

PII
 (a) $P \rightarrow Q : \neg P \rightarrow Q, S \vee \neg Q, P \rightarrow (Q_1 \vee Q_2), \neg S \rightarrow Q_2 \vdash Q_1$

premises

conclusion

Dem) $\neg S \wedge \neg Q_2$
 (1) $\neg S$

[$\wedge E$]

$S \vee \neg Q$

other premises

(2) $\neg Q$

$\neg P \rightarrow Q$

\downarrow

P

$P \rightarrow (Q_1 \vee Q_2)$

$Q_1 \vee Q_2$

$\neg S \wedge \neg Q_2$

$\neg Q_2$

$Q_1 //$

premises

(b) 1. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow S) \leftarrow$

\rightarrow 2. $P \rightarrow Q \leftarrow$

3. P	(suposición)
4. Q	($\rightarrow e$)
5. $P \rightarrow S$	(premisa)
6. S	($\rightarrow e$)
7. $Q \wedge S$	($\wedge e$)
8. $P \rightarrow (Q \vee S)$	

9. $\neg P$	
10. $P \rightarrow (Q \vee S)$	

//

(c) 1. $P \rightarrow (Q \wedge S)$ (premisa)

\rightarrow 2. P	(suposición)
3. $(Q \wedge S)$	($\rightarrow e$)
\rightarrow 4. Q	($\wedge e_1$)
5. S	($\wedge e_2$)
6. $P \rightarrow Q$	
7. $P \rightarrow S$	
8. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow S)$	

$$9. \neg P$$

(Suposición)

$$10. P \rightarrow Q$$

$$(\neg \rightarrow)$$

$$11. P \rightarrow S$$

$$(\neg \rightarrow)$$

$$12. (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow S) \quad (\wedge e)$$

$$[Pz] (o) \quad \exists x P(x)$$

$$P(o)$$

$$P(o) \vee Q(o)$$

$$\exists x (P(x) \vee Q(x))$$

$$(b) \quad \forall z (Pz \vee Qz)$$

$$Po \wedge Qo$$

$$Po$$

$$\forall y Py$$

$$\forall z (Pz \vee Qz)$$

$$Po \wedge Qo$$

$$Qo$$

$$\forall z Qz$$

$$\forall y Py \wedge \forall z Qz$$

$[\wedge e]$

P3) Probemos que usando L_{eu} de Prence se puede reducir DD. Denotemos por \perp una contradicción (i.e., una proposición falsa como $\alpha \wedge \neg \alpha$).

Sea α proposición:

1. $\neg \neg \alpha$ (premisa).
2. $\alpha \rightarrow \perp$ (suposición)
3. α (suposición)
4. \perp (MP)
5. $\neg \alpha$ (suposición)
6. \perp (contradicción)
7. α
8. $(\alpha \rightarrow \perp) \rightarrow \alpha$ → GA que probamos que si se cumple $\neg \alpha$, $\alpha \rightarrow \perp$ es falso.
9. $(\alpha \rightarrow \perp) \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$ (Prence)
10. α (MP)

\therefore Usando Prence se puede reducir que $\neg \alpha \vdash \alpha$.