

# Computabilità e Algoritmi (Computabilità)

## 21 Luglio 2014

### Esercizio 1

Enunciare e dimostrare il teorema di Rice.

### Esercizio 2

Esiste una funzione totale non calcolabile  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che la funzione  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definita, per ogni  $x \in \mathbb{N}$ , da  $g(x) = f(x) \div x$  sia calcolabile? Fornire un esempio oppure dimostrare che una tale funzione non esiste.

### Esercizio 3

Una funzione parziale  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  è iniettiva quando per ogni  $x, y \in \text{dom}(f)$ , se  $f(x) = f(y)$  allora  $x = y$ . Studiare la ricorsività dell'insieme  $A = \{x : \varphi_x \text{ iniettiva}\}$ , ovvero dire se  $A$  e  $\bar{A}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

### Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme  $B = \{x \in \mathbb{N} : x \in W_x \setminus \{0\}\}$ , ovvero dire se  $B$  e  $\bar{B}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

### Esercizio 5

Enunciare il Secondo Teorema di Ricorsione ed utilizzarlo per dimostrare che esiste  $n \in \mathbb{N}$  tale che  $W_n = E_n = \{x \cdot n : x \in \mathbb{N}\}$ .