Computabilità e Algoritmi (Computabilità) 3 Aprile 2014

Esercizio 1

Dimostrare il teorema di struttura dei predicati semidecidibili, ovvero provare che un predicato $P(\vec{x})$ è semidecidibile se e solo se esiste un predicato decidibile $Q(\vec{x}, y)$ tale che $P(\vec{x}) \equiv \exists y. \ Q(\vec{x}, y)$.

Esercizio 2

Sia $A \subseteq \mathbb{N}$ un insieme e sia $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una funzione calcolabile. Dimostrare che se A è ricorsivo allora $f^{-1}(A) = \{x \in \mathbb{N} \mid f(x) \in A\}$ è r.e. L'insieme $f^{-1}(A)$ è anche ricorsivo? Anche di quest'ultimo fatto dare una dimostrazione o fornire un controesempio.

Esercizio 3

Sia $A = \{x \in \mathbb{N} : W_x \cap E_x \neq \emptyset\}$. Studiare la ricorsività di A, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme $B = \{x \in \mathbb{N} : \forall k \in \mathbb{N}. \ k + x \in W_x\}$, ovvero dire se B e \overline{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Enunciare il secondo teorema di ricorsione. Utilizzarlo per dimostrare che l'insieme $C = \{x \in \mathbb{N} : \varphi_x(x) = x^2\}$ non è saturato.

Nota: Correzione, risultati e visione dei compiti: Venerdì 4 Aprile, ore 9:30, 1BC/45