ESAME CALCOLO NUMERICO PROVA DI LABORATORIO LAUREA IN INFORMATICA SECONDO APPELLO 13/07/2022 TEMA~A

Consegna Compito: saranno visibili solo i files consegnati in tempo tramite moodle. Consegnare anche i files del docente. Il caricamento dei files deve avvenire con supervisione del docente: in caso constrario si è esclusi dalla prova.

Tempo di svolgimento: 60 minuti.

Richiamo teorico 1. Il numero di condizionamento di una matrice invertibile A rispetto ad una norma $\|\cdot\|$ è definito come

$$\kappa(A) := ||A|| ||A^{-1}||.$$

Richiamo teorico 2. Se si vuole calcolare l'inversa A^{-1} di una matrice A, un possibile metodo diretto è risolvere il sistema matriciale

$$AX = B$$
,

dove B è la matrice identica della stessa dimensione di A.

Il problema di trovare la matrice X che soddisfa alla generica equazione matriciale AX = B si risolve "per colonne", ovvero si calcola la prima colonna di X risolvedo AX(:,1) = B(:,1), la seconda risolvendo AX(:,2) = B(:,2), via via fino all'ultima colonna. La matrice X calcolata risulta essere l'inversa destra di A.

Esercizio 1 (20 p.ti). Si crei una function Ainv=myInv(A) che calcoli l'inversa della matrice passata in input tramite il metodo sopra descritto con il seguente algoritmo:

- \bullet Si calcoli la fattorizzazione QR di A
- sfruttando l'ortogonalità di Q (cioè Q'A = R) per riscrivere il sistema AX = B in forma triangolare e risolvere il sistema ottenuto "per colonne" (cioè come spiegato nel richiamo) tramite l'opportuno algoritmo di sostituzione scelto tra quelli forniti dal docente.

Esercizio 2 (11 p.ti). Si scriva uno script esercizio 2.m che implementi un ciclo per $n=2,4,6,\ldots,20$ dove, per ogni n venga calcolato e via via salvato in un vettore il numero di condizionamento della matrice H=hilb(n) calcolato con la function myInv.

Si crei un grafico semilogaritmico con titolo con la curva dei valori calcolati.