

Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

03 Settembre 2015

Esercizio 1

Definire l'operazione di minimalizzazione illimitata e dimostrare che l'insieme \mathcal{C} delle funzioni URM-calcolabili è chiuso rispetto a tale operazione.

Esercizio 2

Si dica che una funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ è *decreciente* se è totale e per ogni $x, y \in \mathbb{N}$, se $x \leq y$ allora $f(x) \geq f(y)$. Esiste una funzione decrescente non calcolabile? Motivare adeguatamente la risposta.

Esercizio 3

Dato un insieme $X \subseteq \mathbb{N}$, definiamo $X + 1 = \{x + 1 : x \in X\}$. Studiare la ricorsività dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} : E_x = W_x + 1\}$, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme $B = \{x \in \mathbb{N} : \forall y > x. 2y \in W_x\}$, ovvero dire se B e \bar{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Enunciare il secondo teorema di ricorsione ed utilizzarlo per dimostrare che la funzione $\Delta : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, definita da $\Delta(x) = \min\{y : \varphi_y \neq \varphi_x\}$, non è calcolabile.