CASO 1: V.A. DISCRETE

$P(X = x_i) = p_i$ per valori specifici

Media: $E[X] = \Sigma\, x_i \cdot p_i$ **Varianza:** $Var(X) = \Sigma\, x_i^2 \cdot p_i - E[X]^2$

CASO 2: V.A. UNIFORMI SEMPLICI

$X \sim Unif[a,b]$

Media: $E[X] = (a+b)/2$ **Varianza:** $Var(X) = (b-a)^2/12$

CASO 3: V.A. CON DENSITÀ A TRATTI

$f_X(x) = a_1 \cdot 1[c_1,d_1)(x) + a_2 \cdot 1[c_2,d_2)(x)$

Media: $E[X] = a_1\int[c_1 \to d_1]\, x\, dx + a_2\int[c_2 \to d_2]\, x\, dx = a_1[x^2/2]|c_1\hat{}d_1 + a_2[x^2/2]|c_2\hat{}d_2$

$E[X^2]$: $E[X^2] = a_1[x^3/3]|c_1\hat{}d_1 + a_2[x^3/3]|c_2\hat{}d_2$

CASO 4: V.A. CON FUNZIONE DI RIPARTIZIONE

$F_X(x) = g(x) \cdot 1[a,b)(x) + 1[b,\infty)(x)$

Densità: $f_X(x) = g'(x) \cdot 1[a,b)(x)$ **Media:** $E[X] = \int[a \to b]\, x \cdot g'(x)\, dx$

Tipi comuni:

- $g(x) = \sin(x) \Longrightarrow g'(x) = \cos(x)$
- $g(x) = 1-\cos(x) \Longrightarrow g'(x) = \sin(x)$
- $g(x) = x^2/c \Longrightarrow g'(x) = 2x/c$
- $g(x) = x^3/c \Longrightarrow g'(x) = 3x^2/c$

CASO 5: TRASFORMAZIONI DI UNIFORMI

$X = h(U)$ con $U \sim Unif(a,b)$

Media: $E[X] = 1/(b-a) \int_{[a \to b]} h(u)\,du$

Trasformazioni comuni:

- **$h(u) = u^n$:** $E[X] = 1/(b-a) \cdot [u^{n+1}/(n+1)]|_a^b$
- **$h(u) = \cos(\pi u)$:** $E[X] = 1/(b-a) \cdot [\sin(\pi u)/\pi]|_a^b$
- **$h(u) = \sin(2\pi u)$:** $E[X] = 1/(b-a) \cdot [-\cos(2\pi u)/(2\pi)]|_a^b$

CASO 6: TRASFORMAZIONI DI ESPONENZIALI

$X = h(Y)$ con $Y \sim Exp(\lambda)$, $f_Y(y) = \lambda e^{(-\lambda y)} \cdot 1(0,\infty)(y)$

Media: $E[X] = \int_0^\infty h(y) \cdot \lambda e^{(-\lambda y)}\,dy$

Trasformazioni comuni:

- **$h(y) = e^y$:** $E[X] = \lambda \int_0^\infty e^y \cdot e^{(-\lambda y)}\,dy = \lambda/(\lambda-1)$ per $\lambda>1$
- **$h(y) = a + by$:** $E[X] = a + b/\lambda$
- **$h(y) = e^{(-y)}$:** $E[X] = \lambda \int_0^\infty e^{(-y)} \cdot e^{(-\lambda y)}\,dy = \lambda/(\lambda+1)$

CASO 7: TRASFORMAZIONI DI NORMALI

$X = Y^2$ con $Y \sim N(0,1)$

X ha distribuzione χ^2_1: $E[X] = 1$, $Var(X) = 2$

SCHEMA RISOLUTIVO:

1. **Identifica tipo:** discreta/uniforme/densità/ripartizione/trasformazione
2. **Applica formula specifica** per $E[X]$ e $E[X^2]$
3. **$Var(X) = E[X^2] - E[X]^2$**
4. **Integrazione per parti:** se $h(u)$ complessa, usa $\int u \cdot v' = uv - \int v \cdot u'$