

Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

13 Luglio 2010

Esercizio 1

Definire l'operazione di minimalizzazione illimitata e dimostrare che l'insieme delle funzioni calcolabili è chiuso rispetto a tale operazione. L'insieme delle funzioni calcolabili totali è chiuso rispetto alla minimalizzazione? Motivare la risposta con una dimostrazione o un controesempio.

Esercizio 2

Dire se esiste una funzione non calcolabile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che l'insieme $D = \{x \in \mathbb{N} \mid f(x) \neq \phi_x(x)\}$ sia finito. Motivare adeguatamente la risposta.

Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \phi_x(y) = x * y \text{ per qualche } y\}$, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme $B = \{x \in \mathbb{N} : E_x \not\supseteq W_x\}$, ovvero dire se B e \bar{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Sia $A \subseteq \mathbb{N}$ un insieme non vuoto. Dimostrare che A è ricorsivamente enumerabile se e solo se esiste una funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\text{dom}(f)$ è l'insieme dei numeri primi e $\text{img}(f) = A$.