

MA3403-3 Probabilidades y Estadística**Profesor:** Fernando Lema**Auxiliares:** Ivan Perez & Bruno Moreno

Auxiliar 1

Axiomática y Combinatoria

P1.- [Axiomática]

Sea Ω el espacio muestral, β una σ -álgebra sobre él y \mathbb{P} una medida de probabilidad con lo que $(\Omega, \beta, \mathbb{P})$ es un espacio de probabilidad.

a) Pruebe que para $A, B \in \beta$

$$\mathbb{P}((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 2\mathbb{P}(A \cap B)$$

b) Pruebe que si $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A \cap B)$, entonces $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$

P2.- [Regla Suma y Regla Producto]

Se define un string binario como una secuencia de 0's o 1's. Por ejemplo 010001011010. Determine

a) ¿Cuántos string binarios de largo 7 existen?

b) ¿Cuántos string binarios hay de largo 7 que empiezan con 0 o que terminan con 11?

c) ¿Cuántos string de largo 7 tienen tres 0's consecutivos o cuatro 1's consecutivos?

P3.- [Combinatoria]

Considere 8 libros distintos que queremos ubicarlos en una repisa y de los cuales 3 libros son de combinatoria.

a) ¿Cuántas maneras hay si los tres libros de combinatoria tienen que estar juntos?

b) ¿Cuántas maneras hay si al menos 2 de los 3 libros de combinatoria tienen que estar juntos?

c) ¿Cuántas maneras hay si se pide que no hayan 2 libros consecutivos?

P4.- [Permutaciones y Combinaciones]

a) Una caja contiene 20 bolas blancas y 20 bolas negras, se extraen una por una sin reposición. Calcule la probabilidad de que en el momento en que se saca la bola número 30, sea la última de su color.

b) Considere un grupo de 10 hombres y 10 mujeres distinguibles que son divididos en 5 grupos de 4 personas cada uno. Suponga que ahora colocamos a estos 5 grupos en 5 botes indistinguibles. ¿Cuántas formas hay de realizar esto tal que en cada bote se encuentren 2 hombres y 2 mujeres?.

P5.- [Propuesto]

Una caja contiene $2n$ helados, n de los cuales son de naranja y el resto de frutilla. De un grupo de $2n$ personas $0 < a < n$ prefieren helado de naranja, $0 < b < n$ prefieren helado de frutilla y el resto no tiene preferencia. Calcule la probabilidad de respetar la preferencia de todos

P6.- [Propuesto]

Muestre combinatorialmente que la cantidad de triángulos que se puede formar usando como vértices los puntos de la siguiente figura son 120



(No se permiten triángulos degenerados (3 vértices colineales) pero si se permiten triángulos no rectángulos.)