

In questo testo  $\log x$  indica il logaritmo in base  $e$

(A) Domande.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false e giustificare la propria risposta:<sup>1</sup>

1. Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile e  $f'(x_0) = 0$  per  $x_0 \in \mathbb{R}$ , allora  $x_0$  è un massimo o un minimo.
2. Data la successione  $a_n = \frac{100n}{n^2+1}$ , esiste un numero intero  $N > 0$  tale che  $a_N < \frac{1}{100}$ .
3. L'equazione differenziale  $y'(t) = \cos(y(t))$  non ammette soluzioni costanti

(B) Esercizi.

1. Si studi la funzione seguente sul suo dominio naturale

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x} - x$$

e se ne tracci un grafico qualitativo indicando eventuali asintoti (orizzontali/verticali/obliqui).  
La funzione  $f$  è iniettiva?

2. Studiare la convergenza delle serie seguenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n}$$

(nel secondo caso determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  la serie converge).

3. Calcolare l'integrale indefinito (ovvero l'insieme delle primitive) seguente

$$\int \frac{1 + 2e^x}{e^{2x} - 1} dx$$

*Indicazione: usare una opportuna sostituzione*

---

<sup>1</sup>giustificare tramite un argomento o dimostrazione, o negare tramite un controesempio