

Ricorrenze ed esercizi pratici

Domanda 1 Dare la definizione della classe $\Theta(f(n))$. Mostrare che la ricorrenza

$$T(n) = \frac{1}{3}T(n-1) + 3n^2$$

ha soluzione in $\Theta(n^2)$.

Domanda 2 Dare la definizione di min-heap. Data la sequenza di elementi 60, 69, 26, 95, 51, 24, 46, 80, 60, 38, 12, 70 si specifichi il min-heap ottenuto, inserendo uno alla volta questi elementi nell'ordine indicato, a partire da uno heap vuoto. Si descriva sinteticamente come si procede per arrivare al risultato.

Domanda B (5 punti) Dare la definizione di albero binario di ricerca. Specificare l'albero ottenuto inserendo, con la procedura vista a lezione, a partire da un albero vuoto, i nodi aventi le seguenti chiavi: 5, 4, 8, 6, 12, 7. Si supponga che dall'albero così ottenuto si cancelli il nodo con chiave 5 e si indichi l'albero ottenuto. Sia per gli inserimenti che per la cancellazione, motivare sinteticamente il risultato ottenuto.

Funzioni

Esercizio 5 Un array $A[1..n]$ di numeri si dice *alternante* se non ha elementi contigui identici (ovvero per ogni $i \leq n-1$ vale $A[i] \neq A[i+1]$) e inoltre per ogni $i \leq n-2$, vale che $a_i < a_{i+1} > a_{i+2}$ oppure $a_i > a_{i+1} < a_{i+2}$. Ad esempio gli array $[1, 2, -1, 3, 2]$ e $[5, 1, 2, -1, 3, 2]$ sono alternanti, mentre non lo sono $[1, 2, 3]$ e $[1, 1, 2]$. Scrivere una funzione ricorsiva $\text{alt}(A, n)$ che dato un array $A[1..n]$ di numeri verifica se è alternante. Valutarne la complessità.

Domanda C (5 punti) Scrivere una funzione $\text{diff}(T)$ che dato in input un albero binario di ricerca T determina la massima differenza di lunghezza tra due cammini che vanno dalla radice ad un sottoalbero vuoto. Ad esempio sull'albero ottenuto inserendo 1, 2 e 3 produce 2, su quello ottenuto inserendo 2, 1, 3 produce 0. Valutarne la complessità.

Domanda 3 Realizzare una funzione $\text{Diff}(A, k)$ che, dato un array $A[1..n]$ ordinato in senso crescente, verifica se esiste una coppia di indici i, j tali che $A[i] - A[j] = k$. Restituisce la coppia di indici se esiste e (0,0) altrimenti. La funzione non deve alterare l'input e deve operare in spazio costante. Scrivere lo pseudocodice e valutarne la complessità.