

Computabilità e Algoritmi (Computabilità)

11 Luglio 2012

Esercizio 1

Considerare la variante URM^s della macchina URM ottenuta eliminando le istruzioni successore $S(n)$ e salto $J(m, n, t)$, ed aggiungendo l'istruzione $JS(m, n, t)$, che confronta il contenuto dei registri m ed n , e, se coincidono, salta all'istruzione t , altrimenti incrementa il registro m ed esegue l'istruzione successiva. Dire quale relazione sussiste tra l'insieme \mathcal{C}^s delle funzioni calcolabili con la macchina URM^s e l'insieme \mathcal{C} delle funzioni calcolabili con la macchina URM. Sono uno contenuto nell'altro? L'inclusione è stretta? Motivare le risposte.

Esercizio 2

Dimostrare che un insieme A è ricorsivo se e solo se esiste una funzione totale calcolabile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $x \in A$ se e solo se $f(x) > x$.

Esercizio 3

Sia f una funzione calcolabile totale tale che $\text{img}(f) = \{f(x) : x \in \mathbb{N}\}$ è infinito. Studiare la ricorsività dell'insieme

$$A = \{x : \exists y \in W_x. x < f(y)\},$$

ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme

$$B = \{x : \varphi_x(0) \uparrow \vee \varphi_x(0) = 0\},$$

ovvero dire se B e \bar{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Sia $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{C}$ un insieme di funzioni calcolabili tale che, indicate con $\mathbf{0}$ e $\mathbf{1}$ le funzioni costanti 0 e 1, rispettivamente, si abbia $\mathbf{0} \notin \mathcal{A}$ e $\mathbf{1} \in \mathcal{A}$. Detto $A = \{x : \varphi_x \in \mathcal{A}\}$ mostrare che A non r.e. oppure \bar{A} non r.e.