es 1 tema A

04/02/2020

X_{ij}: # di confezioni di fiori $i \in \{R, G, T, L\}$ di colore $j \in \{R, G, L\}$

$X_{ij} \in \mathbb{Z}_+$

$$\min\ 20(X_{RR} + X_{RL} + X_{TR} + X_{TG} + X_{GG} + X_{LL}) + 2000W$$

s.t.

$$X_{RR} \geq 3$$

$$40 \cdot 2(X_{RR} + X_{RL}) + 80(X_{TR} + X_{TG}) + 100(X_{GG} + X_{GL}) + 30 \cdot 3(X_{LL}) \geq 10\,000 Z_R + 10\,000 Z_G + 10\,000 Z_L$$

$$40 \cdot 2 X_{RR} + 80 X_{TR} \geq 6000 Z_R + 1000 Z_G + 1000 Z_L$$

$$80 X_{TG} + 100 X_{GG} \geq 6000 Z_G + 1000 Z_R + 1000 Z_L$$

$$40 \cdot 2 X_{RL} + 100 X_{GL} + 3 \cdot 30 X_{LL} \geq 6000 Z_L + 1000 Z_R + 1000 Z_G$$

Y_i: 1 se compro fiori $i \in \{R, G, T, L\}$, 0 altrimenti

$Y_i \in \{0,1\}$

$$X_{RR} + X_{RL} \leq M Y_R$$
$$X_{TR} + X_{TG} \leq M Y_T$$
$$X_{GG} + X_{GL} \leq M Y_G$$
$$X_{LL} \leq M Y_L$$

$$Y_R + Y_T + Y_G + Y_L \geq 3$$

$$Z_R + Z_G + Z_L \geq 2 + (1 - W)$$

W: 1 se lascio una sala non addobbata, 0 altrimenti

$W \in \{0,1\}$

Z_j: 1 se addobbo sala di colore j, 0 altrimenti

$Z_j \in \{0,1\}$

Le variabili andrebbero "dichiarate" tutte assieme e possibilmente all'inizio. Qui non lo sono perché non avevo voglia di riscrivere es 1 tema B

X_{ig} : # confezioni di forma $i \in \{C, F, S, K\}$ di gusto $g \in \{L, F, C\}$

$X_{ig} \in \mathbb{Z}_+$

Y_i : 1 se attivo linea $i \in \{C, F, S, K\}$, 0 altrimenti

W : ~~1~~ se non rifornisco uno stabilimento, 0 altrimenti

Z_l : 1 se rifornisco stabilimento $l \in \{1, 2, 3\}$, 0 altrimenti

$Y_i, W, Z_l \in \{0,1\}$

$$\min\ 30(X_{CL} + X_{FL}) + 50(X_{CF} + X_{SF}) + 40(X_{FC} + X_{SC} + X_{KC}) +$$
$$+ 200(Y_C + Y_F + Y_S + Y_K) + 15\,000\, W$$

s.t.

$$X_{CF} \geq 10$$

$$0{,}03 \cdot 70(X_{CL} + X_{CF}) + 0{,}05 \cdot 50(X_{FL} + X_{FC}) + 0{,}02 \cdot 100(X_{SF} + X_{SC}) +$$
$$+ 0{,}01 \cdot 200(X_{KC}) \geq 900 z_1 + 900 z_2 + 900 z_3$$

$$0{,}03 \cdot 70 \cdot X_{CL} + 0{,}05 \cdot 50 X_{FL} \geq 500 z_1 + 100 z_2 + 100 z_3$$

$$0{,}03 \cdot 70 \cdot X_{CF} + 0{,}02 \cdot 100 X_{SF} \geq 100 z_1 + 500 z_2 + 100 z_3$$

$$0{,}05 \cdot 50 \cdot X_{FC} + 0{,}02 \cdot 100 X_{SC} + 0{,}01 \cdot 200 X_{KC} \geq 100 z_1 + 100 z_2 + 500 z_3$$

$$X_{CL} + X_{CF} \leq M Y_C$$

$$X_{FL} + X_{FC} \leq M Y_F$$

$$X_{SF} + X_{SC} \leq M Y_S$$

$$X_{KC} \leq M Y_K$$

$$Y_C + Y_F + Y_S + Y_K \geq 3$$

$$z_1 + z_2 + z_3 \geq 2 + (1 - W)$$

Tema A e B in ampl usano lo stesso file .mod perchè sono lo stesso problema istanziato con dati diversi

Forma praline → colore fiore

gusto praline → tipo fiore

e2

a) $\hat{x}_1 = -x_1$

$$\min \quad -\hat{x}_1 - 2x_2 - 5x_3$$

$$\text{s.t.} \quad \hat{x}_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$

$$\hat{x}_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 4$$

$$\hat{x}_1 + 2x_3 + x_6 = 1$$

$$\hat{x}_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0 \qquad x_3 \geq 0$$

	$\hat{x}_1$ ↓	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	z	$\bar{b}$	
	0	−1	−3	1	0	0	−1	1	$R_0 \leftarrow R_0 + R_1$
← x_4	$\boxed{+1}$	1	2	1	0	0	0	1	$R_1 \leftarrow R_1$
x_5	1	4	1	0	1	0	0	4	$R_2 \leftarrow R_2 - R_1$
x_6	1	0	2	0	0	1	0	1	$R_3 \leftarrow R_3 - R_1$

	$\hat{x}_1$	x_2 ↓	x_3	x_4	x_5	x_6	z	$\bar{b}$	
	0	−1	−3	1	0	0	−1	1	$R_0 \leftarrow R_0 + R_1$
← $\hat{x}_1$	1	$\boxed{1}$	2	1	0	0	0	1	$R_1 \leftarrow R_1$
x_5	0	3	−1	−1	1	0	0	3	$R_2 \leftarrow R_2 - 3R_1$
x_6	0	−1	0	−1	0	1	0	0	$R_3 \leftarrow R_3 + R_1$

	$\hat{x}_1$	x_2	x_3 ↓	x_4	x_5	x_6	z	$\bar{b}$	
	1	0	−1	2	0	0	−1	2	$R_0 \leftarrow R_0 + \frac{1}{2} R_1$
← x_2	1	1	$\boxed{2}$	1	0	0	0	1	$R_1 \leftarrow R_1/2$
x_5	−3	0	−7	−4	1	0	0	0	$R_2 \leftarrow R_2 + \frac{7}{2} R_1$
x_6	1	0	2	0	0	1	0	1	$R_3 \leftarrow R_3 - R_1$

	$\hat{x}_1$	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	z	$\bar{b}$
	3/2	1/2	0	5/2	1/2	0	−1	5/2
x_3	1/2	1/2	1	1/2	0	0	0	1/2
x_5	1/2	7/2	0	−1/2	1	0	0	7/2
x_6	0	−1	0	−1	0	1	0	0

$$x_3 = \frac{1}{2}$$

$$x_5 = \frac{7}{2}$$

$$x_1, x_2, x_4, x_6 = 0$$

$$z = -\frac{5}{2}$$

b) La soluzione ottima del duale è $w = -\frac{5}{2}$ perché il valore della funzione obiettivo del duale è uguale a quella del primale se il primale ammette ~~solu~~ soluzione ottima (vedi teorema 3 di pag 12 delle dispense sulla dualità)

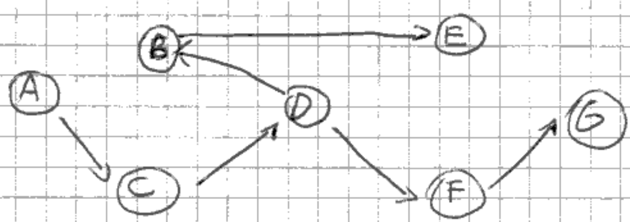
$\boxed{\text{es } 3}$

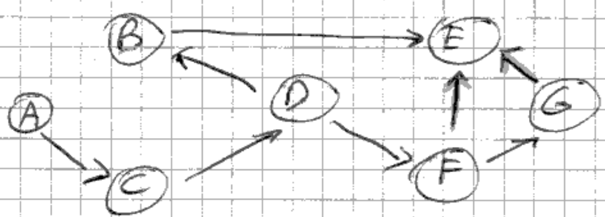
a) Dijkstra perché non ci sono archi negativi e non ci sono limitazioni sul numero di archi

b)

it	A	B	C	D	E	F	G	$\bar{S}$	$\hat{v}$
0	0(A)	∞(A)	∞(A)	∞(A)	∞(A)	∞(A)	∞(A)	A, B, C, D, E, F, G	//
1	*	5(A)	1(A)	4(A)				B, C, D, E, F, G	A
2			*	2(C)		5(C)		B, D, E, F, G	C
3		3(D)		*		4(D)		B, E, F, G	D
4		*	X		6(B)			E, F, G	B
5					—	*	5(F)	E, G	F
6					—		*	E	G
7				X	*			∅	E

c)





Albero

↳ segue puntatori a ritroso

$\pi_E = \pi_G + c_{GE}$
$6 = 5 + 1$

$\pi_E = \pi_F + c_{FE}$ ←
$6 = 4 + 2$

Grafo

↳ ricopio albero e aggiungo gli archi (i,j) t.c. $\pi_j = \pi_i + c_{ij}$

$\boxed{\text{es } 4}$

Dato un problema di PL $\min\{c^T x : Ax \leq b,\ x \geq 0\}$ e il corrispondente duale $\max\{u^T b : u^T A \leq c^T,\ u \geq 0\}$

$$(\bar{u}^T A - c^T)\bar{x} = 0 \qquad e \qquad \bar{u}^T(A\bar{x} - b) = 0$$

sono le condizioni di complementarietà primale duale

$$
\begin{array}{llllll}
\min & \mu_1 & -2\mu_2 & +10\mu_3 & +5\mu_4 & \\
s.t. & \mu_1 & -\mu_2 & +4\mu_3 & +2\mu_4 & \geq -1 \\
 & -\mu_1 & & -\mu_3 & -2\mu_4 & = 2 \\
 & -\mu_1 & +3\mu_2 & +2\mu_3 & -\mu_4 & \leq 3
\end{array}
$$

$\mu_1 \leq 0 \quad \mu_2 \geq 0 \quad \mu_3$ libera $\quad \mu_4 \leq 0$

$(x_1 - x_2 - x_3 - 1)\,\mu_1 = 0 \qquad \left(\frac{5}{2} - 1\right)\mu_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_1 = 0$

$(-x_1 + 3x_3 + 2)\,\mu_2 = 0 \qquad \left(-\frac{5}{2} + 2\right)\mu_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_2 = 0$

$(\mu_1 - \mu_2 + 4\mu_3 + 2\mu_4 + 1)\,x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 4\mu_3 + 2\mu_4 + 1 = 0$

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = 0 \\ 4u_3 + 2u_4 + 1 = 0 \\ -u_3 - 2u_4 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = 0 \\ u_3 = \frac{1}{3} \\ u_4 = -\frac{7}{6} \end{cases}$$

$$z = -1 \cdot \frac{5}{2} + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = -\frac{5}{2}$$

$$w = 1 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 10 \cdot \frac{1}{3} + 5 \cdot \left(-\frac{7}{6}\right) = \frac{10}{3} - \frac{35}{6} = \frac{20-35}{6} = -\frac{15}{6} = -\frac{5}{2}$$

$z = w \Rightarrow$ OK

es 5

a) Soluzione di base $z = 0$

b) perché non ~~s~~oddisfa la regola del quoziente minimo

c) elementi "4·2", "44" e "25"

d) x_4 entra, x_3 esce (per Bland)
$\theta = \frac{1}{2}$ $\quad z = 0 + \frac{1}{2} \cdot (-5) = -\frac{5}{2}$

e) perché ci sono due quozienti $\left(\frac{21}{42} \text{ e } \frac{22}{44}\right)$ che hanno lo stesso valore: $\frac{1}{2}$

es 6

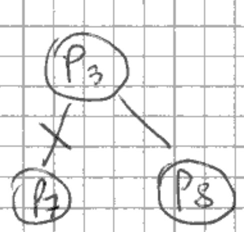
a) Perché ha i LB crescenti di padre in figlio

b) La migliore SA è 1,6 del nodo P_5, ma non è detto che sia ottima perché sono aperti dei nodi con LB più basso.

c) è possibile chiudere P_5 perché ha SA = LB e P_6 perché $LB_{P_5} = LB_{P_6}$ ma $SA_{P_6} > SA_{P_5}$

d) nodo P_3 perché ha LB minore

e)



SA = 1,4

LB = 1,4

[1,4 ; 1,4]