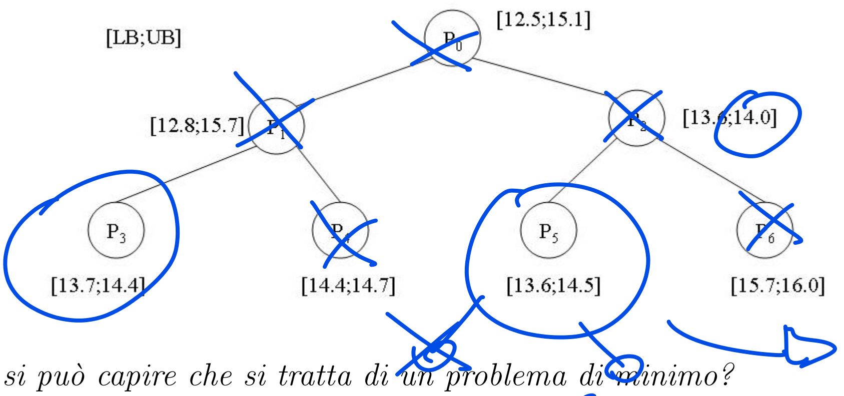
13.6 | 14.0



·LB ≥ 5.1
(1.4.4 ≥ 14.0)
(13.7 ≥ 14.0)

→ LB MINIMO

1. *Come si può capire che si tratta di un problema di minimo?*
2. *È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?* [13.6; 13.6] UB ≤ 14]
3. *In quale intervallo è sicuramente compreso il valore della funzione obiettivo?*
4. *Quale nodo sarà sviluppato per primo da una strategia best first?*
5. *Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di lower e upper bound relativi al secondo nodo che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.*

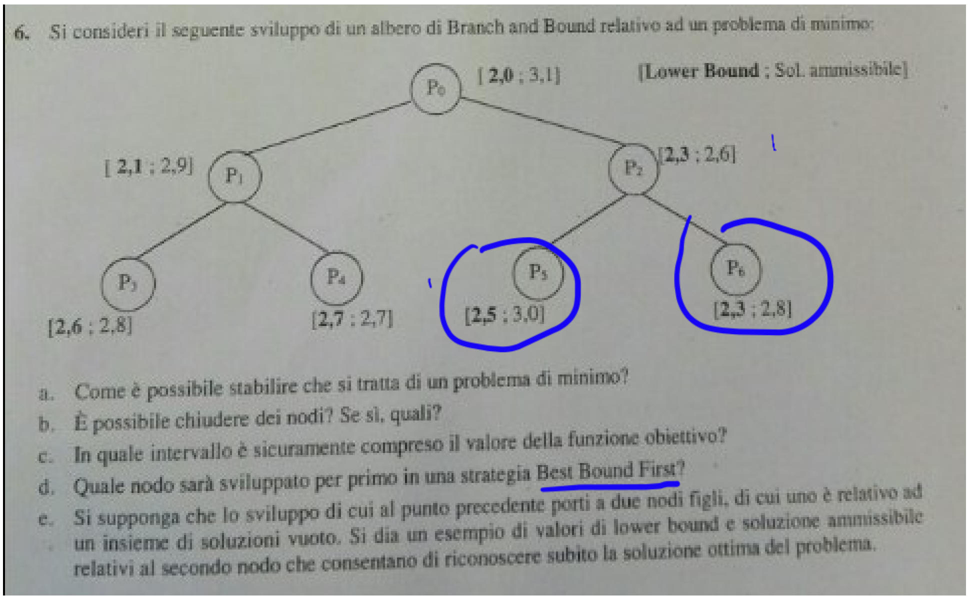
1. Si capisce che è un problema di minimo perché i valori contrassegnati come LB sono crescenti di padre in figlio nell'albero e pertanto possono essere associati a valutazioni ottimistiche di problemi di minimo via via più vincolati. I valori contrassegnati come UB non sono decrescenti di padre in figlio e non possono essere associati a valutazioni ottimistiche di problemi di massimo via via più vincolati. I valori UB sono quindi le valutazioni della funzione obiettivo di minimo in corrispondenza di soluzioni ammissibili.

2. La migliore soluzione ammissibile vale 14.0 (vedi nodo P_2). Quindi è possibile chiudere i nodi P_4 e P_6 perché non miglioranti.

3. L'ottimo della funzione obiettivo è compreso tra 13.6 (il miglior lower bound - nodo P_5) e 14.0 (migliore soluzione disponibile).

4. Il nodo che sarà sviluppato per primo in una strategia *best bound first* è quello che ha la valutazione più promettente (LB più basso) tra quelli che rimangono aperti, cioè il nodo P_5.

5. Nel caso ipotizzato, rimangono aperti il nodo P_3 con $(LB, UB) = (13.7, 14.4)$ e un nodo P_7 con $(LB, UB) = (lb, ub)$. Basta quindi che sia $lb = ub$ (lb corrisponde a una soluzione ammissibile) per poter chiudere il nodo in esame P_7 e che $lb \leq 13.7$, per poter chiudere P_3. Deve inoltre essere $lb \geq 13.6$, per compatibilità con il lower bound del nodo padre P_5. Ad esempio $(LB, UB) = (13.65, 13.65)$, o $(LB, UB) = (13.7, 13.7)$, o $(LB, UB) = (13.6, 13.6)$ etc.



6. Si consideri il seguente sviluppo di un albero di Branch and Bound relativo ad un problema di minimo:

a. Come è possibile stabilire che si tratta di un problema di minimo?
b. È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?
c. In quale intervallo è sicuramente compreso il valore della funzione obiettivo?
d. Quale nodo sarà sviluppato per primo in una strategia Best Bound First?
e. Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di lower bound e soluzione ammissibile relativi al secondo nodo che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.

BEST BOUND FIRST → MINIMO...

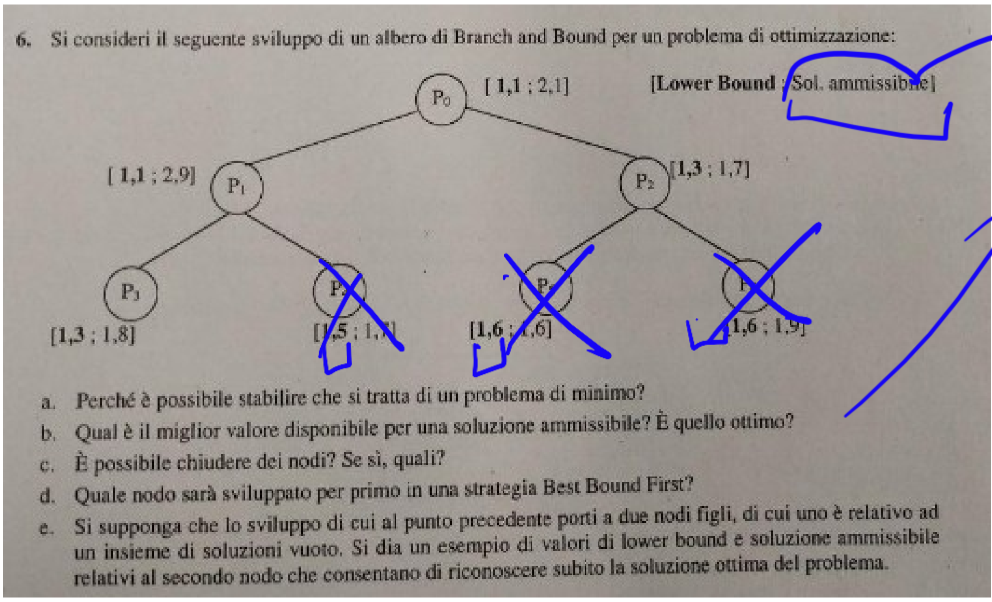
a. Per capire se si tratta di problema di minimo, di padre in figlio il LB cresce (o comunque, non decresce). Infatti, si nota che questa proprietà viene rispettata da tutti i nodi.

b. Chiudo tutti i nodi che hanno un LB >= S.A, quindi posso chiudere P_3 e P_6

c. Considero l'intervallo della soluzione ottima, quindi il miglior UB (minimo) tra tutti i nodi (attuale soluzione ammissibile) e come LB il minore tra i nodi aperti, quindi 2.6. $Intervallo = [2.3; 2.6]$

d. Per una strategia Best Bound First per un problema di minimo, si sceglie il nodo con il miglior LB tra i nodi aperti, cioè P_5.

e. Chiamiamo il nodo aperto P_7, con P_8 che porta ad una soluzione non ammissibile. Questo è figlio di P_5 dal punto precedente. Rimangono aperti P_3 e P_7. Sicuramente avremo un LB >= 2.5 e un UB come nuova incumbent (quindi, <= a quella di tutti i nodi aperti), cioè 2.8. Basterà prendere un qualsiasi intervallo che rispetti questa proprietà, quindi ad esempio [2.6; 2.6] per chiudere tutti i nodi



6. Si consideri il seguente sviluppo di un albero di Branch and Bound per un problema di ottimizzazione:

a. Perché è possibile stabilire che si tratta di un problema di minimo?
b. Qual è il miglior valore disponibile per una soluzione ammissibile? È quello ottimo?
c. È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?
d. Quale nodo sarà sviluppato per primo in una strategia Best Bound First?
e. Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di lower bound e soluzione ammissibile relativi al secondo nodo che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.

[1.3; 1,6]

a. Per capire se si tratta di problema di minimo, di padre in figlio il LB cresce (o comunque, non decresce). Infatti, si nota che questa proprietà viene rispettata da tutti i nodi.

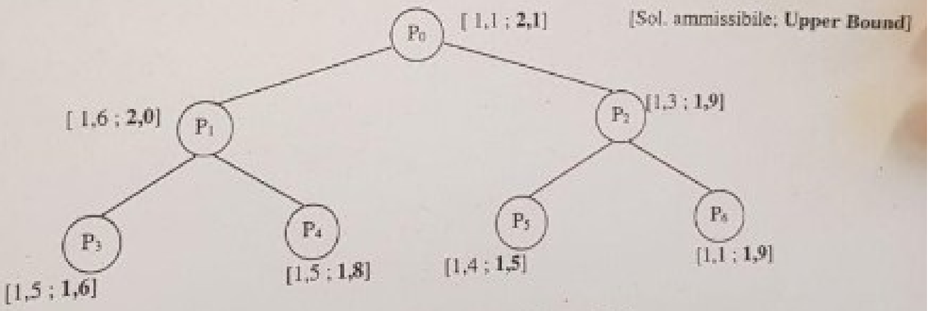
b. Ci viene praticamente chiesto di trovare il miglior LB (quello minimo) tra i nodi aperti, mentre il valore ottimo significa trovare l'incumbent, quindi il miglior UB (quello minimo) tra tutti i possibili nodi (incumbent). Nel primo caso, il miglior LB è 1.3, mentre il miglior UB è chiaramente 1.6. Quindi, sotto falso nome, è la domanda "trova l'intervallo ottimo".

c. Controllo se il LB sia migliore della soluzione incumbent in mano; al primo nodo, l'incumbent è 2.1 (mi interesserà trovare l'UB di valore minimo). Non è possibile chiudere nodi già sviluppati, dunque P_0, P_1, P_2. Verso il basso, trovo che l'incumbent diventa 1.6 per quanto riguarda l'UB.
Chiudo P_5 in quanto 1.6 = 1.6, chiudo P_6 in quanto 1.9 > 1.6. Rimangono aperti P_4 e P_5

d. Per una strategia Best Bound First per un problema di minimo, si sceglie il nodo con il miglior LB tra quelli aperti, cioè P_3.

e. Consideriamo un generico nodo P_7 come appena inserito e P_8 che non porta ad una soluzione ammissibile.. Ora come ora, sono aperti i nodi P_3, P_4, P_7. Sviluppiamo rispetto al nodo di best bound first, quindi P_3. Il LB deve essere >= a quello del nodo padre (best bound first, quindi 1.3). Per chiudere tutti i nodi avrò bisogno di una nuova incumbent, cioè un UB che sia <= a quella dei nodi aperti. Quindi, sarà ≥ 1.3 e minore di 1.6. Per poter chiudere anche lo stesso nodo P_7 avrò bisogno di bound che siano almeno l'incumbent (quindi $[1.4; 1.4]$ oppure $[1.5; 1.5]$). In questo caso scegliamo $[1.4; 1.4]$.

6. Si consideri il seguente sviluppo di un albero di Branch and Bound per un problema di ottimizzazione:



a. Perché è possibile stabilire che si tratta di un problema di massimo?
b. Qual è il miglior valore disponibile per una soluzione ammissibile? È quello ottimo?
c. È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?
d. Quale nodo sarà sviluppato per primo in una strategia Best Bound First?
e. Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di upper bound e soluzione ammissibile relativi al secondo nodo che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.

a. Per capire che si tratta di un problema di massimo, di padre in figlio l'UB diminuisce (o comunque, non aumenta). Infatti, si nota che questa proprietà viene rispettata da tutti i nodi

b. Il miglior valore per una soluzione ammissibile (quindi, incumbent) vuol dire prendere il LB massimo tra tutti i nodi presenti, quindi 1.6. Il valore ottimo significa cercare il LB migliore (massimo) tra i soli nodi aperti (quindi escludendo P_0, P_1, P_2. Quindi, sarà 1.5.

c. Di sicuro non chiudiamo P_0, P_1, P_2. Chiudiamo quindi P_3, P_5

d. Per una strategia Best Bound First per un problema di massimo, si sceglie il nodo con il miglior UB tra i nodi aperti, quindi P_6

e. Consideriamo l'inserimento di un generico nodo P_7 come figlio di P_6. Ora abbiamo aperti P_4, P_7. Dobbiamo rispettare la proprietà padre-figlio, quindi avremo un UB <= al nodo padre, quindi <= 1.9. Dovremo scegliere poi un LB <= a quello di tutti i nodi aperti, quindi la nuova incumbent sarà >= 1.5. Quindi, per chiudere anche il nodo stesso, possiamo immaginare questo intervallo come ad esempio $[1.6; 1.6]$