

Verifica su integrali composti, per parti, sostituzione.

① INTEGRALI  
COMPOSTO

=  
CI SONO PIÙ  
FUNZIONI

①      ②      ③

$$\rightarrow [F(g(x))] = f(g(x))g'(x) \rightarrow \int f(g(x))g'(x)dx = F(g(x)) + c$$

↓  
AVENDO PIÙ  
FUNZIONI

② INTEGRALI DI TUTTO

③ INTEGRALI DOUB  
COSI  
INTERI

$$\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int \frac{1}{f(x)} f'(x) dx = \ln|f(x)| + c$$

$$\int \cos[f(x)] f'(x) dx = \sin[f(x)] + c$$

$$\int \sin[f(x)] f'(x) dx = -\cos[f(x)] + c$$

CI ACCORGIAMO  
CHE LA  
FUNZIONE È  
IN RISULTÀ  
MOLTIPLICATA  
ALLA SUA  
PRIMITIVA

$$\int e^{x^2} \cdot 2x dx = e^{x^2} + c$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{INTEGRANDO} \rightarrow f \\ \text{e} \\ \text{DERIVATA} \rightarrow f' \end{array} \right]$$

↓  
L'UNO L'OPPOSTO  
DALL'ALTRA

## ② INTEGRALI PER PARTI

$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx + c$

$\downarrow$   $f$  = INTEGRANDO       $\downarrow$   $f'$  = DERIVATA DI  $f$

$\uparrow$   $g'$  = DERIVATA DI  $g$        $\uparrow$   $g$  = INTEGRANDO

Supponiamo di voler calcolare l'integrale

SEMPLIFICATI  
LA  
VITA  
SOSTITUENDO  
UN COSO

$$\int_0^1 x e^x dx$$

$f \cdot g$

$$g'(x) = e^x \rightarrow g(x) = e^x$$

$$f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$$

FORMULA  $\Rightarrow f \cdot g - \int f' \cdot g$

## ③ INTEGRALI PER SOSTITUZIONI

$\hookrightarrow$  SOSTITUISCI IL POSTO "BRUTTO" CON "f"

■ **Primo metodo.** Si sostituisce la variabile  $x$  con la funzione  $g(t)$  e il differenziale  $dx$  con  $g'(t)dt$ . La funzione  $f(\cdot)$  è la stessa ma cambia il dominio.

$$\int f(x) dx = \int f(g(t)) \cdot g'(t) dt$$

$x = g(t)$   
 $dx = g'(t) dt$

WWW.ANDREAMININI.ORG

[oppure "u" / nuova variabile]

■ **Secondo metodo.** In questo caso la funzione integranda è una funzione composta del tipo  $f(g(x)) \cdot g'(x)$ . Si sostituiscono le funzioni  $g(x)$  e  $g'(x)$  con la variabile  $t$  e il differenziale  $dt$ .

$$\int f(t) dt = \int f(g(x)) \cdot g'(x) dx$$

$t = g(x)$   
 $dt = g'(x) dx$

WWW.ANDREAMININI.ORG

CONTINUA...

$$= \int \frac{\sin t}{t} \cdot 2t dt$$

$$= \int \sin t \cdot 2 dt$$

$$= 2 \cdot \int \sin t dt$$

$$= 2 \cdot (-\cos t) + c$$

$$= 2 \cdot (-\cos \sqrt{x}) + c$$

Devo risolvere l'integrale

$$\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \rightarrow \sqrt{x} = t \quad (1) \rightarrow x = t^2 \quad (2) \rightarrow dx = 2t dt$$