GUIDA PASSO-PASSO Ex 3 $A = \{x \mid W_x \cap E_x \neq \emptyset\}$

① CAPIRE LA FUNZIONE DEL SET

W_x = dominio di φ_x

E_x = codominio di φ_x

② CHIEDITI SE É SATURATO

Un insieme é saturato se dipende solo dal comportamento della funzione φ_x, non dal codice.

Se è SATURATO → puoi usare RICE o RICE-SHAPIRO

③ SE É SATURATO, CHIEDITI SE É BANALE O NON BANALE

BANALE = set = $\emptyset$ o $\mathbb{N}$

se non banale per il teorema di Rice → insieme non é ricorsivo

④ CAPIRE SE É R.E.

① Uso Rice-Shapiro per vedere se NON é r.e.

$\mathcal{A} = \{f \mid dom(f) \cap cod(f) \neq \emptyset\}$

devo trovare $f \in \mathcal{A}$ e sottofunzione finita $\emptyset \notin \mathcal{A}$

$cod(id) = \mathbb{N}$ so $f \notin \mathcal{A}$

$cod(0) = E_x$ so $\emptyset \in \mathcal{A}$

② $SC_A(x) = 1(\mu(y,z,t).(H(x,y,t) \wedge S(x,z,y,t)))$

$\Downarrow$

$1(\mu w.(H(x,w_1,w_3) \wedge S(x,w_2,w_1,w_3)))$

⑤ CONCLUSIONE

① A e $\bar{A}$ entrambe r.e. $\Rightarrow$ A è ricorsivo

② A é r.e. e $\bar{A}$ non r.e. $\Rightarrow$ A NON è ricorsivo

③ A NON r.e. $\Rightarrow$ A NON é ricorsivo

GUIDA PASSO-PASSO Ex4 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \geq x . \varphi_x(y) > y\}$

① CAPIRE SE É RE O NON É R.E. → guardo PDF Gabriel

a) The set B is r.e., since its characteristic function is computable. Infact it can be expressed as

$SC_B(x) = 1(\mu(y,z,t).H(x,y,t) \wedge S(x,y,z,t))$

in this case $= 1(\mu(y,z,t).S(x,y,z,t) \wedge y \geq x \wedge z > y)$

$= 1(\mu w . S(x,(w)_1,(w)_2,(w)_3) \wedge (w)_1 \geq x \wedge (w)_2 > (w)_1)$

b) If the set B is NOT r.e. I use Rice-Shapiro with $f \in B$ and $\emptyset \notin B$ or viceversa

② CAPIRE SE É RICORSIVO

B is not recursive since $K \leq_m B$. To show this

$$g(x,y) = \begin{cases} y & \text{if } x \in K \\ \uparrow & \text{otherwise} \end{cases}$$

The function is computable, given that $g(x,y) = (y) \cdot SC_K(x)$.

So for SMN theorem, there is total computable function $s: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ s.t. $\varphi_{s(x)}(y) = g(x,y)$

Indeed:

- If $x \in K$ then $\varphi_{s(x)}(y) = g(x,y) = y$ for each $y \in \mathbb{N}$.
  ~~Therefore there is not $y \geq s(x)$ s.t. $\varphi_{s(x)}(y) > y$. So $s(x) \notin B$~~
  $y = s(x) \geq s(x)$, we have $\varphi_{s(x)}(y) = y = s(x) \geq s(x)$. So $s(x) \in B$.
- If $x \notin K$ then $\varphi_{s(x)}(y) = g(x,y) \uparrow$ for every $y \in \mathbb{N}$
  Therefore there is no $y \geq s(x)$ s.t. $\varphi_{s(x)}(y) > y$ so $s(x) \notin B$.

③ VERIFICO ANCHE $\bar{B}$

Since B is r.e and not recursive, $\bar{B}$ is not r.e.