

Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

11 Luglio 2011

Esercizio 1

Dare la definizione dell'insieme \mathcal{PR} delle funzioni primitive ricorsive e, utilizzando esclusivamente la definizione, dimostrare che la funzione caratteristica $\chi_{\mathbb{P}}$ dell'insieme dei numeri pari \mathbb{P} è primitiva ricorsiva.

Esercizio 2

Può esistere una funzione non calcolabile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che esista una funzione non calcolabile $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ per cui la funzione $f + g$ definita da $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ sia calcolabile? Motivare adeguatamente la risposta (fornendo un esempio di tale f , se esiste, oppure dimostrando che non può esistere).

Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme $\mathbb{A} = \{x \in \mathbb{N} : \varphi_x(x) \downarrow \wedge \varphi_x(x) < x + 1\}$, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Dato $X \subseteq \mathbb{N}$ si indichi con $2X$ l'insieme $2X = \{2x : x \in X\}$. Studiare la ricorsività dell'insieme $B = \{x \in \mathbb{N} : 2W_x \subseteq E_x\}$, ovvero dire se B e \bar{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Dire se può esistere un indice $x \in \mathbb{N}$ tale che $\bar{K} = \{2^y - 1 : y \in E_x\}$. Motivare la risposta.