Se $f \in C^2[a,b]$, $f(a)f(b)<0$, $f''(x)>0$ oppure $f''(x)<0$ $\forall x \in [a,b]$ e viene scelto x_0 t.c. $f(x_0)f''(x_0)>0 \Rightarrow$ il metodo di N. converge

Dimostrazione per $f''(x)>0$, $f(a)<0$, $f(b)>0$

Se $x_n \in (\xi, b]$ allora $f'(x_n)>0$ e $f(x_n)>0$, quindi x_{n+1} si ottiene sottraendo da x_n una quantità >0 dato che $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

D'altra parte f è strettamente convessa, quindi la sua tangente t sarà sempre minore o uguale a f $\forall x \in [a,b]$. Perciò, in questo caso, andrà ad intersecare l'asse delle ascisse in un punto $x_n \in (\xi, b]$, perciò anche $x_{n+1} \in (\xi, b]$

Questo prova che $\{x_n\}$ è decrescente e che $x_n > \xi$ $\forall n$

$$\exists \lim_{n\to\infty} x_n = \inf\{x_n\} = \eta \geq \xi$$

$$\lim_{n\to\infty} x_{n+1} = \lim_{n\to\infty}\left(x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\right) = \eta - \lim \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \eta - \frac{f(\eta)}{f'(\eta)} = \eta \Rightarrow f(\eta)=0$$

Quindi $\eta = \xi$ dato che lo zero è unico.