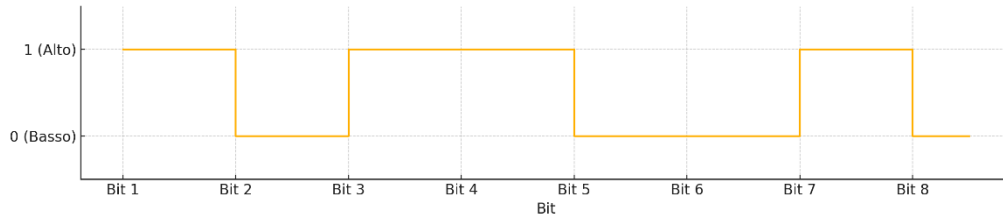


Esercizi su codifiche di linea e modulazioni

Esercizio 1

Scrivere la sequenza binaria originale della seguente sequenza di segnale **codificato NRZ** a intervalli regolari di clock:



Soluzione

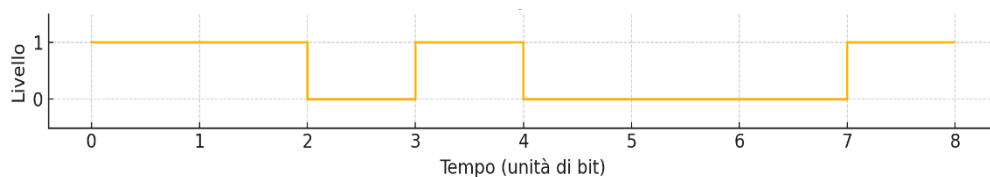
La sequenza binaria corrispondente al segnale trasmesso codificato è: **10110010**

Esercizio 2

Dato il seguente flusso di bit: **11010001**

rappresenta la sequenza in **codifica NRZ** a intervalli regolari di clock. Quale problematica si riscontra?

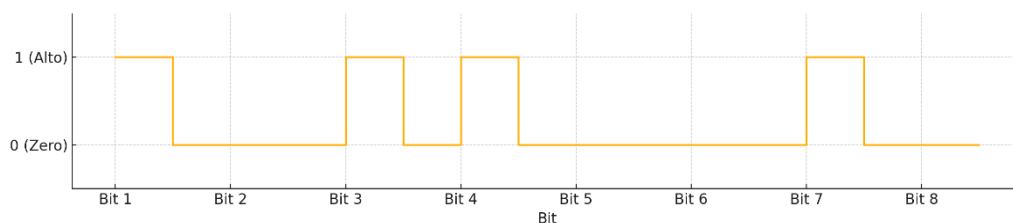
Soluzione



I livelli di segnale rimangono costanti durante bit consecutivi uguali, specialmente tra i tre 0 centrali: questo causa l'assenza di transizioni, che può portare a problemi di sincronizzazione nel ricevitore (sincronizzazione del clock tra trasmettitore e ricevitore).

Esercizio 3

Scrivere la sequenza binaria originale della seguente sequenza di segnale **codificato RZ** a intervalli regolari di clock:



Soluzione

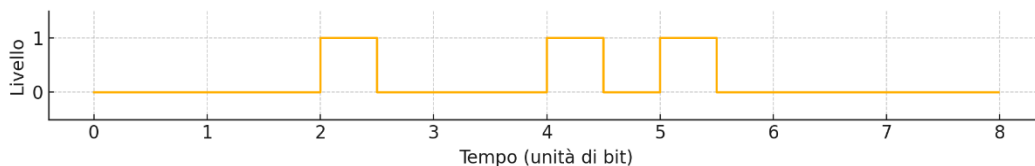
La sequenza binaria corrispondente al segnale trasmesso codificato è: **10110010**

Esercizio 4

Dato il seguente flusso di bit: **00101100**

rappresenta la sequenza in **codifica RZ** a intervalli regolari di clock. Quale problematica si riscontra?

Soluzione



Problematiche della codifica RZ:

1. **Doppia larghezza di banda:**

poiché ogni bit 1 prevede **una transizione intermedia**, la RZ **richiede più larghezza di banda** rispetto alla NRZ. Per ogni 1, ci sono **due variazioni di livello** (su e giù), quindi il segnale deve avere una frequenza doppia rispetto a quella di variazione dei bit

2. **Efficienza energetica:**

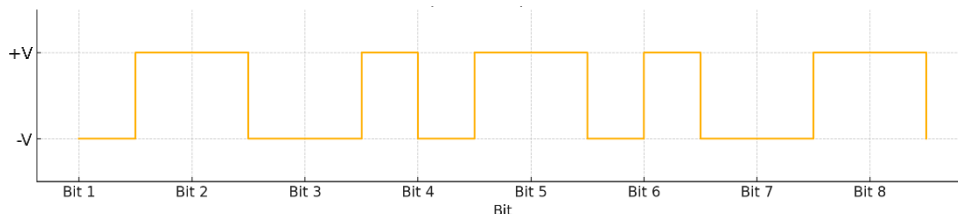
il fatto che anche i "1" tornino a zero nella seconda metà dell'intervallo fa sì che la RZ **non sfrutti pienamente l'intero intervallo di bit**: solo metà è usata per trasmettere informazione utile.

3. **Problematiche nei lunghi zeri:**

come nella NRZ, anche nella RZ lunghe sequenze di **0** portano a **assenza di transizioni** e quindi **problemi di sincronizzazione**. Nella sequenza 00101100, ad esempio, ci sono due zeri iniziali e due finali, che non generano alcuna transizione, rendendo difficile mantenere il clock sincronizzato.

Esercizio 5

Data la seguente sequenza:



scrivere la sequenza binaria originale del segnale se fosse:

- 1) codificato **Manchester** secondo lo standard **IEEE 802.3**
- 2) codificato **Manchester** proposta da **Thomas**
- 3) codificato **Manchester differenziale**

Soluzione

La sequenza binaria corrispondente al segnale trasmesso codificato è:

- 1) per la Manchester 802.3: **10110010**
- 2) per la Manchester Thomas: **01001101**
- 3) per la Manchester differenziale: **11101011**

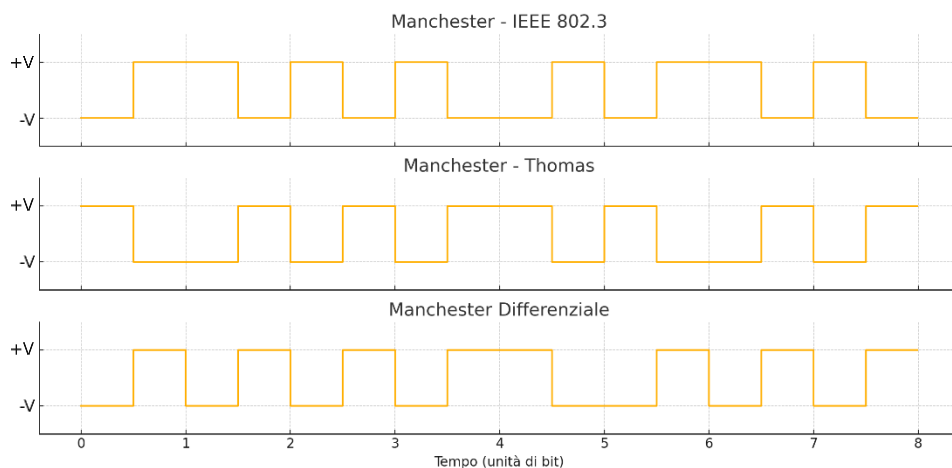
Esercizio 6

Dato il seguente flusso di bit: **10001100**

Rappresenta la sequenza in codifica:

- 1) **Manchester** secondo lo **standard IEEE 802.3**
- 2) **Manchester** proposta da **Thomas**
- 3) **Manchester differenziale**

Soluzione



Si osservi che se **prima della sequenza inviamo un segnale di riferimento** (detto anche **preambolo**) che termina con una **transizione da alto a basso**, allora il **livello all'inizio del primo bit** della sequenza in codifica Manchester differenziale deve essere **basso**.

Il livello iniziale potrebbe essere scelto anche **arbitrariamente** (alto o basso, anche se la scelta descritta sopra ha più senso), purché:

- una volta scelto, si deve **mantenere coerenza** durante tutta la trasmissione.
- la decodifica dipende solo dalle **transizioni**, non dal valore del livello.

Esercizio 7

Un sistema digitale utilizza la **modulazione ASK binaria**, in cui:

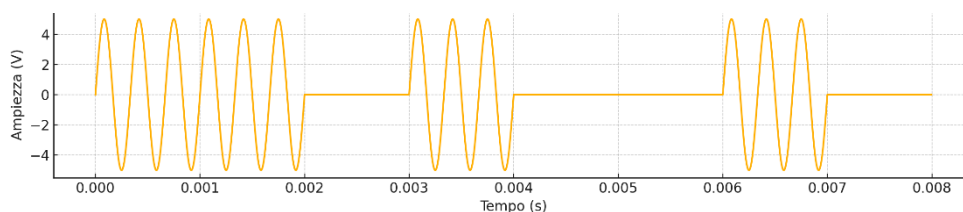
- il **bit 1** è rappresentato da un segnale sinusoidale con **ampiezza $A = 5\text{ V}$**
- il **bit 0** è rappresentato da **assenza di portante** (cioè, ampiezza 0 V)
- la frequenza della **portante** è costante: **$f = 3\text{ kHz}$**
- la durata di ciascun bit è di **1 ms**

Data la **sequenza binaria da trasmettere: 11010010**

- 1) disegna la **forma d'onda** risultante del segnale ASK
- 2) **quanti cicli completi** di portante sono presenti nei bit di valore 1?
- 3) calcola la **durata totale del segnale**

Soluzione

- 1) Il segnale ASK si comporta come un'onda sinusoidale presente o assente, a seconda del bit. Considerando che il periodo dell'onda portante è $T = 1/f = 0.333\text{ ms}$, avremo 3 periodo dell'onda per ogni bit, per cui la forma d'onda risultante è la seguente:



- 2) Come già scritto sopra, ci sono 3 cicli completi di portante per ogni ms e quindi nel bit di valore 1
- 3) La durata totale del segnale è data semplicemente da:

$$\text{Durata totale} = \text{Numero di bit} \times \text{Durata di ogni bit}$$

nel nostro caso:

$$8 \text{ bit} \times 1 \text{ ms} = 8 \text{ ms}$$

Esercizio 8

Un sistema di trasmissione digitale utilizza la **modulazione FSK binaria** (2-FSK), dove:

- Il **bit 1** è rappresentato da un segnale sinusoidale a **frequenza alta**: $f_1 = 4 \text{ kHz}$
- Il **bit 0** è rappresentato da un segnale sinusoidale a **frequenza bassa**: $f_0 = 2 \text{ kHz}$

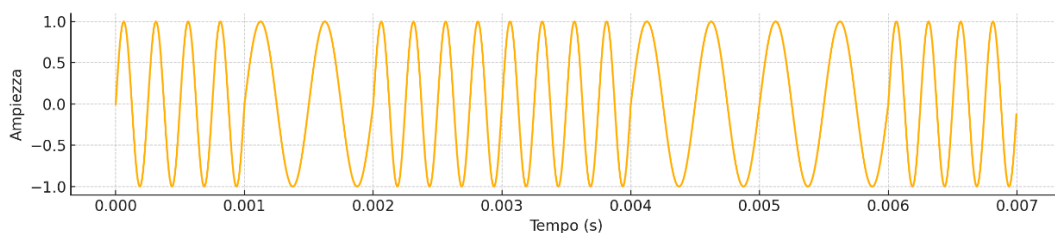
La durata di ciascun bit è di **1 ms**.

Data la **sequenza binaria da trasmettere: 1011001**

- 1) **disegna uno schema qualitativo** dell'onda FSK risultante (senza numeri, solo forma e variazioni di frequenza)
- 2) quante **oscillazioni complete** avvengono durante ciascun bit di valore 0 e 1?
- 3) calcola la **durata del segnale complessivo** trasmesso
- 4) qual è la **larghezza di banda teorica** necessaria per trasmettere il segnale FSK, considerando una separazione tra frequenze di 2 kHz?

Soluzione

- 1) l'onda FSK risultante è la seguente:



- 2) partendo dalla considerazione che la durata di ciascun bit è $T_{\text{bit}} = 1 \text{ ms} = 0,001 \text{ s}$ abbiamo **per bit = 1**:

$$\text{frequenza } f_1 = 4 \text{ kHz} = 4000 \text{ Hz}$$

$$\text{oscillazioni per bit 1} = T_{\text{bit}} / T_1 = T_{\text{bit}} \times f_1 = 0,001 \times 4000 = 4 \text{ oscillazioni}$$

per bit = 0:

$$\text{frequenza } f_0 = 2 \text{ kHz} = 2000 \text{ Hz}$$

$$\text{oscillazioni per bit 1} = T_{\text{bit}} / T_0 = T_{\text{bit}} \times f_0 = 0,001 \times 2000 = 2 \text{ oscillazioni}$$

- 3) considerando che ho 7 bit e ciascun bit dura 1 ms, avrò:

$$\text{Durata totale} = 7 \times 1 \text{ ms} = 7 \text{ ms}$$

- 4) nella **modulazione FSK binaria**, una **stima comune della larghezza di banda minima** necessaria è data da:

$$B = 2 \times \Delta f + R_b$$

dove:

- $\Delta f = \frac{f_1 - f_0}{2} = \frac{4000 - 2000}{2} = 1000 \text{ Hz}$
- R_b è la **bit rate**, pari a $\frac{1}{T_{\text{bit}}} = 1000 \text{ bps}$

per cui:

$$B = 2 \times 1000 + 1000 = 3000 \text{ Hz} = 3 \text{ kHz}$$

Esercizio 9

Un sistema di comunicazione digitale utilizza la **modulazione BPSK (Binary Phase Shift Keying, PSK binaria)**, che trasmette un solo bit per volta e quindi 2 possibili valori/livelli), in cui:

- il **bit 1** è trasmesso con una portante in fase:

$$s_1(t) = A \cdot \cos(2\pi f t)$$

- il **bit 0** è trasmesso con una portante in opposizione di fase:

$$s_0(t) = -A \cdot \cos(2\pi f t)$$

Dati:

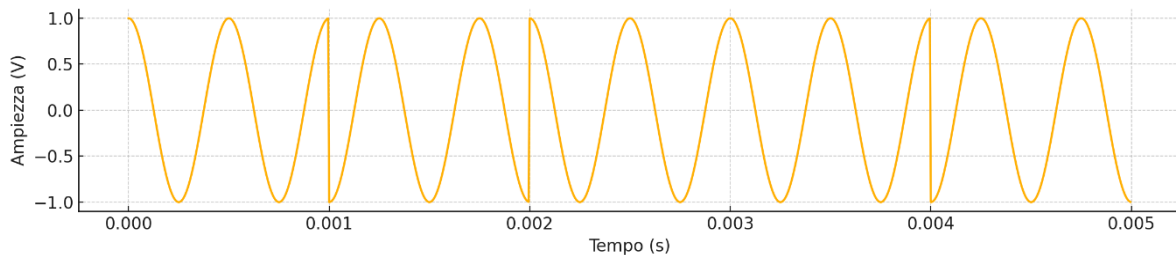
- frequenza della portante: $f = 2 \text{ kHz}$
- ampiezza: $A = 1 \text{ V}$
- durata del bit: $T_b = 1 \text{ ms}$
- sequenza binaria da trasmettere: **10110**

Risolvi questi quesiti:

- disegna qualitativamente la forma d'onda risultante per la sequenza.
- qual è la differenza tra i segnali per il bit 1 e il bit 0?
- quanti cicli completi contiene ciascun bit?
- quale vantaggio ha la PSK rispetto alla ASK?

Soluzione

- l'onda BPSK risultante è la seguente:



- visualizzando il grafico:

- il bit **1** è codificato con un coseno in fase (+ cos): **Bit 1 → fase 0° → $\cos(2\pi f t)$**
- il bit **0** è codificato con un coseno in opposizione di fase (− cos): **Bit 0 → fase 180° → $-\cos(2\pi f t)$**
- l'inversione di fase tra i bit è visibile come un salto nel segnale all'inizio del bit

Quindi:

- la fase cambia di 180°** tra 1 e 0
- l'ampiezza resta costante

solo la **fase** trasporta l'informazione

- considerando che:

- Frequenza portante: $f = 2000 \text{ Hz}$
- Durata bit: $T = 1 \text{ ms}$

avremo:

$$n = f \cdot T = 2000 \cdot 0,001 = 2 \text{ cicli per bit}$$

- ecco una tabella che confronta le due modulazioni:

PSK (Phase Shift Keying)	ASK (Amplitude Shift Keying)
L'informazione è nella fase	L'informazione è nell'ampiezza
Meno sensibile al rumore	Più sensibile a variazioni di ampiezza (rumore)
Richiede sincronizzazione di fase	Più semplice da generare

PSK è più robusta in ambienti rumorosi, perché il rumore tende ad alterare l'ampiezza più che la fase.

Esercizio 10

In DPSK, l'informazione non è trasmessa dalla **fase assoluta**, ma dalla **differenza di fase** tra simboli consecutivi:

- se il bit è **1**, la **fase viene invertita** rispetto al simbolo precedente
- se il bit è **0**, la **fase resta invariata**

Si parte da una fase iniziale **0°** (coseno positivo).

Dati:

- frequenza della portante: $f = 1 \text{ kHz}$
- ampiezza: $A = 1 \text{ V}$
- sequenza binaria: **101100**

Risolvi questi quesiti:

1. determina la **fase di ogni simbolo** (rispetto al primo)
2. disegna la **forma d'onda** qualitativa corrispondente
3. perché la DPSK può essere decodificata **senza sincronizzazione di fase assoluta**?
4. confronta i **vantaggi e svantaggi** della DPSK rispetto alla PSK

Soluzione

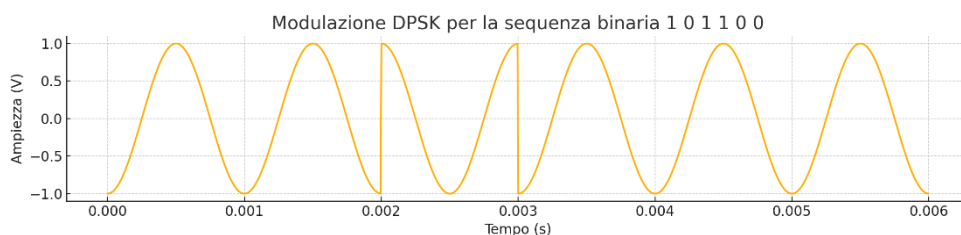
- 1) per rappresentare la fase di ciascun simbolo, uso una tabella:

Bit	Regola DPSK (rispetto al simbolo precedente)	Fase risultante
1	Inversione di fase	180°
0	Mantiene la fase	180°
1	Inversione di fase	0°
1	Inversione di fase	180°
0	Mantiene la fase	180°
0	Mantiene la fase	180°

Si parte da **0°**, ma il primo bit 1 richiede subito una **transizione a 180°**.

Tutte le fasi successive sono derivate **differenzialmente** (rispetto alla precedente).

- 2) il segnale trasmesso avrà la seguente forma d'onda:



Come si vede nel grafico:

- a ogni **bit = 1**, c'è un'inversione di fase tra un simbolo e il successivo
- a ogni **bit = 0**, il segnale continua con la **stessa fase**

- 3) la **DPSK può essere decodificata senza sincronizzazione di fase assoluta** perché l'informazione non è codificata nella **fase assoluta**, ma nella **differenza di fase tra simboli successivi**.

Quindi:

- il ricevitore non ha bisogno di sapere dove si trova **esattamente lo 0°**
- serve solo confrontare la fase **attuale** con la **precedente**

Questo rende la DPSK:

- più semplice da ricevere in pratica
- meno sensibile a errori di sincronizzazione

4) anche il confronto tra PSK e DPSK lo analizziamo con una tabella:

Caratteristica	PSK	DPSK
Fase codifica	Assoluta	Differenziale
Decodifica	Richiede riferimento di fase	Non serve riferimento assoluto
Sensibilità al rumore	Più robusta	Più sensibile
Complessità del ricevitore	Più complesso	Più semplice
Uso pratico	In canali più stabili	In ambienti dove la fase varia (wireless, ottico)

Esercizio 11

Un sistema digitale utilizza la **modulazione 16-QAM** (*Quadrature Amplitude Modulation* con 16 simboli). Ogni simbolo codifica **4 bit**, e viene rappresentato come una **combinazione lineare** di due segnali portanti ortogonali:

$$s(t) = I \cdot \cos(2\pi f t) + Q \cdot \sin(2\pi f t)$$

dove:

- I è la componente **in fase**
- Q è la componente **in quadratura**
- $f = 10$ kHz è la frequenza della portante
- $A = 1$ V è il passo di ampiezza

La costellazione è definita da valori di $I, Q \in \{-3A, -A, +A, +3A\}$

Data la **sequenza binaria** da trasmettere: **0100 1101 0001 1010**

Risolvi questi quesiti:

- 1) Quanti **simboli** vengono trasmessi?
- 2) Determina le **coordinate (I, Q)** per ciascun simbolo secondo una mappa standard di 16-QAM
- 3) Disegna sul piano I-Q la **posizione dei simboli**
- 4) Calcola la **durata complessiva** della trasmissione se ogni simbolo dura $T_s = 1$ ms
- 5) Quali vantaggi ha la QAM rispetto a PSK o ASK?

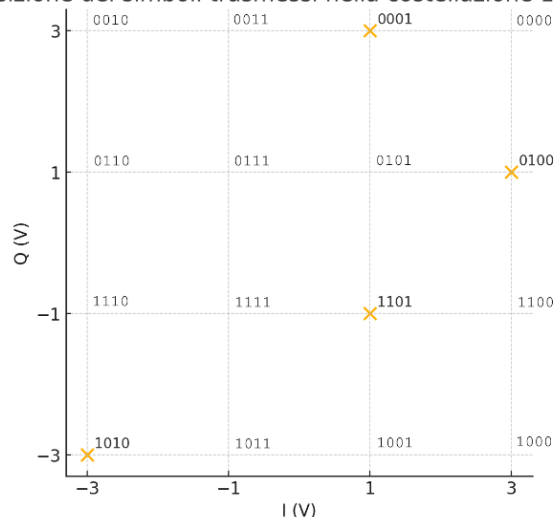
Soluzione

Alcune considerazioni iniziali:

- si può usare una **mappa QAM standard** con codice Gray per identificare i simboli
- la distanza tra punti nella costellazione è determinata dal valore di A
- ogni simbolo trasporta **4 bit**, quindi si può dividere la sequenza a gruppi di 4 bit

Rappresentiamo la costellazione associata alla sequenza binaria da trasmettere:

Posizione dei simboli trasmessi nella costellazione 16-QAM



- 1) Ogni simbolo è composto da **4 bit** per cui:

$$\frac{16 \text{ bit}}{4 \text{ bit / simbolo}} = 4 \text{ simboli}$$

con la sequenza binaria data di 16 bit vengono quindi trasmessi 4 simboli (in rosso nel diagramma).

- 2) Partendo dal grafico della costellazione avrò:

Simbolo	Codice binario	Coordinate (I, Q)
S ₁	0100	(+3 , +1)
S ₂	1101	(+1 , -1)
S ₃	0001	(+1 , +3)
S ₄	1010	(-3 , -3)

- 3) Il grafico mostrato qui sopra riporta i quattro punti della sequenza (annotati con le loro etichette a 4 bit). È stato tracciato con A = 1 V; basta moltiplicare per A se cambi ampiezza.
- 4) ogni simbolo dura T_s = 1 ms, e ci sono 4 simboli, per cui la durata complessiva della trasmissione sarà: 4 ms
- 5) riassumiamo i vantaggi della QAM rispetto a PSK o ASK in una tabella:

Confronto	ASK (solo ampiezza)	PSK (solo fase)	QAM (ampiezza + fase)
Efficienza spettrale	Bassa: numero di livelli limitato dal rumore di ampiezza	Media: si può aumentare M (numero di simboli distinti, livelli di modulazione), ma la distanza di fase si riduce	Alta: sfrutta due dimensioni (I e Q), raddoppiando i bit/simbolo a parità di distanza minima
Robustezza al rumore	Sensibile al rumore d'ampiezza	Sensibile al rumore di fase	Bilanciata: la potenza può essere distribuita fra ampiezza e fase; si adatta a SNR diversi (es. 4-, 16-, 64-QAM)
Flessibilità	Pochi livelli pratici	Fino a M-PSK elevati, ma con elevato Eb/N ₀ (rapporto tra l'energia per bit trasmesso (Eb) e la densità spettrale di potenza del rumore (N ₀))	Molte costellazioni scalabili (4/16/64/256-QAM) per ottimizzare throughput vs. SNR
Implementazione	Semplice	Semplice	Richiede modulatore/demodulatore I/Q (digitale o analogico) e sincronizzazione accurata

La **QAM** è usata nei sistemi moderni perché consente di trasmettere **più bit per simbolo** a parità di banda (efficienza spettrale) ottimizzando quindi la **larghezza di banda**, con la flessibilità di scegliere l'ordine della costellazione in base al rapporto segnale-rumore disponibile, a scapito di una maggiore complessità hardware/algoritmica rispetto alle sole ASK o PSK.

Esercizio 12

Durante una trasmissione QAM, un ricevitore acquisisce i seguenti **simboli ricevuti** (coordinate I,Q):
(-1,3), (-3,1), (3,-3), (1,-1)

Il sistema utilizza una mappa **16-QAM Gray** codificata con:

- Valori di I,Q $\in \{-3A, -A, +A, +3A\}$
- Passo di ampiezza: $A = 1$ V

Risolvi questi quesiti:

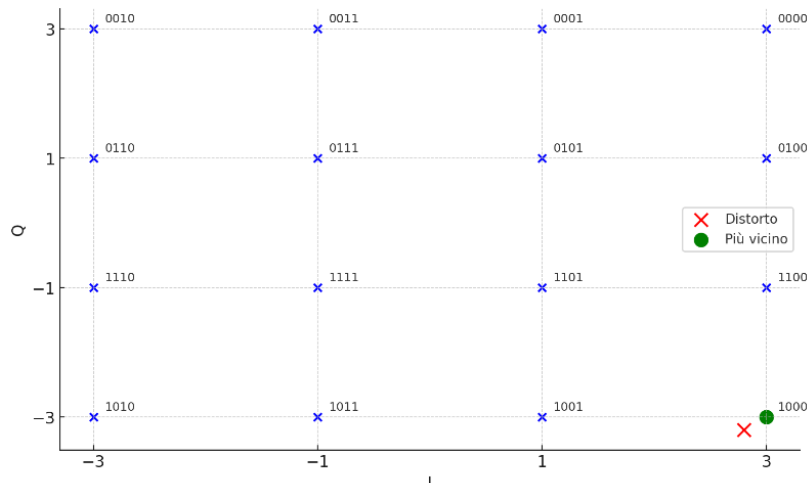
- 1) identifica la **sequenza binaria ricevuta** corrispondente a questi simboli
- 2) spiega **come si effettua la mappatura inversa** (demodulazione)
- 3) se un simbolo ricevuto è **distorto** e risulta come (2.8,-3.2), a quale simbolo originale probabilmente corrisponde?
- 4) perché in QAM si usano **codici Gray** invece del codice binario naturale?

Soluzione

Per risolvere l'esercizio bisogna:

- consultare la **mappa standard 16-QAM** (griglia 4x4) con codice Gray
- approssimare le coordinate ricevute al **punto più vicino** nella costellazione
- ricordare che in 16-QAM ogni simbolo rappresenta **4 bit**

Parto quindi con il rappresentare la costellazione:



- 1) i simboli ricevuti (I, Q) corrispondono alle seguenti sequenze binarie secondo la mappa Gray con la convenzione specificata:

Simbolo ricevuto	Coordinate (I, Q)	Codice binario
R ₁	(-1, 3)	0011
R ₂	(-3, 1)	0110
R ₃	(3, -3)	1000
R ₄	(1, -1)	1101

Quindi, la **sequenza binaria demodulata ricevuta** è: **0011 0110 1000 1101**

- 2) per effettuare la demodulazione:

- si confrontano le coordinate(I,Q) ricevute con la **mappa standard della costellazione 16-QAM** nel piano I-Q (In-phase, Quadrature)
- ogni punto ricevuto viene associato al **bit pattern** corrispondente in base alla sua posizione nella griglia
- identificare il punto più vicino tra quelli possibili (confronto su distanza euclidea): se il punto non coincide perfettamente (es. per rumore), si **calcola la distanza minima** per trovare il **punto più vicino**

- restituire la sequenza binaria associata al simbolo più vicino (usando una mappa simbolo \rightarrow bit)
- 3) se a causa di un errore ricevessi il simbolo: $(2.8, -3.2)$
questo punto è vicino a $(3, -3)$, che nella mappa corrisponde a: 1000
Quindi, il ricevitore dovrebbe **decodificare 1000**, applicando un criterio di **minima distanza** (tipico nella demodulazione pratica)
- 4) nella QAM si utilizza il **codice Gray perché minimizza gli errori di bit** in caso di ricezione sbagliata:
- due simboli **adiacenti** nella costellazione differiscono **solo per 1 bit**
 - se il rumore fa “saltare” da un simbolo al vicino, l’errore sarà minimo ovvero solo **di un bit**, non di più. Se si usasse il codice binario naturale, un errore simbolico potrebbe causare il cambio di **più bit**, aumentando il Bit Error Rate (BER)
- È una strategia **robusta** per rendere la trasmissione digitale **più affidabile**