ESAME CALCOLO NUMERICO PROVA DI LABORATORIO
LAUREA IN INFORMATICA
APPELLO STRAORDINARIO PER LAUREANDI 17/11/2021

Consegna Compito: saranno visibili solo i files consegnati in tempo tramite moodle. Inserire nella consegna **anche** i files .m e .mat forniti dal docente.
Nota Bene: ogni file prodotto (non quelli forniti) deve contenere **nome**, **cognome** e **matricola**.
Tempo di svolgimento: 90 minuti.

Richiamo. Se A è una matrice invertibile di dimensione $n \times n$, una volta nota la sua fattorizzazione QR ($A = QR$), le colonne $b^{(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, della matrice A^{-1} possono essere calcolate risolvendo

$$Rb^{(i)} = q^{(i)},$$

dove $q^{(i)}$ è l'iesima colonna della matrice Q^t. Si noti in particolare che tali sistemi sono triangolari superiori, dunque risolvibili per sostituzione.

Esercizio 1 (10 p.ti)**.** Si scriva una function dall'intestazione `Ainv=MyQRInv(A,toll)` che, presa in ingresso la matrice quadrata invertibile `A` restituisca in uscita la sua inversa (approssimata) `Ainv` calcolata come segue:
- si fattorizzi A con QR,
- qualora R presenti elementi diagonali con modulo minore di `toll` si esca con un messaggio di errore,
- in caso contrario si calcoli `Ainv` *seguendo il richiamo precedente ed usando la corretta matlab function di sostituzione fornita su moodle* (obbligatorio!).

Esercizio 2 (10 p.ti)**.** Si scriva una function dall'intestazione `Kappa=MyCond(A,p,toll)` che, utilizzando `MyQRInv` per il calcolo dell'inversa (obbligatorio!) calcoli il condizionamento della matrice A rispetto alla norma $\|\cdot\|_1$ se `p=1` e rispetto alla norma $\|\cdot\|_\infty$ se `p=Inf` (si noti l'assenza di apici-stringa). A tal fine si consiglia l'uso della struttura `switch-case` (non obbligatorio).

Esercizio 3 (10 p.ti)**.** Si crei uno script `esercizio3.m` che in un ciclo `for`, per $n = 1, 2, \ldots, 20$ calcoli (usando le function precedentemente implementate)
- `A=hilb(n)`;
- l'inversa approssimata `Ainv` di A e il numero di condizionamento κ_1 calcolato rispetto alla norma 1;
- la soluzione approssimata `xtilde` di $A\tilde{x} = b$, con $b = A \cdot (1, 1, \ldots, 1)^T$, calcolata con metodo LU;
- la soluzione approssimata `xhat` di $A\hat{x} = b$, con $b = A \cdot (1, 1, \ldots, 1)^T$, calcolata utilizzando `Ainv`;
- l' errore assoluto `E1tilde` in norma 1 di `xtilde` (rispetto alla soluzione esatta di $Ax = b$);
- l' errore assoluto `E1hat` in norma 1 di `xhat` (rispetto alla soluzione esatta di $Ax = b$).

Crei una figura (con titolo e legenda) con i grafici semilogaritmici di `eps*Kappa1`, `E1hat` ed `E1tilde`. Per tutto l'esercizio si utilizzi `toll=1e-18`.

Date: 17/11/2021.