

16-06-2017

1. Una coppia in luna di miele alle isole Azzorre si trova nell'isola di São Miguel e vuole organizzare le escursioni nei quattro giorni di vacanza che restano. Le opportunità sono sintetizzate nella seguente tabella (i costi sono per la coppia):

Escursione	Costo (euro)	Durata (ore)	Indice preferenza marito	Indice preferenza moglie
Isola di Flores	150	8	3	7
Avvistamento balene	200	8	2	5
Avvistamento delfini	150	6	4	4
Fabbrica del té	80	3	7	6
Visita dei vulcani	170	4	1	3
Surf	130	5	7	1
Partita a golf	240	5	6	2

Si formuli un modello di programmazione lineare che stabilisca quali escursioni effettuare in modo da massimizzare l'indice di preferenza complessivo della coppia, tenendo conto che:

- si vuole fare esattamente una escursione al giorno;
- il budget a disposizione è di 600 euro;
- si vuole fare esattamente una escursione di avvistamento delfini o balene;
- la durata media delle escursioni deve essere inferiore a 5 ore;
- se si va all'isola di Flores, l'avvistamento balene costa 70 euro in meno.

Considerato l'indice di preferenza che deve essere riferito alla coppia, allora si può pensare di modellare una variabile decisionale apposita.

x_i : viaggio effettuato dalla coppia per l'escursione $i \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$

Noi vogliamo massimizzare l'indice di preferenza, pertanto (considerando in somma moglie e marito per ogni singolo indice):

$$\max (10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 13x_4 + 4x_5 + 8x_6 + 8x_7) \\ s. t.$$

Cominciamo a modellare tutti i vincoli:

- "si vuole fare esattamente un'escursione al giorno"

Ciò richiede l'uso di una variabile binaria apposita.

y_i : variabile logica che vale 1 se viene fatta l'escursione $i \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$ da parte della coppia, 0 altrimenti

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 = 1$$

E relativi vincoli di attivazione interi:

$$x_1 \geq 1 * y_1 \quad x_2 \geq 1 * y_2 \quad x_3 \geq 1 * y_3 \quad x_4 \geq 1 * y_4 \quad x_5 \geq 1 * y_5 \quad x_6 \geq 1 * y_6 \quad x_7 \geq 1 * y_7$$

- "il budget a disposizione è di 600 euro"

$$150x_1 + 200x_2 + 150x_3 + 80x_4 + 170x_5 + 130x_6 + 240x_7 \leq 600$$

- "si vuole fare esattamente un'escursione di avvistamento delfini o balene"

$$y_2 + y_3 = 1$$

E relativi vincoli di attivazione che fanno riferimento a due di quelli precedenti

- "la durata media delle escursioni deve essere inferiore a 5 ore"

Si considera che 35 sia dovuto a moltiplicare per 7 il 5, per considerare effettivamente la durata media

$$8x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 3x_4 + 4x_5 + 5x_6 + 5x_7 < 35$$

- "se si va all'isola di Flores, l'avvistamento delle balene costa 70 euro in meno"

Siamo nella condizione ipotetica, usando le variabili logiche precedentemente introdotte, del tipo (sempre riferimento la tab. di pag. 22 delle dispense):

$y_1 = 1 \text{ and } y_2 = 1$	$y_1 \wedge y_2$	$y_1 y_2 = 1$	$y_1 + y_2 = 2$	$y_1, y_2 \in \{0, 1\}$
--------------------------------	------------------	---------------	-----------------	-------------------------

Quindi:

$$y_1 + y_2 = 2$$

Avremo semplicemente che togliamo 70 euro dalla f.o., quindi:

$$\max (10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 13x_4 + 4x_5 + 8x_6 + 8x_7) - 70y_2$$

Domini: $x_i \in Z_+, y_i \in \{0, 1\}, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$