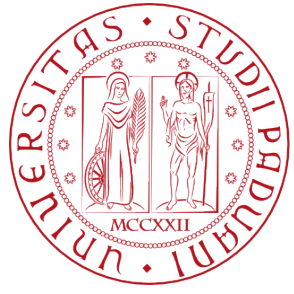
# Pre- e Post- condizioni
# Il ciclo `while`
# Invarianti

## Programmazione I

Laurea Triennale in Informatica
18 Dicembre 2016



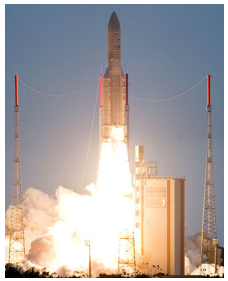

Università degli Studi di Padova

# Gli errori di programmazione...

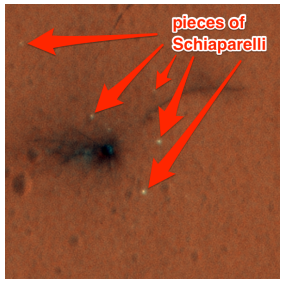


...possono costare molto cari:

Therac-25
(1985-87: 6 incidenti gravi o mortali)



Esplosione dell'Ariane 5
(1996)




Schianto del Lander Schiaparelli su Marte (2016)

# I limiti del testing



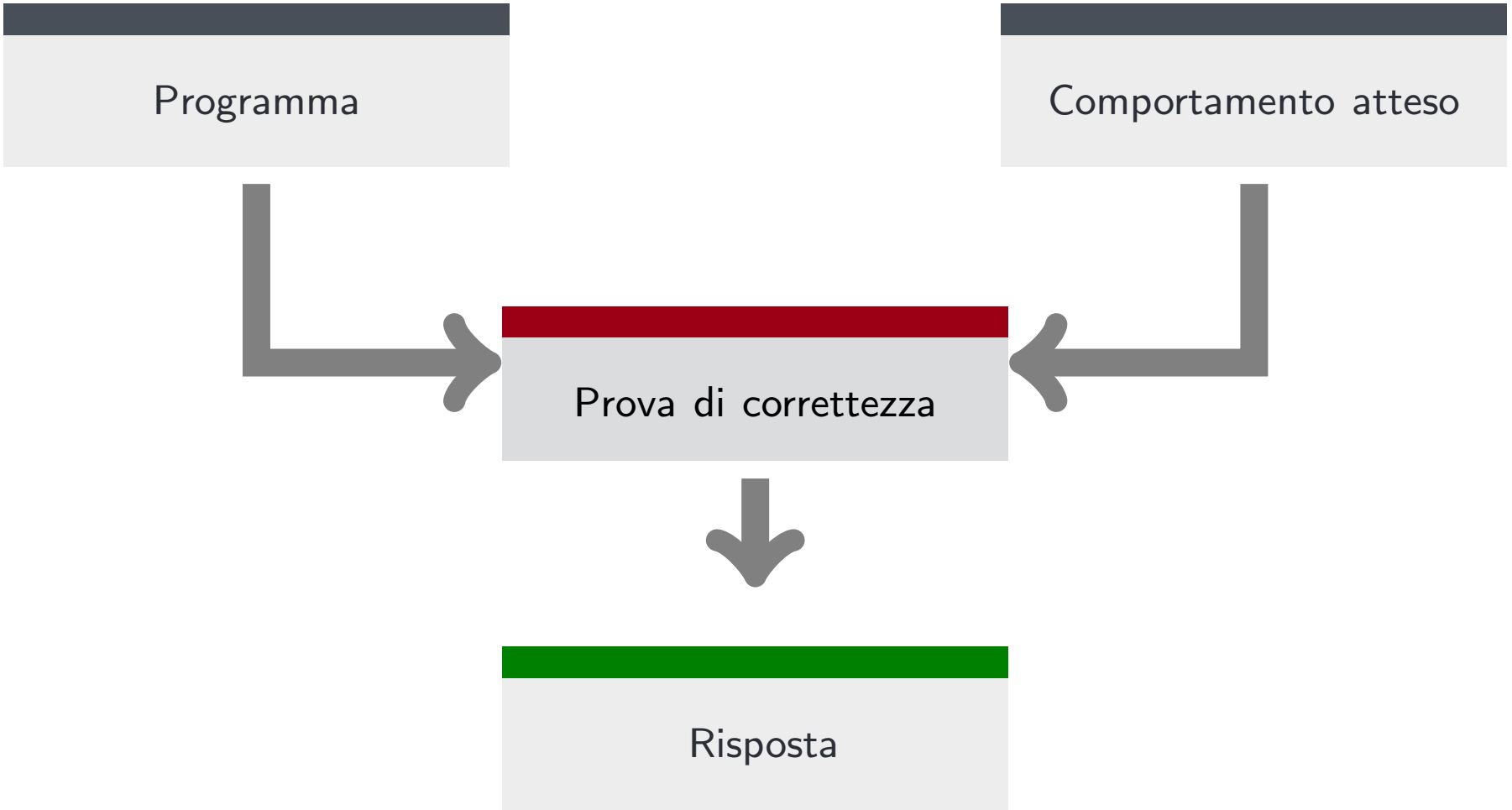
- Un modo per trovare errori nei programmi è fare dei test
- I test coprono solo un sottoinsieme dei possibili input
- Riescono a dimostrare l'esistenza di errori, ma non la loro assenza
- Un programma non opera in isolamento: il suo comportamento dipende da quello che succede nell'ambiente esterno
  - gli errori causati dall'interazione con l'ambiente o gli utenti sono molto difficili da individuare!

# Un modo diverso per trovare gli errori

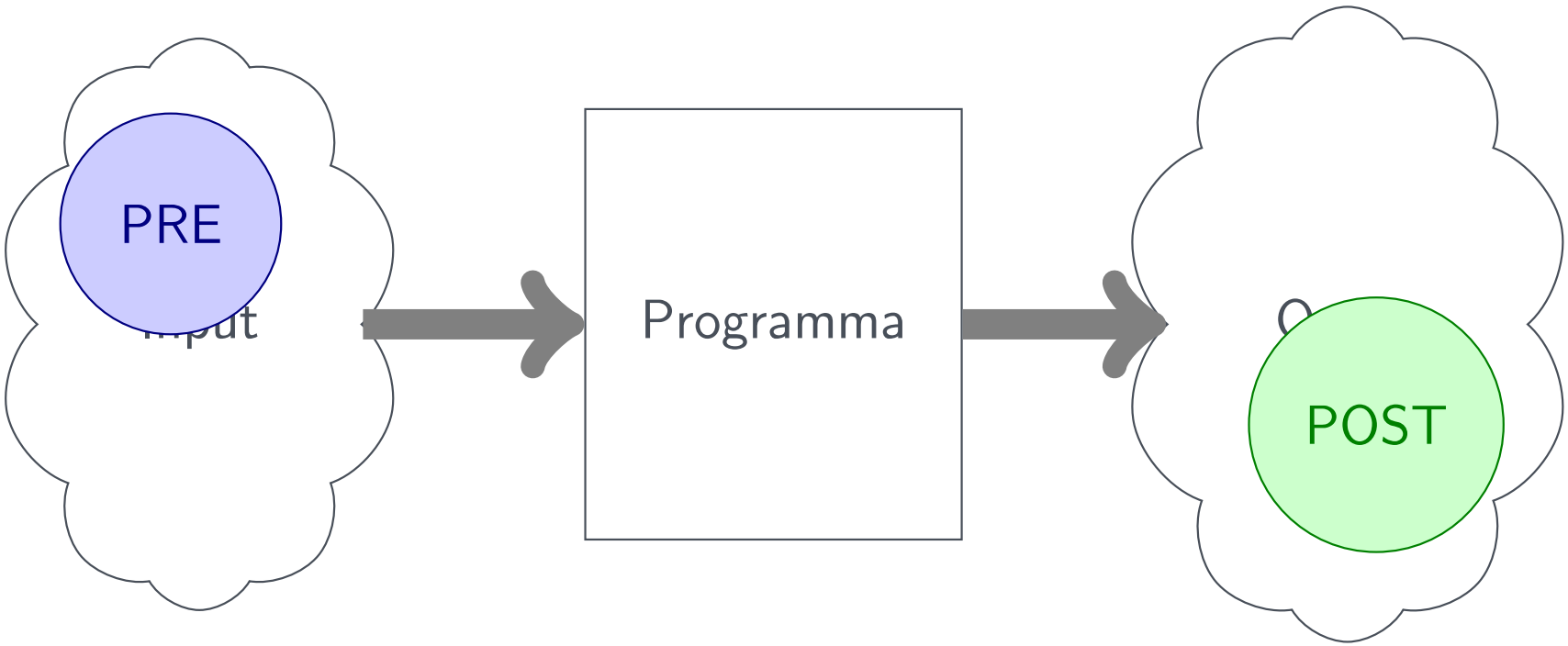


- Metodi Formali:
  - utilizzano un formalismo matematico
  - per descrivere il comportamento corretto
  - e aiutare il programmatore a scrivere programmi
- Permettono di stabilire la correttezza del programma per tutti i possibili input
- Sono pratica comune nello sviluppo di HW e SW:
  - progettazione di microprocessori (Intel), software critico (NASA), sistemi operativi (Microsoft), ...

# Schema di un metodo formale



# Pre- e Post- condizioni




- PRE-condizione: descrive gli input ammessi
- POST-condizione: descrive gli output attesi

# Esempio: il valore assoluto



```
// PRE = (cin contiene il valore intero A)
int main() {
    int x, abs;
    cin >> x;
    if(x > 0) {
        abs = x;
    } else {
        abs = -x;
    }
}
// POST = (x = A, inoltre, se A > 0 allora abs =
    A, altrimenti abs = -A)
```

La POST-condizione dice che `abs` è uguale al valore assoluto di `A`

# Esercizio 2: la morra cinese



Scrivere un programma che consenta di giocare alla morra cinese. Il programma deve ricevere in ingresso le mosse dei due giocatori, codificate con due `char`:

- se il carattere è `'f'` la mossa del giocatore è forbice
- se il carattere è `'c'` la mossa del giocatore è carta
- se il carattere è `'s'` la mossa del giocatore è sasso

Se viene inserita una mossa non valida il programma deve scrivere sullo schermo `mossa non valida` e terminare l'esecuzione. Se entrambe le mosse sono valide, il programma deve dichiarare il vincitore scrivendo sullo schermo `vince il giocatore 1` oppure `vince il giocatore 2`, oppure `pareggio`.

Proviamo a scrivere la PRE-condizione e la POST-condizione

# Esercizio 2: PRE e POST



- `PRE=(cin contiene due caratteri qualsiasi C1 e C2)`
- `POST=(se C1 e C2 sono 's','c', o 'f' allora il programma stampa il vincitore tra i due giocatori oppure se questi pareggiano, altrimenti stampa mossa non valida)`
- la `PRE` consente qualsiasi carattere come input
  - il programma deve controllare che C1 e C2 siano mosse valide

# Esercizio 2: cambiamo un po' il testo



Scrivere un programma che consenta di giocare alla morra cinese. Il programma deve ricevere in ingresso le mosse dei due giocatori, codificate con due `char`:

- se il carattere è `'f'` la mossa del giocatore è forbice
- se il carattere è `'c'` la mossa del giocatore è carta
- se il carattere è `'s'` la mossa del giocatore è sasso

~~Se viene inserita una mossa non valida il programma deve scrivere sullo schermo `mossa non valida` e terminare l'esecuzione. Se entrambe le mosse sono valide,~~ il programma deve dichiarare il vincitore scrivendo sullo schermo `vince il giocatore 1` oppure `vince il giocatore 2`, oppure `pareggio`.

Proviamo a scrivere la PRE-condizione e la POST-condizione

# Esercizio 2: PRE e POST



- `PRE = (cin contiene due caratteri C1 e C2 che possono avere valore 's','c', o 'f' )`
- `POST = (il programma stampa il vincitore tra i due giocatori oppure se questi pareggiano)`
- la `PRE` restringe l'input alle sole mosse valide
  - il programma NON deve controllare l'input
  - può dichiarare il vincitore sapendo che le mosse saranno sempre valide

# Esercizio 3: i lati del triangolo



Scrivere un programma che controlli se tre stuzzicadenti di lunghezze diverse possono essere disposti in modo da formare un triangolo oppure no.

Il programma deve chiedere all'utente le lunghezze dei tre stuzzicadenti sottoforma di tre `int`, controllare che siano tutte e tre positive e, se non lo sono stampare `"Input sbagliato"`, mentre se lo sono deve stampare `"Si"` se si possono disporre a triangolo e `"No"` altrimenti.

# Due possibili PRE e POST



1. La PRE-condizione permette **qualsiasi** valore di input:

   ```
   PRE = (cin contiene tre valori interi A, B e C)

   POST = (se A, B, e C sono positivi, il programma
   stampa "Si" se esiste un triangolo con lati di
   lunghezza pari ad A, B, e C, altrimenti stampa "No
   ". Se A, B, e C non sono tutti positivi, allora
   stampa "Input sbagliato")
   ```

2. La PRE-condizione permette **solo valori positivi**:

   ```
   PRE = (cin contiene tre valori interi POSITIVI A,
   B e C)

   POST = (il programma stampa "Si" se esiste un
   triangolo con lati di lunghezza pari ad A, B, e C,
    altrimenti stampa "No".)
   ```

# Il ciclo `while`

Il ciclo `while` permette di ripetere più volte operazioni simili:

```
int n = 1;
while(n < 11) {
    cout << n << endl;
    n = n + 1;
}
cout << "Ho contato da 1 a 10" << endl;
```

Il flusso di esecuzione del ciclo è:

1. determina se la condizione (`n < 11`) è vera o falsa
2. se è vera si eseguono le istruzioni del corpo del ciclo e poi si ritorna al punto 1
3. se è falsa, si esce dal ciclo

# Cicli e terminazione



- il corpo del `while` deve cambiare il valore di una o più variabili ad ogni iterazione
- in modo tale che la condizione prima o poi diventi falsa
- altrimenti il ciclo si ripete all'infinito

```
int n = 1
while(n < 11) {
    cout << n << endl;
}
cout << "Questa istruzione non viene mai eseguita" <<
    endl;
```

**Ctrl-C** interrompe l'esecuzione del programma

# Contatori ed accumulatori



## Contatori

La variabile `n` usata per contare da `1` a `10` è un contatore:

- viene inizializzata prima dell'esecuzione del ciclo
- ad ogni iterazione il suo valore aumenta o diminuisce di un valore fisso

## Accumulatori

Una variabile può essere un accumulatore:

- utilizzata ad esempio per calcolare totali e somme
- viene inizializzata prima dell'esecuzione del ciclo
- ad ogni iterazione il nuovo valore non sostituisce quello vecchio, ma si accumula a quelli già presenti in precedenza

# Esempio: le potenze di due



## Esercizio

Dato un numero $n \geq 0$, calcolare $2^n$ senza usare la funzione pow.

```
// PRE=(cin contiene un intero n >= 0)
int main() {
    int n, k=0, pot=1;
    cin >> n;
    while(k < n)
    {
        pot=pot*2;
        k=k+1;
    }
    cout << pot << endl;
}
// POST = (pot = 2^n)
```

# Correttezza del `while`: gli invarianti



- Per dimostrare che un ciclo `while` è corretto dobbiamo definire un invariante per il ciclo
- Cioè una condizione che è vera per ogni passo di computazione

**L'invariante deve rispettare tre condizioni:**

1. **Condizione iniziale:** dev'essere vero subito prima di entrare nel ciclo
2. **Invarianza:** dev'essere vera alla fine di ogni iterazione del ciclo
3. **Condizione di uscita:** assieme alla negazione della guardia del `while` deve implicare la POST-condizione

# Un invariante per l'esempio delle potenze



Proviamo con la condizione `R = (pot = 2^k)`

1. Rispetta la condizione iniziale?
   - ✓ Sì! All'inizio `k = 0` e `pot = 1 = 2^0 = 2^k`
2. Rispetta l'invarianza (ad ogni iterazione del ciclo)?
   - ✓ Sì! Ad ogni iterazione, `pot` viene moltiplicato per 2: `2*pot = 2*2^k = 2^(k+1)` e `k` incrementa il proprio valore di 1
3. Rispetta la condizione di uscita?
   - ✗ No! Se `k >= n` e `pot = 2^k` allora non è vero che `pot = 2^n` (`k` potrebbe essere maggiore di `n`)

# L'invariante completo



Ci serve una condizione in più: `R = (pot = 2^k && k <= n)`

1. Rispetta la condizione iniziale?
   - ✓ Sì! La `PRE` ci dice che `n >= 0` e quindi all'inizio `k = 0 <= n` e `pot = 1 = 2^0`
2. Rispetta l'invarianza?
   - ✓ Sì! All'inizio dell'iterazione `k < n`, `pot` viene moltiplicato per 2: `2*pot = 2*2^k = 2^(k+1)` e `k` viene incrementato di 1, quindi vale ancora `k+1 <= n`
3. Rispetta la condizione di uscita?
   - ✓ Si: all'uscita dal ciclo `k >= n` (negazione della guardia) e `k <= n` (dall'invariante), quindi `k == n`. Poiché `pot = 2^k = 2^n` abbiamo dimostrato la `POST = (pot = 2^n)`

# Esempio: minimo numero di bit



## Esercizio

Dato un intero $x > 0$, trovare il minimo intero $n$ tale che $2^n \geq x$.

```
// PRE=(cin contiene un intero x > 0)
int main() {
    int x, n=0, pot=1;
    cin >> x;
    while(pot < x) // R = (pot = 2^n && 2^(n-1) < x)
    {
        pot=pot*2;
        n=n+1;
    }
    cout << n << endl;
}
// POST=(2^(n-1) < x <= 2^n)
```

# Prova di correttezza



Invariante: `R = (pot = 2^n && 2^(n-1) < x)`

1. Rispetta la condizione iniziale?
   - ✓ Sì! La `PRE` ci dice che `x > 0` e quindi all'inizio `n = 0`, `pot = 1 = 2^0` e `2^-1 < x` (`x` è intero!)
2. Rispetta l'invarianza?
   - ✓ Sì! All'inizio dell'iterazione `pot = 2^n < x`, successivamente `pot` viene moltiplicato per 2: `2*pot = 2*2^n = 2^(n+1)` e `n` aumenta di uno. Ne segue che: `2^((n+1)-1) = 2^n < x`
3. Rispetta la condizione di uscita?
   - ✓ Sì! All'uscita dal ciclo `pot >= x` (negazione della guardia). Poiché `pot = 2^n` e `2^(n-1) < x` (dall'invariante), abbiamo dimostrato che `2^(n-1) < x <= 2^n`