

Verifica sommatorie, serie geometrica, telescopica e armonica.
Convergenza e divergenza

[serie] \rightarrow SUCCESSIONE
DEI SOMME
PARZIALI

$$S_n = \sum_{m=1}^{100} a_m = \underline{a_1 + a_2 + a_3 \dots + a_{100}}$$

?

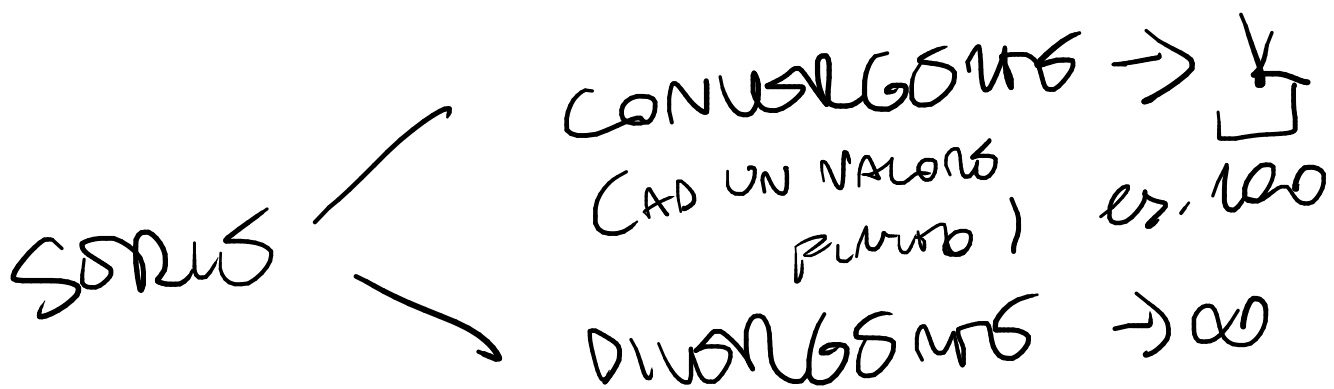
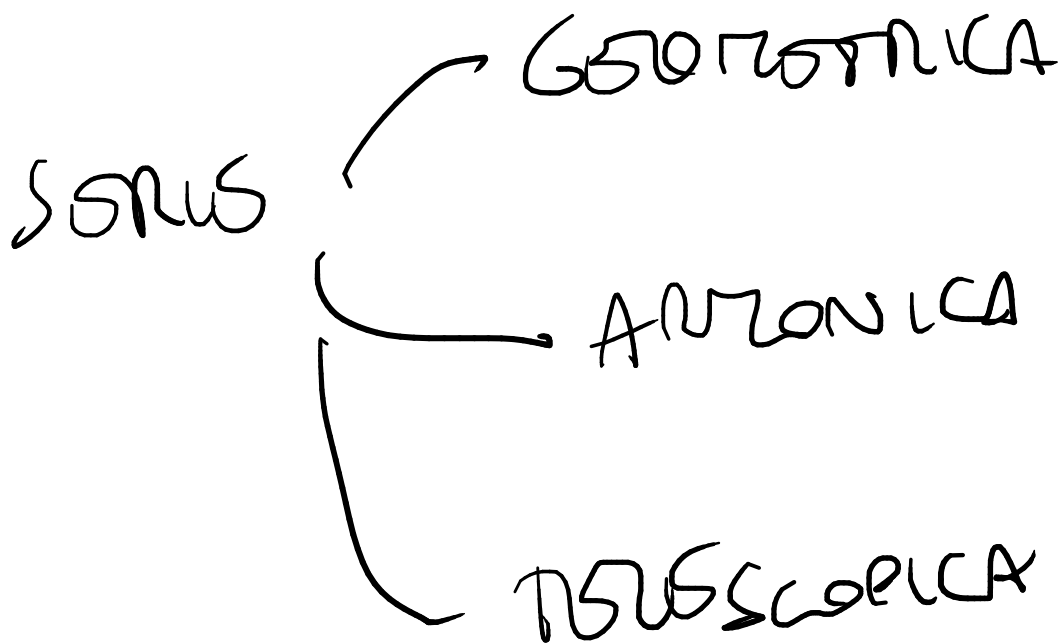
RIDOTTA

(DI ORDINE $n \Rightarrow \text{es. } n=3$)

RIDOTTA DI ORDINE 3 \rightarrow SOMME 3
NUMERI

$$\sum_{n=5}^{\infty} \log(n) = \log(5) + \log(6) + \log(7) + \dots$$

NON PARTIAMO DA $n=1$,
MA DALLA BASE DUE
& OVE



OGNI SORUS HA DUE CENSI DI
CONVERGENZA!

SOLUS **GEOMETRICA** \rightarrow RAGIONE = q

① $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n = q^0 + q^1 + q^2 + \dots$

② $\sum_{n=1}^{+\infty} q^{n-1} = \underbrace{q^{1-1}}_{q^0=1} + q^{2-1} + q^{3-1} + \dots$

QUANDO
CONVERGE?



SOLLA BASSO
DI "q"

$|q| < 1 \rightarrow \frac{1}{1-q}$

$|q| \geq 1 \rightarrow$ DIVERGE

$\sum_{n=0}^{+\infty} \underbrace{(4 - \sqrt{15})}_{}^n \rightarrow$ SOLUS
GEOMETRICA

- ① CONVERGE?
- ② SOMMA?

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (q)^n$$

$$q = 4 - \sqrt{13} \approx 4 - 3.87 = 0.13 < 1$$

se $q \geq 1 \rightarrow$ DIVERGOS

se $q < 1 \rightarrow$ CONVERGENTE $\frac{1}{1-q}$

$$\frac{1}{1-q} = \frac{1}{1 - (4 - \sqrt{13})}$$

$$= \frac{1}{1 - 4 + \sqrt{13}} = \frac{1}{-3 + \sqrt{13}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{13} - 3)(\sqrt{13} + 3)} = \frac{\sqrt{13} + 3}{13 - 9} = \frac{\sqrt{13} + 3}{4}$$

SOMOS CONVERGENTE
A

$$\frac{\sqrt{13} + 3}{4}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|-1|^n}{2^{n+4}} \rightarrow \text{GEOMETRICA}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n$$

q — converges (?)
 — diverges

\Rightarrow TROVA VALORE DI "q"

$|q| < 1 \rightarrow \frac{1}{1-q}$

$|q| \geq 1 \rightarrow$ diverges

$$q = \frac{1 - (-1)^n}{2^{n+4}}$$

$\swarrow \geq 1$
 $\searrow < 1$

$n=1 \rightarrow \frac{1 - (-1)^1}{2^{1+4}} = -\frac{1}{32} < 1$

[converges]
 $\frac{1}{1-q}$

$\rightarrow S_n = \frac{1}{1 - \frac{1 - (-1)^n}{2^{n+4}}} \sim \frac{1}{1 - \frac{1}{32}}$

$= \frac{1}{\frac{32-1}{32}} = \frac{1}{\frac{31}{32}} = \frac{32}{31}$] converges

[SOMMA TELESCOPICA]

$$\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (Q_n - Q_{n+1})$$

→ RAGGIOSI

CHÉ DIFFERENZA TRA LE
SOMME?



CAMBIA "SOLO" LA
RAGIONE!

SOMMA
DI
CINQUE

$$\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n(n+1)} \right)$$

TELESCOPICA

$$Q_n - Q_{n+1}$$

RIUSCIMO
A RAGGIOSI
A QUANTO?

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

La somma parziale diventa:

$$S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1}$$

Calcolando il limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - 0 = 1$$

Quindi la serie converge a 1.

Come Affrontare gli Esercizi con Serie Telescopiche

1. Identifica se i termini possono essere scritti come differenza
2. Scrivi le somme parziali ed osserva le cancellazioni
3. Calcola il limite della somma parziale

8. $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+6} \right)$ *TELESCOPICA*

$Q_n - Q_{n+1}$

$$S_k = \sum_{n=0}^k \left(Q_n - Q_{n+1} \right)$$
$$= \sum_{n=0}^k \left(\frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+6} \right) = S_k$$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_k = \frac{1}{\cancel{n}} - \frac{1}{5} - \frac{1}{\cancel{n}} + \frac{1}{6}$

$\left(\frac{1}{\infty} \approx 0 \right)$

$$= -\frac{6-5}{30} \text{ (const(b))}$$
$$= -\frac{1}{30}$$