SIMPLESSO

OTTIMA = GUARDO RIGA 0 E SE CI SONO VALORI TUTTI POSITIVI ✓

ILL. = GUARDO SE ESISTE COLONNA SIA CHE HA NELLA RIGA 0 VALORE NEGATIVO SIA SE DALLA RIGA 1 IN POI DI TALE COLONNA HA VALORI ≤0

AMM. = GUARDO SE IN b NON HO NUMERI NEGATIVI

PER BLAND ENTRA/ESCE LA x PIÙ PICCOLA E NON ANDANDO PER ORDINE

$z_{MAX} = -z_{MIN}$ = VALORE b RIGA 0

VALORE SOL. OTTIMA PROBL. DUALE?
↳ OTTIMA ⇒ IL VALORE DELLA SOL. OTTIMA È "b IN R_0" IN BASE T. DUAL. FORTE
↳ ILL. ⇒ È PRIMALE ILL. ⇒ È DUALE INAMMISS. IN BASE T. DUAL. DEB.

Primale (min $c^T x$)	Duale (max $u^T b$)
$a_i^T x \geq b_i$	$u_i \geq 0$
$a_i^T x \leq b_i$	$u_i \leq 0$
$a_i^T x = b_i$	u_i LIBERA
$x_j \geq 0$	$u^T A_j \leq c_j$
$x_j \leq 0$	$u^T A_j \geq c_j$
x_j LIBERA	$u^T A_j = c_j$

soluzione di base corrispondente. Ottima? Sì, riusciamo a individuare soluzione base → tableau è in forma canonica rispetto base individuata dalle variabili "...". La soluzione è x? = b, ... La soluzione non è ottima perché esistono dei costi ridotti strettamente negativi e perché è possibile effettuare operazione di pivot che porterà in base una variabile a costo ridotto negativo con un valore strettamente positivo, provocando un decremento del valore della funzione obiettivo.

non consente l'operazione di pivot sull'elemento Non è consentita in quanto porterebbe a una soluzione di base non ammissibile, visto che la riga dell'elemento proposto non soddisfa la regola del rapporto minimo.

c) considerando l'entrata di una variabile a costo ridotto negativo e l'uscita di una variabile che soddisfa la regola del rapporto minimo, è possibile effettuare il pivot su uno degli elementi "valore" (entra x? esce x?), ... (ATTENZIONE: prendere x con divisione <u>più piccola</u> argMIN).

d) Essendo il costo ridotto di x? pari a "valore", il nuovo valore della funzione obiettivo sarà pari a ((z)*(b)) + ((valore x che entra) * (rapporto minimo))

perché sol. base ottenuta in seguito a questo cambio base è sicuramente degenere La colonna x? presenta "tre" righe corrispondenti al rapporto minimo, pertanto una delle variabili tra x?, x?... assumerà valore 0 uscendo dalla base, mentre le altre "due" assumeranno valore 0 restando in base, configurando una nuova base degenere.

CAMMINI MINIMI

b) All'iterazione h si controllano gli archi (i,j) uscenti da ciascun nodo i nella colonna Aggiornati alla riga h−1, e si aggiornano i costi (etichette π) e i predecessori del nodo j all'iterazione h qualora l'etichetta del nodo i all'iterazione h−1 più il costo dell'arco (i,j) sia strettamente minore dell'etichetta corrente del nodo j. L'algoritmo si ferma qualora la lista dei nodi aggiornati sia vuota, come in questo caso alla fine dell'iterazione con h=5 (convergenza delle etichette ai costi dei cammini minimi da A verso gli altri nodi) o, qualora venga completata l'iterazione con h uguale al numero di nodi avendo dei nodi aggiornati (individuando la presenza di un ciclo negativo).

c) Dato che lista aggiornati vuota → ALBERO o GRAFO cammini minimi. L'albero dei cammini minimi si ottiene riportando gli archi corrispondenti ai predecessori letti nell'ultima riga della tabella. Il **grafo dei cammini minimi si ottiene completando con tutti gli archi che soddisfano all'uguaglianza il vincolo duale** $\pi_j - \pi_i = C_{i,j}$. **Se ciclo negativo → Scelgo tra le etichette nella lista aggiornati. Nell'ultima riga guardo i predecessori.**

Se domanda: cammini minimi da A verso tutti nodi con max 4 archi → mi fermo it. 4. Se domanda: **camm. min. da A verso F con max 4 archi →** vado it. 4, prendo nodo F e vedo il suo **predecessore. Vado quindi SULLA RIGA SOPRA** e vedo il predecessore scritto nell'etichetta e vado avanti fino a quando non ho come predecessore A. Se domanda: **trovare TUTTI camm. min. da A verso D →** devo arrivare fino alla fine

SOLO B.F. È L'UNICO CHE DÀ LA POSSIBILITÀ DI CALCOLARE CAMM. MIN. CON IL MAX N° DI ARCHI

CCPD

SE HO: $\underline{\max}\ z = x_1 - x_2$

$u_1 \Leftarrow x_2 \leq 1$
$u_2 \Leftarrow 2x_1 + x_2 \leq 5$
$u_3 \Leftarrow -x_1 - 3x_2 \geq 10$
$u_4 \Leftarrow -x_1 - x_2 \leq 2$
$x_1 \geq 0 \quad x_2 \leq 0$

DUALE:
$\Rightarrow \underline{\min}\ u_1 + 5u_2 + 10u_3 + 2u_4$
$s.t.\ 2u_2 - u_3 - u_4 \geq 1$ ⇒ DA DX A SX NELLA TABELLA. GUARDO $\boxed{u_i}$

$\boxed{\text{ATTENZIONE}}$ ⇒ SE FOSSE PROBLEMA DI <u>min</u> ALLORA AVREI GUARDATO DA SX A DX $\boxed{x_j}$

$u_1, u_2, u_4 \geq 0$ ⇒ GUARDO A DX $\boxed{u^T A_j \leq 0}$

$\boxed{\text{ATTENZIONE}}$ ⇒ SE FOSSE PROBLEMA DI <u>min</u> ALLORA AVREI GUARDATO DA SX A DX $\boxed{a_i^T x \geq b_i}$

① VERIFICA AMM. PRIMALE ⇒ CONTROLLO TUTTO SOSTITUENDO

② DUALITÀ

③ CCPD ⇒ GUARDO PROBLEMA INIZIALE (I VINCOLI) ⇒ $u_1(x_1, \ldots$ PORTO A SX QUELLO DOPO <>$) = 0$
SE HO ALL'INIZIO UN "=" ALLORA SCRIVO "PER AMM. PRIMALE". ASSEGNO POI, FINITI I VINCOLI, LA DUALITÀ ⇒ VINCOLI $(u_1 \ldots\ \text{"}\ \text{"})x_1 = 0$ ⇒ SE HO "=" ALLORA SCRIVO "PER AMM. DUALE".
$\boxed{\text{ATTENZIONE}}$ ⇒ ANCHE SE HO $x_j = 0$ MA HO UN "=" →

④ UGUAGLIANZE ⇒ INCLUDO QUELLO TROVATO IN CCPD + UGUAGLIANZE IN DUALITÀ E RISOLVO SISTEMA

⑤ AMM. DUALE ⇒ VERIFICO SOL. TROVATA NEL PUNTO PREC. SE SONO VERIFICATE NELLA DUALITÀ.
SE TUTTO OK: "LA u È AMM. DUALE". SE NO: "∄u : u AMM. DUALE E u IN CCPD CON x ⇒ u NON È OTTIMA"

⑥ CONCLUSIONI ⇒
x AMM. PRIMALE
u AMM. DUALE
x e u CCPD
} x È OTTIMA

<u>[illegible]</u> = DATI UN PROBLEMA PRIMALE $\min c^T x$ s.t. $Ax \geq b$, $x \in \mathbb{R}^n_+$ E IL CORR. DUALE $\max u^T b$ s.t. $u^T A \leq c$, $u \in \mathbb{R}^m_+$ E DUE VETTORI $\bar{x} \in \mathbb{R}^n_+$ e $\bar{u} \in \mathbb{R}^m_+$, $\bar{x}$ e $\bar{u}$ SONO SOL. OTTIME RISP. PER PRIMALE E DUALE ⟺ : $\bar{x}$ È AMM. PER PRIMALE, $\bar{u}$ È AMM. DUALE →