

Esercizio 1: Media e Varianza

Se trovi una variabile DISCRETA (tipo "P(X = qualcosa)")

1. Verifica che le probabilità sommino 1
2. Media = somma di (valore \times probabilità)
3. Per la varianza:
 - Calcola somma di (valore² \times probabilità)
 - Sottrai il quadrato della media

Esempio: $P(X = -4) = 1/4$, $P(X = 1) = 1/2$, $P(X = 2) = 1/4$

```
Media =  $-4 \times (1/4) + 1 \times (1/2) + 2 \times (1/4) = 0$   
 $E[X^2] = 16 \times (1/4) + 1 \times (1/2) + 4 \times (1/4) = 6$   
Varianza =  $6 - 0^2 = 6$ 
```

Se trovi una variabile UNIFORME su [a,b]

1. Media = $(a+b)/2$
2. Varianza = $(b-a)^2/12$

Esempio: X uniforme su [-2,-1]

```
Media =  $(-2 + (-1))/2 = -1.5$   
Varianza =  $(-1 - (-2))^2/12 = 1/12$ 
```

Se trovi una FUNZIONE DI RIPARTIZIONE F(x)

1. Deriva F(x) per trovare f(x)
2. Media = integrale di $x \times f(x)$
3. Per varianza:
 - Calcola integrale di $x^2 \times f(x)$
 - Sottrai quadrato della media

Se trovi una TRASFORMAZIONE (tipo exp(Y))

- Per exp(Y): usa le formule dirette se Y è esponenziale
- Per potenze (tipo U^2): usa le formule per i momenti
- Per combinazioni: dividi in passi

Esercizio 2: Variabili Correlate

Quasi SEMPRE trovi variabili Rademacher (± 1) o Bernoulli ($0,1$):

1. Calcola $E[X]$ e $E[Y]$:
 - Per prodotti: moltiplica le medie
 - Per somme: somma le medie
 - Rademacher ha media 0
 - Bernoulli(p) ha media p
2. Calcola varianze:
 - Rademacher ha varianza 1
 - Bernoulli(p) ha varianza $p(1-p)$
3. Calcola $\text{Cov}(X,Y)$:
 - Calcola $E[XY]$
 - Sottrai $E[X] \times E[Y]$
 - Se $\text{Cov} \neq 0 \rightarrow$ non indipendenti
4. Per legge congiunta:
 - Lista tutti i possibili valori di X e Y
 - Calcola $P(X=x, Y=y)$ per ogni coppia

Esercizio 3: Le Tre Stime

Hai SEMPRE:

- n grande (800-1200)
- p piccolo ($1/200$ - $1/500$)
- Probabilità alta (0.95-0.99)

1. Calcola sempre:

```
Media =  $n \times p$   
Varianza =  $n \times p \times (1-p)$ 
```

2. Chebyshev (stima più larga):

```
 $N = \text{Media} + k \times \sqrt{\text{Varianza}}$   
dove  $k = \sqrt{1/(1-p_{\text{richiesta}})}$ 
```

3. Poisson (stima media):

- $\lambda = n \times p$
- Usa tavole Poisson con λ
- Cerca primo valore \geq probabilità richiesta

4. Normale (stima più precisa):

- Cerca nelle tavole la probabilità richiesta
- Il valore è: Media + $z \times \sqrt{\text{Varianza}}$

Esercizio 4: I Quattro Tipi

Tipo 1: GRAFI

Esempio: pacchetto dati tra nodi

1. Disegna il grafo
2. Per ogni nodo marca le probabilità di uscita
3. Moltiplica le probabilità sui percorsi
4. Somma tutti i percorsi possibili

Tipo 2: TEMPO ATTESO

Esempio: speleologo nella grotta

1. Identifica gli stati possibili
2. Scrivi equazione del tempo atteso:

$$T = p_1 \times t_1 + p_2 \times t_2 + \dots + p_{\text{ritorno}} \times (t_{\text{ritorno}} + T)$$

3. Risolvi per T

Tipo 3: DISTRIBUZIONE DA UNIFORME

Esempio: trasforma $U[0,1]$ in distribuzione discreta

1. Dividi $[0,1]$ in intervalli
2. La lunghezza determina la probabilità
3. Assegna valori agli intervalli

Tipo 4: STRATEGIE DI GIOCO

Esempio: scelta modalità di gioco

1. Calcola probabilità di ogni esito
2. Calcola valore atteso per ogni strategia
3. Scegli la strategia con valore atteso migliore

Lettura Tavole

Tavole NORMALI:

1. Cerca probabilità desiderata (es. 0.98)
2. Leggi z corrispondente sulla riga e colonna (es. 2.06)

Tavole POISSON:

1. Trova riga del tuo $\lambda = n \times p$
2. Cerca primo valore \geq probabilità desiderata
3. Leggi k dalla colonna

Note Finali

- Verifica SEMPRE le probabilità sommino a 1
- Se bloccato su esercizio 4, disegna diagramma
- Controlla il senso del risultato finale