applicazioni "statistiche"

esempio: siano $X_1 \dots X_n$ v.a. i.i.d. con $X_i \sim Ber\left(\frac{1}{500}\right)$

$$S = \sum_{i=1}^{1000} X_i(\omega) \quad \sim \quad N_* = \min\{K \in \mathbb{N}, P(S \leq K) \geq 0{,}98\}$$

Vari modi di stimare N_*

(1) Calcolo diretto $\rightarrow S \sim Bin\left(1000, \frac{1}{500}\right)$

(2) Disuguaglianza di Markov $\rightarrow P(S \leq K) = 1 - P(S > K) = P(S \geq K+1)$

$$\overset{Markov}{\leq} \frac{E[S]}{K+1} \rightarrow E[S] = \sum_{i=1}^{1000} E[S_n] = \quad X_i \sim Ber\left(\frac{1}{500}\right) \sim E[X] = \frac{1}{500}$$

Vediamo che $1 - \frac{E[S]}{K+1} \geq 0{,}98 = \frac{49}{50}$

$$\rightarrow \frac{1}{50} > \frac{2}{K+1}$$

$$\rightarrow K+1 \geq 100 \qquad \rightarrow \sum_{i=1}^{1000} (X_i = Var(S) = \frac{998}{500} \leq \frac{\frac{998}{500}}{(K+1)^2}$$

"statistiche"

② Disuguaglianze

$$0{,}98 \le 1 - \frac{\frac{998}{500}}{(K-1)^2}$$

$$\frac{\frac{998}{500}}{(K-1)^2} \le \frac{1}{50}$$

$$(K-1)^2 \ge 99{,}8$$

$$K \ge \sqrt{99{,}8} + 1 \sim K \ge 11$$

Approssimazione normale per calcolo del limite centrale

$$\frac{1}{\sqrt{var(S)}} (S - E[S])$$

$$P(S \le K) = \frac{1}{\sqrt{var(S)}} (S - E[S])$$

$$= \frac{1}{\sqrt{0{,}25}} (S - E[X_i])$$

$$z = \Phi\left(\frac{K - E[S]}{\sqrt{var(S)}}\right)$$

Cerchiamo $K \in \mathbb{N}$ tale che $\Phi\left(\frac{K - E[S]}{\sqrt{var(S)}}\right) \ge 0{,}06$

③ Approssimazione di Poisson con legge dei piccoli numeri

$Bin(n, p_n) / Poiss(\lambda) \xrightarrow{n \to \infty} 0$ se $n \cdot p_n \overset{n \to \infty}{\sim} \lambda > 0$

Quindi $Poiss(2)$, $n \in \mathbb{N}$ minimale tale che

$$0{,}98 \le P(S \le K)$$

Markov → $N_* = 99$

Chebyshev → $N_* = 11$

Normale → $N_* = 5$