

22-01-2018 (2017-2018)

1. Una sartoria ha in magazzino 200 metri di stoffa blu e 250 metri di stoffa scozzese e decide di utilizzarli per confezionare tre tipi di abiti. Il tipo A è composto da giacca blu e pantaloni blu e viene venduto a 300 euro, il tipo B da giacca scozzese e pantaloni scozzesi e viene venduto a 350 euro, il tipo C da giacca scozzese e pantaloni blu e viene venduto a 320 euro. Per una giacca sono necessari 3 metri di stoffa e, inoltre, 4 bottoni grandi e 12 bottoni piccoli. Per un pantalone sono necessari 2 metri di stoffa, 3 bottoni grandi e 2 piccoli. I bottoni sono reperiti sul mercato in confezioni di tre fornitori. Il primo fornitore offre scatole con 10 bottoni grandi e 20 piccoli al prezzo di 45 euro a scatola; il secondo 8 grandi e 15 piccoli a 35 euro; il terzo 5 grandi e 20 piccoli a 32 euro. Scrivere il modello di programmazione lineare che determini il piano di produzione della sartoria che massimizzi il profitto (ricavi di vendita meno costo dei bottoni), tenendo conto che:

- non è possibile vendere giacche o pantaloni sfusi;
- si hanno a disposizione risorse produttive per confezionare al massimo l'equivalente di 60 giacche blu, e che una giacca scozzese richiede $3/2$ delle risorse per una giacca blu, un pantalone blu $1/2$ delle risorse per una giacca blu, e un pantalone scozzese $2/3$ delle risorse per una giacca blu;
- è possibile utilizzare bottoni di al massimo due fornitori;
- il terzo fornitore di bottoni offre uno sconto di 200 euro se si acquistano da lui almeno 50 scatole.

Introduciamo una variabile che considera la produttività legata al prezzo di vendita dei singoli tipi:

x_i : prezzo di vendita per l'abito di tipo $i \in \{A, B, C\}$

Lo stesso testo ci fa intuire che dobbiamo sottrarre il costo dei bottoni, quindi:

y_j : costo del bottone di tipo $j \in \{1, 2, 3\}$

Avremo quindi che la f.o. è come segue:

$$\max 300x_A + 350x_B + 320x_C - 45y_1 - 35y_2 - 32y_3$$

Dobbiamo inoltre considerare i vincoli successivi:

- "non è possibile vendere giacche o pantaloni sfusi"

Questo vincolo suggerisce, per mia logica, di includere una variabile binaria legata ai tipi A,B,C, dato che considerano la vendita sicura di giacca e pantalone:

z_i : variabile logica che vale 1 se vendo giacca o pantalone del tipo $i \in \{A, B, C\}$, 0 altrimenti

Quindi, avremo che: $z_A + z_B + z_C \leq 2$

Successivi vincoli di attivazione:

$$x_A \leq Mz_A, x_B \leq Mz_B, x_C \leq Mz_C$$

- "si hanno a disposizione risorse produttive per confezionare al massimo l'equivalente di 60 giacche blu e che una giacca scozzese richiede $3/2$ delle risorse per una giacca blu, un pantalone blu $1/2$ delle risorse per una giacca blu, e un pantalone scozzese $2/3$ delle risorse per una giacca blu"

Sapendo quindi che si consumerà sempre qualche risorsa riferita alle giacche blu, allora avremo che

$$\frac{1}{2}x_A + \frac{3}{2}x_B + \frac{2}{3}x_C < 60$$

Abbiamo poi i vincoli sulla produzione, sia per i bottoni grandi che per i bottoni piccoli.

$$\begin{aligned} (4 + 3)(x_A + x_B + x_C) &< 10y_1 + 8y_2 + 5y_3 \\ (12 + 2)(x_A + x_B + x_C) &< 20y_1 + 15y_2 + 20y_3 \end{aligned}$$

Successivamente, inseriamo dei vincoli di disponibilità, rispetto ai metri di stoffa blu e scozzese usati.

Notando dal testo del problema, abbiamo che la stoffa blu è presente per il tipo A e per il tipo C, mentre la stoffa scozzese è utilizzata nel tipo B e nel tipo C.

Per il primo caso, abbiamo che per il tipo A ci interessa considerare la stoffa sia per la giacca che per i pantaloni, mentre per il tipo C si considera la stoffa solo per i pantaloni:

$$5x_A + 2x_C < 200$$

Per il secondo caso, si considera che per il tipo B la stoffa scozzese è usata sia per la giacca che per i pantaloni, mentre per il tipo C viene usata solo per la giacca, quindi:

$$5x_B + 3x_C < 250$$

- "è possibile utilizzare bottoni di al massimo due fornitori"

Fattuale, usiamo una variabile binaria sui bottoni:

w_i : variabile logica che vale 1 se utilizzo il bottone del fornitore $i \in \{1,2,3\}$, 0 altrimenti.

Quindi avremo:

$$w_1 + w_2 + w_3 < 2$$

Con relativi vincoli di attivazione:

$$y_1 \leq Mw_1, y_2 \leq Mw_2, y_3 \leq Mw_3$$

- "il terzo fornitore di bottoni offre uno sconto di 200 euro se si acquistano da lui almeno 50 scatole"

Questo considera l'introduzione di un'apposita variabile che considera lo sconto:

s : variabile logica che vale 1 se viene applicato lo sconto, 0 altrimenti.

In f.o. si aggiunge il pezzo $\rightarrow -200s$

Occorre legare questa variabile all'acquisto di almeno 50 scatole, che è una decisione; quindi, *se decido di acquistare almeno 50 scatole dal terzo fornitore, lo sconto c'è*, quindi vale 1.

Dunque, avremo: $y_3 > 50s$