

# ÁLGEBRA LINEAR ALGORÍTMICA – UFRJ – 2020.1

## ESTUDO DIRIGIDO 3: SEMANAS 5 E 6

### Instruções:

1. não serão aceitas respostas sem justificativa;
2. o passo a passo da eliminação gaussiana deve ser incluído nas respostas.
3. o código de conduta apresentado junto com o programa do curso deve ser integralmente respeitado.

### Questões sobre os temas da Semana 5

**Questão 1.** *Escreva o vetor  $v$  como combinação linear dos vetores do conjunto  $G$ , para cada um dos exemplos abaixo.*

- (a)  $v = (1, 1, -19, -1)$  e  $G = \{(1, -1, -1, 4), (2, -4, -2, 11), (-3, 9, 12, -20)\}$ ;  
(b)  $v = (1, 1, 1, 1)$  e  $G = \{(1, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 1)\}$ .

**Questão 2.** *Determine um conjunto finito de geradores para cada um dos seguintes subespaços do  $\mathbb{R}^4$ :*

- (a)  $\{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + z - y - w = 0\}$ ;  
(b)  $\{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = x - z - w = x - w = 0\}$ ;  
(c)  $\{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y + z + w = x + y - z - w = 0\}$ .

**Questão 3.** *Simplifique os conjuntos de geradores de cada um dos seguintes subespaços do  $\mathbb{R}^4$ :*

- (a)  $\langle (2, -3, -4, 0), (-4, 6, 8, 0), (-18, 25, 38, -4), (-18, 25, 38, -4) \rangle$ ;  
(b)  $\langle (3, -1, -4, 2), (3, -2, -1, 0), (-6, 1, 11, -7), (6, -2, -8, 6) \rangle$ .

**Questão 4.** *Quais dos dois conjuntos abaixo é subespaço do  $\mathbb{R}^3$ ? Se o conjunto não for subespaço, indique ao menos uma propriedade dos subespaços que ele não satisfaz; se for, ache um sistema linear do qual é o conjunto solução.*

(a)  $U_1 = \{(x, 2x, 4x) \mid x \in \mathbb{R}\};$

(b)  $U_2 = \{(x, x^2, x^3) \mid x \in \mathbb{R}\}.$

### Questões sobre os temas da Semana 6

**Questão 5.** *Use eliminação gaussiana para determinar quais dos subconjuntos abaixo são linearmente dependentes e quais são linearmente independentes.*

(a)  $\{(-2, -8, 0, 2), (-2, -9, 9, 0), (4, 15, 9, -6)\}$  em  $\mathbb{R}^4$ ;

(b)  $\{(3, -1, -4, 2), (3, -2, -1, 0), (-6, 1, 11, -7)\}$  em  $\mathbb{R}^4$ .

**Questão 6.** *Determine uma base e a dimensão de cada um dos dos subespaços da questão 2.*

**Questão 7.** *Determine uma base e a dimensão de cada um dos dos subespaços da questão 3.*

**Questão 8.** *Complete cada um dos conjuntos do exercício 5 para uma base do  $\mathbb{R}^4$ .*

**Questão 9.** *Considere a matriz*

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & (k-1)k+4 & k-3 \\ -1 & 0 & -(k-1)k-2 & 0 \end{bmatrix}$$

*Determine os valores de  $k$  para os quais o conjunto solução do sistema homogêneo cuja matriz é  $A$  tenha:*

(a) *dimensão 2;*

(b) *dimensão 3;*

(c) *dimensão 4.*

**Questão 10.** *Seja  $\{v_1, \dots, v_n\}$  uma base do  $\mathbb{R}^n$  e considere o conjunto*

$$S = \{v_1 - v_2, v_1 - v_3, \dots, v_1 - v_n, v_1 + v_2 + \dots + v_n\}.$$

*Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?*

- (a) o conjunto  $S$  é linearmente independente;*
- (b)  $S$  é um conjunto de geradores do  $\mathbb{R}^n$ ;*
- (c)  $S$  é uma base do  $\mathbb{R}^n$ .*