

DOMANDA A

$$T(n) = \begin{cases} 2 & n=0 \\ T(n-1) + 2n+1 & n>0 \end{cases}$$

$$T(n) \quad 2n+1$$

$$T(n-1) \quad 2(n-1)+1$$

$$T(n-2) \quad 2(n-2)+1$$

← "parto da dimensione n e scrivo
costo della parte non ricorsiva"

← " n-1

← " n-2

Suppongo sia quadratica $\Rightarrow T(n) = an^2 + bn + c$



dimostro per induzione

- (n=0) $T(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \rightarrow \boxed{c=2}$

i.p. induttiva

- (n>0) $T(n) = T(n-1) + 2n+1 \stackrel{!}{=} a(n-1)^2 + b(n-1) + c + 2n+1$

$$= an^2 - 2an + a + bn - b + c + 2n + 1$$

$$\stackrel{!}{=} an^2 + (b - 2a + 2)n + a + c + 1 - b$$

$$\stackrel{!}{=} an^2 + bn + c$$



$$T(n) = n^2 + 2n + 2 \quad \checkmark$$

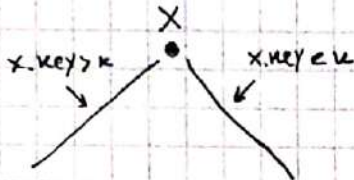
DOMANDA C

LCS

| | | | | | |
|---|-----------------|---|---|---|-------------------|
| | O | R | O | | |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | ← inizializzo a 0 |
| R | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| M | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| O | 0 | 1 | 1 | 2 | |
| | ↑ | | | | |
| | inizializzo a 0 | | | | |

ESERCIZIO 1

$Rep(T, k)$



Non posso supporre che se ho $x.key \geq k$ allora posso cercare solo a destra perché sarebbe un problema se avessimo che l'albero debba essere bilanciato!

$RepRec(x, k) \{$

if ($x = nil$)

return 0

else if $x.key < k$

return $RepRec(x.right, k)$

else if $x.key > k$

return $RepRec(x.left, k)$

else

return $1 + RepRec(x.left, k) + RepRec(x.right, k)$

}

$Rep(T, k) \{$

return $RepRec(T.root, k)$

}

Sono nel caso in cui ho trovato il nodo con chiave uguale a k , devo ricordarmi quindi di averlo trovato (1+) e poi cerco a sinistra e a destra.

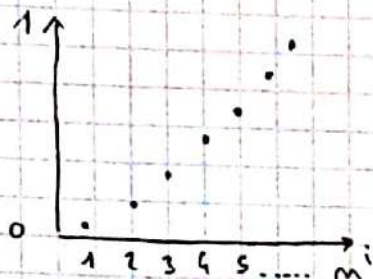
COMPLESSITÀ: $T(n) = O(n)$ nel caso pessimo (ovvero quando trovo la chiave k)

↓
Se volessi scrivere per bene, $T(n) = c + T(n-l-1) + T(l)$

↓
Soluzione lineare
(equivalente ad una visita)

ESERCIZIO 2

GREEDY



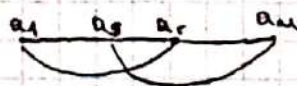
```
n ← length(S)
first ← 1
last ← n
while (first ≤ last) {
  if (first < last AND a.first + a.last ≤ 1) {
    P = P ∪ { {a.first, a.last} }
    first++
  }
  else {
    P = P ∪ { {a.last} }
    last--
  }
}
return P
```

L'algoritmo fa la scelta greedy

- ↳ $\{a_1, a_n\}$ se $n \geq 1$ e $a_1 + a_n \leq 1$
- ↳ $\{a_n\}$ altrimenti

DIMOSTRAZIONE (poco chiara, valeva max. 2/3 punti)

OPT è un algoritmo che supponiamo non accoppi il più piccolo con il più grande ma accoppia



$$a_1 \rightarrow \{a_1, a_n\}$$

$$a_n \rightarrow \{a_3, a_5\}$$

⋮