Usando Taylor:

$$f(\xi)=f(x_n)+f'(x_n)(\xi-x_n)+\frac{f''(z_n)}{2}(\xi-x_n)^2$$

$$-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}=\xi-x_n+\frac{1}{2f'(x_n)}\cdot f''(z_n)(\xi-x_n)^2 \quad \text{con} \quad -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}=x_{n+1}-x_n \text{ per def.}$$

quindi:

$$x_{n+1}-\xi=\frac{f''(z_n)}{2f'(x_n)}(\xi-x_n)^2 \longrightarrow |x_{n-1}-\xi|=\frac{|f''(z_n)|}{|2f'(x_n)|}|\xi-x_n|^2 \quad \text{che diventa:}$$

$$e_{n+1}=\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{f''(z_n)}{f'(x_n)}\right|\cdot e_n^2 \quad \text{si ha quindi:} \quad \lim\frac{e_{n+1}}{e_n^2}=\frac{1}{2}\left|\frac{f''(\xi)}{f'(\xi)}\right| \quad \text{da cui si deriva}$$

che se $f''(\xi)\neq 0$ e $f'(\xi)\neq 0$ l'ordine di convergenza è esattamente 2. Se $f''(\xi)=0$, $f'(\xi)\neq 0$ e $\exists f'''(\xi)$ allora l'ordine è almeno 3.