SO CHE LO HAI GIÀ FATTO, MA PER QUALCHE RAGIONE LO HAI RIMOSSO

FOGLIO 654

$N = 998000$

$M = 200$

$S_N \sim Bin(N, 1/2)$

$Y \sim Ber(q) \quad E[Y] = q$

$var(Y) = E[Y^2] - E[Y]^2 = q - q^2 = q(1-q)$

Prob. che vince A ?

$P\left(S_N > \frac{N-M}{2}\right) = P\left(S_N - \frac{N}{2} > -\frac{M}{2}\right)$

$= P\left(\frac{2}{\sqrt{N}}\left(S_N - \frac{M}{2}\right) > -\frac{M}{\sqrt{N}}\right)$

Per il teorema del limite centrale: $\frac{2}{\sqrt{N}}\left(S_N - \frac{N}{2}\right)$ è vicino in distribuzione a una normale standard

$\Rightarrow P\left(S_N \geq \frac{N-M}{2}\right) \sim P\left(Z \geq -\frac{M}{\sqrt{N}}\right) = 1 - P\left(Z \leq -\frac{M}{\sqrt{N}}\right)$

$Z \sim N(0,1)$

$1 - \Phi\left(-\frac{M}{\sqrt{N}}\right) = \Phi\left(\frac{M}{\sqrt{N}}\right)$

Φ funz. di ripartizione della $N(0,1)$

(Φ è la lettera "fi")

(*) $E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x)\,dx$

$\Phi(2{,}00) = 0{,}9772$

SI USA 2 PER LA Z NELLA TAVOLA (QUINDI DELLA DISTR. E PER LA COLONNA IN ORIZZONTALE. SI USA LA PARTE DOPO, QUINDI 00 (QUINDI $\rightarrow$)

Sia $X \in \mathcal{L}^2(\Omega, F, P)$ con $E[X] = 0$ e $var(X) = 1 \rightarrow \sqrt{var(X)} = 1$

← momento secondo, cioè $E[X^2]$ (*)

$P(X \leq 2) \leq P(|X - E[X]| \geq 2) \underset{\text{Chebyshev}}{\leq} \frac{var(X)}{4} = \frac{1}{4}$

$P(X \leq 2) = 1 - \underset{\leq \frac{1}{4}}{P(X > 2)} \geq \frac{3}{4}$

FOGLIO B ES. 4

d_{TV} = distanza di variazione totale (DISTANCE ON TOTAL VARIANCE)

Siano P, Q misure di prob. su F σ-algebra di Ω

$d_{TV}(P,Q) = \sup_{A \in F} |P(A) - Q(A)|$

d_{TV} è una metrica: $\cdot\ d_{TV}(P,Q) = d_{TV}(Q,P)$
$\cdot\ d_{TV}(P,Q) = 0$ se e solo se $P = Q$
$\cdot$ (deve valere anche la propr. di DISUGUAGLIANZA TRIANG.)

$\sup_{A \in F} |P(A) - Q(A)| \leq \sup_{A \in F} \{|P(A) - R(A)| + |R(A) - Q(A)|\}$

$\leq \left(\sup_{A \in F} |P(A) - R(A)|\right) + \left(\sup_{A \in F} |R(A) - Q(A)|\right)$

→ P, Q determinate dalle densità discrete p, q:
$P(A) = \sum_{w \in A} p(w) \quad Q(A) = \sum_{w \in A} q(w)$

$\rightarrow d_{TV}(P, Q) = \frac{1}{2} \sum_{w \in \Omega} |p(w) - q(w)| \quad B = \{w \in \Omega : p(w) \geq q(w)\}$

$B = \{w \in \Omega : p(w) \geq q(w)\}$

$|P(A) - Q(A)| = \left|\sum_{w \in A} (p(w) - q(w))\right| = \left|\sum_{w \in A \cap B} (p(w) - q(w)) + \sum_{w \in A \cap B^c} \underbrace{(p(w) - q(w))}_{\leq 0}\right| \leq \max\left\{\sum_{w \in A \cap B} (p(w) - q(w)), \sum_{w \in A \cap B^c} (q(w) - p(w))\right\}$

$\sum_{w \in \Omega} p(w) = 1 = \sum_{w \in \Omega} q(w) \rightarrow \sum_{w \in B} p(w) + \sum_{w \in B^c} p(w) = \sum_{w \in B} q(w)$

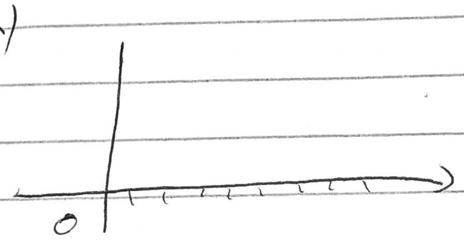
$+ \sum_{w \in B^c} q(w) \Rightarrow \sum_{w \in B} (p(w) - q(w)) = \sum_{w \in B^c} (q(w) - p(w))$

FOGLIO 3 ES. 5

Se $(p_n)_{n\in\mathbb{N}} \in (0,1)$ tale che $p_n \cdot n \xrightarrow{n\to\infty} \lambda > 0$, allora

$d_{TV}(Bin(n,p_n), Poiss(\lambda)) \xrightarrow{n\to\infty} 0$

$d_{TV}(Bin(n,p_n), Poiss(\lambda)) \le d_{TV}(Bin(n,p_n), Poiss(\lambda_n)) + d_{TV}(Poiss(\lambda_n), Poiss(\lambda))$



PROB. DI AVERE UNA RICHIESTA IN UN CERTO TEMPO → DOVREBBE DIPENDERE A QUALCOSA DI FINITO

SE NON USIAMO IL LIMITE, SIAMO NEL CASO DELLE PROVE RIPETUTE ED INDIPENDENTI

FOGLIO 3 ES. 8

X v.a. "numero di pezzi di ricambio richiesti"

$E[X]=4$

Domanda: $c \in \mathbb{N}$ minimo tale che: $P(X > c) < 0.05$

$P(X \ge c+1) \le \frac{E[X]}{c+1} < \frac{1}{20}$ (0,05) $\rightarrow c+1 > 4 \cdot 20 = 80 \rightarrow c > 79$