

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^n 2 = 2 \sum_{i=1}^{n-2} n - i - 1 = 2 \sum_{k=1}^{n-2} k = (n-2)(n-1)$$

```
for i=1 to n-2 do
  for j=i+2 to n do
    M[i,j] = 0
```

*Spiegazione:*

La sommatoria interna è costituita da soli 2, in quanto richiede due moltiplicazioni tra tre numeri interi, nello specifico  $(n-2), (n-1), n$ .

Quanti due?

Beh, da  $j = i + 2$  a  $n$  ci sono esattamente  $n - (i + 2) + 1 = n - i - 1$  termini (sostituisco  $j$  in  $i$ , perché la serie è basata su  $i$ ).

*Calcolo:*

$$\begin{aligned}
 T(n) &= \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^n 2 \\
 &= 2 \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^n 1 \\
 &= 2 \sum_{i=1}^{n-2} \left[ \sum_{j=1}^n 1 - \sum_{j=1}^{i+1} 1 \right] \\
 &= 2 \sum_{i=1}^{n-2} (n - (i+1)) \\
 &= 2 \sum_{i=1}^{n-2} (n-1-i) \\
 &= 2 \sum_{k=1}^{n-2} k
 \end{aligned}$$

Quindi sarebbe sommatoria di  $2(n-i-1)$ , poi si può portare fuori il 2 per linearità.

Poi sostituire con  $k$  accorgendoti che sono esattamente gli stessi termini della sommatoria, se provi a svilupparli, e l'ultima sommatoria la puoi riscrivere in quel modo, ricordandoti che la somma di  $1 \dots n$  in generale è  $n(n+1)/2$  quando si abbia come qui la serie con termine generale  $k$  (serie di Gauss).

Infatti, la sommatoria da 1 a  $n-2$  è  $(n-2)(n-2+1)/2$ , semplificando diventa quello che vedi

Il 2 come argomento della serie deriva dal fatto che ogni termine  $M[i,j]$  richiede due moltiplicazioni tra 3 numeri interi.

In altri casi, che dettagliamo ciascuno:

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^n 1 = \sum_{i=1}^{n-2} n - i - 1 = \sum_{k=1}^{n-2} k = (n-2)(n-1)/2$$

```
for i=1 to n-2 do
  for j=i+2 to n do
    M[i,j] = 0
```

*Spiegazione:*

La sommatoria interna è costituita da soli 1, in quanto richiede una moltiplicazione tra tre numeri interi, nello specifico  $(n-2), (n-1), n$ .

Quanti uno?

Beh, da  $j = i + 2$  a  $n$  ci sono esattamente  $n - (i + 2) + 1 = n - i - 1$  termini (sostituisco  $j$  in  $i$ , perché la serie è basata su  $i$  e il +1 si ha per il fatto che  $i = 1$ ).

Poi sostituire con  $k$  accorgendoti che sono esattamente gli stessi termini della sommatoria, se provi a svilupparli, e l'ultima sommatoria la puoi riscrivere in quel modo, ricordandoti che la somma di  $1 \dots n$  in generale è  $n(n+1)/2$ .

Non avendo il termine 2 per linearità della sommatoria, non viene moltiplicato con il "fratto 2" di  $(n-2)(n-1)$  e quindi il risultato è proprio  $(n-2)(n-1)/2$ .

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i}^{n-2} 1 = \sum_{i=1}^{n-2} n-1-i = \sum_{k=1}^{n-2} k = (n-1)(n-2)/2.$$

```

for i=1 to n-2 do
  for j=n-2 downto i do
    C[i,j] <- C[i-1,j] * C[i,j+1]
    M <- MAX(M,C[i,j])
  for i=1 to n-2 do
    for j=n-2 downto i do
      C[i,j] <- C[i-1,j-1] * C[i,j+1]
      m <- MIN(m,C[i,j])

```

*Spiegazione:*

La sommatoria interna è costituita da soli 1, in quanto richiede una moltiplicazione tra due numeri interi, nello specifico  $(n-2)$ ,  $(n-2)$  (apici della serie).

Quanti uno?

Beh, da  $j = n-2$  a  $i$  ci sono esattamente  $n-i-1 = n-i-1$  termini (sostituisco  $j$  in  $i$ , perché la serie è basata su  $i$  e sottraggo 1 in quanto  $i=1$  ed  $i$  sarebbe il valore di  $j$  ( $j=i$  è il pedice della seconda serie)). Poi sostituire con  $k$  accorgendoti che sono esattamente gli stessi termini della sommatoria, se provi a svilupparli, e l'ultima sommatoria la puoi riscrivere in quel modo, ricordandoti che la somma di  $1 \dots n$  in generale è  $n(n+1)/2$  quando si abbia come qui la serie con termine generale  $k$  (serie di Gauss). Non avendo il termine 2 per linearità della sommatoria, non viene moltiplicato con il "fratto 2" di  $(n-2)(n-1)$  e quindi il risultato è proprio  $(n-2)(n-1)/2$ .

$$\begin{aligned}
 T_Z(n) &= \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=2}^n 2 \\
 &= \sum_{j=1}^{n-1} 2(n-1) \\
 &= 2(n-1)^2.
 \end{aligned}$$

```

for j=n-1 downto 1 do
  for i=2 to n do
    z[i,j] = z[i-1,j] * z[i,j+1] * z[i-1,j+1]
  for j=n-1 downto 1 do
    for i=2 to n do
      c[i,j] = c[i-1,j] * c[i,j+1] * c[i-1,j+1]

```

*Spiegazione:*

La sommatoria interna è costituita da soli 2, in quanto richiede due moltiplicazioni tra due numeri interi, nello specifico  $(n-1)$  ed  $n$  (apici della serie).

Quanti uno?

Beh, da  $i=2$  ad  $n$ . Quindi, dovendo sostituire  $i$  in  $j$  (essendo la serie basata sull'indice più esterno), si ha che  $n-1$  semplicemente (in quanto, l'indice  $j$  è pari ad 1 e il 2 verrebbe portato poi fuori per linearità. Cioè, si esegue implicitamente la seguente cosa:

$$\sum_{j=1}^{n-1} 2(n-1) = 2 \sum_{j=1}^{n-1} (n-1)$$

Ora, siccome abbiamo una serie che ha come apice  $(n-1)$ , non possiamo esprimere la soluzione in questo modo, dato che  $(n-1)$  compare sia a pedice che dentro la serie. Dobbiamo quindi esprimere la serie in termini di  $j$ . Ciò comporta che io vada a "portare dentro"  $(n-1)$  nella serie, in quanto moltiplicheremmo implicitamente  $2(n-1)$  per altre  $(n-1)$  volte e quindi è come se andassi a fare

$$2(n-1)(n-1) = 2(n-1)^2$$