

## Computabilità e Algoritmi (Mod. A)

### 4 Aprile 2011

#### Esercizio 1

Definire l'operazione di minimalizzazione illimitata e dimostrare che l'insieme  $\mathcal{C}$  delle funzioni URM-calcolabili è chiuso rispetto a tale operazione.

#### Esercizio 2

Si dica che una funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  è *decreciente* se è totale e per ogni  $x, y \in \mathbb{N}$ , se  $x \leq y$  allora  $f(x) \geq f(y)$ . Esiste una funzione decrescente non calcolabile? Motivare adeguatamente la risposta.

#### Esercizio 3

Dato un insieme  $X \subseteq \mathbb{N}$ , definiamo  $X + 1 = \{x + 1 : x \in X\}$ . Studiare la ricorsività dell'insieme  $A = \{x \in \mathbb{N} : E_x = W_x + 1\}$ , ovvero dire se  $A$  e  $\bar{A}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

#### Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme  $B = \{x \in \mathbb{N} : \forall y > x. 2y \in W_x\}$ , ovvero dire se  $B$  e  $\bar{B}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

#### Esercizio 5

Enunciare il secondo teorema di ricorsione ed utilizzarlo per dimostrare che la funzione  $\Delta : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , definita da  $\Delta(x) = \min\{y : \varphi_y \neq \varphi_x\}$ , non è calcolabile.