

OBS: Aqui é apenas uma tradução do material do caderno.

1) Demonstrar pelo método dedutivo as implicações lógicas a seguir:

- a) $p \Rightarrow p \vee q$
- b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$
- c) $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$
- d) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$
- e) $p \Rightarrow q \rightarrow p$
- f) $p \rightarrow q \Rightarrow (p \wedge r) \rightarrow q$

2) Demonstrar pelo método dedutivo as equivalências lógicas a seguir:

- a) $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- b) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- c) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
- d) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$

Respostas:

1)

a) $p \Rightarrow p \vee q$
 $p \rightarrow (p \vee q)$ // Deve ser tautológica
 $\sim p \vee (p \vee q)$
 $(\sim p \vee p) \vee q$
 $T \vee q$
 T // Tautológica

b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$
 $((p \rightarrow q) \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ // Deve ser tautológica
 $\sim((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee \sim p$
 $\sim((\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)) \vee \sim p$
 $\sim((\sim p \wedge \sim q) \vee C) \vee \sim p$
 $\sim(C) \vee \sim p$
 $T \vee \sim p$
 T // Tautológica

c) $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$
 $((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$ // Deve ser tautológica
 $\sim((p \vee q) \wedge \sim p) \vee q$
 $\sim((p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p)) \vee q$
 $\sim(C \vee (q \wedge \sim p)) \vee q$
 $(\sim C \wedge \sim(q \wedge \sim p)) \vee q$
 $(\sim C \wedge (\sim q \vee p)) \vee q$
 $(T \wedge (\sim q \vee p)) \vee q$
 $(\sim q \vee p) \vee q$
 $(q \vee \sim q) \vee p$
 $T \vee p$
 T // Tautológica

d) $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$
 $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ // Deve ser tautológica
 $\sim(p \wedge q) \vee (p \vee q)$
 $((\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q))$
 $((\sim p \vee p) \vee (\sim q \vee q))$
 $T \vee T$
 T // Tautológica

e) $p \Rightarrow q \rightarrow p$
 $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ // Deve ser tautológica
 $\sim p \vee (q \rightarrow p)$
 $\sim p \vee (\sim q \vee p)$
 $(\sim p \vee p) \vee \sim q$
 $T \vee \sim q$
 T // Tautológica

f) $p \rightarrow q \Rightarrow (p \wedge r) \rightarrow q$
 $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$ // Deve ser tautológica
 $\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim(p \wedge r) \vee q)$
 $\sim(\sim p \vee q) \vee ((\sim p \vee \sim r) \vee q)$
 $(p \wedge \sim q) \vee \sim p \vee (\sim r \vee q)$
 $(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q) \vee (\sim r \vee q)$
 $T \wedge (\sim p \vee \sim q) \vee (\sim r \vee q)$
 $(q \vee \sim q) \vee (\sim r \vee \sim p)$
 $T \vee (\sim r \vee \sim p)$
 T // Tautológica

2)
a) $(p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$
 $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ // Deve ser tautológica
 $(\sim(p \wedge q) \vee r) \leftrightarrow (\sim p \vee (\sim q \vee r))$
 $((\sim p \vee \sim q) \vee r) \leftrightarrow (\sim p \vee (\sim q \vee r))$
 $((\sim p \vee \sim q) \vee r) \leftrightarrow ((\sim p \vee \sim q) \vee r)$
// a bicondicional é tautológica se os valores de ambas as proposições forem iguais
 T // Tautológica

b) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
 $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
 $((\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)) \leftrightarrow (\sim(p \vee q) \vee r)$
 $((\sim p \wedge \sim q) \vee r) \leftrightarrow (\sim(p \vee q) \vee r)$
 $(\sim(p \wedge q) \vee r) \leftrightarrow (\sim(p \vee q) \vee r)$
// a bicondicional é tautológica se os valores de ambas as proposições forem iguais
 T // Tautológica

c) $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$

$(\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee r) \leftrightarrow \sim p \vee (q \vee r)$ // Deve ser tautológico

$(\sim p \vee \sim p) \vee (q \vee r) \leftrightarrow \sim p \vee (q \vee r)$

$\sim p \vee (q \vee r) \leftrightarrow \sim p \vee (q \vee r)$

// a bicondicional é tautológica se os valores de ambas as proposições forem iguais

T // Tautológica

d) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$

$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s) \leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ // Deve ser tautológico

$(\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee s) \leftrightarrow \sim(p \wedge q) \vee (r \vee s)$

$(\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee s) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee (r \vee s)$

$(\sim p \vee \sim q) \vee (r \vee s) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee (r \vee s)$

// a bicondicional é tautológica se os valores de ambas as proposições forem iguais

T // Tautológica