

Auxiliar 1

Lógica

Profesor: Andrés Abeliuk

Auxiliares: Benjamin Jauregui - Javier Oliva - Lucas Torrealba

Ayudantes: Alonso Almendras - Daniel Báez - Ismael Correa

Nicolás García - Félix Melo - Julia Paredes

P1.-

a) Formalice el siguiente argumento en la lógica proposicional:

"Si Superman fuera capaz y deseara prevenir el mal, entonces lo haría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, entonces sería impotente, y si no deseara prevenir el mal, sería malévolo. Si Superman existe, no es ni impotente ni malévolo. Superman no previene el mal."

Demuestre que "*Superman no existe*" es consecuencia lógica de esta formalización.

b) Si un día llueve, entonces no habrá asado ese mismo día. Si no hay asado hoy, entonces habrá asado mañana. Hoy no hay asado.

¿Qué es verdad? Marque verdadero o falso y justifique usando lógica proposicional.

- Mañana habrá asado.
- Hoy llueve.
- Mañana no llueve.

P2.-

Los siguientes ejercicios involucran a los operadores lógicos **NAND** y **NOR**. La proposición p **NAND** q es verdadera cuando p , q , o ambos, son falsos; y es falso cuando tanto p como q son ciertos. La proposición p **NOR** q es verdadera cuando tanto p como q son falsos, y es falsa de lo contrario. Las proposiciones p **NAND** q y p **NOR** q se denotan por $p|q$ y $p \downarrow q$, respectivamente:

1. Demuestre que $p|q$ y $q|p$ son equivalentes.
2. Demuestre que $p|(q|r)$ y $(p|q)|r$ no son equivalentes, por lo que el operador lógico $|$ no es asociativo.
3. Encuentre una proposición lógicamente equivalente a $p \implies q$ usando solo el operador lógico \downarrow .

P3.- Sea $P = p, q, \dots$ un conjunto de proposiciones y sea f una fila de la tabla de verdad para las proposiciones en P . Defina Σ_f como el conjunto de todas las oraciones de la lógica proposicional que utilizan proposiciones en P y cuyo valor de verdad es 1 en la fila f . Demuestre que para cualquier conjunto Σ de oraciones que utilizan proposiciones en P , si $\Sigma_f \subseteq \Sigma$ y Σ es satisfacible, entonces $\Sigma_f = \Sigma$.

P4.-

- a) Dado conjunto de oraciones Σ de la lógica proposicional, además de oraciones α y β , demuestre que si α es una tautología, entonces $\Sigma \cup \{\alpha\} \models \beta$ si y sólo si $\Sigma \models \beta$
- b) Dado un conjunto de oraciones Σ de la lógica proposicional, además de oraciones α y β tal que α y $\Sigma \cup \{\beta\}$ no tienen variables proposicionales en común. ¿Es cierto que $\Sigma \models \beta$ si y sólo si $\Sigma \cup \{\alpha\} \models \beta$?
- c) Dado un conjunto de oraciones Σ de la lógica proposicional, además de las oraciones φ , ψ y θ , demuestre que si $\varphi \rightarrow \psi$ es tautología, entonces $\Sigma \cup \{\varphi, \psi\} \models \theta$ si y sólo si $\Sigma \cup \{\varphi\} \models \theta$.

Propuesto:

- d) Dado un conjunto de oraciones Σ de la lógica proposicional, además de oraciones α y β tal que α y $\Sigma \cup \{\beta\}$ no tienen variables proposicionales en común y α no es una contradicción. ¿Es cierto que $\Sigma \models \beta$ si y sólo si $\Sigma \cup \{\alpha\} \models \beta$?