Sia $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ e $\|A\|$ una qualsiasi norma matriciale indotta.
Allora gli autovalori di A stanno nel cerchio chiuso del piano complesso di centro l'origine e raggio $\|A\|$. In formule:

$$det(\lambda I - A) = 0 \Rightarrow |\lambda| \leq \|A\|$$

Dimostrazione:
Se $\lambda \in \mathbb{C}$ è autovalore di A (ricordiamo ancora che gli autovalori di una matrice sono in generale complessi; se la matrice è reale vanno a coppie di complessi coniugati perché $det(\lambda I - A)$ ha coefficienti reali), per definizione $\exists\, x \neq 0$ autovettore tale che

$$Ax = \lambda x \quad (\text{cioè } (\lambda I - A)x = 0)$$

Usando la norma vettoriale che induce $\|A\|$

$$\|\lambda x\| \overset{(*)}{=} |\lambda|\|x\| = \|Ax\| \leq \|A\|\|x\|$$

[$(*)$ 2° proprietà di una norma, vale anche per $\lambda \in \mathbb{C}$]
e dividendo per $\|x\|$

$$|\lambda| \leq \|A\|$$

(Qua il prof ha detto che basta sapere l'enunciato; dovesse servire, lo inserisco):

5.1.4 TEOREMA (sull'invertibilità di $I - A$ per $\|A\| < 1$)

Sia $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ tale che $\|A\| < 1$, dove $\|A\|$ è una qualsiasi norma matriciale indotta.
Allora $I - A$ è invertibile e vale la stima:

$$\|(I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{1 - \|A\|}$$