

Sia $n > 0$. Si consideri la seguente ricorrenza $M(i, j)$ definita su tutte le coppie (i, j) con $1 \leq i \leq j \leq n$:

$$M(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j, \\ 2 & \text{se } j = i + 1, \\ M(i + 1, j - 1) \cdot M(i + 1, j) \cdot M(i, j - 1) & \text{se } j > i + 1. \end{cases}$$

1. Si scriva una coppia di algoritmi INIT_M(n) e REC_M(i, j) per il calcolo memoizzato di $M(1, n)$.
2. Si calcoli il numero esatto $T(n)$ di moltiplicazioni tra interi eseguite per il calcolo di $M(1, n)$.