

## Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

### 30 Marzo 2010

#### Esercizio 1

Dare la definizione di insieme  $A \subseteq \mathbb{N}$  saturato e dimostrare che  $K$  non è saturato.

#### Esercizio 2

Dire se è calcolabile la funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } \varphi_x(x) \downarrow \\ x-1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Motivare adeguatamente la risposta.

#### Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme  $A = \{x \in \mathbb{N} : |W_x| > |E_x|\}$ , ovvero dire se  $A$  e  $\bar{A}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

#### Esercizio 4

Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione totale calcolabile fissata. Studiare la ricorsività dell'insieme  $B = \{x \in \mathbb{N} : \text{img}(f) \cap E_x \neq \emptyset\}$ , ovvero dire se  $B$  e  $\bar{B}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili. Si ricorda che  $\text{img}(f) = \{f(x) \mid x \in \mathbb{N}\}$ .

#### Esercizio 5

Dimostrare che  $A \subseteq \mathbb{N}$  è un insieme ricorsivo se e solo se  $A \leq_m \{0\}$ .