

ESERCIZIO TIPO 12

Si calcoli la matrice di passaggio $\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'}$ da \mathcal{B}' a \mathcal{B} , dove \mathcal{B} e \mathcal{B}' sono le seguenti basi ordinate di \mathbb{R}^3 :

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathcal{B}' = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

La matrice di passaggio $M_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'}$ da \mathcal{B}' a \mathcal{B} è

$$\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'} = \left(C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Nell'ESERCIZIO TIPO 11 abbiamo calcolato

$$C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} (a+c)/2 \\ b/3 \\ (a-c)/2 \end{pmatrix}.$$

Specializzando la formula ottenuta ai tre diversi vettori $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ot-

teniamo

$$C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_{\mathcal{B}} \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Dunque

$$\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$