

## PROJETO 1 DE PTC3456

As tarefas são sugestões do que seria recomendável fazer a cada semana, para que o trabalho não acumule para a véspera da apresentação. O conjunto de tarefas vai ajudar na elaboração da parte escrita do projeto.

### Segunda tarefa

- Remova as oscilações (com período 7 dias) das séries temporais, por meio de um filtro do tipo *notch*.
- Compare o resultado com as saídas dos filtros de média móvel da tarefa 1.
- Explícite as fórmulas das funções de transferência e das respostas em frequência dos filtros *notch* e de média móvel utilizados, para o conjunto de valores específicos usados por seu grupo.
- Obtenha os gráficos do módulo e argumento da resposta em frequência (ou então, do ganho e fase) dos filtros específicos usados por seu grupo, com o auxílio do Octave/Matlab.
- Com os sinais filtrados, desenvolva o tema que o grupo escolheu na tarefa 1.

Segue um texto sobre filtros *notch*.

## Eliminação de interferências

Consideremos interferências numa frequência bem definida como, por exemplo a interferência da rede de alimentação elétrica, que se apresenta em 60Hz aqui no Brasil ou em 50Hz em alguns outros países.

Uma outra aplicação seria a eliminação das oscilações (de 7 em 7 dias) presentes nas séries temporais, decorrentes da subnotificação de casos aos finais de semana.

Para eliminar as interferências, é recomendado o uso de filtros rejeita-faixa. Apesar de não ser um filtro rejeita-faixa, mas um passa-baixas, o filtro FIR de média móvel tem um zero na frequência a ser rejeitada e tem sido muito utilizado no processamento dessas séries. Um filtro projetado especialmente para eliminar a interferência numa frequência específica é o filtro IIR do tipo *notch*, que é descrito a seguir.

### Filtro IIR do tipo *notch*

Considere o filtro rejeita-faixa do tipo *notch*, cuja função de transferência tenha zeros em  $z_1 = e^{+j\omega_0}$  e  $z_2 = e^{-j\omega_0}$ , além de polos em  $p_1 = r e^{+j\omega_0}$  e  $p_2 = r e^{-j\omega_0}$ , ou seja,

$$H(z) = C \frac{(1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1})}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})} = C \frac{1 - 2\cos(\omega_0)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\omega_0)z^{-1} + r^2 z^{-2}},$$

em que  $C = \frac{1 + r^2 - 2r\cos(\omega_0)}{2 - 2\cos(\omega_0)}$ .

Normalmente, o valor de  $r$  é escolhido de tal forma que  $0,9 \leq r < 1,0$ . E a frequência angular normalizada é dada por  $\omega_0 = 2\pi f_0/f_a$ , em que  $f_a$  é a frequência de amostragem e  $f_0$  é a frequência que se quer eliminar. A figura 1 ilustra o diagrama de polos e zeros do filtro *notch* para  $r=0,9$  e  $\omega_0=(\pi/6)$ rad.

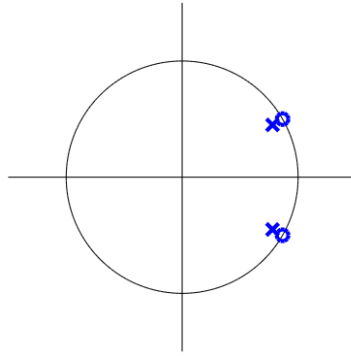


Figura 1 – Diagrama de polos e zeros do filtro *notch* para  $r=0,9$  e  $\omega_0=(\pi/6)\text{rad}$ .

A resposta em frequência é dada por

$$H(e^{j\omega}) = C \frac{1 - 2\cos(\omega_0)e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}}{1 - 2r\cos(\omega_0)e^{-j\omega} + r^2e^{-j2\omega}} = G(\omega) e^{j\Psi(\omega)} = |H(e^{j\omega})| e^{j\angle H(e^{j\omega})}.$$

A figura 2 ilustra as funções ganho  $G(\omega)$  e fase  $\Psi(\omega)$  da resposta em frequência, assim como as funções módulo  $|H(e^{j\omega})|$  e argumento  $\angle H(e^{j\omega})$ .

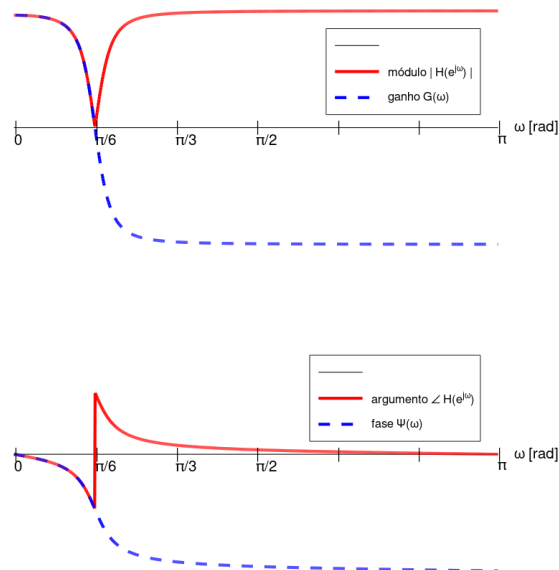


Figura 2 – Funções ganho  $G(\omega)$ , fase  $\Psi(\omega)$ , módulo  $|H(e^{j\omega})|$  e argumento  $\angle H(e^{j\omega})$  da resposta em frequência, para  $\omega_0=(\pi/6)\text{ rad}$  e  $r=0,9$ .

No caso de séries temporais que apresentam uma oscilação de 7 em 7 dias, a frequência a ser eliminada seria  $f_0 = (1/7)\text{ dia}^{-1}$  e a frequência de amostragem seria  $f_a=1\text{ dia}^{-1}$ , já que os dados são atualizados periodicamente

dia-a-dia. Logo, teríamos  $\omega_0=2\pi/7$  rad. Quanto mais próximo o valor de  $r$  for de 1, mais estreita será a banda de rejeição do filtro *notch*.

**Dicas:** Antes de escolher o valor, experimentem diversos valores:  $r=0,9$ ;  $r=0,99$ ;  $r=0,999$  e assim por diante. Para obter a resposta em frequência, pode-se usar a função `freqz(b,a,w)` do Octave/Matlab. Para filtrar uma série temporal  $x[n]$ , basta usar os seguintes comandos do Octave/Matlab:

```
pkg load signal
% supõe-se que o sinal x[n] já tenha sido carregado na memória
n = 0:length(x)-1;
w0 = 2*pi/7;
r = ? ; % inserir o valor escolhido de r
C = (1-2*r*cos(w0)+r^2)/(2-2*cos(w0));
b = C*[1 -2*cos(w0) 1];
a = [1 -2*r*cos(w0) r^2];
y = filter(b,a,x);
subplot(211), stem(n,x);
subplot(212), stem(n,y);
```

## Comparação com o filtro de média móvel

No caso do filtro de média móvel **causal** (que não é a melhor escolha, pois gera um atraso de 3 dias no sinal filtrado), teríamos

```
pkg load signal
% supõe-se que o sinal x[n] já tenha sido carregado na memória
n = 0:length(x)-1;
b = (1/7)*[1 1 1 1 1 1 1];
a = 1;
y = filter(b,a,x);
subplot(211), stem(n,x);
subplot(212), stem(n,y);
```

Caso se queira a saída do filtro de média móvel **não causal**, pode-se usar o comando `conv(b,x)` e eliminar algumas amostras do início e do fim, para que o sinal  $y[n]$  tenha o mesmo número de amostras que  $x[n]$ .