0	48,5	48,5	3,0
24,0-26,0	307	22,4	133,4	0,0	85,3	45,6	2,5
26,0-28,0	265	23,0	137,8	36,4	68,4	29,8	3,3
28,0-30,0	170	23,7	104,6	26,9	51,1	24,8	1,7
30,0-32,0	71	24,4	51,0	22,6	20,1	7,7	0,5
32,0-34,0	14	25,2	11,6	6,8	2,7	1,9	0,2
34,0-36,0	1	26,2	0,5	0,4	0,1	0,1	0,0
Totais		22,3	630,5	93,1	292,8	228,6	16,0

## 2 Tipos de volume da árvore



0 – Madeira do toco;

1 – Fuste comercial;

2 – Galhos comerciais;

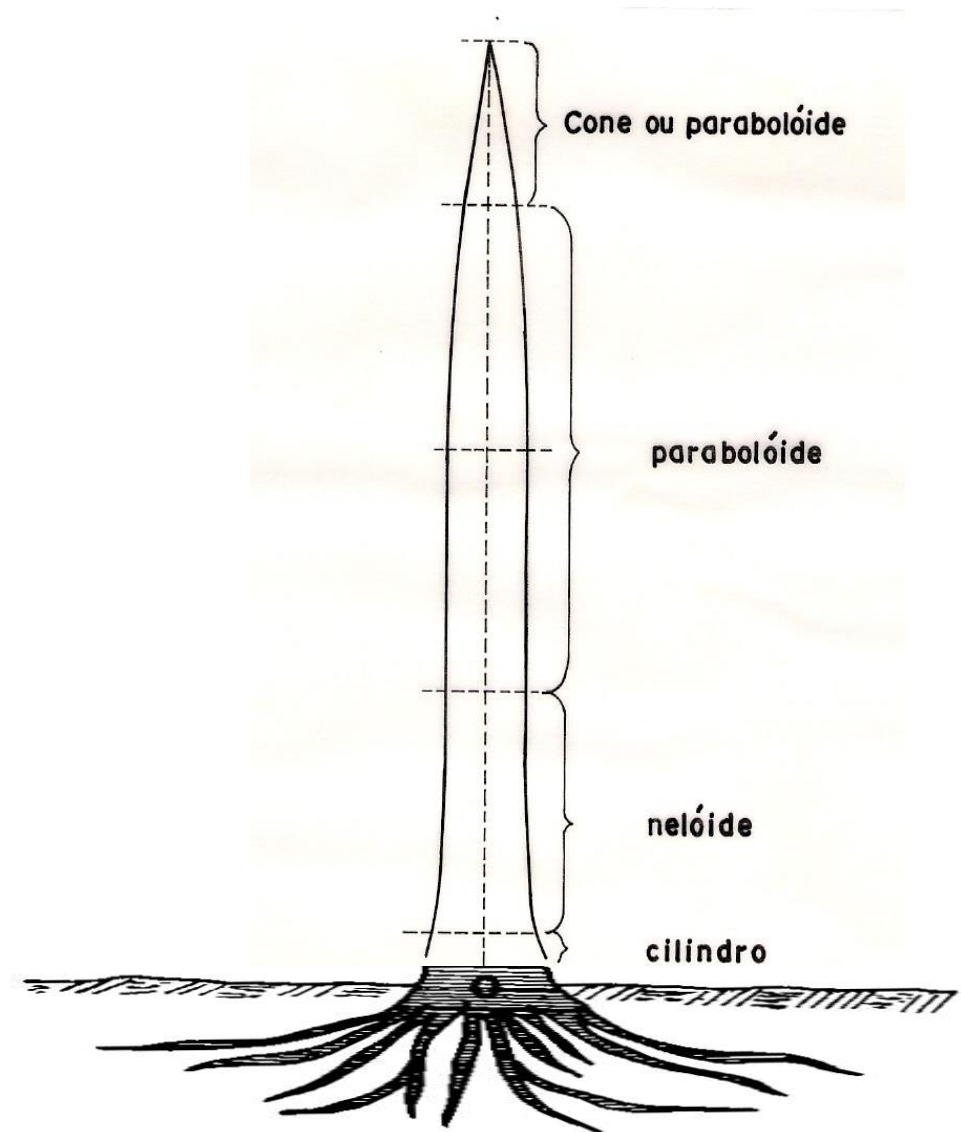
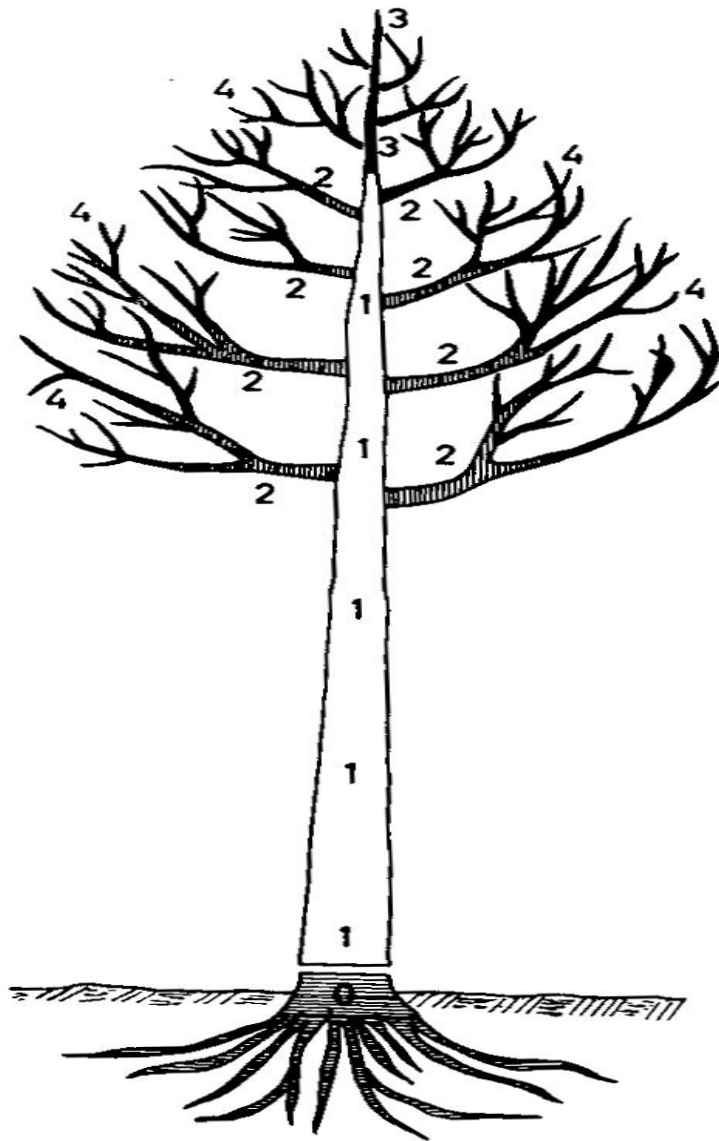
3 – Fuste não comercial;

4 – Galhos não comerciais  
(pequenos);

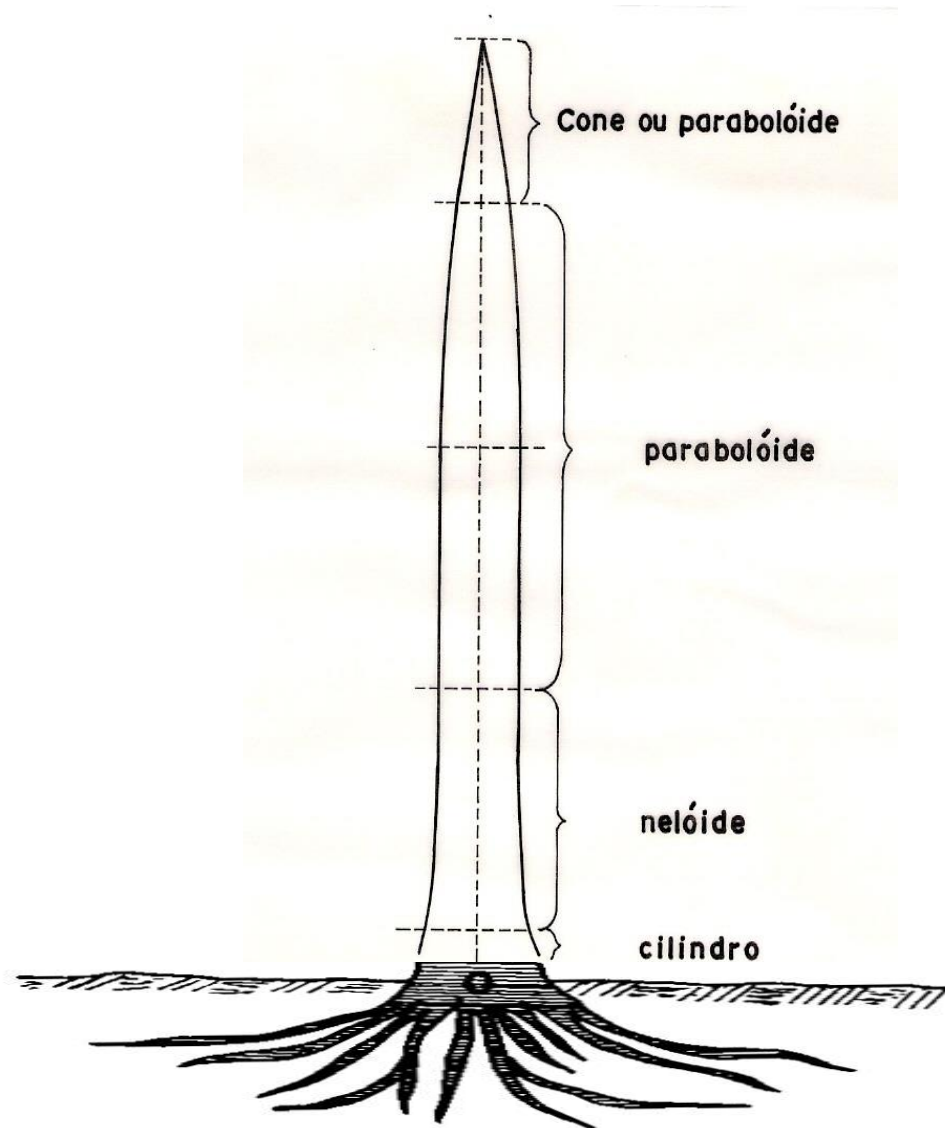
$0 + 1 + 2 + 3 + 4 = \text{Volume total.}$



# 3 Formas geométricas



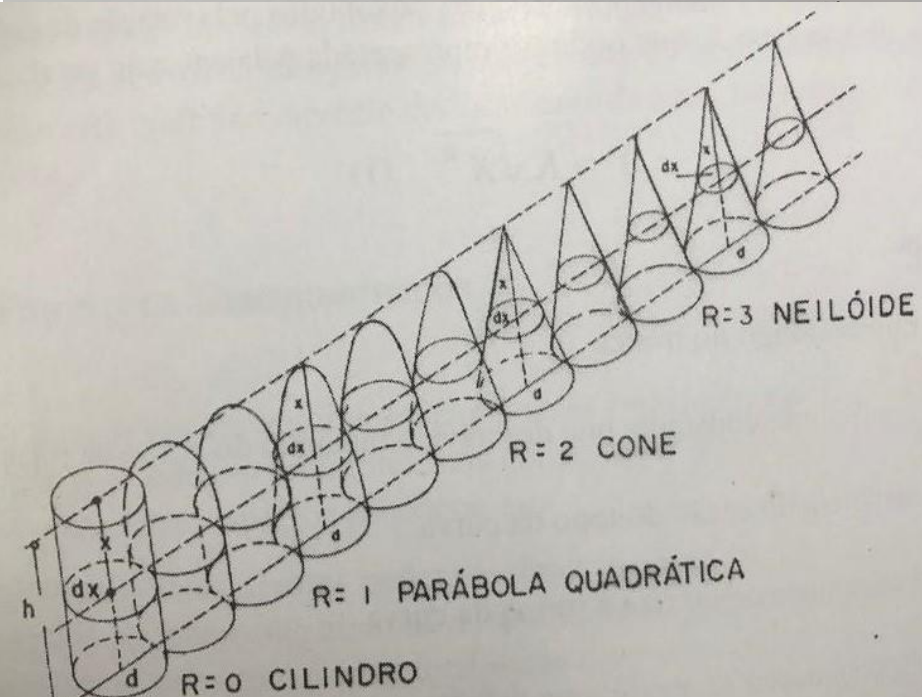
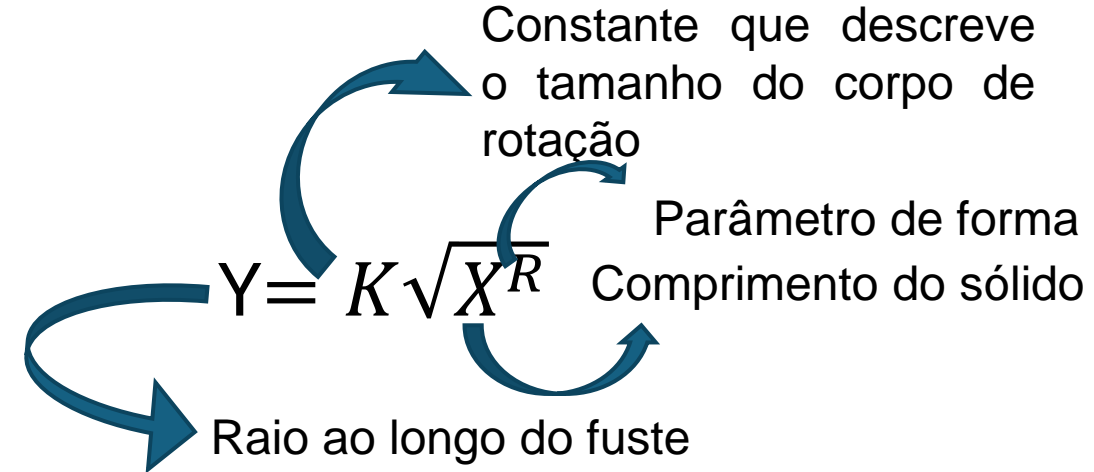
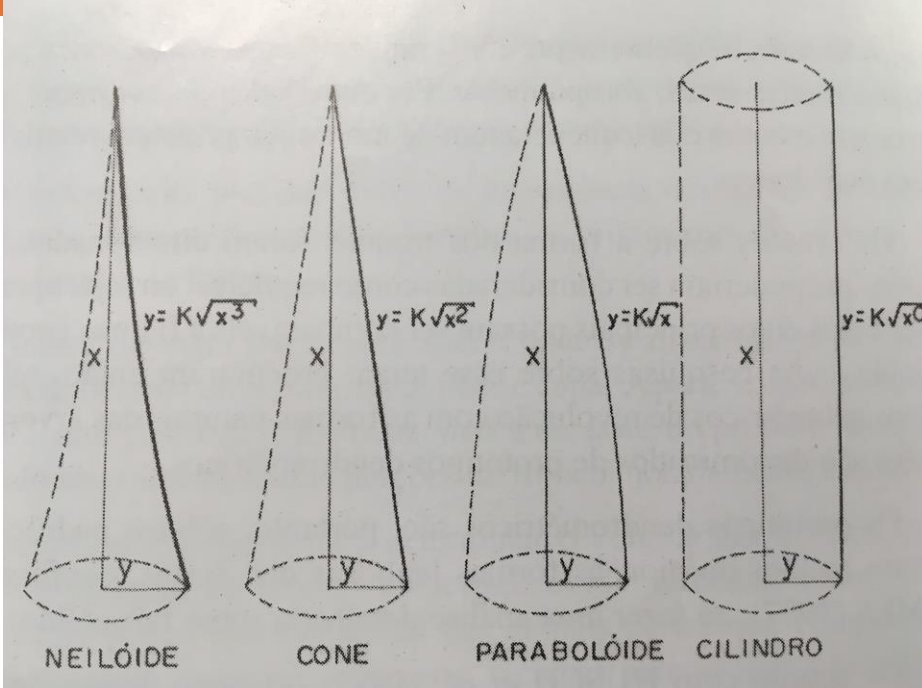
# 3 Formas geométricas



Formas geométricas associadas ao tronco de uma árvore (Husch et al., 1982).



# 3 Formas geométricas



$$v = \pi \int_a^b Y^2 dX$$

$$v = \left( \frac{1}{R+1} \right) * g * h$$

- $R = 0$  Cilindro
- $R = 1$  Parabolóide
- $R = 2$  Cone
- $R = 3$  Neilóide

# 4 Cubagem rigorosa de árvores

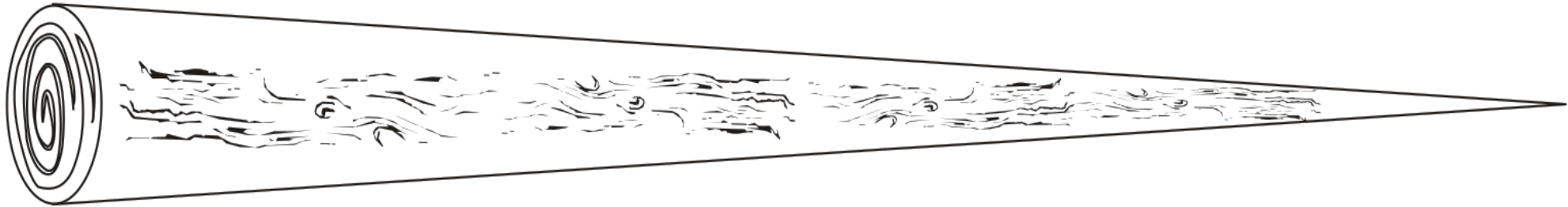
Sólido de Revolução	Equação de Volume
Cilindro	$v = gh$
Parabolóide	$v = 1/2(gh)$
Cone	$v = 1/3(gh)$
Neilóide	$v = 1/4(gh)$
Tronco de parabolóide	$v = h^*(g_i + g_{i+1})/2$ (Smalian)
Parabolóide	$v = h(g_m)$ (Huber)
Cilindro, parabolóide, cone ou neilóide	$v = h^*(g_i + 4g_m + g_{i+1})/6$ (Newton)

## 4 Cubagem rigorosa de árvores

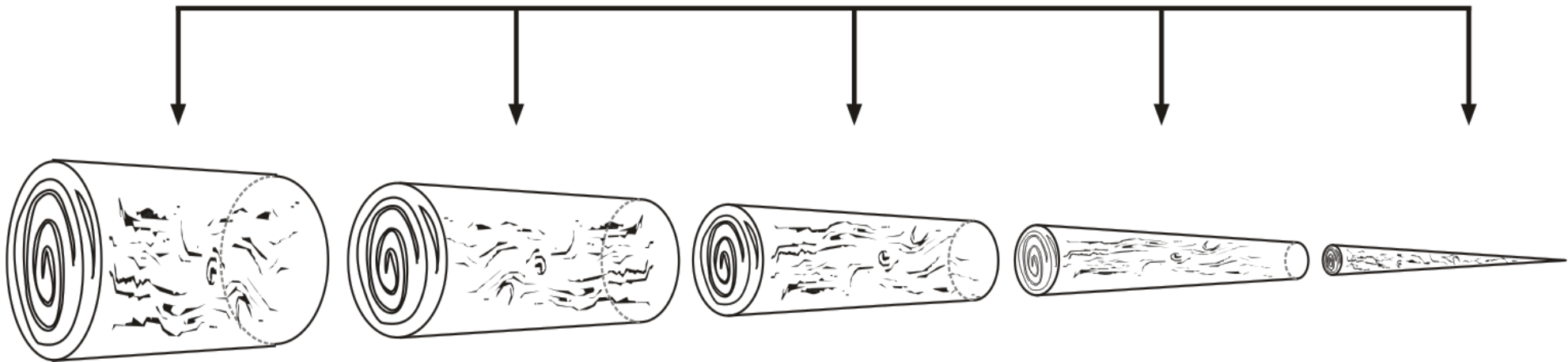
- 4.1 Método de Smalian
- 4.2 Método de Huber
- 4.3 Método de Newton
- 4.4 Método de Hohenadl

# IDEIA GERAL DA CUBAGEM RIGOROSA

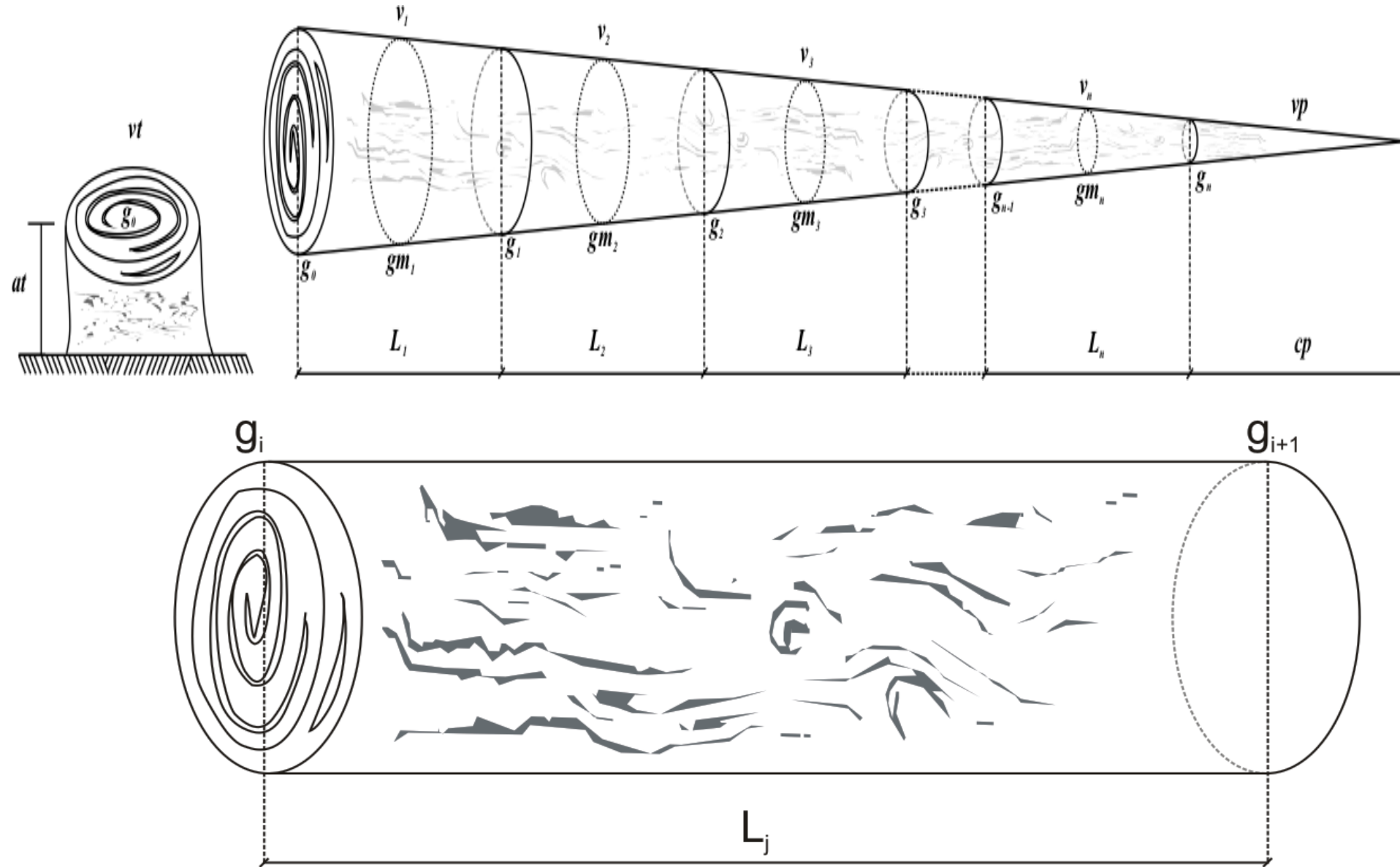
Árvore inteira



Árvore subdividida em toretes



# 4.1 Método de Smalian



### Exemplo:

Campo			Escritório	
$h(m)$	$dc/c$ (cm)	$ds/c$ (cm)	$gc/c(m^2)$	$gs/c(m^2)$
0,1	27,1	24,9	0,05768	0,04870
1,3	25,8	23,6	0,05228	0,04374
3,3	22,9	22,3	0,04119	0,03906
5,3	21,3	20,9	0,03563	0,03431
7,3	19,1	18,7	0,02865	0,02746
9,3	17,2	17,0	0,02324	0,02270
11,3	14,3	14,1	0,01606	0,01561
13,3	10,8	10,6	0,00916	0,00882
15,3	6,7	6,5	0,00353	0,00332
17,3	3,2	3,0	0,00080	0,00071

O comprimento da ponta da árvore ( $cp$ ) foi de 1,2 metros.

$$v_1 = \frac{(g_{0,1} + g_{1,3})}{2} L_1$$

$$v_1 = \frac{(0,05768 + 0,05228)}{2} 1,2 = 0,06598 \text{ m}^3$$

$$v_2 = \frac{(g_{1,3} + g_{3,3})}{2} L_2$$

$$v_2 = \frac{(0,05228 + 0,04119)}{2} 2 = 0,09347 \text{ m}^3$$

$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$
0,07682 m <sup>3</sup>	0,06428 m <sup>3</sup>	0,05189 m <sup>3</sup>	0,03930 m <sup>3</sup>	0,02522 m <sup>3</sup>	0,01269 m <sup>3</sup>	0,00433 m <sup>3</sup>



$$vtoc = g_{0,1}at \quad \rightarrow \quad vtoc = 0,05768.0,1 = 0,00577 \text{ m}^3$$

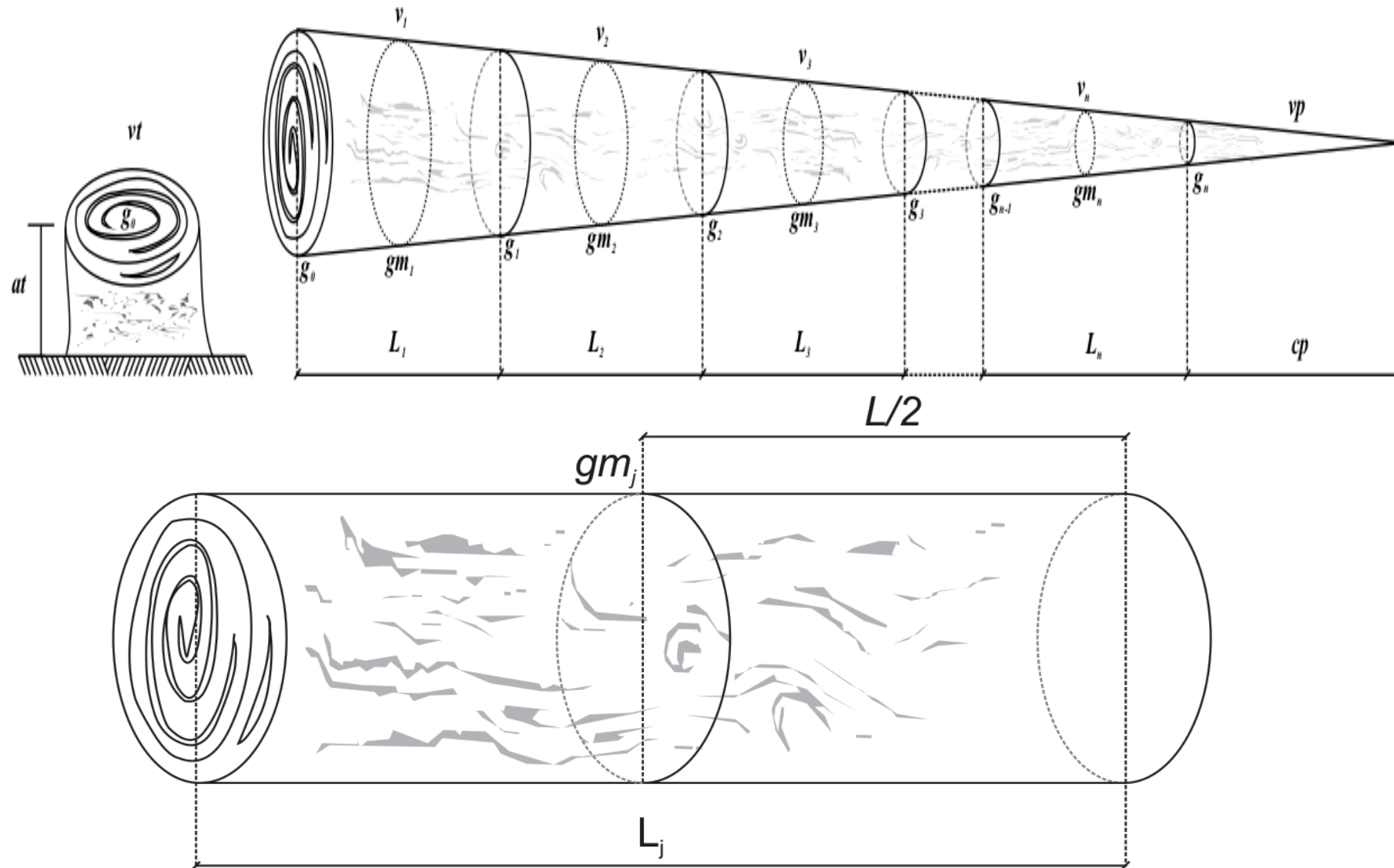
$$vp = \frac{g_{17,3}}{3}cp \quad \rightarrow \quad vp = \frac{0,00080}{3}1,2 = 0,00032 \text{ m}^3$$

$$v_{total} = v_{toco} + \sum_{i=1}^n v_i + v_{ponta}$$

$$vt = 0,00577 + (0,06598 + \dots + 0,00433) + 0,00032 = \mathbf{0,44006 \text{ m}^3}.$$

*Repetindo os mesmos cálculos para o volume sem casca,  
tem-se: vtsc = **0,40763 m**<sup>3</sup>.*

## 4.2 Método de Huber



### Exemplo:

Campo			Escritório	
$h(m)$	$dc/c$ (cm)	$ds/c$ (cm)	$gc/c(m^2)$	$gs/c(m^2)$
0,7	26,4	24,0	0,05474	0,04524
2,3	24,2	23,4	0,04600	0,04301
4,3	22,0	21,4	0,03801	0,03597
6,3	20,1	19,7	0,03173	0,03048
8,3	18,8	18,4	0,02776	0,02659
10,3	15,9	15,7	0,01986	0,01936
12,3	12,7	12,5	0,01267	0,01227
14,3	8,6	8,4	0,00581	0,00554
16,3	5,4	5,2	0,00229	0,00212

O comprimento da ponta da árvore ( $cp$ ) foi de 1,2 metros.

$$v_1 = g_{0,7} L_1 \quad \rightarrow \quad v_1 = 0,05474 \cdot 1,2 = 0,06569 \text{ m}^3$$

$$v_2 = g_{2,3} L_2 \quad \rightarrow \quad v_2 = 0,04600 \cdot 2 = 0,09199 \text{ m}^3$$

$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$
0,07603 m <sup>3</sup>	0,06346 m <sup>3</sup>	0,05552 m <sup>3</sup>	0,03971 m <sup>3</sup>	0,02534 m <sup>3</sup>	0,01162 m <sup>3</sup>	0,00458 m <sup>3</sup>

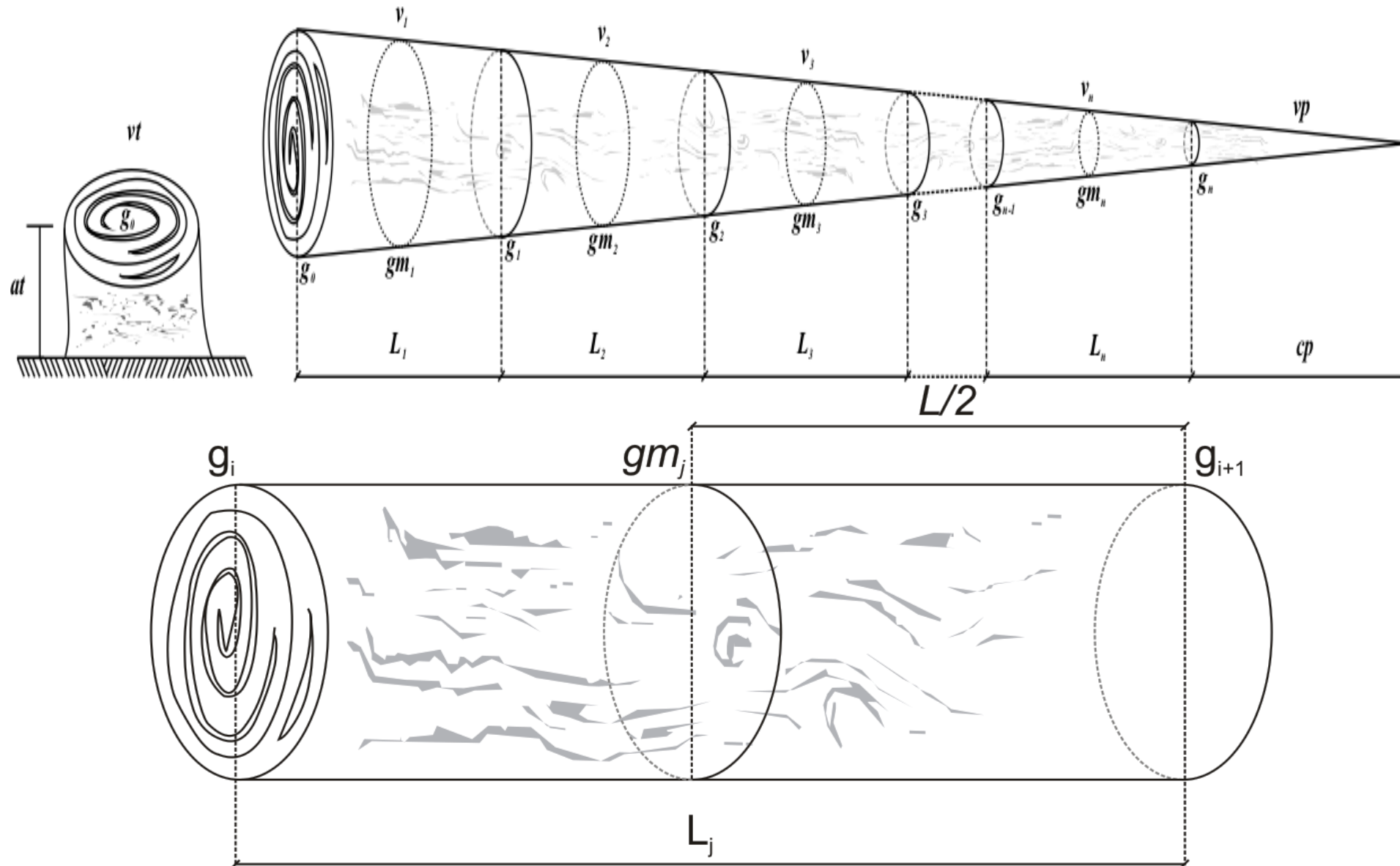
$$v_{toc} = 0,00577 \text{ m}^3 \quad \mathbf{e} \quad v_p = 0,00032 \text{ m}^3$$

$$v_{total} = v_{toco} + \sum_{i=1}^n v_i + v_{ponta}$$

$$v_t = 0,00577 + (0,06569 + \dots + 0,00458) + 0,00032 = \mathbf{0,44002 \text{ m}^3}$$

*Repetindo os mesmos cálculos para o volume sem casca,  
tem-se:  $v_{tsc} = \mathbf{0,41012 \text{ m}^3}$ .*

## 4.3 Método de Newton



Para o cálculo do volume pelo método de cubagem de Newton, temos que:

$$vt = v_{toc} + \sum_{i=1}^n v_i + v_{ponta}$$

em que

$v_{toc}$  e  $v_p$  é tal como calculado para Smalian e Huber, e

$$v_i = \frac{1}{6} (g_i + 4gm_i + g_{i+1})L_j$$

em que  $v_i$  é igual ao volume do  $i$ -ésimo torete, sendo  $g_i$  e  $g_{i+1}$  as áreas seccionais nas extremidades (Smalian) e  $gm_i$  a área seccional na metade do  $i$ -ésimo torete (Huber)

## Exemplo:

Campo			Escritório	
$h(m)$	$dc/c$ (cm)	$ds/c$ (cm)	$gc/c(m^2)$	$gs/c(m^2)$
0,1	27,1	24,9	0,05768	0,04870
0,7	26,4	24,0	0,05474	0,04524
1,3	25,8	23,6	0,05228	0,04374
2,3	24,2	23,4	0,04600	0,04301
3,3	22,9	22,3	0,04119	0,03906
4,3	22,0	21,4	0,03801	0,03597
5,3	21,3	20,9	0,03563	0,03431
6,3	20,1	19,7	0,03173	0,03048
7,3	19,1	18,7	0,02865	0,02746
8,3	18,8	18,4	0,02776	0,02659
9,3	17,2	17,0	0,02324	0,02270
10,3	15,9	15,7	0,01986	0,01936
11,3	14,3	14,1	0,01606	0,01561
12,3	12,7	12,5	0,01267	0,01227
13,3	10,8	10,6	0,00916	0,00882
14,3	8,6	8,4	0,00581	0,00554
15,3	6,7	6,5	0,00353	0,00332
16,3	5,4	5,2	0,00229	0,00212
17,3	3,2	3,0	0,00080	0,00071

O comprimento da ponta da árvore ( $cp$ ) foi de 1,2 metros.



$$v_1 = \frac{(g_{0,1} + 4g_{0,7} + g_{1,3})}{6} L_1$$

$$v_1 = \frac{(0,05768 + 4 \cdot 0,05474 + 0,05228)}{6} 1,2 = 0,06578 \text{ m}^3$$

$$v_2 = \frac{(g_{1,3} + 4g_{2,3} + g_{3,3})}{6} L_2$$

$$v_2 = \frac{(0,05228 + 4 \cdot 0,04600 + 0,04119)}{6} 2 = 0,09248 \text{ m}^3$$

$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$
0,07629 m <sup>3</sup>	0,06374 m <sup>3</sup>	0,05431 m <sup>3</sup>	0,03957 m <sup>3</sup>	0,02530 m <sup>3</sup>	0,01197 m <sup>3</sup>	0,00450 m <sup>3</sup>

$$v_{toc} = 0,00577 \text{ m}^3 \quad \mathbf{e} \quad v_p = 0,00032 \text{ m}^3$$

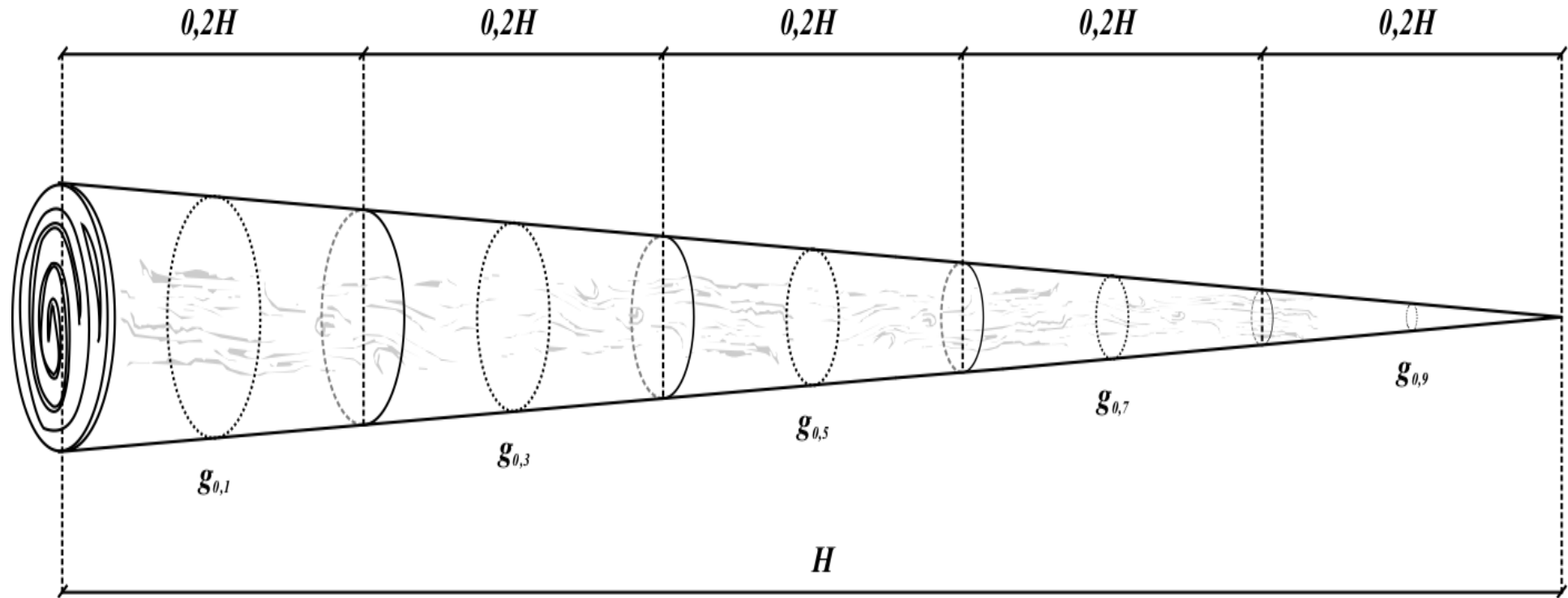
$$v_{total} = v_{toco} + \sum_{i=1}^n v_i + v_{ponta}$$

$$v_t = 0,00577 + (0,06569 + \dots + 0,00458) + 0,00032 = \mathbf{0,44003 \text{ m}^3}$$

*Repetindo os mesmos cálculos para o volume sem casca, tem-se:  $v_{tsc} = \mathbf{0,40929 \text{ m}^3}$ .*

Método de cubagem	Vol. com casca (m³)	Vol. sem casca (m³)
<b>Smalian</b>	<b>0,44006</b>	<b>0,40763</b>
<b>Huber</b>	<b>0,44002</b>	<b>0,41012</b>
<b>Newton</b>	<b>0,44003</b>	<b>0,40929</b>

## 4.4 O método de Hohenadl



$$vt = 0,2h \frac{\pi}{40000} d_{0,1}^2 + 0,2h \frac{\pi}{40000} d_{0,3}^2 + 0,2h \frac{\pi}{40000} d_{0,5}^2 + 0,2h \frac{\pi}{40000} d_{0,7}^2 + 0,2h \frac{\pi}{40000} d_{0,9}^2$$

$$vt = 0,2H(g_{0,1} + g_{0,3} + g_{0,5} + g_{0,7} + g_{0,9})$$

## Exemplo:

Campo			Escritório	
$h(m)$	$dc/c$ (cm)	$ds/c$ (cm)	$gc/c(m^2)$	$gs/c(m^2)$
1,0	18,30	17,50	0,02630	0,02405
3,0	15,80	15,00	0,01961	0,01767
5,0	12,30	11,90	0,01188	0,01112
7,0	10,80	10,40	0,00916	0,00849
9,0	5,40	5,00	0,00229	0,00196

$$vt = 0,2H(g_{0,1} + g_{0,3} + g_{0,5} + g_{0,7} + g_{0,9})$$

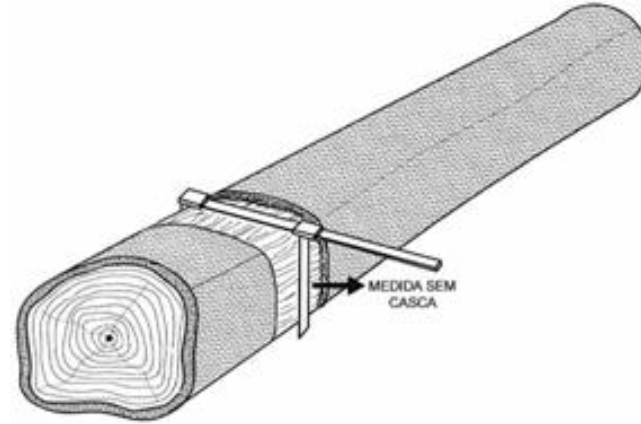
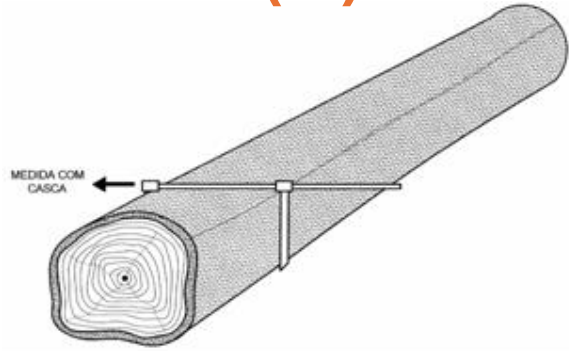
$$vt = 0,2.10(0,02630 + 0,01961 + 0,01188 + 0,00916 + 0,00229)$$

$$vtcc = \mathbf{0,13848 \, m^3}$$

$$vt = 0,2.10(0,02405 + 0,01767 + 0,01112 + 0,00849 + 0,00196)$$

$$vtsc = \mathbf{0,12658 \, m^3}$$

## 5 Determinação da espessura de casca e do fator casca (k)

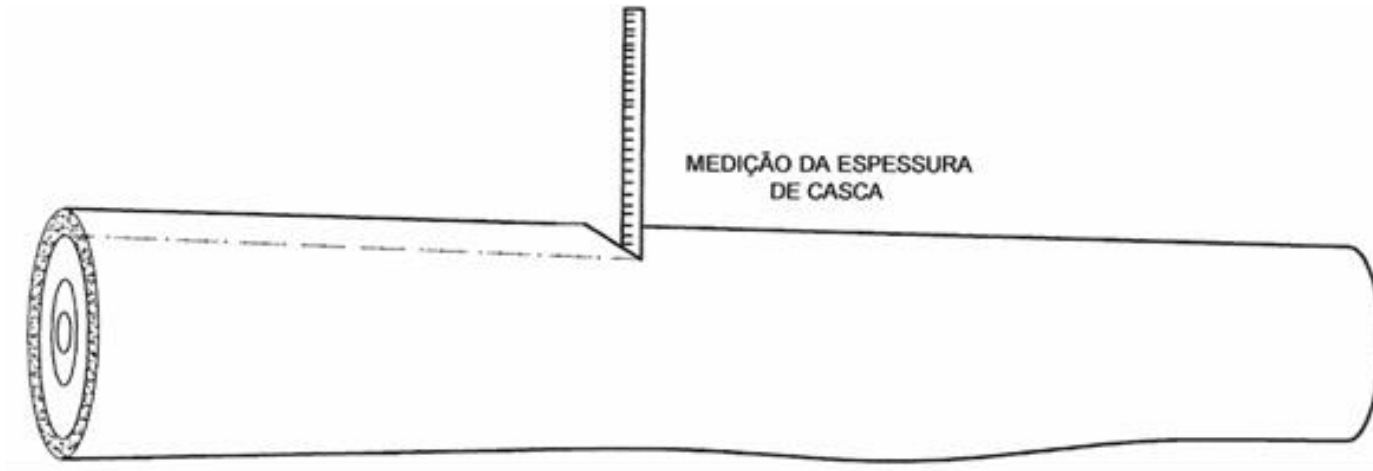


$$E_i = d_{cc} - d_{sc}$$

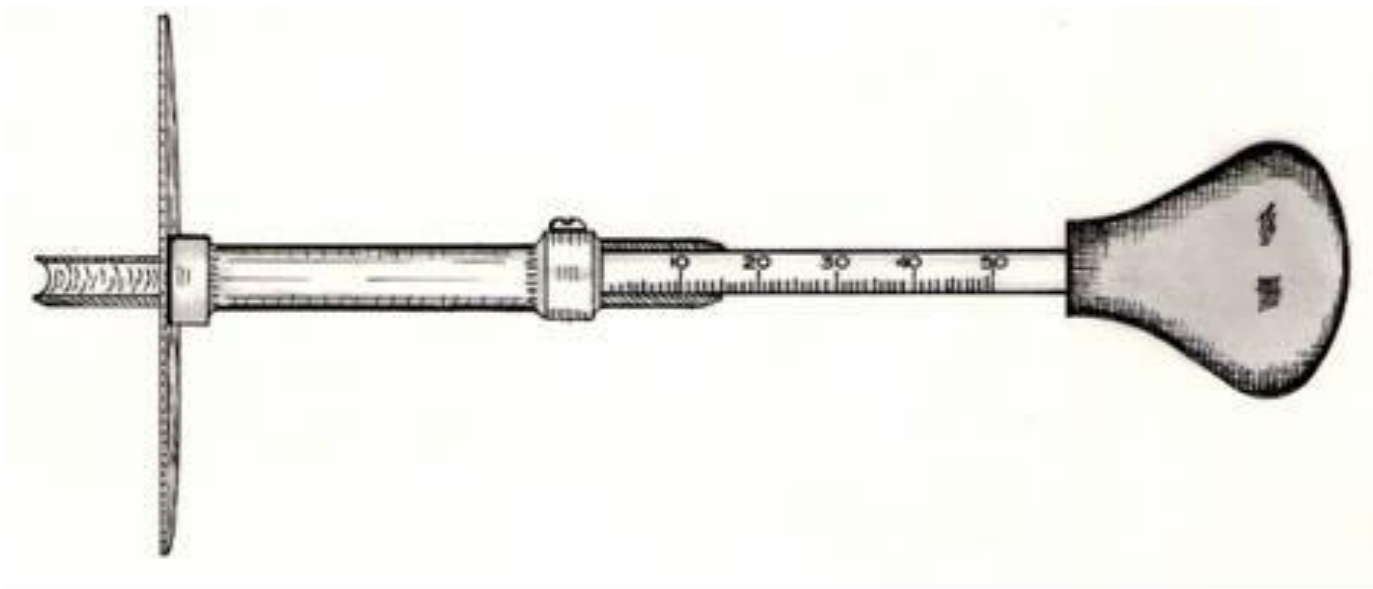
$$K = \frac{\sum_{i=1}^n (d_{cc} * d_{sc})}{\sum_{i=1}^n d_{cc}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n d_{sc}}{\sum_{i=1}^n d_{cc}}$$

$$v_{sc} = v_{cc} * K^2$$

## Medição com régua



## Medição com o medidor de espessura de casca



Considerando uma árvore com altura de 13,5 m, cubada pelo método de Smalian, determinar:

a) volume total com casca e sem casca

b) volume comercial (  $d \geq 5$  cm com casca)

c) fator casca

$h_i$ (m)	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,3	11,3
$d_i$ (cm)	40,5	39	37,5	33,1	30	26,2	23,3	21,5	17	14,5	10,3	7,2	4,2
E (cm)	1,1	0,8	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3



$h_i$ (m)	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,3	11,3
$d_i$ (cm)	40,5	39	37,5	33,1	30	26,2	23,3	21,5	17	14,5	10,3	7,2	4,2
$E$ (cm)	1,1	0,8	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
$g_i$ (m <sup>2</sup> )	0,12880	0,11950	0,11040	0,08600	0,07070	0,05390	0,04260	0,03630	0,02270	0,01650	0,00830	0,00410	0,0014

**a) volume total com casca**

$$\begin{aligned}
 v_{toco} &= g_{0,1} * 0,1 & v_5 &= \left[ \frac{(g_{3,3} + g_{4,3})}{2} * (4,3 - 3,3) \right] & v_{10} &= \left[ \frac{(g_{8,3} + g_{9,3})}{2} * (9,3 - 8,3) \right] \\
 v_1 &= \left[ \frac{(g_{0,1} + g_{0,3})}{2} * (0,3 - 0,1) \right] & v_6 &= \left[ \frac{(g_{4,3} + g_{5,3})}{2} * (5,3 - 4,3) \right] & v_{11} &= \left[ \frac{(g_{9,3} + g_{10,3})}{2} * (10,3 - 9,3) \right] \\
 v_2 &= \left[ \frac{(g_{0,3} + g_{1,3})}{2} * (1,3 - 0,3) \right] & v_7 &= \left[ \frac{(g_{5,3} + g_{6,3})}{2} * (6,3 - 5,3) \right] & v_{12} &= \left[ \frac{(g_{10,3} + g_{11,3})}{2} * (11,3 - 10,3) \right] \\
 v_3 &= \left[ \frac{(g_{1,3} + g_{2,3})}{2} * (2,3 - 1,3) \right] & v_8 &= \left[ \frac{(g_{6,3} + g_{7,3})}{2} * (7,3 - 6,3) \right] & v_{ponta} &= \frac{g_{11,3}}{3} * (13,5 - 11,3) \\
 v_4 &= \left[ \frac{(g_{2,3} + g_{3,3})}{2} * (4,3 - 3,3) \right] & v_9 &= \left[ \frac{(g_{7,3} + g_{8,3})}{2} * (8,3 - 7,3) \right] & v_{total} &= v_{toco} + \sum_{i=1}^n v_i + v_{ponta}
 \end{aligned}$$

h <sub>i</sub> (m)	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,3	11,3
d <sub>i</sub> (cm)	40,5	39	37,5	33,1	30	26,2	23,3	21,5	17	14,5	10,3	7,2	4,2
E (cm)	1,1	0,8	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
g <sub>i</sub> (m <sup>2</sup> )	0,1288	0,1195	0,1104	0,0860	0,0707	0,0539	0,0426	0,0363	0,0227	0,0165	0,0083	0,0041	0,0014

**a) volume total com casca**

$$v_1 = \left[ \frac{(0,1228 + 0,1195)}{2} * (0,3 - 0,1) \right] = 0,0248 \text{ m}^3$$

$$v_2 = \left[ \frac{(0,1195 + 0,1104)}{2} * (1,3 - 0,3) \right] = 0,1150 \text{ m}^3$$

$$v_3 = \left[ \frac{(0,1104 + 0,0860 )}{2} * (2,3 - 1,3) \right] = 0,0982 \text{ m}^3$$

$$v_4 = 0,0784 \text{ m}^3 \quad v_7 = 0,0395 \text{ m}^3 \quad v_{10} = 0,0124 \text{ m}^3$$

$$v_5 = 0,0623 \text{ m}^3 \quad v_8 = 0,0295 \text{ m}^3 \quad v_{11} = 0,0062 \text{ m}^3$$

$$v_6 = 0,0483 \text{ m}^3 \quad v_9 = 0,0196 \text{ m}^3$$

$$v_{12} = \left[ \frac{(0,0041 + 0,0014 )}{2} * (11,3 - 10,3) \right] = 0,0027$$

$$v_{toco} = 0,1288 * 0,1 = 0,01288 \text{ m}^3$$

$$v_{ponta} = \frac{0,0014}{3} * (13,5 - 11,3) = 0,00102 \text{ m}^3$$

$$\begin{aligned} v_{total} &= 0,01288 + 0,0248 + 0,1150 \\ &+ 0,0982 + 0,0784 + 0,0623 + 0,0483 \\ &+ 0,0395 + 0,0295 + 0,0196 + 0,0124 \\ &+ 0,0062 + 0,0027 + 0,00102 = \mathbf{0,5509 \text{ m}^3} \end{aligned}$$

h <sub>i</sub> (m)	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,3	11,3
d <sub>i</sub> (cm)	40,5	39	37,5	33,1	30	26,2	23,3	21,5	17	14,5	10,3	7,2	4,2
E (cm)	1,1	0,8	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
g <sub>i</sub> (m <sup>2</sup> )	0,12880,11950,11040,08600,07070,05390,04260,03630,02270,01650,00830,00410,0014												
d <sub>isc</sub> (cm)	39,4	38,2	36,9	32,6	29,5	25,7	22,8	21,1	16,6	14,1	9,9	6,9	3,9
g <sub>isc</sub> (m <sup>2</sup> )	0,12190,11460,10690,08350,06830,05190,04080,03500,02160,01560,00770,00370,0012												

**a) volume total sem casca**  
 $v_{toco} = g_{0,1} * 0,1$

$$v_5 = \left[ \frac{(g_{3,3} + g_{4,3})}{2} * (4,3 - 3,3) \right]$$

$$v_{10} = \left[ \frac{(g_{8,3} + g_{9,3})}{2} * (9,3 - 8,3) \right]$$

$$v_1 = \left[ \frac{(g_{0,1} + g_{0,3})}{2} * (0,3 - 0,1) \right]$$

$$v_6 = \left[ \frac{(g_{4,3} + g_{5,3})}{2} * (5,3 - 4,3) \right]$$

$$v_{11} = \left[ \frac{(g_{9,3} + g_{10,3})}{2} * (10,3 - 9,3) \right]$$

$$v_2 = \left[ \frac{(g_{0,3} + g_{1,3})}{2} * (1,3 - 0,3) \right]$$

$$v_7 = \left[ \frac{(g_{5,3} + g_{6,3})}{2} * (6,3 - 5,3) \right]$$

$$v_{12} = \left[ \frac{(g_{10,3} + g_{11,3})}{2} * (11,3 - 10,3) \right]$$

$$v_3 = \left[ \frac{(g_{1,3} + g_{2,3})}{2} * (2,3 - 1,3) \right]$$

$$v_8 = \left[ \frac{(g_{6,3} + g_{7,3})}{2} * (7,3 - 6,3) \right]$$

$$v_{ponta} = \frac{g_{11,3}}{3} * (13,5 - 11,3)$$



$$v_{total} = v_{toco} + \sum_{i=1}^n v_i + v_{ponta}$$

$$v_4 = \left[ \frac{(g_{2,3} + g_{3,3})}{2} * (4,3 - 3,3) \right]$$

$$v_9 = \left[ \frac{(g_{7,3} + g_{8,3})}{2} * (8,3 - 7,3) \right]$$

$h_i(\text{m})$	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,3	11,3
$d_i(\text{cm})$	40,5	39,0	37,5	33,1	30,0	26,2	23,3	21,5	17,0	14,5	10,3	7,2	4,2
<b>E</b>	1,1	0,8	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3

b) volume comercial (  $d \geq 5$  cm com casca)

		
$h_i(\text{m})$	10,3	11,3
$d_i(\text{cm})$	7,2	4,2
<b>E</b>	0,3	

$$\frac{(11,3 - 10,3)}{(11,3 - h_{d5\text{cm}})} = \frac{(4,2 - 7,2)}{(4,2 - 5,0)}$$

$$\frac{(1,0)}{(11,3 - h_{d5\text{cm}})} = \frac{(-3)}{(-0,8)}$$

$$-33,9 + 3 \cdot h_{d5\text{cm}} = -0,8$$

$$h_{d5\text{cm}} = 11,03\text{m}$$

$h_i(m)$	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10, 3	11, 0
$d_i (cm)$	40,5	39,0	37,5	33,1	30,0	26,2	23,3	21,5	17,0	14,5	10,3	7,2	5,0

b) volume comercial (  $d \geq 5$  cm com casca)

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \left[ \frac{(g_{0,1} + g_{0,3})}{2} * (0,3 - 0,1) \right] & v_6 &= \left[ \frac{(g_{4,3} + g_{5,3})}{2} * (5,3 - 4,3) \right] & v_{11} &= \left[ \frac{(g_{9,3} + g_{10,3})}{2} * (10,3 - 9,3) \right] \\
 v_2 &= \left[ \frac{(g_{0,3} + g_{1,3})}{2} * (1,3 - 0,3) \right] & v_7 &= \left[ \frac{(g_{5,3} + g_{6,3})}{2} * (6,3 - 5,3) \right] & v_{12} &= \left[ \frac{(g_{10,3} + g_{11,0})}{2} * (11,0 - 10,3) \right] \\
 v_3 &= \left[ \frac{(g_{1,3} + g_{2,3})}{2} * (2,3 - 1,3) \right] & v_8 &= \left[ \frac{(g_{6,3} + g_{7,3})}{2} * (7,3 - 6,3) \right] & v_{total} &= \sum_{i=1}^n v_i \\
 v_4 &= \left[ \frac{(g_{2,3} + g_{3,3})}{2} * (4,3 - 3,3) \right] & v_9 &= \left[ \frac{(g_{7,3} + g_{8,3})}{2} * (8,3 - 7,3) \right] & & \\
 v_5 &= \left[ \frac{(g_{3,3} + g_{4,3})}{2} * (4,3 - 3,3) \right] & v_{10} &= \left[ \frac{(g_{8,3} + g_{9,3})}{2} * (9,3 - 8,3) \right] & &
 \end{aligned}$$

h <sub>i</sub> (m)	0,1	0,3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3	9,3	10,3	11,3
d <sub>i</sub> (cm)	40,5	39	37,5	33,1	30	26,2	23,3	21,5	17	14,5	10,3	7,2	4,2
E (cm)	1,1	0,8	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
d <sub>isc</sub> (cm)	39,4	38,2	36,9	32,6	29,5	25,7	22,8	21,1	16,6	14,1	9,9	6,9	3,9

c) fator casca e volume sem casca pelo fator

$$E_i = d_{cc} - d_{sc}$$

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n (d_{cc} * d_{sc})}{\sum_{i=1}^n d_{cc}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n d_{sc}}{\sum_{i=1}^n d_{cc}} = \frac{39,4 + 38,2 + \dots + 3,9}{40,5 + 39,0 + \dots + 4,2} = 0,9780$$

$$v_{sc} = 0,5509 * 0,9780^2 = 0,5269m^3$$

# 6 Fator de forma e quociente de forma

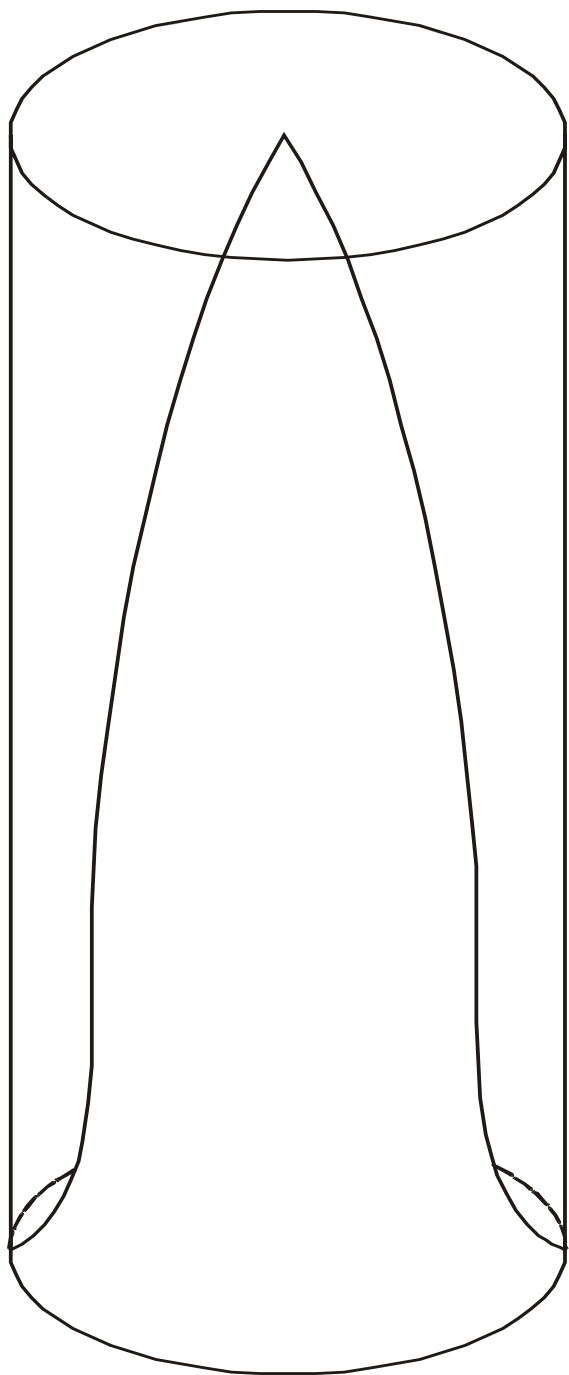
O fator e o quociente de forma são tentativas de se expressar a forma da árvore numericamente. O fator e o quociente de forma também podem ser empregados para o cálculo do volumes de árvores individuais.

## 6.1 Fator de forma

### a) Fator de forma artificial ( $f_{1,3}$ )

Este fator é a razão entre dois volumes: o volume cubado da árvore, considerado aproximadamente como o volume real da árvore, e o volume de um cilindro. Ele pode assumir valores entre 0 e 1.





$$f_{1,3} = \frac{v_{real}}{v_{cil}}$$

Em que

**$f_{1,3}$**  = fator de forma artificial, com ou sem casca;

**$v_{real}$**  = volume cubado, com ou sem casca, em m<sup>3</sup>;

**$v_{cil}$**  = volume de um cilindro definido pelo *DAP* e pela altura total ou comercial.

**Exemplo:** Uma determinada árvore apresenta uma altura total  $H = 20$  metros e um  $DAP = 15$  cm. Sabe-se de antemão que seu fator de forma artificial  $f_{1,3}$  é igual a 0,6. Qual o volume estimado desta árvore em metros cúbicos?

$$v_{cil} = \frac{\pi 15^2}{40000} 20 = 0,35343 \text{ m}^3$$

$$v_{est} = 0,35343 \cdot 0,6$$

$$\mathbf{v_{est} = 0,21206 \text{ m}^3}$$

## b) Fator de forma de Hohenald ( $f_{0,1}$ )

A diferença básica entre o fator de forma de Hohenald ( $f_{0,1}$ ) e o fator de forma artificial está na obtenção do volume do cilindro. Enquanto que no fator de forma artificial o volume do cilindro é calculado tomando como base a área seccional relativa ao *DAP*, no fator de forma de Hohenald a área seccional para cálculo do volume do cilindro é obtida a partir do diâmetro tomado a 10% da altura total da árvore.

$$f_{0,1} = \frac{v_{real}}{v_{cil}}$$

## 6.1 Quociente de forma

A literatura apresenta alternativas para calcular o quociente de forma. A título de exemplo, é apresentado a seguir a expressão de cálculo do quociente de Girard (1933):

$$Q = \frac{d_{5,27}}{d}$$

Em que:

$Q$  = quociente de forma de Girard;

$d_{5,27}$  = diâmetro da árvore à 5,27 metros de altura, com ou sem casca;

$d$  = diâmetro a 1,30 metros de altura, com ou sem casca.

Semelhantemente ao fator de forma, o volume da árvore pode ser obtido multiplicando-se o volume de um cilindro pelo quociente de forma médio, apropriado para a espécie e para o volume que se deseja estimar.

## Referências Bibliográficas e Complementares

SOARES, C.P.B.; PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. Viçosa, UFV, 276 p. 2006.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2 ed. Irati, UNICENTRO, 316 p. 2006

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**. Viçosa, UFV, 470 p. 2006.

---

O conteúdo ministrado em grande parte pertence ao Material Didático de Ensino da disciplina **Dendrometria** da UFES, cedido pelo professor **Gilson Fernandes da Silva**, Engenheiro Florestal, Docente de nível superior, responsável pela disciplina na UFES.

# Referências bibliográficas

IMANA-ENCIÑAS, J. Slides de aula da disciplina de dendrometria, 1ª ed. UNB, 2011.

HUSCH, B.; MILLER, C. I.; BEERS, T. W. **Forest Mensuration**,

FINGER C. A. G. **Fundamentos da biometria florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC; 1992. 269 p.

FINGER C. A. G. **Apostila de biometria florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC; 2006. 284 p.

FINGER C. A. G. **Notas de aula**. Laminas de aula do Prof. Dr. César Augusto Guimarães Finger da Universidade Federal de Santa Maria, 2017.

MACHADO S. A.; FIGUEIREDO-FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 2006. 316p.

SOARES, C. P. B.; PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. Viçosa, UFV, 2006, 276 p.