22-01-2018 (2017-2018)

Una sartoria ha in magazzino 200 metri di stoffa blu e 250 metri di stoffa scozzese e decide di utilizzarli per confezionare tre tipi di abiti. Il tipo A è composto da giacca blu e pantaloni blu viene venduto a 300 €, il tipo B da giacca scozzese e pantaloni scozzesi viene venduto a 350 €, il tipo C da giacca scozzese e pantaloni blu viene venduto a 320 €. Per una giacca sono necessari 3 metri di stoffa e, inoltre, quattro bottoni grandi e 12 bottoni piccoli. I bottoni sono reperiti sul mercato in confezioni di tre fornitori. Il primo fornitore offre scatole con 10 bottoni grandi e 20 piccoli al prezzo di 45 € a scatola; il secondo 8 grandi e 15 piccoli a 35 €; il terzo 5 grandi e 20 piccoli a 32 €. Scrivere il modello di programmazione lineare che determina il piano di produzione della sartoria che massimizza il profitto (ricavi di vendita meno costo di bottoni chiusa), tenendo conto che:

- non è possibile vendere giacche o pantaloni sfusi;
- Se hanno a disposizione risorse produttive per confezionare al massimo l'equivalente di 60 giacche blu, è che una giacca scozzese richiede 3/2 delle risorse per una giacca blu, un pantalone blu 1/2 delle risorse per una giacca blu, e un pantalone scozzese 2/3 delle risorse per una giacca blu;
- è possibile utilizzare bottoni di al massimo due fornitori;
- Il terzo fornitore di bottoni offre uno sconto di 200 € se si acquistano da lui almeno 50 scatole.

Soluzione

Introduciamo una variabile che considera la produttività legata al prezzo di vendita dei singoli tipi:
x_i: numero di abiti del tipo $i \in \{A, B, C\}$
Lo stesso testo ci fa intuire che dobbiamo sottrarre il costo dei bottoni, quindi:
y_j: numero di scatole di bottoni grandi e piccoli da acquistare dai fornitori $j \in \{1,2,3\}$

Avremo quindi che la f.o. è come segue:

$$\max 300x_A + 350x_B + 320x_C - 45y_1 - 35y_2 - 32y_3$$

Partiamo dal secondo vincolo che è più semplice per semplificare gli altri punti. Consideriamo la disponibilità, facendo riferimento alle giacche blu e poi considerando tutto il resto.
$\frac{3}{2}x_2 + \frac{2}{3}x_3 \leq 250$ //limite stoffa scozzese
$3x_1 + 3/2x_2 + 3/2x_3 \leq 200$ //limite stoffa blu

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 60$ //limite confezione giacche blu

Vincoli di disponibilità (bottoni piccoli/grandi).
Struttura: $(stoffa + bottone\ di\ quel\ tipo)\ <=\ (bottoni\ offerti\ dal\ fornitore)$

$$(4+3)(x_A + x_B + x_C) < 10y_1 + 8y_2 + 5y_3$$
$$(12+2)(x_A + x_B + x_C) < 20y_1 + 15y_2 + 20y_3$$

- "non è possibile vendere giacche o pantaloni sfusi"

Significa che quando acquistiamo un tipo, si acquistano sempre sia braghe che giacche, quindi:
z_i: variabile binaria che vale 1 se acquistiamo abiti del tipo $i \in \{A, B, C\}$, 0 altrimenti

$$z_A + z_B + z_C \geq 1$$

(non posso vendere meno di un abito di qualche tipo; comprende sia braghe che abiti)

$$x_A \leq Mz_A, x_B \leq Mz_B, x_C \leq Mz_C$$

- "è possibile utilizzare al massimo due fornitori"

w_j: variabile binaria che vale 1 se ci rivolgiamo al fornitore del tipo $j \in \{1,2,3\}$, 0 altrimenti

$$w_1 + w_2 + w_3 \leq 2$$
$$y_1 \leq Mw_1, y_2 \leq Mw_2, y_3 \leq Mw_3$$

- “il terzo fornitore di bottoni offre uno sconto di 200 euro se si acquistano da lui almeno 50 scatole”

s: variabile che vale 1 se decido di acquistare scontato, 0 altrimenti

$$y_3 \geq 50s$$

In f.o. avrò quindi:

$$\max 300x_A + 350x_B + 320x_C - 45y_1 - 35y_2 - 32y_3 - 200s$$

Domini:

$$x_i \in Z_+, y_j \in Z_+, z_i \in \{0,1\}, w_j \in \{0,1\}, z_j \in \{0,1\}, i \in \{A,B,C\}, j \in \{1,2,3\}, s \in \{0,1\}$$