Modellazioni

1. Un fioraio deve addobbare 3 sale utilizzando rose (rosse o lilla), tulipani (rossi o gialli), gerbere (gialle o lilla) e lilium (solo lilla). Per ottenere allestimenti bilanciati, si attribuisce un peso 1 a gerbere e tulipani, un peso 2 alle rose, un peso 3 ai lilium, e il "peso" complessivo di ciascuna sala deve essere almeno 10000. Ogni sala è caratterizzata dalla presenza di un colore dominante diverso, cioè almeno il 60% del peso deve essere rosso, giallo o lilla, mentre gli altri due colori devono essere presenti ciascuno con una percentuale in peso di almeno il 10%. I fiori sono acquistati in confezioni ciascuna contenente un solo tipo di fiore di un solo colore: ogni confezione costa 20 euro e contiene 40 rose oppure 80 tulipani oppure 100 gerbere oppure 30 lilium. Si scriva un modello di programmazione lineare che permetta di acquistare un numero sufficiente di fiori dei diversi colori minimizzando i costi e tenendo conto che:
   - si vogliono acquistare almeno 3 confezioni di rose rosse;
   - si paga un costo fisso di 100 euro per l'emissione di un ordine, e ciascun ordine può contenere fiori dello stesso tipo, indipendentemente dal colore;
   - si vogliono acquistare fiori di almeno 3 tipi, indipendentemente dal colore;
   - è possibile, pagando 2000 euro a una ditta esterna, lasciare una sala non addobbata.

1. Una società di navigazione effettua un servizio di trasporto merci su tre rotte 1, 2 e 3 dove la domanda è rispettivamente di 20000, 5000 e 15000 tonnellate. La società usa per questo servizio tre tipi di nave (A, B e C) e dispone di 100 navi di tipo A, 80 navi di tipo B e 150 navi di tipo C. Ciascuna nave ha capacità e costo di trasporto unitario che dipendono dal tipo e dalla rotta, come riassunto nella seguente tabella:

TIPO NAVE	*ROTTA*	*Capacità massima*	*Costo €/tonnellata*
A	1	150	60
A	2	120	30
A	3	non impiegabile	
B	1	100	45
B	2	80	25
B	3	90	30
C	1	non impiegabile	
C	2	60	50
C	3	140	35

Si scriva il modello di programmazione lineare per determinare il piano di trasporto che soddisfa la domanda sulle tre rotte minimizzando i costi complessivi, tenendo conto che:

– sulla rotta 1 ci possono essere al massimo 10 navi di tipo A;

– sulla rotta 2 può effettuare servizio un solo tipo di nave;

– se le navi di tipo B sono utilizzate sulla rotta 2, allora queste non possono essere utilizzate né sulla rotta 1, né sulla rotta 3.

Dualità

4. Enunciare le condizioni di complementarietà primale-duale in generale.

Applicare tali condizioni per dimostrare che $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4/3\ , 2/3\ , 0\ , 0)$ è soluzione ottima del seguente problema:

$$
\begin{array}{llcrcrcrcr}
\min & 2\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & x_3 & + & 2\,x_4 & & \\
\text{s.t.} & x_1 & + & x_2 & + & 3\,x_3 & - & 2\,x_4 & \geq & 2 \\
 & -\,x_1 & + & 2\,x_2 & - & 2\,x_3 & - & x_4 & = & 0 \\
 & & & x_2 & & & - & x_4 & \leq & 1
\end{array}
$$

$$x_1 \text{ libera} \qquad x_2 \geq 0 \qquad x_3 \leq 0 \qquad x_4 \geq 0$$

Simplesso

2. Si risolva con il metodo del simplesso, <u>applicando la regola anticiclo di Bland</u>, il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{llcrcrcr}
\min & x_1 & \overset{-}{\cancel{+}} & 2\,\hat{x}_2 & - & 3\,x_3 & & \\
\text{s.t.} & x_1 & + & 2\,x_2 & - & x_3 & \geq & -1 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 2 \\
 & -\,x_1 & - & 2\,x_2 & & & \leq & 1
\end{array}
$$

$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \leq 0 \qquad x_3 \geq 0$$