

# RICERCA OPERATIVA

Tema d'esame del 2 settembre 2020

**Inserire nel primo foglio:**

- **Cognome**
- **Nome**
- **numero di matricola**

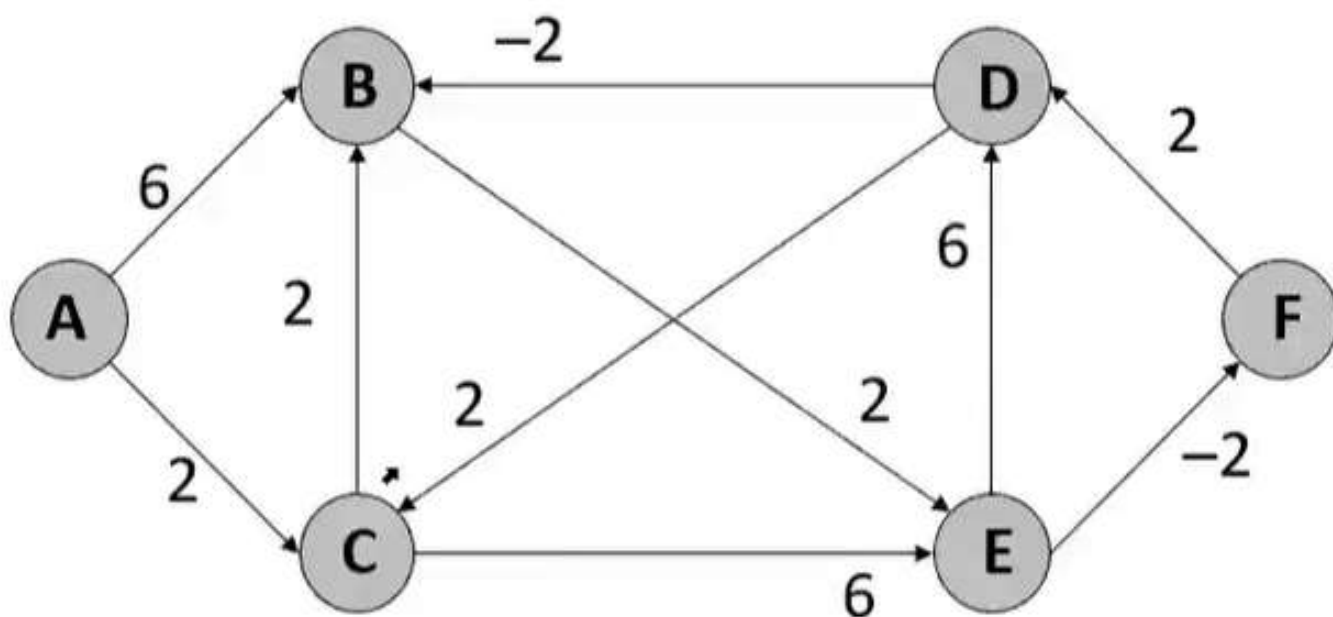
2. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{llllll} \min & 2x_1 & & & -3x_3 & \\ \text{s.t.} & -x_1 & & & +x_3 & \leq 1 \\ & 2x_1 & - & x_2 & +x_3 & \leq 2 \\ & x_1 & + & 2x_2 & -2x_3 & \geq -1 \\ & x_1 \leq 0 & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0 & & \end{array}$$

I

- a) lo si risolva con il metodo del simplesso, applicando la regola anticiclo di Bland;
- b) senza ulteriori calcoli, dire qual è il valore della soluzione ottima del corrispondente problema duale. In base a quale teorema è possibile determinarlo direttamente?

3. Calcolare i cammini minimi dal nodo A verso **tutti** gli altri nodi.



- a) si scelga l'algoritmo da utilizzare e si motivi la scelta;
- b) si applichi l'algoritmo scelto (riportare e **giustificare** i passi dell'algoritmo in una tabella);
- c) si riportino l'albero **e il grafo** dei cammini minimi.

4. a) enunciare le condizioni di complementarità primale-duale in generale

b) applicare tali condizioni per dimostrare che

$$(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 0)$$

è soluzione ottima del seguente problema:

$$\begin{array}{llllllll} \max & -2x_1 & & & + & x_3 & & \\ \text{s.t.} & x_1 & + & x_2 & & & \geq & 2 \\ & -3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \geq & -5 \\ & 2x_1 & - & x_2 & - & x_3 & = & 1 \\ & & & 2x_2 & + & x_3 & \leq & 3 \\ & x_1 \geq 0 & x_2 \text{ libera} & & & x_3 \leq 0 & & \end{array}$$

5. Si consideri il seguente tableau del simplesso:

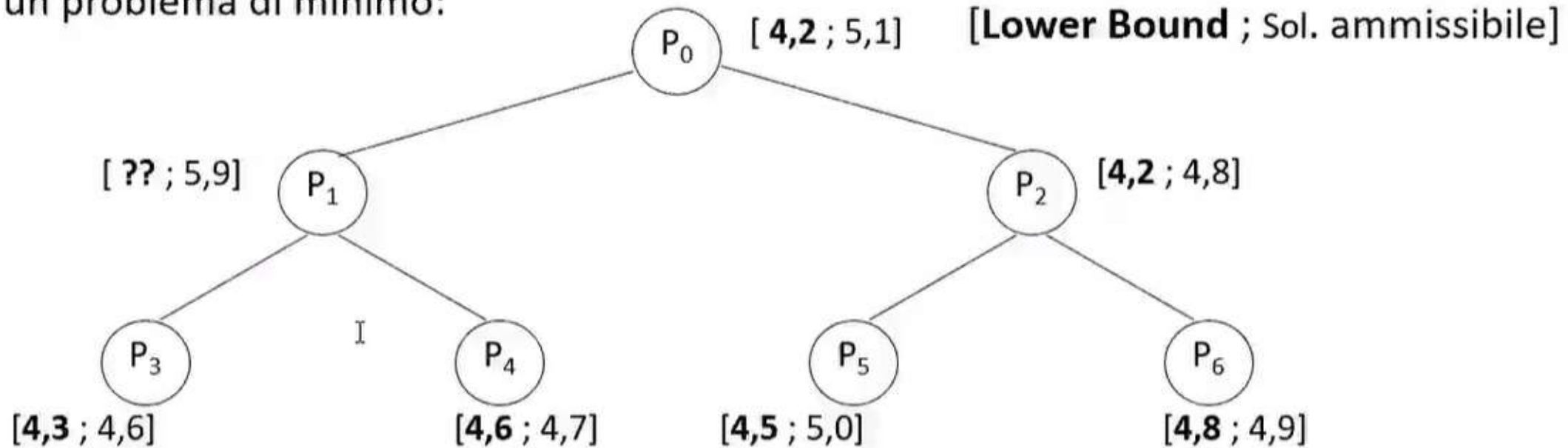
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$z$	$b$
- 8	- 20	0	0	0	0	- 1	3
70	7	0	0	0	1	0	700
60	600	1	0	1	0	0	600
8	- 1	0	1	123	0	0	0

**Senza operazioni di pivot** e fornendo **giustificazione teorica delle risposte:**

- a) si può individuare<sup>I</sup> una soluzione di base? perché? qual è? è ottima?
- b) su quali elementi è possibile effettuare il pivot secondo le regole del simplesso (indipendentemente dalle regole anticiclo)?
- c) considerando le variabili ordinate per indice crescente, quale sarà il cambio base secondo le regole del simplesso e applicando la regola di Bland?
- d) Qual è il valore della funzione obiettivo dopo il cambio base del punto c)?
- e) La soluzione di base ottenuta in seguito al cambio base del punto c) è degenerare oppure no?



6. Si consideri il seguente sviluppo parziale di un albero di Branch and Bound per un problema di minimo:



- Indicare un possibile valore per il lower bound mancante «??»
- In quale intervallo è sicuramente compreso il valore della funzione obiettivo?
- È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?
- Quale nodo sarà sviluppato per primo in una strategia Best Bound First?