Finire ex 291 pag.183
Ex 264/270 pag.171. Fare grafici con geogebra

ISO. $\Rightarrow y=0$

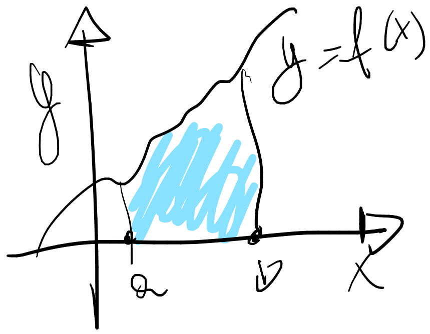
Determina l'area della regione finita di piano limitata dai grafici delle funzioni di cui è data l'equazione e dall'asse x.

- **264** $y = 4 - x^2$ $\quad x? \to y=0 \quad 0 = 4 - x^2$ $\quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$ $\left[\frac{32}{3}\right]$
- **265** $y = x^2 - 4x + 3$ $\left[\frac{4}{3}\right]$
- **266** $y = 2x^2 - x - 3$ $\left[\frac{125}{24}\right]$
- **267** $y = x^3 - 2x^2$ $\left[\frac{4}{3}\right]$
- **268** $y = x^3 - 4x$ $[8]$
- **269** $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ $\left[\frac{71}{6}\right]$
- **270** $y = \sin 2x$, $\quad$ con $0 \le x \le \pi$ $[2]$
- **271** $y = \sin \frac{x}{2}$, $\quad$ con $0 \le x \le 2\pi$ $[4]$

Per determinare l'area della regione finita del piano limitata dai grafici delle funzioni e dall'asse x, devi seguire questi passaggi:

1. **Trova i punti di intersezione** della funzione con l'asse x. Questi sono i punti in cui $y = 0$.
2. **Calcola l'integrale definito** della funzione tra questi punti di intersezione. L'area sarà il valore assoluto di questo integrale, poiché l'area è sempre positiva.

INTEGRALE $\rightarrow$



$\downarrow$

AREA TRA a E b

$-2 \quad 2$

$$\int_{-2}^{2} 4 - x^2 = \int_{-2}^{2} 4 - \int_{-2}^{2} x^2 = 4\int_{-2}^{2} dx - \frac{x^3}{3}$$

$$= \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} = \left[4(2) - \left(\frac{(2)^3}{3}\right)\right] - \left[4(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right]$$

Esercizio 264: $y = 4 - x^2$

1. **Trova i punti di intersezione con l'asse x**:

$$4 - x^2 = 0 \implies x^2 = 4 \implies x = \pm 2$$

Quindi, i punti di intersezione sono $x = -2$ e $x = 2$.

2. **Calcola l'integrale definito**:

$$\text{Area} = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\, dx$$

Calcoliamo l'integrale:

$$\int (4 - x^2)\, dx = 4x - \frac{x^3}{3}$$

Valutiamo tra -2 e 2:

$$\left[4(2) - \frac{(2)^3}{3}\right] - \left[4(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right] = \left[8 - \frac{8}{3}\right] - \left[-8 - \left(-\frac{8}{3}\right)\right] = \left[\frac{16}{3}\right] - \left[-\frac{16}{3}\right] = \frac{32}{3}$$

Quindi, l'area è $\frac{32}{3}$.

2. **Calcola l'integrale definito**:

$$\text{Area} = \int_{0}^{\pi} \sin 2x\, dx$$

Calcoliamo l'integrale:

$$\int \sin 2x\, dx = -\frac{1}{2}\cos 2x$$

Valutiamo tra 0 e π:

$$-\frac{1}{2}\cos 2\pi - \left(-\frac{1}{2}\cos 0\right) = -\frac{1}{2}(1) - \left(-\frac{1}{2}(1)\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

Poiché l'area non può essere negativa, prendiamo il valore assoluto:

$$\text{Area} = \left|\int_{0}^{\pi} \sin 2x\, dx\right| = |0| = 0$$

Tuttavia, questo risultato indica che l'area netta è zero, il che significa che le aree sopra e sotto l'asse x si annullano a vicenda. Per trovare l'area totale, devi considerare le aree separate:

$$\text{Area totale} = \int_{0}^{\pi} |\sin 2x|\, dx$$

Poiché $\sin 2x$ è positivo in $(0, \frac{\pi}{2})$ e negativo in $(\frac{\pi}{2}, \pi)$, l'area totale è:

$$\text{Area totale} = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\, dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x\, dx$$

Calcoliamo ciascun integrale:

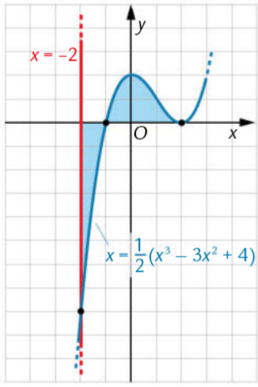
$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\, dx = \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}(-1) - \left(-\frac{1}{2}(1)\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x\, dx = \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -\frac{1}{2}(1) - \left(-\frac{1}{2}(-1)\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

Quindi, l'area totale è:

$$\text{Area totale} = 1 - (-1) = 2$$

291 Calcola l'area della regione di piano colorata nella figura, limitata dal grafico della funzione $y = \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 4)$, dalla retta avente equazione $x = -2$ e dall'asse x.



$\left[\frac{27}{4}\right]$

Per calcolare l'area della regione di piano colorata nella figura, limitata dal grafico della funzione $y = \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 4)$, dalla retta $x = -2$ e dall'asse x, seguiamo questi passaggi:

1. **Trova i punti di intersezione** della funzione con l'asse x. Questi sono i punti in cui $y = 0$.
2. **Calcola l'integrale definito** della funzione tra i punti di intersezione e la retta $x = -2$. L'area sarà i valore assoluto di questo integrale.

Passo 1: Trova i punti di intersezione con l'asse x

Impostiamo $y = 0$:

$$\frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 4) = 0 \implies x^3 - 3x^2 + 4 = 0$$

Risolviamo l'equazione $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$. Proviamo con $x = -1$:

$$(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$$

Quindi, $x = -1$ è una radice. Usiamo la divisione sintetica per fattorizzare:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = (x + 1)(x^2 - 4x + 4) = (x + 1)(x - 2)^2$$

Quindi, i punti di intersezione sono $x = -1$ e $x = 2$ (doppia radice).

Passo 2: Calcola l'integrale definito

L'area è data dall'integrale della funzione tra $x = -2$ e $x = -1$, poiché la funzione è positiva in questo intervallo:

$$\text{Area} = \int_{-2}^{-1} \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 4)\, dx$$

Calcoliamo l'integrale:

$$\frac{1}{2}\int_{-2}^{-1} (x^3 - 3x^2 + 4)\, dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^4}{4} - x^3 + 4x\right]_{-2}^{-1}$$

Valutiamo l'integrale:

$$\frac{1}{2}\left(\left[\frac{(-1)^4}{4} - (-1)^3 + 4(-1)\right] - \left[\frac{(-2)^4}{4} - (-2)^3 + 4(-2)\right]\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\left[\frac{1}{4} + 1 - 4\right] - \left[\frac{16}{4} + 8 - 8\right]\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\left[\frac{1}{4} - 3\right] - [4]\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\left[-\frac{11}{4}\right] - [4]\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(-\frac{11}{4} - 4\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{11}{4} - \frac{16}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{27}{4}\right) = -\frac{27}{8}$$