26-01-2017

1. La zia Bice, ricamatrice, coordina la preparazione dei bavaglini da vendere al prossimo mercatino. I bavaglini sono di tre tipi: maschile, femminile e unisex. Ogni bavaglino richiede dei filati nelle quantità, in cm, indicate nella seguente tabella, che riporta anche il tempo in minuti richiesto e il ricavo di vendita.

Bavaglino	Azzurro	Rosa	Giallo	Verde
Maschile	100	10	30	20
Femminile	10	100	40	20
Unisex	30	10	50	70

I fornitori di filati mettono a disposizione delle confezioni con le seguenti caratteristiche (metri di filati dei vari colori e prezzo in euro):

Confezione	Azzurro	Rosa	Giallo	Verde	Prezzo
1	40	30	50	20	20
2	20	50	40	50	25
3	30	40	40	10	15

Ciascun bavaglino richiede manodopera per 15 minuti e viene venduto a 5 euro. La zia Bice e le sue numerose amiche potranno dedicare ai bavaglini 200 ore del loro tempo e devolveranno il ricavato delle vendite, al netto dei costi per i soli filati, in beneficienza. Tenendo conto che tutti i bavaglini ricamati saranno sicuramente venduti, scrivere il modello di programmazione lineare che determini quanti bavaglini ricamare al fine di massimizzare le somme devolute in beneficienza, considerando anche che:
- sono richiesti almeno 10 bavaglini per tipo;
- si vogliono acquistare al massimo due tipi di confezione;
- ciascun fornitore pratica uno sconto del 5% sul prezzo unitario di vendita se si acquistano almeno 10 delle loro confezioni (suggerimento: modellare la decisione sul numero di confezioni da acquistare a prezzo scontato).

Cominciamo con il creare le variabili decisionali per modellare i bavaglini in base al colore e le confezioni in base al colore come segue:
x_i: quantità di bavaglini del tipo $i \in \{M, F, U\}$
y_i: metri di filato di bavaglini della confezione $i \in \{1,2,3\}$

Quindi, volendo massimizzare i ricavi di beneficenza, avremo che:
- Ogni bavaglino viene venduto a 5 euro
- Ci sono dei costi di produzione, che vanno *sottratti* dai ricavi

$$max\ 5(x_U + x_F + x_M) - (20y_1 + 25y_2 + 15y_3)$$
$$s.t.$$
$$15x_M + 15x_F + 15x_U \leq 12000$$

(vincolo tempo complessivo, sapendo che per fare un bavaglino ci si impiegano 15 minuti e abbiamo convertito le 200 ore in minuti, quindi diventerebbe $200 * 60 = 12000$)

Sappiamo inoltre che:
- "sono richiesti almeno 10 bavaglini per tipo"
$$x_M \geq 10, x_F \geq 10, x_U \geq 10$$
- "si vogliono acquistare al massimo due tipi di confezione"
Ciò richiede la creazione di un'apposita variabile binaria.
z_i: variabile logica che vale 1 se acquistiamo la confezione del tipo $i \in \{M, F, U\}$
$$z_1 + z_2 + z_3 \leq 2$$
Con un vincolo di attivazione $x_i \leq Mz_i, \forall i \in \{M, F, U\}$
$$x_1 \leq Mz_1, x_2 \leq Mz_2, x_3 \leq Mz_3$$
- "ciascun fornitore pratica uno sconto del 5% sul prezzo unitario di vendita se si acquistano almeno 10 delle loro confezioni (suggerisce di modellare la decisione sul n. di conf. da acquistare scontate)
Usiamo una variabile logica per j:

w_j: variabile logica che vale 1 se acquistiamo a prezzo scontato confezioni del tipo $i \in \{1,2,3\}$, 0 altrimenti

$$y_1 \geq 10w_1, y_2 \geq 10w_2, y_3 \geq 10w_3$$

Implicitamente, si considerano i seguenti vincoli spuri, considerando lo sconto del 5% in funzione delle variabili a prezzo pieno presenti:

$$20 * w_1 + 25 * (1 - w_1) - (1 - w_1) * 20 * 0.05 <= 20 * y_1$$
$$25 * w_2 + 20 * (1 - w_2) - (1 - w_2) * 25 * 0.05 <= 25 * y_2$$
$$15 * w_3 + 15 * (1 - w_3) - (1 - w_3) * 15 * 0.05 <= 15 * y_3$$

Domini: $x_i \in Z_+, y_j \in Z_+, z_i \in \{0,1\}, w_j \in \{0,1\}, i \in \{M, F, U\}, j \in \{1,2,3\}$