Esercizi per il Corso di ALGEBRA LINEARE

Matrici inverse e il determinante

1. Utilizzando le operazioni elementari e la trasposta, si trasformi la seguente matrice in una matrice superiore (o inferiore).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6-2a & 2a+4 & -4 \\ -1 & 2a+b-4 & -2a-4 & 2 \\ 0 & 4-a-2b & a-4 & 2 \\ 1 & a+6 & -a-11 & 1 \end{pmatrix}$$

Utilizzando il risultato così ottenuto, si calcoli il determinante di A e si dica per quali valori dei parametri reali a e b la matrice A ha rango 3.

2. Si calcolino i determinanti delle seguenti matrici:

(a)
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 6 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(b)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Si calcoli l'inversa della matrice usando la formula 4.20.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Si determini se le seguenti matrici sono invertibili. In caso positivo si calcoli l'inversa.

(a)¹

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$
(b)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

¹Esercizio estratto/adattato dal libro F. Bottacin, Esercizi di Algebra Lineare e Geometria, Società Esculapio (2021)