

STEP 0: RICONOSCI IL SETUP (SEMPRE UGUALE)

- n Bernoulli i.i.d. con parametro p
- $S = \sum X_i$ (somma)
- Trova $N = \min\{k \in \mathbb{N} : P(S \leq k) \geq \alpha\}$ (soglia α)

NUMERI MAGICI - MEMORIZZA E BASTA:

- $E[S] = n \cdot p$
 - $\text{Var}(S) = n \cdot p \cdot (1-p)$
 - $S \sim \text{Poisson}(\lambda)$ con $\lambda = n \cdot p$ (approssimazione)
 - $S \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ con $\mu = n \cdot p$, $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$ (approssimazione)
-

PUNTO (a): CHEBYSHEV - ALGORITMO ROBOT

STEP 1: Calcola μ e σ^2

- $\mu = n \cdot p$
- $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$

STEP 2: Applica Chebyshev meccanicamente

$$P(S \leq m) = 1 - P(S > m) \geq 1 - P(|S - \mu| \geq m+1 - \mu)$$

STEP 3: Se $m+1 > \mu$ (caso tipico):

$$P(|S - \mu| \geq m+1 - \mu) \leq \sigma^2 / (m+1 - \mu)^2$$

STEP 4: Risolvi

$$P(S \leq m) \geq 1 - \sigma^2 / (m+1 - \mu)^2$$

Vuoi: $1 - \sigma^2 / (m+1 - \mu)^2 \geq \alpha$ **Cioè:** $\sigma^2 / (m+1 - \mu)^2 \leq 1-\alpha$ **Cioè:** $(m+1 - \mu)^2 \geq \sigma^2 / (1-\alpha)$ **Cioè:** $m+1 \geq \mu + \sigma / \sqrt{1-\alpha}$ **Cioè:** $m \geq \mu + \sigma / \sqrt{1-\alpha} - 1$

STEP 5: FORMULA ROBOT

$$N \geq \lceil \mu + \sqrt{(\sigma^2 / (1-\alpha))} - 1 \rceil$$

PUNTO (b): POISSON - ALGORITMO ROBOT

STEP 1: Parametro Poisson

$$\lambda = n \cdot p$$

STEP 2: $S \sim \text{Poisson}(\lambda)$

$$P(S = k) = e^{(-\lambda)} \lambda^k / k!$$

STEP 3: Trova N usando tavole

$$P(S \leq N) = \sum_{k=0}^N e^{(-\lambda)} \lambda^k / k! \geq \alpha$$

STEP 4: USA LE TAVOLE POISSON

- Cerca λ nella tavola
 - Trova il più piccolo N tale che $F(N) \geq \alpha$
-

PUNTO (c): NORMALE - ALGORITMO ROBOT

STEP 1: Parametri Normale

- $\mu = n \cdot p$
- $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$
- $\sigma = \sqrt{(n \cdot p \cdot (1-p))}$

STEP 2: Standardizza con correzione di continuità

$$P(S \leq m) = P(S \leq m + 0.5) \approx \Phi((m + 0.5 - \mu)/\sigma)$$

STEP 3: Risolvi

$$\text{Vuoi: } \Phi((N + 0.5 - \mu)/\sigma) \geq \alpha \text{ Cioè: } (N + 0.5 - \mu)/\sigma \geq \Phi^{-1}(\alpha) \text{ Cioè: } N \geq \mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}(\alpha) - 0.5$$

STEP 4: FORMULA ROBOT

$$N = \lceil \mu + \sigma \cdot z_{\alpha} - 0.5 \rceil \text{ dove } z_{\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha) \text{ (dalla tavola normale)}$$

VALORI STANDARD DA TAVOLE:

- $\alpha = 0.95 \rightarrow z_{0.95} = 1.645$

- $\alpha = 0.96 \rightarrow z_{0.96} = 1.75$
 - $\alpha = 0.98 \rightarrow z_{0.98} = 2.054$
 - $\alpha = 0.99 \rightarrow z_{0.99} = 2.326$
-

TRUCCO PER BINOMIALI:

Se $X_i \sim \text{Bin}(k, p)$ invece di Bernoulli:

- $E[S] = n \cdot k \cdot p$
 - $\text{Var}(S) = n \cdot k \cdot p \cdot (1-p)$
 - $\lambda = n \cdot k \cdot p$ (per Poisson)
 - Applica tutto uguale!
-

SCHEMA MECCANICO FINALE:

1. Leggi n, p, α dal testo
2. Calcola $\mu = n \cdot p, \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$
3. **CHEBYSHEV**: $N \geq \mu + \sqrt{(\sigma^2/(1-\alpha))} - 1$
4. **POISSON**: Usa tavole con $\lambda = n \cdot p$
5. **NORMALE**: $N = \mu + \sigma \cdot z_a - 0.5$
6. **FINE. NON PENSARE.**