

1. Formule Base e Concetti Fondamentali

Valore Atteso

$$\begin{aligned}\text{Discreta: } E[X] &= \sum x_i \cdot p_i \\ \text{Continua: } E[X] &= \int x \cdot f(x) \, dx\end{aligned}$$

Varianza

$$\text{Var}(X) = E[X^2] - E[X]^2$$

Covarianza

$$\text{Cov}(X, Y) = E[XY] - E[X] \cdot E[Y]$$

2. Distribuzioni Principali

Bernoulli ($\sim \text{Ber}(p)$)

$$\begin{aligned}P(X=1) &= p \\ P(X=0) &= 1-p \\ E[X] &= p \\ \text{Var}(X) &= p(1-p)\end{aligned}$$

Rademacher ($\sim \text{Rad}(q)$)

$$\begin{aligned}P(X=1) &= q \\ P(X=-1) &= 1-q \\ E[X] &= 2q-1 \\ \text{Var}(X) &= 4q(1-q)\end{aligned}$$

Uniforme Continua su $[a, b]$

$$\begin{aligned}f(x) &= 1/(b-a) \quad \text{per } x \in [a, b] \\ E[X] &= (a+b)/2 \\ \text{Var}(X) &= (b-a)^2/12\end{aligned}$$

Esponenziale ($\sim \text{Exp}(\lambda)$)

$$\begin{aligned} f(x) &= \lambda e^{-\lambda x} && \text{per } x \geq 0 \\ F(x) &= 1 - e^{-\lambda x} && \text{per } x \geq 0 \\ E[X] &= 1/\lambda \\ \text{Var}(X) &= 1/\lambda^2 \end{aligned}$$

Normale Standard N(0,1)

$$\begin{aligned} f(x) &= (1/\sqrt{2\pi}) \cdot e^{-x^2/2} \\ E[X] &= 0 \\ \text{Var}(X) &= 1 \end{aligned}$$

3. Relazioni Importanti per la Risoluzione

Funzioni di Variabili Aleatorie

$$\begin{aligned} Y &= aX + b: \\ E[Y] &= aE[X] + b \\ \text{Var}(Y) &= a^2 \text{Var}(X) \\ \\ Y &= e^X \text{ con } X \sim \text{Exp}(\lambda): \\ E[Y] &= \lambda/(\lambda-1) && \text{per } \lambda > 1 \\ \text{Var}(Y) &= \lambda/(\lambda-2) - (\lambda/(\lambda-1))^2 && \text{per } \lambda > 2 \end{aligned}$$

Per Variabili Indipendenti

$$\begin{aligned} E[X+Y] &= E[X] + E[Y] \\ \text{Var}(X+Y) &= \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) \\ E[XY] &= E[X] \cdot E[Y] \end{aligned}$$

Per Somme di n V.A. Identiche

$$\begin{aligned} E[\sum X_i] &= n \cdot E[X] \\ \text{Var}(\sum X_i) &= n \cdot \text{Var}(X) \end{aligned}$$

4. Formule per le Approssimazioni

Disuguaglianza di Chebyshev

$$P(|X - E[X]| > \varepsilon) \leq \text{Var}(X)/\varepsilon^2$$

Approssimazione Normale

$$Z = (X - E[X]) / \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Poisson (per n grande, p piccolo)

$$\lambda = n \cdot p$$

$$P(X=k) = (e^{-\lambda} \cdot \lambda^k) / k!$$

5. Operazioni Utili per gli Integrali

Integrazione per Parti

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

Trigonometria

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

Valori Notevoli

$$\sqrt{2} = 1.41 \quad \sqrt{3} = 1.73 \quad \sqrt{5} = 2.23$$

$$\sqrt{7} = 2.65 \quad \sqrt{11} = 3.32 \quad \sqrt{13} = 3.61$$

6. Check-list per la Risoluzione

Per Esercizio Tipo 1 (Media e Varianza)

1. Identifica il tipo di v.a.
2. Per discrete: usa sommatorie
3. Per continue: deriva $F(x)$ se necessario
4. Per trasformazioni: usa relazioni note

Per Esercizio Tipo 2 (Correlazione)

1. Calcola $E[X]$, $E[Y]$
2. Calcola $E[XY]$
3. Verifica $\text{Cov}(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$
4. Se $\text{Cov} \neq 0 \rightarrow$ non indipendenti

Per Esercizio Tipo 3 (Approssimazioni)

1. Calcola $E[S] = n \cdot p$
2. Calcola $\text{Var}(S) = n \cdot p \cdot (1-p)$
3. Usa le tre approssimazioni:
 - Chebyshev (più larga)
 - Poisson (media)
 - Normale (più precisa)

Per Esercizio Tipo 4 (Applicativi)

1. Identifica pattern (grafo/strategia)
2. Per grafi: moltiplica probabilità sui percorsi
3. Per strategie: calcola valore atteso
4. Per tempi: usa equazioni ricorsive