Foglio 11 - Metodi di conteggio

- 1. In quanti modi si possono scegliere un uomo e una donna che non sono sposati da un gruppo di n coppie sposate?
- 2. In quanti modi si possono prendere due carte distinte da un mazzo standard di 52 carte in modo tale che:
 - la prima carta è un asso e la seconda carta non è una regina?
 - la prima carta è di picche e la seconda carta non è una regina?
- 3. Lanciando due dadi distinti a sei facce (numerate da 1 a 6), in quanti modi si può ottenere un risultato la cui somma sia divisibile per 3?
- 4. Quanti numeri di quattro cifre si possono ottenere a partire dalle cifre 1,2,3,4,5 (con possibili ripetizioni)? Quanti di questi numeri sono divisibili per 4?

Suggerimento: Per il secondo quesito, un numero è divisibile per 4 se e solo se le sue ultime due cifre sono un multiplo di 4.

- 5. Quante sono le terne di interi distinti compresi tra 1 e 90 (inclusi) tali che la loro somma sia:
 - un numero pari?
 - un numero divisibile per 3?

Suggerimento: per il secondo punto, si noti che la somma di tre interi è un numero divisibile per 3 se e solo se i tre interi hanno lo stesso valore mod 3 oppure tre valori distinti mod 3.

- 6. In quanti modi diversi si possono disporre sei persone in fila indiana? E se Paolo deve essere il secondo della fila?
- 7. Quanti sono gli anagrammi (anche privi di significato) della parola MATEMATICA? Quanti di questi anagrammi sono tali che:
 - la E è subito dopo una M?
 - la E è vicina ad una M (prima o dopo)?
 - non ci sono due M vicine?

- Suggerimento: per il secondo punto, se conto i casi in cui la E compare subito prima di una M e quelli in cui la E compare subito dopo una M, sto contanto due volte i casi in cui compare la sequenza MEM.
- 8. Quanti sono gli anagrammi (anche privi di significato) della parola MATRICE in cui le vocali compaiono in ordine alfabetico? Di questi anagrammi, in quanti anche le consonanti appaiono in ordine alfabetico? Suggerimento: come prima cosa, scelgo 3 posizioni delle 7 disponibili nella sequenza dove inserire le vocali. Una volta scelte le posizioni, l'ordine in cui A,I,E devono comparire è forzato. Devo poi contare i modi in cui posso inserire le rimanenti lettere nei 4 spazi rimasti.
- 9. Quanti numeri di 7 cifre si possono formare con le cifre 3,5,7? Di questi numeri, quanti hanno esattamente tre 3, due 5 e due 7?
- 10. In quanti modi si possono distribuire 8 palline in 6 scatole se:
 - le palline sono tutte uguali?
 - le palline sono tutte distinte?
- 11. In quanti modi si possono distribuire 36 caramelle (tutte uguali) tra quattro bambini:
 - senza restrizioni?
 - ogni bambino riceve lo stesso numero di caramelle?
 - ogni bambino riceve almeno una caramella?
- 12. In quanti modi si possono distribuire 36 caramelle, di cui 10 alla menta, 10 al limone e 16 alla fragola tra quattro bambini:
 - senza restrizioni?
 - ogni bambino riceve almeno una caramella alla menta?
 - ogni bambino riceve almeno una caramella per tipo?