

1. (9 punti) Considera il linguaggio

$$L = \{0^m 1^n \mid 3m \leq 2n\}.$$

Dimostra che  $L$  non è regolare.

2. (9 punti) Dimostra che se  $L$  è un linguaggio context-free, allora anche il seguente linguaggio è context-free:

$$\text{delete}_{\#}(L) = \{xy \mid x\#y \in L\}.$$

3. (9 punti) Una *Turing machine con alfabeto ternario* è una macchina di Turing deterministica a singolo nastro dove l'alfabeto di input è  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  e l'alfabeto del nastro è  $\Gamma = \{0, 1, 2, \sqcup\}$ . Questo significa che la macchina può scrivere sul nastro solo i simboli 0, 1, 2 e blank: non può usare altri simboli né marcare i simboli sul nastro.

Dimostra che ogni linguaggio Turing-riconoscibile sull'alfabeto  $\{0, 1, 2\}$  può essere riconosciuto da una Turing machine con alfabeto ternario.

4. (9 punti) Una Turing Machine *somma correttamente* se, dati in input due numeri binari separati da  $\#$ , termina la computazione con la loro somma (in binario) sul nastro. (Non importa cosa fa sugli altri input.) Considera il problema di determinare se una TM somma correttamente.

- (a) Formula questo problema come un linguaggio  $SUM_{TM}$ .
- (b) Dimostra che il linguaggio  $SUM_{TM}$  è indecidibile.