

1. **(12 punti)** Una macchina di Turing salva-nastro è simile a una normale macchina di Turing deterministica a nastro singolo semi-infinito, ma può spostare la testina al centro della parte non vuota del nastro. In particolare, se le prime s celle del nastro non sono vuote, allora la testina può spostarsi nella cella numero $\lfloor s/2 \rfloor$. A ogni passo, la testina della TM salva-nastro può spostarsi a sinistra di una cella (L), a destra di una cella (R) o al centro della parte non vuota del nastro (J).
 - (a) Dai una definizione formale della funzione di transizione di una TM salva-nastro.
 - (b) Dimostra che le TM salva-nastro riconoscono la classe dei linguaggi Turing-riconoscibili. Usa una descrizione a livello implementativo per definire le macchine di Turing.
2. **(12 punti)** Considera il problema di determinare se i linguaggi di due DFA sono l'uno il complemento dell'altro.
 - (a) Formula questo problema come un linguaggio $COMPLEMENT_{DFA}$.
 - (b) Dimostra che $COMPLEMENT_{DFA}$ è decidibile.
3. **(12 punti)** Considera il seguente problema: data una TM M a nastro semi-infinito, determinare se esiste un input w su cui M sposta la testina alla destra della cella del nastro numero 2023.
 - (a) Formula questo problema come un linguaggio 2023_{TM} .
 - (b) Dimostra che il linguaggio 2023_{TM} è indecidibile.