

Computabilità e Algoritmi (Computabilità)

15 Luglio 2013

Esercizio 1

Considerare la sottoclasse dei programmi URM nei quali, se l' i -ma istruzione è una istruzione di salto $J(m, n, t)$, allora $t > i$. Dimostrare che le funzioni calcolabili dai programmi in tale sottoclasse sono tutte totali.

Esercizio 2

Dimostrare che un insieme A è ricorsivo se e solo se esistono due funzioni totali calcolabili $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che per ogni $x \in \mathbb{N}$

$$x \in A \text{ se e solo se } f(x) > g(x).$$

Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme $A = \{x : \forall y. \text{ if } y + x \in W_x \text{ then } y \leq \varphi_x(y + x)\}$, ovvero dire se A e \bar{A} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Sia f una funzione calcolabile totale. Studiare la ricorsività dell'insieme $B_f = \{x \in \mathbb{N} : \varphi_x(y) = f(y) \text{ per infiniti } y\}$, ovvero dire se B e \bar{B} sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 5

Enunciare il Secondo Teorema di Ricorsione ed utilizzarlo per dimostrare che esiste $n \in \mathbb{N}$ tale che $W_n = E_n = \{x \cdot n : x \in \mathbb{N}\}$.