Siano $f \in C^{s+1}[a,b]$, $s \geq 0$ e $\{x_i\} \subset [a,b]$ $n+1$ nodi distinti, con $n$ multiplo di $s$. Allora $\exists K_s > 0 : dist(f, \Pi_s^c) \leq K_s h^{s+1}$, $h = \max \Delta x_i$

**Dimostrazione per $s=1$ ($f \in C^2[a,b]$)**

$$dist(f, \Pi_1^c) = \max_{x \in [a,b]} |f(x) - \Pi_1^c(x)| = \max_{0 \leq i \leq n-1} \max_{x \in [x_i, x_{i+1}]} |f(x) - \Pi_1^c(x)| =$$

$$= \max_{1 \leq i \leq n} \max_{x \in [x_{i-1}, x_i]} |f(x) - \Pi_{1,i}(x)|$$

Si ricava quindi la stima dell'errore: $\max_{x \in [x_{i-1}, x_i]} |f''(x)| \cdot \frac{h^2}{8} = M_{2,i} \frac{h^2}{8}$ da cui

$$dist(f, \Pi_1^c) = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{i \in [x_{i-1}, x_i]} |f(x) - \Pi_{1,i}(x)| \leq \frac{h^2}{8} \cdot \max_{1 \leq i \leq n} M_{2,i} = \frac{M_2}{8} h^2$$

con $M = \max_{x \in [a,b]} |f''(x)|$