1. Per rifornire la stazione orbitante di cibi solidi e bevande, l'agenzia spaziale deve caricare uno shuttle dotato di due vani di carico, ciascuno con capacità in volume pari a 50 m^3. Ogni cibo solido e ogni bevanda è disponibile in scatole speciali che permettono incastri tali da evitare sprechi di volume. Le caratteristiche di ciascuna scatola si trovano nella seguente tabella. Si noti che il costo ha una componente legata al caricamento e dipende anche dal vano selezionato.

Scatola	Tipo	Costo vano 1 €	Costo vano 2 €	Peso kg	Volume dm^3	Densità
A	Cibo solido: frutta	110	100	20	20	1
B	Cibo solido: verdura	40	50	10	20	0,5
C	Cibo solido: altro	180	170	30	20	1,5
D	Bevanda gassata	35	40	25	25	1
E	Bevanda liscia	80	70	50	55	1,1

Si vuole massimizzare il peso caricato sullo shuttle, tenendo conto che:

1 - il numero di scatole C nel vano 1 deve essere almeno 50 (nessun limite per il vano 2); → $Y_{C1} \geq 50$

2 - il numero di scatole D deve essere inferiore a 25 nel vano 1 e 50 nel vano 2; → $Y_{D1} \leq 25$ $Y_{D2} \leq 50$

3 - il budget per l'approvvigionamento di cibi e bevande è stato fissato in 180 000 euro;

4 - se si spedisce verdura non si può spedire frutta e viceversa; $X_1 \leq M(1-Y_1)$ (E VICEVERSA)

- la densità media del carico deve essere compresa tra 1,0 e 1,2 per il vano 1, tra 1,2 e 1,4 per il vano 2.

VAR → X_i = # SCATOLE $i \in \{A ... E\}$

F.O $\left[\max\ 20X_A + 10X_B + 30X_C + 25X_D + 50X_E \right]$

VAR → Y_{ij} = # SCATOLE $i \in \{A .. E\}$
PER VANO $j \in \{1, 2\}$

Costo vano 1 €	Costo vano 2 €
110	100
40	50
180	170
35	40
80	70

$b = 180000$

FISSATA COME COSTANTE (VOLENDO)

$\ldots \leq b$

$110 X_{A1} + 100 X_{A2}$

$40 X_{B1} + 50 X_{B2} \ldots$

4 SE VERDURA ⇒ NO FRUTTA

(E VICEVERSA)

$z_i = \begin{cases} 1 & \text{se uso } x_i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ $\quad x_i \leq M z_i$

[A B C D E]

Scatola	Tipo
A	Cibo solido: frutta
B	Cibo solido: verdura
C	Cibo solido: altro
D	Bevanda gassata
E	Bevanda liscia

Introduciamo una variabile binaria per ciascun vano:
y[j] per $j \in \{1,2\}$ dove:

- y[j] = 1 se nel vano j viene caricata verdura
- y[j] = 0 se nel vano j viene caricata frutta

Quindi possiamo scrivere i vincoli:

1. Per la frutta (scatola A): x[A,j] ≤ M × (1 - y[j]) per j = 1,2 Questo vincolo impone che se y[j] = 1 (c'è verdura), allora x[A,j] deve essere 0 (non può esserci frutta)
2. Per la verdura (scatola B): x[B,j] ≤ M × y[j] per j = 1,2 Questo vincolo impone che se y[j] = 0 (c'è frutta), allora x[B,j] deve essere 0 (non può esserci verdura)

VANO 1
La densità media deve essere compresa tra 1.0 e 1.2, quindi:

1.0 ≤ (∑[i] Densità[i] × Volume[i] × x[i,1]) / (∑[i] Volume[i] × x[i,1]) ≤ 1.2

Moltiplicando tutti i termini per il denominatore (che è positivo essendo la somma di prodotti di quantità positive):

1.0 × (∑[i] Volume[i] × x[i,1]) ≤ ∑[i] Densità[i] × Volume[i] × x[i,1] ≤ 1.2 × (∑[i] Volume[i] × x[i,1])

VANO 2
La densità media deve essere compresa tra 1.2 e 1.4, quindi:

1.2 ≤ (∑[i] Densità[i] × Volume[i] × x[i,2]) / (∑[i] Volume[i] × x[i,2]) ≤ 1.4

Moltiplicando tutti i termini per il denominatore (che è positivo essendo la somma di prodotti di quantità positive):

1.2 × (∑[i] Volume[i] × x[i,2]) ≤ ∑[i] Densità[i] × Volume[i] × x[i,2] ≤ 1.4 × (∑[i] Volume[i] × x[i,2])

Dove i indica le scatole {A,B,C,D,E}.