

Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

19 Marzo 2010

Esercizio 1

Enunciare e dimostrare il secondo teorema di ricorsione.

Esercizio 2

Dire se è calcolabile la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } \forall y \leq x. \varphi_y \text{ totale} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Motivare adeguatamente la risposta.

Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} : W_x \subseteq E_x\}$, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una funzione totale calcolabile fissata. Studiare la ricorsività dell'insieme $B = \{x \in \mathbb{N} : f(x) \in E_x\}$, ovvero dire se B e \bar{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Sia $\pi : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ la codifica delle coppie nei naturali. Si dimostri che una funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ è calcolabile se e solo se l'insieme $A_f = \{\pi(x, f(x)) : x \in \mathbb{N}\}$ è ricorsivamente enumerabile.