1. Concetti Base e Distribuzioni

Variabile Aleatoria Discreta

Una v.a. che può assumere solo valori specifici (come dadi o monete).

- **Bernoulli(p)**: Esperimento con due esiti (successo p, fallimento 1-p)

  ```
  P(X = 1) = p
  P(X = 0) = 1-p
  E[X] = p
  Var(X) = p(1-p)
  ```

- **Rademacher(p)**: Come Bernoulli ma con valori ±1

  ```
  P(X = 1) = p
  P(X = -1) = 1-p
  E[X] = 2p-1
  Var(X) = 4p(1-p)
  ```

Variabile Aleatoria Continua

Una v.a. che può assumere qualsiasi valore in un intervallo.

- **Uniforme[a,b]**: Stessa probabilità per ogni valore nell'intervallo

  ```
  f(x) = 1/(b-a) per x∈[a,b]
  E[X] = (a+b)/2
  Var(X) = (b-a)²/12
  ```

- **Esponenziale(λ)**: Tempo di attesa tra eventi

  ```
  f(x) = λe^(-λx) per x ≥ 0
  E[X] = 1/λ
  Var(X) = 1/λ²
  ```

Funzioni di Variabili Aleatorie

Se Y = g(X), come calcolare media e varianza:

1. **Trasformazioni Lineari**: Y = aX + b

```
E[Y] = aE[X] + b
Var(Y) = a²Var(X)
```

2. **Trasformazioni Esponenziali**: Y = e^X

```
Per X esponenziale(λ):
E[Y] = λ/(λ-1) per λ > 1
Var(Y) = λ/(λ-2) - (λ/(λ-1))² per λ > 2
```

3. **Potenze**: Y = X^n

```
Per X uniforme[a,b]:
E[Y] = integrale(x^n * f(x)) da a a b
```

2. Risoluzione Step-by-Step dei 4 Tipi di Esercizi

Esercizio 1: Media e Varianza

1. **Per Variabili Discrete**:

```
a. Verifica Σp = 1
b. E[X] = Σ x_i * p_i
c. E[X²] = Σ x_i² * p_i
d. Var(X) = E[X²] - E[X]²
```

2. **Per Variabili Continue**:

```
a. Se hai F(x), deriva per ottenere f(x)
b. E[X] = ∫ x * f(x) dx
c. E[X²] = ∫ x² * f(x) dx
d. Var(X) = E[X²] - E[X]²
```

Esercizio 2: Indipendenza e Correlazione

1. **Per calcolare E[XY]**:
   - Se indipendenti: E[XY] = E[X]E[Y]
   - Altrimenti: calcola direttamente E[XY]
2. **Covarianza**:

```
Cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]
Se Cov ≠ 0 → non indipendenti
```

3. **Legge Congiunta**:

```
a. Elenca valori possibili di X
b. Elenca valori possibili di Y
c. Calcola P(X=x,Y=y) per ogni combinazione
```

Esercizio 3: Le Tre Approssimazioni

1. **Preparazione**:

```
E[S] = np
Var(S) = np(1-p)
```

2. **Chebyshev**:

```
P(|X-E[X]| ≥ k√Var(X)) ≤ 1/k²
Risolvi per k dato α
```

3. **Poisson(λ)**:

```
λ = np
Usa tavole per trovare k: P(X ≤ k) ≥ α
```

4. **Normale**:

```
Z = (X-np)/√(np(1-p))
Cerca z_α nelle tavole
Risolvi X = np + z_α√(np(1-p))
```

Esercizio 4: Problemi Applicativi

1. **Grafi Probabilistici**:

```
a. Disegna grafo
b. Probabilità su ogni arco
```

```
c. P(percorso) = prodotto probabilità archi
d. P(arrivo) = somma probabilità percorsi validi
```

2. **Tempo Atteso**:

```
a. Scrivi T = Σ p_i * (t_i + T_ricorsivo)
b. Risolvi equazione per T
```

3. **Strategie di Gioco**:

```
a. Lista strategie possibili
b. E[guadagno] per ogni strategia
c. Scegli massimo E[guadagno]
```

3. Uso delle Tavole

Tavole Normali

```
1. Cerca probabilità (es. 0.95)
2. Leggi z corrispondente (es. 1.645)
3. Usa nella formula: X = μ + zσ
```

Tavole Poisson

```
1. Trova riga λ = np
2. Cerca primo valore ≥ probabilità
3. Leggi k dalla colonna
```

Consigli Pratici

1. Controlla sempre che le probabilità sommino a 1
2. In caso di dubbio, disegna il problema
3. Verifica che il risultato sia sensato
4. Usa le proprietà delle v.a. indipendenti quando possibile