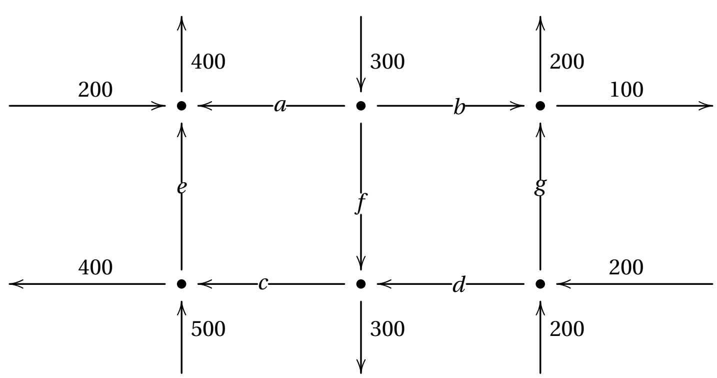
ÁLGEBRA LINEAR ALGORÍTMICA–2020.1–LABORATÓRIO 3

1. Para melhor controlar o fluxo de carros em uma região central do Rio, a CET-Rio pôs sensores eletrônicos em cada esquina. Infelizmente alguns dos sensores pararam de funcionar e, por falta de verbas, permanecem desativados. O mapa destas ruas está desenhado abaixo. Como as ruas são estreitas e com casario antigo:

- não há estacionamento nas casas;
- o estacionamento nas ruas é proibido;
- todas as ruas têm mão unica, indicada no mapa pela seta.

As ruas onde os sensores pararam de funcionar estão rotuladas por letras de a a g que usaremos para nos referir a elas. Os números correspondem à quantidade média de carros que trafegam por hora nas ruas cujos sensores ainda funcionam. Nosso objetivo é usar os dados da figura para investigar o comportamento do fluxo médio de carros nessas ruas sob várias restrições que a CET-Rio precisará fazer no trânsito de algumas ruas.



2. Modelaremos este problema como um sistema linear cujas variáveis corresponderão ao fluxo médio de carros em cada rua. Sugiro que você use o próprio rótulo como sendo a variável que representa o fluxo naquela rua. Para obter as equações do sistema aplique a cada cruzamento de ruas a **lei de conservação dos carros**: se um carro entra em uma rua, ele tem que sair por outra.

3. A tabela abaixo lista várias funções do Maxima que você precisará usar para resolver o sistema linear obtido acima e para investigar suas propriedades.

função	entradas	saída
`linsolve(le,lv)`	lista `le` de equações lista `lv` das variáveis	solução do sistema `le`
`asksign(a)`	número real a	`pos`, `neg` ou `zero`
`rhs(eq)`	igualdade `eq` entre duas expressões	lado direito da igualdade
`emptyp(L)`	lista `L`	`true` se `L` for vazia, senão `false`

Quando o sistema tem uma quantidade infinita de soluções, o Maxima escreve as soluções em termos de parâmetros, que são representados por variáveis da forma `%r1`, `%r2`, etc. Contudo, se você omitir da lista de variáveis `lv` uma quantidade de variáveis igual a dos parâmetros necessários para escrever as soluções, o Maxima usa as variáveis que ficaram fora de `lv` como parâmetros. Por exemplo,

$$\mathtt{linsolve}(\mathtt{x}+\mathtt{y}-\mathtt{z}-\mathtt{w}-2, \mathtt{x}-\mathtt{y}-2*\mathtt{z}+3*\mathtt{w}-3, \mathtt{x}+3*\mathtt{y}-\mathtt{z}, [\mathtt{x},\mathtt{y},\mathtt{z},\mathtt{w}])$$

retorna

$$[x=-\frac{-3\%r2+2\%r1-5}{2}, y=\frac{-\%r2+4\%r1-1}{2}, z=\%r2, w=\%r1] \tag{4}$$

Portanto, o sistema tem dois parâmetros. Para fazer o Maxima escolher x e y como parâmetros basta omiti-los da lista de variáveis que é passada à função `linsolve`:

$$\mathtt{linsolve}(\mathtt{x}+\mathtt{y}-\mathtt{z}-\mathtt{w}-2, \mathtt{x}-\mathtt{y}-2*\mathtt{z}+3*\mathtt{w}-3, \mathtt{x}+3*\mathtt{y}-\mathtt{z}, [\mathtt{z},\mathtt{w}])$$

retorna

$$[z=\frac{2y+4x-9}{5}, w=\frac{3y+x-1}{5}]$$

Isto é extremamente útil para determinar os valores máximo e mínimo que uma dada variável do sistema pode atingir.

4. Quando você resolver o sistema obtido no item 2, verá que é indeterminado, e que suas soluções dependem de dois parâmetros. Em princípio estes parâmetros poderiam tomar quaisquer valores reais; porém, como as variáveis representam fluxo de carros, há

muitos valores dos parâmetros que não são viáveis. Para encontrar os valores viáveis, é necessário considerar:

(a) a que restrições os valores das **variáveis** estão sujeitos;

(b) que restrições os **parâmetros** têm que satisfazer para que as variáveis obedeçam a estas restrições.

As escolhas viáveis correspondem a desigualdades lineares nos parâmetros. Por exemplo, vemos de (4) que os valores de `r%1` e `r%2` para os quais $x < 1$ têm que satisfazer

$$-\frac{-3\%r2+2\%r1-5}{2} < 1,$$

que equivale a

$$3\%r2-2\%r1+3 < 0.$$

Geometricamente, isto significa que, no plano de coordenadas $\%r1$ e $\%r2$, os valores viáveis dos parâmetros correspondem ao semiplano abaixo da reta

$$3\%r2-2\%r1+3 = 0.$$

No nosso problema, a região em que os parâmetros são viáveis é dada pela interseção dos semiplanos definidos por cada uma das desigualdades obtidas a partir de (a) e (b) acima. Use o Maxima ou outro software de sua escolha para esboçar esta região.

5. Implemente a função `nao_negativos` que, ao receber uma lista de expressões da forma

```
variável = número
```

retorna `false` se o número do lado direito de alguma das expressões na lista for negativo e `true` caso todos estes números sejam maiores ou iguais a zero. Esta função será necessária para responder a algumas das questões do teste.

6. Use o Maxima para responder às questões do teste no formulário relativo a este laboratório. Você deve anexar à atividade correspondente no Google Classroom a figura obtida no item 4 acima e um arquivo `.mac` ou `.wxmx` com as funções e os cálculos que você fez para responder aos testes, identificando no arquivo que partes justificam quais questões do teste. Não esqueça de incluir em seu arquivo comentários explicando o que você fez.