Q1) CALCULE OS AUTOVALORES E AUTOVETORES DOS OPERADORES ADJUNTOS CUJAS MATRIZES NA BASE CANÔNICA SÃO DADOS ABAIXO:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{12}{5} \\ \frac{12}{5} & \frac{6}{5} \end{bmatrix} \rightarrow T_A(x,y) = \left(-\frac{1}{5}x + \frac{12}{5}y, \frac{12}{5}x + \frac{6}{5}y\right)$$

→ O POLINOMIO CARACTERISTICO DA MATRIZ A (CALCULOS FEITOS NO MAXIMA)

$$p_A(t) = \det \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} - t & \frac{12}{5} \\ \frac{12}{5} & \frac{6}{5} - t \end{bmatrix} = \left(-t - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{6}{5} - t\right) - \frac{144}{25}$$

$$-\frac{6t}{5} + t^2 - \frac{6}{25} + \frac{t}{5} - \frac{144}{25}$$

$$t^2 - \frac{6t}{5} + \frac{t}{5} - \frac{144}{25} - \frac{6}{25}$$

$$t^2 - \frac{\cancel{5}t}{\cancel{5}} - \frac{1\cancel{50}}{\cancel{25}}$$

$$t^2 - t - 6$$

→ CÁLCULO DAS RAIZES DO POLINOMIO CARACTERISTICO (FEITO NO MAXIMA)

$$t^2 \; t - 6 \begin{cases} t = 3 \\ t = -2 \end{cases}$$

→ PARA CADA UM DOS AUTOVALORES ENCONTRADOS CALCULE UM AUTOVETOR RESOLVENDO O SISTEMA LINEAR CORRESPONDENTE

· AUTOVETORES PARA $t = 3$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{12}{5} \\ \frac{12}{5} & \frac{6}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{5}x & \frac{12}{5}y \\ \frac{12}{5}x & \frac{6}{5}y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x \\ 3y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{5}x + \frac{12}{5}y = 3x \\ \frac{12}{5}x + \frac{6}{5}y = 3y \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -\frac{16}{5}x = -\frac{12y}{5} \\ \frac{12x}{5} = \frac{9y}{5} \end{cases} \rightarrow$$

ISOLANDO O Y: $y = \frac{4x}{3}$

$$(x,y) = \left(x, \frac{4x}{3}\right)$$

$$u = \frac{1}{3}x(3,4)$$

· AUTOVETORES PARA $t = -2$

PELO TEOREMA ESPECTRAL TODO OPERADOR ADJUNTO TEM UMA BASE ORTONORMAL DE AUTOVETORES, ENTÃO: $u^\perp = (4,-3)$

R= OS AUTOVALORES SÃO: 3 E -2

OS AUTOVETORES SÃO: (3,4) E (4,-3)

$$B=\begin{bmatrix}\frac{-914}{169} & \frac{240}{169}\\ \frac{240}{169} & \frac{-438}{169}\end{bmatrix} \to T_B(x,y)=\left(\frac{-914}{169}x+\frac{240}{169}y,\ \frac{240}{169}x-\frac{438}{169}\right)$$

→ O POLINÔMIO CARACTERÍSTICO DA MATRIZ B (CÁLCULO FEITO NO MAXIMA)

$$p_B(t)=\det\begin{bmatrix}\frac{-914}{169}-t & \frac{240}{169}\\ \frac{240}{169} & -\frac{438}{169}-t\end{bmatrix}=\left(-t-\frac{914}{169}\right)\left(-t-\frac{438}{169}\right)-\frac{57600}{28561}$$

$$t^2+\frac{438}{169}t+\frac{914}{169}t+\frac{400332}{28561}-\frac{57600}{28561}$$

$$t^2+\cancel{\frac{1352}{169}}t+\cancel{\frac{342732}{28561}}$$

$$t^2+8t+12$$

→ CÁLCULO DAS RAÍZES DO POLINÔMIO CARACTERÍSTICO (FEITO NO MAXIMA)

$$t^2+8t+12\begin{cases}t=-2\\ t=-6\end{cases}$$

→ PARA CADA UM DOS AUTOVALORES ENCONTRADOS CALCULE UM AUTOVETOR RESOLVENDO O SISTEMA LINEAR CORRESPONDENTE

· AUTOVETORES PARA $t=-2$

$$\begin{bmatrix}\frac{-914}{169} & \frac{240}{169}\\ \frac{240}{169} & \frac{-438}{169}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=-2\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}\frac{-914}{169}x & \frac{240}{169}y\\ \frac{240}{169}x & \frac{-438}{169}y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2x\\ -2y\end{bmatrix}\to$$

$$\begin{cases}\frac{-914}{169}x+\frac{240}{169}y=-2x\\ \frac{240}{169}x-\frac{438}{169}y=-2y\end{cases}\to\begin{cases}\frac{-576}{169}x=\frac{-240}{169}y\\ \frac{240}{169}x=\frac{100}{169}y\end{cases}$$

ISOLANDO O Y → $Y=\frac{12x}{5}$

$(x,y)=\left(x,\frac{12x}{5}\right)$

$u=\frac{1}{5}x(5,12)$

· AUTOVETORES PARA $t=-6$:

PELO TEOREMA ESPECTRAL TODO OPERADOR ADJUNTO, ENTÃO: $u^{\perp}=(12,-5)$

R: OS AUTOVALORES SÃO: -2 E -6

OS AUTOVETORES SÃO: $(5,12)$ E $(12,-5)$

(Q2) DETERMINE A MATRIZ NA BASE CANÔNICA DO OPERADOR AUTOADJUNTO T DO PLANO QUE TEM AUTOVALORES 3 E −5.
SABENDO QUE $(1,-2)$ É AUTOVETOR DE T ASSOCIADO A AUTOVALOR −5

→ AUTOVETOR DO AUTOVALOR 3

PELO TEOREMA ESPECTRAL, TODO OPERADOR AUTOADJUNTO TEM UMA BASE ORTONORMAL DE AUTOVETORES, ENTÃO: $(-2,-1)=(2,1)$
ENTÃO, $(2,1)$ É AUTOVETOR DE T ASSOCIADO A AUTOVALOR 3

→ PARA ENCONTRAR A MATRIZ NA BASE CANÔNICA PRECISAMOS ACHAR VALOR QUE SUBSTITUEM A FORMULA: $(id)_{BE}(T)_B(id)_{EB}=(T)_E$

→ NORMALIZAMOS OS AUTOVETORES DE T:

$u_1=\frac{(1,-2)}{\sqrt{5}}$ E $u_2=\frac{(2,1)}{\sqrt{5}}$, NA QUAL $B=\{u_1,u_2\}$ É UMA BASE ORTONORMAL DO PLANO

→ SUPONDO QUE PARA OS AUTOVALORES 3 E −5 TEMOS OS OPERADORES:

$T(u_1)=3u_1$
$T(u_2)=-5u_2$

$$(T)_B=\begin{bmatrix}3&0\\0&-5\end{bmatrix}$$

→ CALCULAMOS AS MATRIZES COLUNAS DE $(id)_{BE}$ E $(id)_{EB}$ QUE CORRESPONDEM ÀS MATRIZES QUE REPRESENTAM OS VETORES NORMALIZADOS DE u_1 E u_2, TEMOS:

$$(id)_{BE}=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2&1\\1&-2\end{bmatrix} \quad E \quad (id)_{EB}=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2&1\\1&-2\end{bmatrix}$$

→ FINALMENTE, SUBSTITUINDO OS VALORES ACHADOS EM:

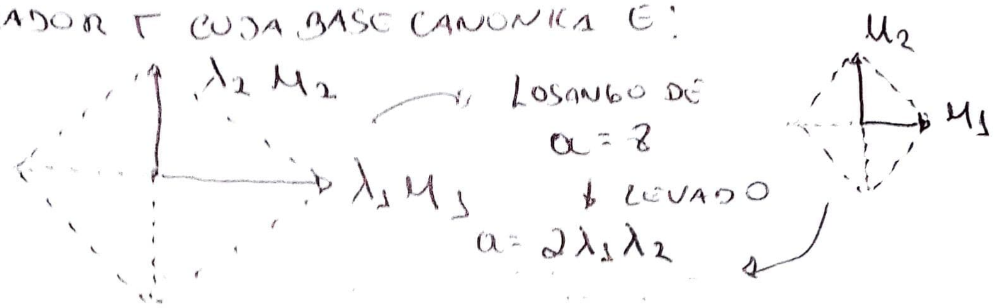
$$(id)_{BE}(T)_B(id)_{EB}=(T)_E$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2&1\\1&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3&0\\0&-5\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2&1\\1&-2\end{bmatrix}=(T)_E$$

$$\begin{bmatrix}\frac{7}{5}&\frac{16}{5}\\\frac{16}{5}&\frac{-17}{5}\end{bmatrix}=(T)_E$$

Q3) DETERMINE UM QUADRADO, QUE SEJA LEVADO EM UM LOSANGO DE ÁREA 8 PELO OPERADOR T CUJA BASE CANÔNICA É:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{34}{25} & \frac{12}{25} \\ \frac{12}{25} & \frac{41}{25} \end{bmatrix} \rightarrow$$



→ O OBJETIVO É CONSTRUIR O QUADRADO A PARTIR DOS AUTOVETORES DA MATRIZ, ONDE M_1 E M_2 SÃO UNITÁRIOS E $T(M_1) = \lambda_1 M_1$ E $T(M_2) = \lambda_2 M_2$.

→ O POLINÔMIO CARACTERÍSTICO É: (CALCULO FEITO NO MAXIMA)

$$P_A(t) = \det \begin{bmatrix} \frac{34}{25} - t & \frac{12}{25} \\ \frac{12}{25} & \frac{41}{25} - t \end{bmatrix} = \left(\frac{34}{25} - t\right)\left(\frac{41}{25} - t\right) - \frac{144}{625} =$$

$$\frac{1394}{625} - \frac{34t}{25} - \frac{41t}{25} + t^2 - \frac{144}{625} =$$

$$t^2 - \frac{75t}{25} + \frac{1250}{625} =$$

$$t^2 - 3t + 2$$

→ RESOLVENDO A EQUAÇÃO AO LADO (FEITO NO MAXIMA):

$$t^2 - 3t + 2 \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

→ PARA ACHAR OS AUTOVETORES, VAMOS POR CADA AUTOVALOR:

AUTOVETOR PARA 1:

$$\begin{bmatrix} \frac{34}{25} & \frac{12}{25} \\ \frac{12}{25} & \frac{41}{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{34}{25}x & \frac{12}{25}y \\ \frac{12}{25}x & \frac{41}{25}y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \frac{9x}{25} = \frac{-12y}{25} \\ \frac{12}{25}x = \frac{-16y}{25} \end{cases}$$

ISOLANDO Y:

$$y = \frac{-3x}{4} \quad (x, y) = \left(x, \frac{-3x}{4}\right) = \frac{x}{4}(4, -3)$$

LOGO UM AUTOVETOR ASSOCIADO A 1 É $v = (4, -3)$.

PELO TEOREMA ESPECTRAL: O $v^{\perp} = (3, 4)$ É O AUTOVETOR ASSOCIADO A 2, POIS É ORTOGONAL A $v = (4, -3)$.

→ COM ISSO TEMOS AS DUAS DIAGONAIS DO QUADRADO QUE DESEJAMOS CONSTRUIR, DOIS LADOS CORRESPONDEM AOS VETORES $av\lambda_1$ E $bv^{\perp}\lambda_2$, EM QUE a E $b \in \mathbb{R}$ SERÃO DESCOBERTOS E SERÃO OS VALORES DOS LADOS.

COMO O PROBLEMA REQUER UM QUADRADO E AS DIAGONAIS SÃO PERPENDICULARES ENTÃO: $\|av\| = \|bv^{\perp}\|$, A ÁREA DO QUADRADO É DADO POR:

$$\text{ÁREA}: 2(av\lambda_1)(bv^{\perp}\lambda_2) = 2(ab\lambda_1\lambda_2) = 8$$

COMO: $a = b$, $\lambda_1 = 1$ E $\lambda_2 = 2$

$$\text{ÁREA} = 2(a^2 \cdot 1 \cdot 2) = 8$$

$$2(2a^2) = 8$$

$$4a^2 = 8$$

$$a = \sqrt{2}$$

R: O QUADRADO GERADO É UM CUJOS 4 LADOS SÃO: $\sqrt{2}$.

Q4) OBJETIVO: ENCONTRAR TODAS AS MATRIZES ORTOGONAIS 2x2 QUE REPRESENTAM OPERADORES AUTO ADJUNTOS. COM OS PASSOS:

PASSO 1: ESCREVA UMA MATRIZ R DE TAMANHO 2x2, COM COEFICIENTES LITERAIS, QUE CORRESPONDA A UM OPERADOR ADJUNTO.

$$R = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$$

PASSO 2: DETERMINE AS EQUAÇÕES QUE AS ENTRADAS DE R TÊM QUE SATISFAZER PARA QUE ESTA MATRIZ TAMBÉM SEJA ORTOGONAL.

PARA QUE A MATRIZ SEJA ORTOGONAL ELA DEVE SEGUIR ESSAS EQUAÇÕES QUANDO FOREM TRANSPOSTAS:

$$R^{\perp} = \begin{bmatrix} b^2+a^2 & bc+ab \\ bc+ab & c^2+b^2 \end{bmatrix}$$

EM SEGUIDA ESSA MATRIZ DEVE SER SUBTRAÍDA POR UMA MATRIZ IDENTIDADE:

$$ID = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DE FORMA QUE FICA UMA NOVA MATRIZ $C = R^{\perp} - ID$:

$$C = \begin{bmatrix} b^2+a^2+1 & bc+ab \\ bc+ab & c^2+b^2-1 \end{bmatrix}$$

DESSA MATRIZ OBTEM-SE O SISTEMA:

$$\begin{cases} b^2+a^2 = 1 \\ bc+ab = 0 \\ c^2+b^2 = 1 \end{cases}$$

PASSO 3: RESOLVA O SISTEMA DE EQUAÇÕES ENCONTRADO NO PASSO 2 USANDO O MAXIMA

AS SOLUÇÕES SÃO:

$$[[a=x,\ b=-\sqrt{1-x^2},\ c=-x],\ [a=y,\ b=\sqrt{1-y^2},\ c=-y],$$
$$[a=-1,\ b=0,\ c=-1],\ [a=-1,\ b=0,\ c=1],\ [a=1,\ b=0,\ c=-1],$$
$$[a=1,\ b=0,\ c=1]]$$

PASSO 4: AS MATRIZES DAS SOLUÇÕES PODEM SER DESCRITAS ASSIM:

$$\begin{bmatrix} x & -\sqrt{1-x^2} \\ -\sqrt{1-x^2} & -x \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y & \sqrt{1-y^2} \\ \sqrt{1-y^2} & -y \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ E } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Q6) RESOLVA CADA UM DOS SISTEMAS COM ELIMINAÇÃO GAUSSIANA. INCLUINDO E INDICANDO CLARAMENTE A MATRIZ AUMENTADA DO SISTEMA, AS ETAPAS DO CÁLCULO DE SUA FORMA ESCADA E A SOLUÇÃO DO SISTEMA TRIÂNGULAR POR SUBSTITUIÇÃO:

(a) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -4 \\ -10x_1 - 15x_2 - 15x_3 = 20 \\ 39x_1 + 58x_2 + 58x_3 = -74 \end{cases}$

A MATRIZ AUMENTADA DO SISTEMA É:

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & -4 \\ -10 & -15 & -15 & 20 \\ 39 & 58 & 58 & -74 \end{array}\right]$$

EXECUTANDO AS PRIMEIRAS OPERAÇÕES ELEMENTARES USANDO A PRIMEIRA EQUAÇÃO COMO PIVÔ PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA 1ª COLUNA DE A ABAIXO DE 1,1 OBTEMOS:

$$[-10\ -15\ -15 \mid 20] + 10[1\ 2\ 3 \mid -4] = [0\ 5\ 15 \mid -20]$$

$$[39\ 58\ 58 \mid -74] - 39[1\ 2\ 3 \mid -4] = [0\ -20\ -59 \mid 82]$$

COMO RESULTADO DAS PRIMEIRAS ELIMINAÇÕES A NOVA MATRIZ É:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & -4 \\ -10 & -15 & -15 & 20 \\ 39 & 58 & 58 & -74 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 5 & 15 & -20 \\ 0 & -20 & -59 & 82 \end{array}\right]$$

AGORA USAREMOS A SEGUNDA EQUAÇÃO COMO PIVÔ PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA SEGUNDA COLUNA ABAIXO DE 2,2 OU SEJA PULAMOS A SEGUNDA COLUNA POIS ELA JÁ TA ELIMINADA TOTALMENTE:

$$[0\ -20\ -59 \mid 82] + 4[0\ 5\ 15 \mid -20] = [0\ 0\ 1 \mid 2]$$

COMO RESULTADO DAS SEGUNDAS ELIMINAÇÕES A NOVA MATRIZ É:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 5 & 15 & -20 \\ 0 & -20 & -59 & 82 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & 5 & 15 & -20 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

O SISTEMA TRIANGULAR RESULTANTE É:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -4 \\ 5x_2 + 15x_3 = -20 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

USANDO O MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO:

$$(x_1, x_2, x_3) = (10, -10, 2)$$

(b) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ -2x_1 - 4x_2 - 7x_3 - 10x_4 = -6 \\ 6x_1 + 12x_2 + 21x_3 + 30x_4 = 18 \\ -20x_1 - 40x_2 - 69x_3 - 97x_4 = -14 \end{cases}$

A MATRIZ AUMENTADA DO SISTEMA É: $B = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -7 & -10 & -6 \\ 6 & 12 & 21 & 30 & 18 \\ -20 & -40 & -69 & -97 & -14 \end{array}\right]$

USAREMOS AS PRIMEIRAS OPERAÇÕES ELEMENTARES POR LINHA PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA PRIMEIRA COLUNA DE B ABAIXO DE 1,1, USANDO A PRIMEIRA EQUAÇÃO COMO PIVÔ:

$[-2\ -4\ -7\ -10 \mid -6] + 2[1\ 2\ 3\ 4 \mid 1] = [0\ 0\ -1\ -2 \mid -4]$

$[6\ 12\ 21\ 30 \mid 18] - 6[1\ 2\ 3\ 4 \mid 1] = [0\ 0\ 3\ 6 \mid 12]$

$[-20\ -40\ -69\ -97 \mid -14] + 20[1\ 2\ 3\ 4 \mid 1] = [0\ 0\ -9\ -17 \mid -34]$

COMO RESULTADO DAS PRIMEIRAS ELIMINAÇÕES, A NOVA MATRIZ É:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -7 & -10 & -6 \\ 6 & 12 & 21 & 30 & 18 \\ -20 & -40 & -69 & -97 & -14 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & -9 & -17 & -34 \end{array}\right]$$

USAREMOS AS SEGUNDAS OPERAÇÕES ELEMENTARES POR LINHA PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA TERCEIRA COLUNA DE ABAIXO DE 3,3, OU SEJA, PULAMOS A SEGUNDA COLUNA POIS ELA JÁ TA ELIMINADA TOTALMENTE!

$[0\ 0\ -9\ -17 \mid -34] + 3[0\ 0\ 3\ 6 \mid 12] = [0\ 0\ 0\ 1 \mid 2]$

COMO RESULTADO DAS SEGUNDAS ELIMINAÇÕES A NOVA MATRIZ É:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & -9 & -17 & -34 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

O SISTEMA TRIANGULAR RESULTANTE É:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ -x_3 - 2x_4 = -4 \\ 3x_3 + 6x_4 = 12 \\ x_4 = 2 \end{cases}$$

USANDO O MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO É:

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-2x_2 - 7, x_2, 0, 2)$

(c) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = -1 \\ 92x_1 + 133x_2 + 427x_3 + 364x_4 - 92x_5 = -39 \\ -26x_1 - 37x_2 - 125x_3 - 101x_4 + 40x_5 = 13 \\ 80x_1 + 115x_2 + 375x_3 + 315x_4 - 90x_5 = -35 \\ -223x_1 - 320x_2 - 1041x_3 - 882x_4 + 223x_5 = 99 \end{cases}$

A MATRIZ AUMENTADA DO SISTEMA É:

$$C = \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 92 & 133 & 427 & 364 & -92 & -39 \\ -26 & -37 & -125 & -101 & 40 & 13 \\ 80 & 115 & 375 & 315 & -90 & -35 \\ -223 & -320 & -1041 & -822 & 223 & 99 \end{array}\right].$$

EXECUTANDO AS PRIMEIRAS EQUAÇÕES ELEMENTARES USANDO A PRIMEIRA EQUAÇÃO COMO PIVÔ PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA PRIMEIRA COLUNA DA MATRIZ C ABAIXO DE 1,1 OBTEREMOS A MATRIZ:

$$[92\ 133\ 427\ 364\ -92] - 92[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = [0\ -51\ 146\ -4\ 0\ 53]$$

$$[-26\ -37\ -125\ -101\ 40] + 26[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = [0\ 15\ -47\ 3\ 14\ -13]$$

$$[80\ 115\ 375\ 315\ -90] - 80[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = [0\ -45\ 135\ -5\ -10\ 45]$$

$$[-223\ -320\ -1041\ -882\ 223] + 223[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = [0\ 126\ -372\ 10\ 0\ -124]$$

COMO RESULTADO DAS PRIMEIRAS ELIMINAÇÕES E REORGANIZANDO AS EQUAÇÕES NO SISTEMA A NOVA MATRIZ É:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 92 & 133 & 427 & 364 & -92 & -39 \\ -26 & -37 & -125 & -101 & 40 & 13 \\ 80 & 115 & 375 & 315 & -90 & -35 \\ -223 & -320 & -1041 & -822 & 223 & 99 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 15 & -47 & 3 & 14 & -13 \\ 0 & -45 & 135 & -5 & -10 & 45 \\ 0 & 126 & -372 & 10 & 0 & -124 \\ 0 & -51 & 146 & -4 & 0 & 53 \end{array}\right].$$

AGORA FAREMOS AS SEGUNDAS OPERAÇÕES ELEMENTARES USANDO A SEGUNDA EQUAÇÃO COMO PIVÔ PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA SEGUNDA COLUNA DA MATRIZ C ABAIXO DE 2,2 OBTEREMOS:

$$[0\ -45\ 135\ -5\ -10\ 45] + 3[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = [0\ 0\ -6\ 4\ 3\ 2\ 6]$$

$$[0\ 126\ -372\ 10\ 0\ -124] - \frac{42}{5}[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = \left[0\ 0\ \frac{114}{5}\ \frac{-76}{5}\ \frac{-523}{5}\ \frac{-74}{5}\right]$$

$$[0\ -51\ 146\ -4\ 0\ 53] + \frac{17}{5}[1\ 2\ 3\ 4\ -1\ -1] = \left[0\ 0\ \frac{-69}{5}\ \frac{31}{5}\ \frac{232}{5}\ \frac{44}{5}\right]$$

COMO RESULTADO DAS SEGUNDAS ELIMINAÇÕES E AS EQUAÇÕES NO SISTEMA TEM COMO NOVA MATRIZ:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 15 & -47 & 3 & 14 & -13 \\ 0 & -45 & 135 & -5 & -10 & 45 \\ 0 & 126 & -372 & 10 & 0 & -124 \\ 0 & -51 & 146 & -4 & 0 & 53 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 15 & -47 & 3 & 14 & -13 \\ 0 & 0 & -6 & 4 & 32 & 6 \\ 0 & 0 & \frac{114}{5} & -\frac{76}{5} & -\frac{588}{5} & -\frac{74}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{69}{5} & \frac{31}{5} & \frac{238}{5} & \frac{44}{5} \end{array}\right]$$

FAZEMOS AGORA AS TERCEIRAS OPERAÇÕES ELEMENTARES USANDO A TERCEIRA EQUAÇÃO COMO PIVÔ PARA ANULAR AS POSIÇÕES DA TERCEIRA COLUNA DA MATRIZ E ABAIXO DE 3,3 OBTEMOS:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{114}{5} & -\frac{76}{5} & -\frac{588}{5} & -\frac{74}{5} \end{bmatrix} + \frac{19}{5}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 & 4 & 32 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{69}{5} & \frac{31}{5} & \frac{238}{5} & \frac{44}{5} \end{bmatrix} - \frac{23}{10}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 & 4 & 32 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -3 & -26 & -5 \end{bmatrix}$$

COMO RESULTADO DAS TERCEIRAS ELIMINAÇÕES E REORGANIZAMOS AS EQUAÇÕES NO SISTEMA NA NOVA MATRIZ É:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 15 & -47 & 3 & 14 & -13 \\ 0 & 0 & -6 & 4 & 32 & 6 \\ 0 & 0 & \frac{114}{5} & -\frac{76}{5} & -\frac{588}{5} & -\frac{74}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{69}{5} & \frac{31}{5} & \frac{238}{5} & \frac{44}{5} \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 15 & -47 & 3 & 14 & -13 \\ 0 & 0 & -6 & 4 & 32 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -26 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \end{array}\right]$$

AGORA TERMINAMOS AS ELIMINAÇÕES E OBTEMOS O SISTEMA TRIÂNGULAR RESULTANTE É:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = -1 \\ 15x_2 - 47x_3 + 3x_4 + 14x_5 = -13 \\ -6x_3 + 4x_4 + 32x_5 = 6 \\ -3x_4 - 26x_5 = -5 \\ 4x_5 = 8 \end{cases}$$

USANDO O MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO, O RESULTADO DAS VARIAVEIS SÃO: (FEITO NO MAXIMA)

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \left(\frac{1892}{27}, \frac{-55}{27}, \frac{-7}{9}, \frac{-47}{3}, 2\right)$$

Q2) DETERMINE OS VALORES DE K PARA OS QUAIS OS SISTEMAS ABAIXO SÃO DETERMINADOS, INDETERMINADOS OU IMPOSSÍVEIS.

(a) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + x_3 + (K+2)x_2 = 3 \\ -x_1 - 2x_2 + (K-1)x_3 = -5 \end{cases}$

A MATRIZ AUMENTADA É: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & (K+2) & 1 & 3 \\ -1 & -2 & (K-1) & -5 \end{array}\right]$

FAZEMOS O CÁLCULO DA FORMA ESCADA:

$[1 \ (K+2) \ 1 \ 3] - 1[1 \ 2 \ 0 \ 3] = [0 \ K \ 1 \ 0]$

$[-1 \ -2 \ (K-1) \ -5] + 1[1 \ 2 \ 0 \ 3] = [0 \ 0 \ (K-1) \ -2]$

A MATRIZ ESCALONADA É: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & K & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K-1 & -2 \end{array}\right]$ O SISTEMA TRIANGULAR SUPERIOR FICA: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ Kx_2 + x_3 = 0 \\ (K-1)x_3 = -2 \end{cases}$

ESCOLHENDO VALORES PARA K DE MODO QUE POSSA SER ANALISADA A EXISTÊNCIA DE SOLUÇÕES:

$K=0$	$K=1$	$K=-1$
$(0-1)x_3=-2$	$(1-1)x_3=-2$	$(-1-1)x_3=-2$
$-x_3=-2$	$0x_3=-2$	$-2(x_3)=-2$
$x_3=2$	$0=-2$	$x_3=1$

FALTA ACHAR PARA O INDETERMINADO, COMO HÁ OUTRAS POSIÇÕES, A ANÁLISE CONTINUA:

RESUMINDO, O SISTEMA É:

- DETERMINADO: SE $K \neq 1$
- IMPOSSÍVEL: SE $K = 1$

(B) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 + (2-K)x_2 - x_3 = 1+K \\ 3x_1 + (6-3K)x_2 - (K^2-K-3)x_3 = 5+K \end{cases}$

A MATRIZ AUMENTADA FICA: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2-K & -1 & 1+K \\ 3 & 6-3K & K^2-K-3 & 5+K \end{array}\right]$

FAZEMOS O CÁLCULO PARA ACHAR A FORMA ESCADA:

$[1 \; 2-K \; -1 \; 1+K] - 1[1 \; 2 \; 0 \; 1] = [0 \; -K \; -1 \; K]$

$[3 \; 6-3K \; K^2-K-3 \; 5+K] - 3[1 \; 2 \; 0 \; 1] = [0 \; -3K \; K^2-K-3 \; K+2]$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2-K & -1 & 1+K \\ 3 & 6-3K & K^2-K-3 & 5+K \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -K & -1 & K \\ 0 & -3K & K^2-K-3 & K+2 \end{array}\right]$$

$[0 \; -3K \; K^2-K-3 \; K+2] - 3[0 \; -K \; -1 \; K] = [0 \; 0 \; K^2-K \; -2K+2]$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -K & -1 & K \\ 0 & -3K & K^2-K-3 & K+2 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -K & -1 & K \\ 0 & 0 & K^2-K & -2K+2 \end{array}\right]$$

A MATRIZ ESCALONADA É: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -K & -1 & K \\ 0 & 0 & K^2-K & -2K+2 \end{array}\right]$ O SISTEMA TRIANGULAR SUPERIOR FICA $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ -Kx_2 - x_3 = K \\ (K^2-K)x_3 = -2K+2 \end{cases}$

ESCOLHENDO VALORES PARA K NA ÚLTIMA EQUAÇÃO O SISTEMA SE COMPORTARÁ DA SEGUINTE FORMA:

$K = 1$

$(1^2-1)x_3 = -2(1)+2$

$0x_3 = -2+2$

$0 = 0$

$K = 0$

$(0^2-0)x_3 = -2(0)+2$

$0x_3 = 2$

$0 = 2$

$K = -1,\ K \neq 1$ ou $K \neq 0$

$((-1)^2-(-1))x_3 = -2(-1)+2$

$(1+1)x_3 = 2+2$

$2x_3 = 4$

$x_3 = 2$

RESUMINDO, O SISTEMA É:

- DETERMINADO: SE $K \neq 1$ E $K \neq 0$
- INDETERMINADO: SE $K = 1$
- IMPOSSÍVEL: SE $K = 0$