

2009-07-02

1. Una multinazionale possiede tre impianti per la produzione di succo d'arancia in tre varianti: normale, light e concentrato. La produzione di una bottiglia di succo normale impiega un litro di acqua, 100 grammi di zucchero e 550 grammi di arance. Per una bottiglia light si impiegano 1,2 litri di acqua, 600 grammi di arance e 50 grammi di zucchero. Per la produzione di una bottiglia di succo concentrato si impiegano 1500 grammi di arance, 80 grammi di zucchero e viene prodotto mezzo litro d'acqua, che viene reimpiegato per la produzione degli altri succhi nello stesso impianto. Inizialmente, i tre impianti dispongono rispettivamente di 2000, 1700 e 1800 litri di acqua, 400, 500 e 300 Kg di zucchero e 1500, 1200 e 1300 kg di arance. Per motivi strategici, in almeno due impianti si vuole produrre una quantità di succo light superiore alle 200 bottiglie. I succhi vengono convogliati in un unico centro di distribuzione e venduti in confezioni da 24 bottiglie al prezzo di 10, 12 e 25 euro per il succo normale, light e concentrato. Si vuole determinare il numero di bottiglie da produrre in ciascun impianto per massimizzare i ricavi complessivi.

Per determinare il numero di bottiglie da produrre in ogni stabilimento per massimizzare i ricavi totali, possiamo utilizzare la programmazione lineare. Ecco come possiamo formulare questo problema come un modello di programmazione lineare:

Sia:

x_1 = numero di bottiglie di succo normale prodotte nello stabilimento 1
 x_2 = numero di bottiglie di succo leggero prodotte nello stabilimento 1
 x_3 = numero di bottiglie di succo concentrato prodotte nello stabilimento 1
 x_4 = numero di bottiglie di succo normale prodotte nello stabilimento 2
 x_5 = numero di bottiglie di succo leggero prodotte nello stabilimento 2
 x_6 = numero di bottiglie di succo concentrato prodotte nello stabilimento 2
 x_7 = numero di bottiglie di succo normale prodotte nello stabilimento 3
 x_8 = numero di bottiglie di succo leggero prodotte nello stabilimento 3
 x_9 = numero di bottiglie di succo concentrato prodotte nello stabilimento 3

L'obiettivo è massimizzare i ricavi totali. I ricavi totali sono dati dal numero di bottiglie vendute moltiplicato per il prezzo di ciascun tipo di succo.

La funzione obiettivo è:

$$\max 10x_1 + 12x_2 + 25x_3 + 10x_4 + 12x_5 + 25x_6 + 10x_7 + 12x_8 + 25x_9$$

I vincoli sono:

La disponibilità di acqua in ogni impianto deve essere rispettata:

$$x_1 + x_4 + x_7 \leq 2000$$

$$1,2x_2 + 0,5x_3 + 1,2x_5 + 0,5x_6 + 1,2x_8 + 0,5x_9 \leq 1700$$

$$1,2x_2 + 0,5x_3 + 1,2x_5 + 0,5x_6 + 1,2x_8 + 0,5x_9 \leq 1800$$

La disponibilità di zucchero in ogni impianto deve essere rispettata:

$$100x_1 + 50x_2 + 80x_3 + 100x_4 + 50x_5 + 80x_6 + 100x_7 + 50x_8 + 80x_9 \leq 400$$

$$100x_1 + 50x_2 + 80x_3 + 100x_4 + 50x_5 + 80x_6 + 100x_7 + 50x_8 + 80x_9 \leq 500$$

$$100x_1 + 50x_2 + 80x_3 + 100x_4 + 50x_5 + 80x_6 + 100x_7 + 50x_8 + 80x_9 \leq 300$$

La disponibilità di arance in ogni stabilimento deve essere rispettata:

$$550x_1 + 600x_2 + 1500x_3 + 550x_4 + 600x_5 + 1500x_6 + 550x_7 + 600x_8 + 1500x_9 \leq 1500$$

$$550x_1 + 600x_2 + 1500x_3 + 550x_4 + 600x_5 + 1500x_6 + 550x_7 + 600x_8 + 1500x_9 \leq 1200$$

$$550x_1 + 600x_2 + 1500x_3 + 550x_4 + 600x_5 + 1500x_6 + 550x_7 + 600x_8 + 1500x_9 \leq 1300$$

Almeno due impianti devono produrre una quantità di succo di luce superiore a 200 bottiglie:

$$x_2 + x_5 + x_8 \geq 200$$

Le variabili devono essere non negative e intere:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \in \mathbb{Z}$$