

Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

24 Settembre 2009

Esercizio 1

Dimostrare che vale il teorema di proiezione ovvero che se il predicato $P(x, y)$ è semidecidibile allora anche $\exists x. P(x, y)$ è semi-decidibile. Fornire un controesempio all'implicazione opposta.

Esercizio 2

Dire se esiste una funzione non calcolabile $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che

$$f(x) \neq \varphi_x(x)$$

solo su di un valore $x \in \mathbb{N}$. Se la risposta è negativa fornire una dimostrazione, se la risposta è positiva dare un esempio di una tale funzione.

Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} : \phi_x(y) = y \text{ per infiniti } y\}$, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Detto P l'insieme dei numeri pari e Pr l'insieme dei numeri primi, dimostrare che $P \leq_m Pr$ e $Pr \leq_m P$.

Esercizio 5

Dire se può esistere un indice $x \in \mathbb{N}$ tale che $\bar{K} = \{y^2 - 1 : y \in E_x\}$. Motivare la risposta.