

# Algoritmos Numéricos I - 19/1

## Trabalho 2

### Diferenças Finitas

#### Observações:

- **Considerações Gerais:** O trabalho pode ser feito na linguagem C ou no Octave, grupos de no máximo dois alunos. O relatório tem que ser feito usando algum editor de texto (latex, word, etc). Entregar os arquivos dos códigos e o relatório via email, onde o assunto é Trab2<nome1><nome2>. Utilize ampvalli@gmail.com.
- **Material de Apoio:** material contendo a discretização das equações de Poisson pelo método de diferenças finitas (PoissonDiferFinitas1.pdf).

**Data da Entrega:** 21 de junho de 2019.

#### 1. Objetivos do Trabalho:

- Resolver a equação de Poisson pelo método de diferenças finitas centrais, resolvendo o sistema resultante pelo método SOR.
- Testar o código implementado com um problema com solução manufaturada e resolver uma aplicação em eletromagnetismo.
- Escrever o relatório técnico com a descrição do trabalho e os resultados obtidos.

#### 2. Descrição do Problema

Considere a equação de Poisson definida no domínio  $\Omega = [a, b] \times [b, c]$ , cuja fronteira é  $\partial\Omega$ , tal que

$$-\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) = f(x, y) \quad \text{em } \Omega \quad (1)$$

$$V = g(x, y) \quad \text{em } \partial\Omega \quad (2)$$

onde  $f(x, y)$  e  $g(x, y)$  são funções conhecidas. Deseja-se obter a solução  $V(x, y)$  no interior de  $\Omega = [a, b] \times [c, d]$ , considerando uma subdivisão do domínio em células retangulares, pelo método de diferenças finitas, sendo o sistema linear resultante resolvido pelo método SOR.

#### 3. Implementação Computacional

- Implemente o método SOR livre de matrizes, considerando apenas as cinco diagonais não nulas, o vetor do lado direito do sistema e a solução.

- Utilize a fórmula para o cálculo do parâmetro do método SOR fornecida para malhas retangulares.
- Faça um procedimento para imprimir os resultados em arquivos de saída para fazer os gráficos do potencial elétrico e do campo elétrico usando um pacote gráfico de sua preferência: gnuplot, octave, tecplot, paraview ou outro software disponível.

#### 4. Validação do modelo com solução conhecida

Considere o problema de Poisson definido no domínio  $\Omega = [0, 10] \times [0, 5]$ , com

$$f(x, y) = \frac{1}{5}[x(10 - x) + y(5 - y)],$$

e as seguintes condições de contorno

$$\begin{aligned} V &= 0 && \text{na fronteira do retângulo} \\ V &= 0.625x(10 - x) && y = 2.5, \quad 0 < x < 10. \end{aligned}$$

Nesse exemplo a solução exata é conhecida e igual a

$$V(x, y) = \frac{1}{10}x(10 - x)y(5 - y)$$

Sendo assim, é possível calcular a norma do erro exato para testar o seu código computacional,

$$erro = \max |V_p^{exato} - V_p|, \quad p = 1, 2, \dots, n_x * n_y$$

onde  $n_x$  e  $n_y$  são os número de pontos nas direções horizontal e vertical, respectivamente. Nos testes computacionais, utilize uma tolerância de  $10^{-6}$  e escolha  $w$  e um número máximo de iterações adequados. Verifique em quantas iterações o método de Gauss-Seidel converge e escreva no relatório. Faça: (1) um estudo da exatidão do potencial e do campo elétrico para diferentes malhas com  $h_x = h_y = 0.5, 0.25, 0.125$ ; (2) escolha uma das malhas e mostre os gráficos do pontencial e do campo elétrico exatos e aproximados. Faça também o gráfico das linhas equipotenciais.

#### 5. Capacitor de placas paralelas

Na simulação de um capacitor de placas paralelas, considere que o domínio  $[0, 10] \times [0, 5]$  é livre de cargas ( $\rho = 0$ ) e tem as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} V &= 0 && \text{na fronteira do retângulo} \\ V &= +5 && y = 3, \quad 3 \leq x \leq 7 \\ V &= -5 && y = 2, \quad 3 \leq x \leq 7 \end{aligned}$$

Resolva o problema para uma malha de sua escolha e mostre os gráficos do potencial, das linhas equipotenciais e do campo elétrico para as soluções aproximadas obtidas.