

Computabilità e Algoritmi (Computabilità)

Prova Intermedia - 18 Aprile 2016

Esercizio 1

Dare la definizione dell'insieme \mathcal{PR} delle funzioni primitive ricorsive e, utilizzando esclusivamente la definizione, dimostrare che è primitiva ricorsiva la funzione $\text{pow2} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da $\text{pow2}(y) = 2^y$.

Esercizio 2

Si consideri una variante della macchina URM dove l'istruzione di salto e successore sono sostituite dall'istruzione $JJ(m, n, t)$ che confronta il contenuto r_m e r_n dei registri R_m e R_n e quindi:

- se $r_m = r_n$ incrementa il registro R_m e salta all'indirizzo t (restando inteso che se t non cade nel programma, l'esecuzione termina).
- altrimenti continua con l'istruzione successiva.

Dire quale relazione sussiste tra l'insieme \mathcal{C}' delle funzioni calcolabili con la nuova macchina e l'insieme \mathcal{C} delle funzioni calcolabili con la macchina URM. Sono uno contenuto nell'altro? L'inclusione è stretta? Motivare le risposte.

Esercizio 3

Può esistere una funzione non calcolabile totale $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $\text{cod}(f)$ sia l'insieme \mathbb{P} dei numeri pari? Motivare adeguatamente la risposta (fornendo un esempio di tale f , se esiste, oppure dimostrando che non può esistere).