$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^{n} 2 = 2 \sum_{i=1}^{n-2} n - i - 1 = 2 \sum_{k=1}^{n-2} k = (n-2)(n-1)$$

```
for i=1 to n-2 do
   for j=i+2 to n do
      M[i,j] = 0
```

Spiegazione:

La sommatoria interna è costituita da soli 2, in quanto richiede due moltiplicazioni tra tre numeri interi, nello specifico $(n-2), (n-1), n$.
Per capirlo, basti vedere la ricorrenza sui costi; si noti infatti che ci sono tre fattori e quindi possiamo fare due moltiplicazioni.

$$M(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j, \\ 2 & \text{se } j = i+1, \\ M(i+1, j-1) \cdot M(i+1, j) \cdot M(i, j-1) & \text{se } j > i+1. \end{cases}$$

Quanti due?
Beh, da $j = i + 2$ a n ci sono esattamente $n - (i + 2) + 1 = n - i - 1$ termini (sostituisco j in i, perché la serie è basata su i).

Calcolo:

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^{n} 2$$
$$= 2 \sum_{i=1}^{n} \underbrace{\sum_{j=i+2}^{n} 1}_{*}$$
$$\left[\sum_{j=1}^{n} = \sum_{j=1}^{i+1} 1 + \sum_{j=i+2}^{n} 1 \right]$$
$$\underbrace{\sum_{j=i+2}^{n} 1}_{*} = \sum_{j=1}^{n} 1 - \sum_{j=1}^{i+1} 1$$
$$= n - (i+1)$$
$$= 2 \sum_{i=1}^{n-2} \underbrace{n - (i+1)}_{*} =$$
$$= 2 \sum_{i=1}^{n-2} n - 1 - i$$

Quindi sarebbe sommatoria di $2(n - i - 1)$, poi si può portare fuori il 2 per linearità.
Poi sostituire con k accorgendoti che sono esattamente gli stessi termini della sommatoria, se provi a svilupparli, e l'ultima sommatoria la puoi riscrivere in quel modo, ricordandoti che la somma di $1 \ldots n$ in generale è $n(n+1)/2$ quando si abbia come qui la serie con termine generale k (serie di Gauss).
Infatti, la sommatoria da 1 a $n - 2$ è $(n-2)(n-2+1)/2$, semplificando diventa quello che vedi
Il 2 come argomento della serie deriva dal fatto che ogni termine $M[i, j]$ richiede due moltiplicazioni tra 3 numeri interi.

In altri casi, che dettagliamo ciascuno:

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+2}^{n} 1 = \sum_{i=1}^{n-2} n - i - 1 = \sum_{k=1}^{n-2} k = (n-2)(n-1)/2$$

```
for i=1 to n-2 do
   for j=i+2 to n do
      M[i,j] = 0
```

Spiegazione:
La sommatoria interna è costituita da soli 1, in quanto richiede una moltiplicazione tra tre numeri interi, nello specifico $(n-2), (n-1), n$.
Per capirlo, basti vedere la ricorrenza sui costi; si noti infatti che, nel calcolo della soluzione, si hanno tre fattori, con due possibili moltiplicazioni tra questi.

$$M(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j, \\ 2 & \text{se } j = i+1, \\ M(i+1, j-1) \cdot M(i+1, j) \cdot M(i, j-1) & \text{se } j > i+1. \end{cases}$$

Quanti uno?
Beh, da $j = i + 2$ a n ci sono esattamente $n - (i + 2) + 1 = n - i - 1$ termini (sostituisco j in i, perché la serie è basata su i e il $+1$ si ha per il fatto che $i = 1$).
Poi sostituire con k accorgendoti che sono esattamente gli stessi termini della sommatoria, se provi a svilupparli, e l'ultima sommatoria la puoi riscrivere in quel modo, ricordandoti che la somma di $1 \dots n$ in generale è $n(n + 1)/2$.
Non avendo il termine 2 per linearità della sommatoria, non viene moltiplicato con il "fratto 2" di $(n - 2)(n - 1)$ e quindi il risultato è proprio $(n - 2)(n - 1)/2$.

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i}^{n-2} 1 = \sum_{i=1}^{n-2} n - 1 - i = \sum_{k=1}^{n-2} k = (n-1)(n-2)/2.$$

```
for i=1 to n-2 do
   for j=n-2 downto i do
      C[i,j] <- C[i-1,j] * C[i,j+1]
      M <- MAX(M,C[i,j])
for i=1 to n-2 do
   for j=n-2 downto i do
      C[i,j] <- C[i-1,j-1] * C[i,j+1]
      m <- MIN(m,C[i,j])
```

Spiegazione:
La sommatoria interna è costituita da soli 1, in quanto richiede una moltiplicazione tra due numeri interi, nello specifico $(n - 2), (n - 2)$ (apici della serie).
Per capirlo, basta osservare la ricorrenza sui costi; si nota infatti che esistono solo due fattori e tra questi è possibile una sola moltiplicazione.

$$c(i,j) = \begin{cases} a_i & \text{se } 0 < i \leq n-1 \text{ e } j = n-1, \\ b_j & \text{se } i = 0 \text{ e } 0 \leq j \leq n-1, \\ c(i-1,j) \cdot c(i,j+1) & 0 < i \leq j < n-1. \end{cases}$$

Quanti uno?
Beh, da $j = n - 2$ a i ci sono esattamente $n \ - \ i \ - 1 \ = n - i - 1$ termini (sostituisco j in i, perché la serie è basata su i e sottraggo 1 in quanto $i = 1$ ed i sarebbe il valore di j ($j = i$ è il pedice della seconda serie)).
Poi sostituire con k accorgendoti che sono esattamente gli stessi termini della sommatoria, se provi a svilupparli, e l'ultima sommatoria la puoi riscrivere in quel modo, ricordandoti che la somma di $1 \dots n$ in generale è $n(n + 1)/2$ quando si abbia come qui la serie con termine generale k (serie di Gauss).
Non avendo il termine 2 per linearità della sommatoria, non viene moltiplicato con il "fratto 2" di $(n - 2)(n - 1)$ e quindi il risultato è proprio $(n - 2)(n - 1)/2$.

$$\begin{aligned} T_Z(n) &= \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=2}^{n} 2 \\ &= \sum_{j=1}^{n-1} 2(n-1) \\ &= 2(n-1)^2. \end{aligned}$$

```
for j=n-1 downto 1 do
   for i=2 to n do
      z[i,j] = z[i-1,j] * z[i,j+1] * z[i-1,j+1]
for j=n-1 downto 1 do
   for i=2 to n do
      c[i,j] = c[i-1,j] * c[i,j+1] * c[i-1,j+1]
```

Spiegazione:
La sommatoria interna è costituita da soli 2, in quanto richiede due moltiplicazioni tra due numeri interi, nello specifico $(n - 1)$ *ed* n (apici della serie).
Come ormai compreso, si nota dalla ricorrenza qui a lato che ci sono tre fattori e tra di loro sono possibili solo due moltiplicazioni.

Quanti uno?
Beh, da $i = 2$ ad n. Quindi, dovendo sostituire i in j (essendo la serie basata sull'indice più esterno), si ha che $n -\ 1$ semplicemente (in quanto, l'indice j è pari ad 1 e il 2 verrebbe portato poi fuori per linearità.
Cioè, si esegue implicitamente la seguente cosa:

$$\sum_{j=1}^{n-1} 2(n-1) = 2 \sum_{j=1}^{n-1} (n-1)$$

Ora, siccome abbiamo una serie che ha come apice $(n-1)$, non possiamo esprimere la soluzione in questo modo, dato che $(n-1)$ compare sia a pedice che dentro la serie. Dobbiamo quindi esprimere la serie in termini di j. Ciò comporta che io vada a "portare dentro" $(n-1)$ nella serie, in quanto moltiplicheremmo implicitamente $2(n-1)$ per altre $(n-1)$ volte e quindi è come se andassi a fare

$$2(n-1)(n-1) = 2(n-1)^2$$