Applicando Taylor centrato in x_n e calcolata in ξ con il resto di Lagrange del secondo ordine:

$$f(\xi) = f(x_n) + f'(x_n)(\xi - x_n) + \frac{f''(z_n)}{2}(\xi - x_n)^2 \quad \text{con } z_n \in \text{int}(x_n, \xi) \subset [c, d]$$

$$-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \xi - x_n + \frac{f''(z_n)}{2f'(x_n)}(\xi - x_n)^2 \qquad \text{ma} \quad -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_{n+1} - x_n$$

$$x_{n+1} - x_n = \xi - x_n + \frac{f''(z_n)}{2f'(x_n)}(\xi - x_n)^2$$

$$e_{n+1} = |x_{n+1} - \xi| = c_n e_n^2 \quad \text{con} \quad c_n = \frac{1}{2}\frac{f''(z_n)}{f'(x_n)}$$

ma c_n è succ. limitata:

$$c_n = \frac{\max|f''(x)|}{\min|f'(x)|} \cdot \frac{1}{2} = c \quad \forall x \in [c, d] \implies e_{n+1} \leq c e_n^2 \quad \text{e} \quad \lim \frac{e_{n+1}}{e_n^2} = c \quad \text{quindi}$$

il metodo converge con velocità quadratica