

Appello 31/01/2019: Tema B

1. \ Un'azienda metallurgica produce acciaio in due tipi (standard e speciale) utilizzando tre linee diverse. Ogni linea può produrre, in momenti diversi, sia acciaio speciale sia acciaio standard, con diverse produttività. La linea A ha una produzione oraria di 8 tonnellate di acciaio standard oppure 3 di speciale, la linea B ha una produzione oraria di 6 tonnellate standard oppure 5 di speciale, la linea C produce 7 tonnellate standard oppure 9 speciale all'ora. Il mercato richiede almeno 1200 tonnellate di acciaio standard e 840 tonnellate di acciaio speciale. Sapendo che costi di produzione orari per le tre linee sono 90 euro per la linea A, 80 per la linea B e 100 per la linea C, si scriva il modello di programmazione lineare che determini la produzione costo minimo, tenendo conto che:

- \ ogni linea deve essere attiva per almeno 16 ore, considerata sia la produzione di acciaio sia speciale sia standard;
- \ possono lavorare al massimo due linee (fatto salvo il punto seguente);
- \ se lavorano tutte e tre le linee si ha un costo aggiuntivo di 1500 euro;
- per facilitare la composizione dei turni degli operai, le ore lavorate da ogni linea devono essere multipli di 8.

In questo caso, per introdurre il valore della variabile decisionale, aiuta la f.o. Sappiamo infatti che dobbiamo determinare la produzione costo minimo, pertanto:

$x_i$ : numero di ore per la linea  $i \in \{A, B, C\}$

La f.o. è come segue:

$$\min 90x_A + 80x_B + 100x_C$$

- Ogni linea deve essere attiva per almeno 16 ore, considerata sia la produzione di acciaio sia speciale sia standard

$$x_A + x_B + x_C \geq 16$$

- Vincoli di disponibilità standard e speciale:

$$8x_A + 6x_B + 7x_C \geq 1200$$

$$3x_A + 5x_B + 9x_C \geq 840$$

- Possono lavorare al massimo due linee (fatto salvo il punto seguente);

Va introdotta una variabile logica.

$y_i$ : variabile logica che vale 1 se lavora la linea  $i \in \{A, B, C\}$ , 0 altrimenti

$$y_A + y_B + y_C \leq 2$$

Leghiamo le variabili attivandole:

$$x_A \leq My_A, x_B \leq My_B, x_C \leq My_C$$

- Se lavorano tutte e tre le linee si ha un costo aggiuntivo di 1500 euro;

Considero, rispetto alla precedente, l'introduzione di  $z$  rispetto alle variabili; quando vale 1, allora lavorano tutte le linee e si rispetta la disuguaglianza ( $\leq 2$ ), mentre quando vale 0, si rispetta *almeno* il limite precedente, fatto salvo quanto enunciato ora.

$$y_A + y_B + y_C \leq 3 - z$$

$z$ : variabile logica che vale 1 se lavorano tutte e tre le linee, 0 altrimenti

Quindi, in f.o. avremo:

$$\min 90x_A + 80x_B + 100x_C + 1500z$$

- Per facilitare la composizione dei turni degli operai, le ore lavorate da ogni linea devono essere multipli di 8.

Per esprimere questo matematicamente, l'unico modo che lo rende lineare è il seguente:

$$x_i = 8y_i$$

Domini:  $x_i \in \mathbb{Z}_+$ ,  $y_i \in \{0,1\}$ ,  $z \in \{0,1\}$