

**ESAME CALCOLO NUMERICO PROVA DI LABORATORIO**  
**LAUREA IN INFORMATICA**  
**APPELLO DI RECUPERO 04/02/2022**

---

**Consegna Compito:** saranno visibili solo i files consegnati in tempo tramite moodle. Inserire nella consegna **anche** i files .m e .mat forniti dal docente.

**Nota Bene:** (pena l'esclusione dalla prova) ogni file prodotto (non quelli forniti) deve contenere **nome, cognome e identificativo assegnato dal docente durante l'esame.**  
**Tempo di svolgimento: 90 minuti.**

---

**Consigli importanti:**

- leggere il testo con la massima attenzione: aver capito quanto richiesto è il primo passo per superare l'esame,
- l'esercizio 1 è molto più facile (o, meglio, è più difficile da sbagliare) se **non** si usa la funzione **vander**, mentre viene sicuramente sbagliato usando **polyval**.

**Esercizio 1** (20 p.ti). Si crei una function `myfit.m` avente chiamata `yval=myfit(x,y,xval,n,method)` che calcoli la valutazione `yval` sui nodi `xval` del polinomio  $p$  di grado al più  $n$  di migliore approssimazione delle coppie  $(x(i) \ y(i))$  nel senso dei minimi quadrati. La function deve prendere in entrata i parametri  $x, y$  vettori colonna di lunghezza  $m \geq n + 1$ , l'intero positivo  $n$ , il vettore colonna `xval` di lunghezza arbitraria  $k$ , e il parametro di tipo stringa `method` che può valere 'full' o 'rectangular'.

A seconda del valore del parametro di ingresso `method` (usare tassativamente la struttura `switch-case`) la function dovrà implementare il seguente algoritmo:

- se `method` vale 'rectangular'
  - crei la matrice rettangolare  $m \times (n + 1)$  di Vandermonde  $A$ , dove le equazioni normali risolte dai coefficienti  $c \in \mathbb{R}^{n+1}$  del polinomio  $p$  sono  $A^t A c = A^t y$ ,
  - calcoli la fattorizzazione QR della matrice  $A$  e definisca i fattori ridotti  $R_0$  (quadrata  $(n + 1) \times (n + 1)$ ) e  $Q_0$  (rettangolare  $m \times (n + 1)$ ), tali cioè che
$$A^t A = R^t Q^t Q R = R_0^t Q_0^t Q_0 R_0 = R_0^t R_0$$
  - calcoli la soluzione  $c$  delle equazioni normali come soluzione di  $R_0 c = Q_0^t y$  tramite opportuno algoritmo di sostituzione fornito dal docente,
  - valuti il polinomio  $p$  sui nodi `xval` premoltiplicando  $c$  per un opportuna matrice rettangolare di Vandermonde  $\tilde{A}$  (diversa da  $A$ !!);
- se `method` vale 'full'
  - crei la matrice gramiana  $G = A^t A$  e il termine noto  $A^t y$  (dove  $A$  è un opportuna matrice di Vandermonde rettangolare) del sistema delle equazioni normali che sono risolte dal vettore dei coefficienti  $c$  di  $p$ ,
  - calcoli la soluzione  $c$  delle equazioni normali tramite fattorizzazione QR della matrice  $G$  e opportuno algoritmo di sostituzione fornito dal docente,
  - valuti il polinomio  $p$  sui nodi `xval` premoltiplicando  $c$  per un opportuna matrice rettangolare di Vandermonde  $\tilde{A}$  (diversa da  $A$ !!).

**Esercizio 2** (10 p.ti). Sia  $f(x) = 1/(1 + x^2)$ . Si costruisca l'approssimante polinomiale ai minimi quadrati di grado 45 calcolata su 100 nodi equispaziati in  $[-1, 1]$  con i due metodi e la si valuti su 1000 punti equispaziati in  $[-1, 1]$ . Si stampi a video il massimo errore compiuto sui nodi di valutazione con i due metodi e un commento che spieghi il risultato.