Fisica

Termodinamica e leggi, Dilatazione termica, Gas e leggi

Esercizi su tutto il programma

Gabriel Rovesti

30/08/2023

Università degli Studi di Padova

Dipartimento Matematica

Leggi della termodinamica

Se A e' in equilibrio termico con un terzo corpo T e B e' in equilibrio termico con lo stesso corpo T → anche A e' in equilibrio termico con B (legge zero della termodinamica).

Secondo il **primo principio della termodinamica**, il calore è una forma di energia che si trasferisce da un corpo ad un altro se si ha differenza di temperatura.

«L'energia può essere convertita da una forma in un'altra ma non può essere né creata né distrutta»

Leggi della termodinamica

Prima legge della termodinamica :

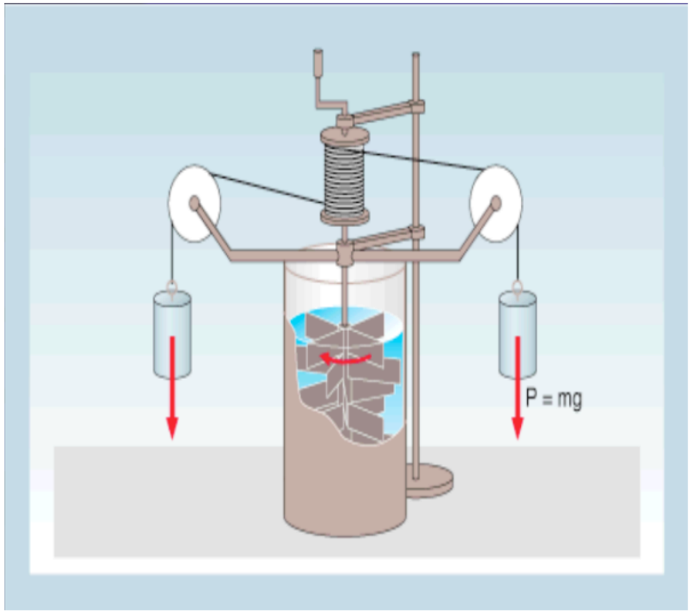
$$Q = W + \Delta U$$

Q = quantita' di calore assorbito dal sistema
W = lavoro compiuto dal sistema
ΔU = variazione dell'energia interna del sistema

Leggi della termodinamica

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Il primo esperimento sull'equivalenza fra lavoro e calore fu fatto da Joule nel 1840 con un dispositivo detto calorimetro di Joule. Consiste di un mulinello le cui palette ruotano, all'interno di un calorimetro pieno d'acqua, per effetto della discesa di due masse.
Facendo scendere piu' volte le masse e' possible rilevare un aumento della temperatura dell'acqua.



DIPARTIMENTO MATEMATICA

Leggi della termodinamica

Per convenzione:

Lavoro compiuto dal sistema e' positivo
Lavoro compiuto sul sistema e' negativo
Calore assorbito dal sistema e' positivo
Calore ceduto dal sistema e' negativo

Possiamo scrivere la prima legge della termodinamica come:

$$\Delta U = Q - W$$

La variazione di energia interna e' la differenza fra calore assorbito (o ceduto) e lavoro compiuto (o subito)
Se in processo di ha : $Q - W < 0$ risulta una diminuizione di energia interna
Se in processo di ha : $Q - W > 0$ si ha aumento di energia interna

Per esempio per aumentare l'energia interna di un corpo si può fare lavoro su di esso o fornirgli una adeguata quantità di calore.

Sistema termodinamico e' determinato univocamente da variabili di stato che descrivono lo stato del sistema e dipendono da coordinate termodinamiche (pressione, volume, temperatura).
I valori delle variabili di stato sono determinati solo dallo stato presente del sistema.

Unita' di misura del calore

caloria (cal) = energia necessaria per variare di un grado la temperatura di 1 g di acqua da 14.5 ^{0}C a 15.5 ^{0}C alla pressione di 1 atm

kilocaloria (kcal) = 1000 cal
E' calore necessario per riscaldare 1 kg di acqua da 14.5^{0}C a 15.5^{0}C alla pressione di 1 atm.

Il calore puo' essere espresso in Joule (e' forma di energia).
L'equivalente meccanico del calore in Joule e' determinato sperimentalmente e vale:

1 cal = 4.186 J
1 kcal = 4186 J

Il primo a misurare l'equivalente meccanico del calore e' stato Joule

Leggi della termodinamica

Università degli Studi di Padova

Il **secondo principio della termodinamica**, noto anche come enunciato di Clausius, afferma che: il calore non può spontaneamente fluire da un corpo freddo a uno più caldo.

qualunque sistema, se abbandonato a se stesso, tenderà a portarsi a una condizione di massima probabilità.

Poiché la condizione di massima probabilità coincide con quella di massimo disordine, ne segue che:

qualunque sistema evolve spontaneamente verso lo stato di massimo disordine.

Si chiama **entropia** (S) la grandezza termodinamica che esprime lo stato di disordine di un sistema dato.

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Leggi della termodinamica

Lo introduciamo solo per ragionamento, questo…

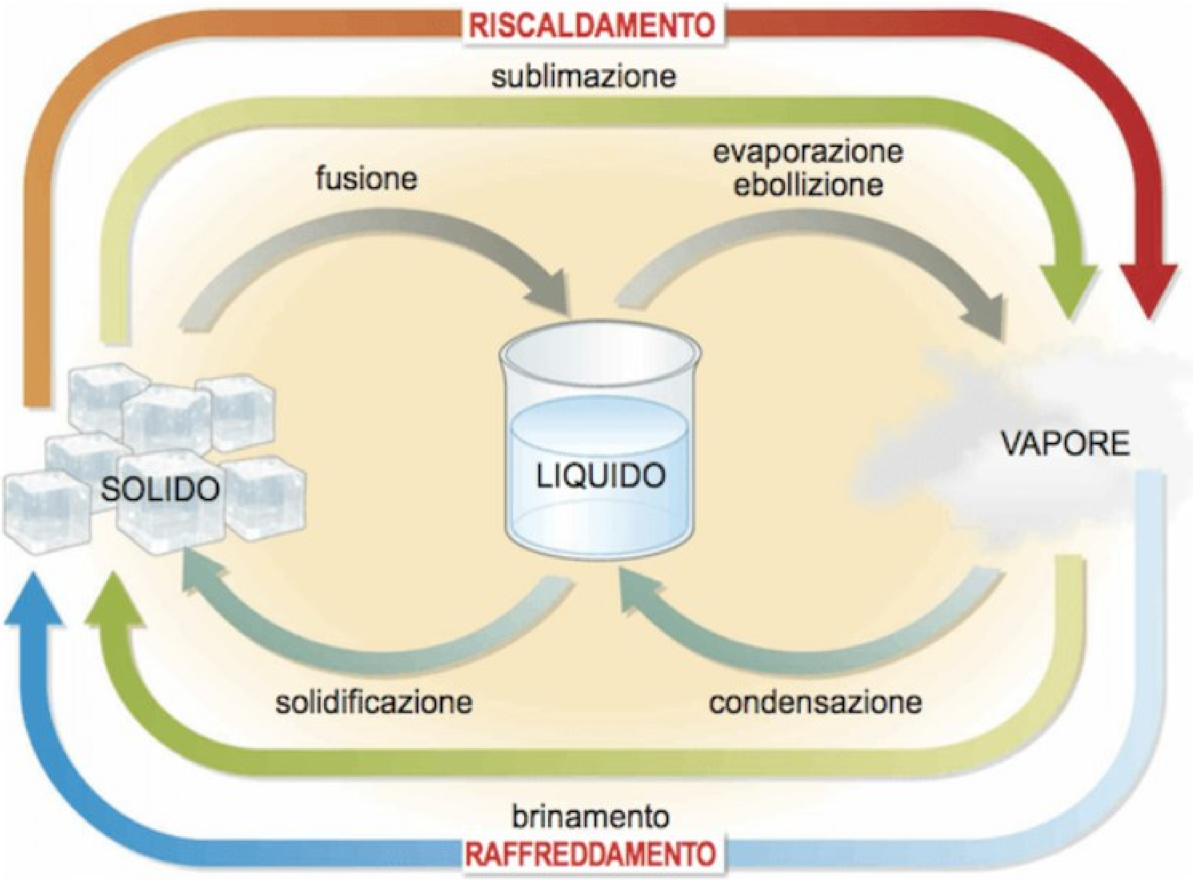
Ci manca solamente il **terzo principio della Termodinamica** per concludere il quadro di leggi fondamentali. Denominato anche *principio di Nernst*, dal nome del fisico che lo formulò per la prima volta nel 1906, esso afferma che:

in una trasformazione reversibile la variazione di entropia tende a zero al tendere a zero della temperatura assoluta.

In altri termini, se si effettua una trasformazione reversibile a una temperatura T, si ottiene una variazione di entropia ΔS. Se però la temperatura si avvicina allo zero assoluto, ossia tende al valore di zero kelvin, allora anche la variazione di entropia che si ottiene è pressoché nulla.

$$T \to 0\ \mathrm{K} \quad \Rightarrow \quad \Delta S \to 0$$

Leggi della termodinamica



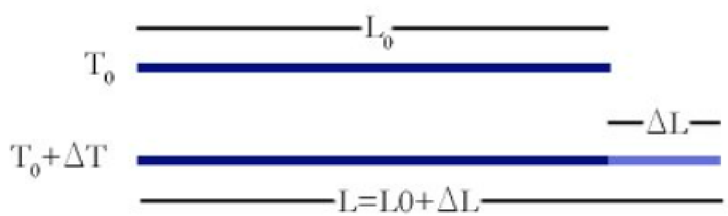
Dilatazione termica

Università degli Studi di Padova

La **dilatazione termica** è un fenomeno fisico che indica l'aumento delle dimensioni di un corpo (in uno stato qualsiasi: liquido, gassoso o solido) all'aumentare della temperatura.

Dilatazione lineare

Prendiamo un'asta che alla temperatura T_0 è lunga L_0 e, dopo averla riscaldata fino alla temperatura T, misuriamo di nuovo la sua lunghezza. Osserviamo che dopo averla riscaldata la sua lunghezza è aumentata.



Dilatazione lineare

Dipartimento Matematica

Dilatazione termica

Università degli Studi di Padova

La dilatazione lineare è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \lambda\, \Delta T$$

dove λ *è il coefficiente di dilatazione termica lineare. La sua unità di misura è* $[K^{-1}]$*.*

La lunghezza finale è:

$$L = L_0(1 + \lambda\, \Delta T)$$

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Dilatazione termica

Analogamente, nella dilatazione superficiale, l'aumento della superficie ΔS è direttamente proporzionale alla superficie iniziale S_0 e all'incremento di temperatura ΔT:

$$\Delta S = \sigma S_0 \Delta T$$

La dilatazione superficiale è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura:

$$\frac{\Delta S}{S_0} = \sigma \, \Delta T$$

dove σ è il coefficiente di dilatazione termica lineare. La sua unità di misura è $[K^{-1}]$.

La superficie finale è:

$$S = S_0(1 + \sigma \, \Delta T)$$

Oppure in funzione del coefficiente di dilatazione lineare:

$$S = S_0(1 + 2 \, \lambda \, \Delta T)$$

Dilatazione termica

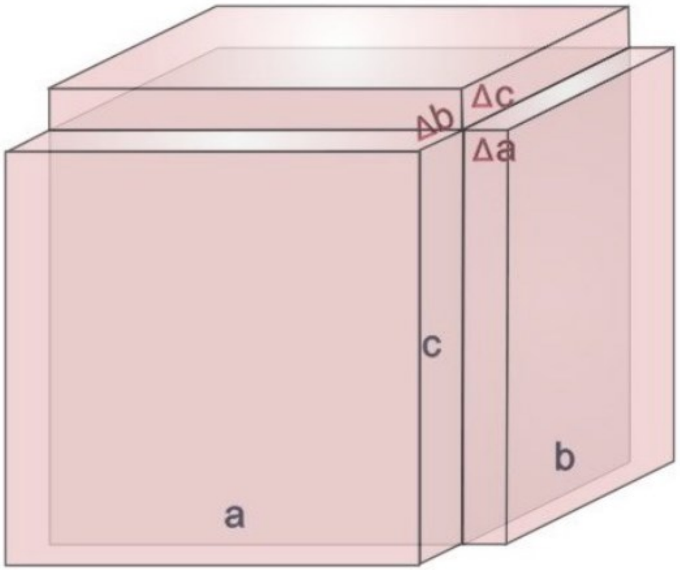
Nella dilatazione cubica l'aumento del volume ΔV è direttamente proporzionale al volume iniziale V e all'incremento di temperatura ΔT.

$$\Delta V = \alpha V_0 \Delta T$$

dove α è il coefficiente di dilatazione cubica.

Il volume finale si trova aggiungendo al volume iniziale V_0 la dilatazione avvenuta:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + \alpha V_0 \Delta T = V_0(1 + \alpha \Delta T)$$



Leggi dei gas

Possiamo quindi determinare, in base a tutto ciò, delle operazioni sui gas:

- la legge di Boyle o legge dell'isoterma;
- la legge di Charles o prima legge di Gay-Lussac o legge isobara;
- la legge di Gay-Lussac o la seconda legge di Gay-Lussac o legge dell'isocora.

Queste leggi spiegano il comportamento di un gas ideale. Tale comportamento è influenzato da 3 grandezze fisiche:

1. P, pressione
2. V, volume
3. T, temperatura

Leggi dei gas - Isoterma

Università degli Studi di Padova

La **legge di Boyle** afferma che, a temperatura costante, il volume di una quantità fissa di gas è inversamente proporzionale alla sua pressione. In altre parole, quando la pressione di un gas aumenta, il suo volume diminuisce, e viceversa, a condizione che la temperatura rimanga costante.

Questa legge è espressa matematicamente come:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

Dove P_1 e V_1 sono la pressione e il volume iniziali, mentre P_2 e V_2 sono la pressione e il volume finali.

$$Isoterma = Calore\ costante$$

Dipartimento Matematica

Leggi dei gas - Isobara

La **legge di Charles** (spesso attribuita anche a Gay-Lussac) afferma che, a pressione costante, il volume di una quantità fissa di gas è direttamente proporzionale alla sua temperatura assoluta (misurata in kelvin).

In altre parole, quando la temperatura di un gas aumenta, il suo volume aumenta, e viceversa, a condizione che la pressione rimanga costante.

Matematicamente, la legge di Charles può essere espressa come:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

dove V_1 e T_1 sono il volume e temperatura iniziali, mentre V_2 e T_2 sono il volume e la temperatura finali.

$$Isobara = Pressione\ costante$$

Leggi dei gas - Isocora

Università degli Studi di Padova

La **legge di Gay-Lussac**, spesso combinata con la legge di Charles, afferma che, a volume costante, la pressione di una quantità fissa di gas è direttamente proporzionale alla sua temperatura assoluta. In altre parole, quando la temperatura di un gas aumenta, la sua pressione aumenta, e viceversa, a condizione che il volume rimanga costante. Questa legge è espressa come:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

dove P_1 e T_1 sono la pressione e la temperatura iniziali, mentre P_2 e T_2 sono la pressione e la temperatura finali.

$$Isocora = Volume\ costante$$

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Gas perfetti

Università degli Studi di Padova

I gas perfetti o gas ideali sono gas che hanno un comportamento ideale e in quanto tale non sono presenti in natura.

Le **caratteristiche dei gas perfetti** sono:

- le molecole sono tutte uguali;
- il volume delle molecole è irrilevante in quanto sono puntiformi;
- il moto delle molecole è casuale e disordinato in ogni direzione;
- le molecole interagiscono con le pareti del recipiente che contiene il gas attraverso urti che sono perfettamente elastici;
- le molecole sono dette **molecole non interagenti** perché non interagiscono tra loro a distanza in quanto non ci sono forze di interazione fra di esse;
- l'energia interna è data esclusivamente dall'energia cinetica;
- l'energia cinetica media delle molecole è direttamente proporzionale alla temperatura.

Dipartimento Matematica

Avogadro e moli

L'italiano Amedeo Avogadro nel 1811 ipotizzò che un gas è un insieme di particelle e che: **nelle medesime condizioni di temperatura e pressione, volumi uguali di gas diversi contengono lo stesso numero di molecole.**

La determinazione della formula molecolare dell'idrogeno è stata particolarmente importante poiché tale elemento è stato scelto come riferimento per i pesi atomici e molecolari relativi; da questo si è potuti arrivare alle definizione del concetto di **mole** di una sostanza come:

- la massa entro cui vi sono lo stesso numero di molecole contenute in 2 g di idrogeno molecolare (H_2) o in 1 g di idrogeno atomico (H).

Mole

Tale numero è noto come **numero di Avogadro**, ed è pari a **$6{,}02214179 \cdot 10^{23}$** .

Attualmente la definizione di mole riconosciuta dalla comunità scientifica è:

la quantità di sostanza di un sistema che contiene un numero di unità interagenti (o molecole integranti, per Avogadro) **pari al numero degli atomi presenti in 12 grammi di ^{12}C.**

Una mole è quindi associata a un numero enorme di particelle.

Equazione di stato dei gas

La **legge dei gas** o **equazione di stato dei gas perfetti** mette in relazione queste 3 leggi e quella di Avogadro.

L'equazione di stato dei gas ideali afferma che:

> il prodotto tra pressione e volume di un gas ideale è pari al prodotto tra il numero di moli, la costante dei gas ideali e la temperatura.

La **formula della legge dei gas perfetti** è:

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Esercizi: idrostatica (1)

Università degli Studi di Padova

Una lamiera di ferro avente area pari a 4 m^2 , precipita in mare alla profondità di 30 m.

Sapendo che la dell'acqua di mare è pari a 1030 kg/m^3 , calcolare:

- *la pressione esercitata sulla lamiera*
- *la forza che la pressione idrostatica esercita sulla lamiera*

Tip: ricordarsi la legge di Stevino

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: idrostatica (1)

Essendo il mare esposto all'aria, dobbiamo tener conto che su di esso agisce la pressione atmosferica $\boldsymbol{p_0}$

Quindi la pressione esercitata sulla lamiera è dovuta alla pressione atmosferica più la pressione del liquido sovrastante.

Per la legge di Stevino avremo la relazione:

$p = p_0 + d \cdot g \cdot h$

dove:

p è la pressione sulla lamiera

p_0 è la pressione atmosferica

d è la densità dell'acqua di mare

g è l'accelerazione di gravità

h è l'altezza del liquido

Da tener presente che:

$P_0 = 1 \cdot 10^5$ pa

$g = 9{,}81$ m/s^2

Per cui:

$p = 1 \cdot 10^5$ pa $+ 1030$ kg/m$^3 \cdot 9{,}81$ m/s$^2 \cdot 30$ m

$p = 1 \cdot 10^5$ pa $+ 3 \cdot 10^5$ pa

$p = 4 \cdot 10^5$ pa

Esercizi: idrostatica (2)

Un corpo di ferro (densità del ferro = 7800 kg/m^3) presenta una cavità al suo interno.

Sapendo che la massa del corpo è di 780 g e che una volta immerso in acqua di mare viene rilevato un peso inferiore rispetto a quello misurato fuori dall'acqua di 1,56 N, determinare il volume della cavità interna.

Tip: ricordarsi la legge di Archimede

Esercizi: idrostatica (2)

Le forze che agiscono sono due:

- la forza peso diretta verso il basso;
- la spinta di Archimede diretta verso l'alto.

Poiché la differenza di peso del corpo tra quello misurato all'aria e quello misurato in acqua differisce di 1,56 N, vuol dire che la spinta vale proprio 1,56 N, cioè alleggerisce il corpo di tale quantità in quanto essa è diretta verso l'alto.

Ricordando che:

$S = \rho_l \cdot V \cdot g$

Esercizi: idrostatica (2)

Università degli Studi di Padova

Possiamo ricavare il volume di liquido spostato (corrispondente alla somma del volume del solido + il volume della sua cavità) come:

$V = S / (\rho_l \cdot g) = 1{,}56 / (1030 \cdot 9{,}8) = 1{,}56 \cdot 10^{-4}\ m^3$

Ma conoscendo massa e densità del corpo, sappiamo che in realtà il volume che risulta occupato da materiale (quindi escluso la cavità) è dato da:

$V = m / \rho_c = 0{,}780 / 7800 = 10^{-4}\ m^3$

Per cui la cavità ha un volume pari alla differenza tra il volume totale di liquido spostato meno il volume materiale effettivo:

$V_{cav} = (1{,}56 - 1) \cdot 10^{-4}\ m^3$

Ovvero:

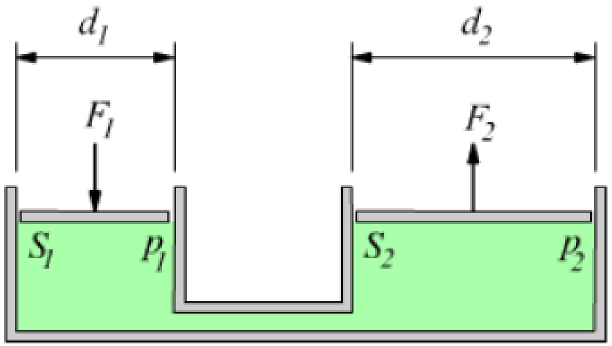
$V_{cav} = 0{,}56 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 56\ cm^3$

Dipartimento Matematica

Esercizi: idrostatica (3)

Università degli Studi di Padova

Determinare la forza F_1 necessaria a sollevare una forza peso di F_2=9500 N tramite un torchio idraulico, sapendo che il pistone minore ha diametro 60mm e quello maggiore ha diametro 180 mm.



[1055,6 N]

Tip: ricordarsi la legge di Pascal

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: idrostatica (3)

Università degli Studi di Padova

Le pressioni sui due pistoni sono

$p_1 = \frac{F_1}{S_1} \qquad p_2 = \frac{F_2}{S_2}$ *ma per il principio di Pascal deve essere* $p_1 = p_2$ *e quindi*

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \longrightarrow F_1 = \frac{S_1}{S_2} F_2 \quad con$$

$$S_1 = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{60}{2} \right)^2 = 2827{,}5 \quad mm^2$$

$$S_2 = \pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{180}{2} \right)^2 = 25447 \quad mm^2$$

$$F_1 = \frac{S_1}{S_2} F_2 = \frac{2827{,}5}{25447} \cdot 9500 = 1055{,}6 \ N$$

Quindi per sollevare una forza peso di 9500 N è sufficiente una forza molto minore: 1055,6 N

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: energia e tipi (1)

Una massa di 50kg viene sganciata da un velivolo a 2000 m di quota, con quale velocità tocca il suolo e quanta energia sviluppa?

[K=980.100 J | v=198m/s]

Tip: ricordarsi l'energia meccanica

Esercizi: energia e tipi (1)

Università degli Studi di Padova

per un $\Delta h = 36\,m$

l'energia potenziale è

$$U = mgh = 4000 \cdot 36 = 144.000\ J$$

La potenza utilizzata sarà

$$P_u = \frac{U}{t} = \frac{144.000}{48} = 3000\ W$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \quad \rightarrow \quad P_a = \frac{P_u}{\eta} = \frac{3000}{0{,}72} = 4166\ W$$

aumentando tale valore del 30% per ragioni di sicurezza:

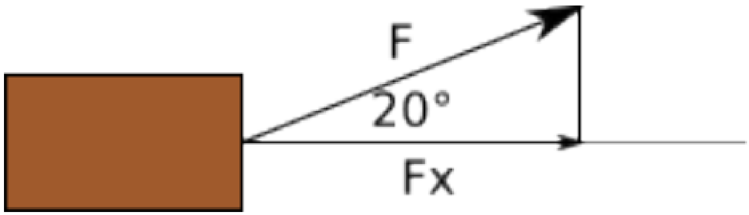
$$P_a = 4166 \cdot (1 + 0{,}3) = 5416\ W \cong 5{,}5\ kW$$

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: energia e tipi (2)

Università degli Studi di Padova

Esercizio 11. Per spingere una cassa di $50\,kg$ su un pavimento privo di attrito un facchino applica una forza di $210\,N$ in una direzione inclinata di $20°$ sopra l'orizzontale. Durante lo spostamento di $3.0\,m$ trovare il lavoro fatto sulla cassa dal facchino; sulla cassa dal peso proprio della cassa e dalla forza normale esercitata dal pavimento sulla cassa. Determinare infine il lavoro totale sulla cassa.



Tip: ricordarsi l'energia cinetica

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: energia e tipi (2)

Soluzione. La figura sopra descrive il modo in cui si deve scomporre il vettore che descrive la forza applicata. Solo la componente F_x compie lavoro nello spostamento orizzontale (sul pavimento) della cassa; la componente verticale forma un angolo retto con la direzione dello spostamento e il prodotto scalare tra la forza e lo spostamento risulta in questo caso nullo. Calcoliamo il lavoro fatto dal facchino tramite la forza F_x

$$W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{s} = F s \cdot \cos 20° = 210\, N \cdot 3\, m \cdot \cos 20° = 592\, J$$

Le altre forze, essendo perpendicolari allo spostamento non compiono alcun lavoro mentre la cassa si sposta sul pavimento e il lavoro totale sarà pertanto quello del facchino (si trascura infatti l'attrito).

Esercizi: energia e tipi (3)

Università degli Studi di Padova

Esercizio 10. Un oggetto di $102\,kg$ sta inizialmente muovendosi in linea retta alla velocità di $53\,m/s$. Per arrestarlo con una decelerazione di $2.0\,m/s^2$ determinare l'intensità della forza necessaria, la distanza percorsa durante il rallentamento e il lavoro fatto dalla forza rallentante.

Esercizi: energia e tipi (3)

Soluzione. La forza decelerante può essere ottenuta dalla seconda legge di Newton

$$F = ma = 102\,kg \cdot 2.0\,\frac{m}{s^2} = 204\,N$$

Il corpo, prima di fermarsi, ha un'energia cinetica di

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 0.5 \cdot 102\,kg \cdot \left(53\,\frac{m}{s}\right)^2 = 143259\,J$$

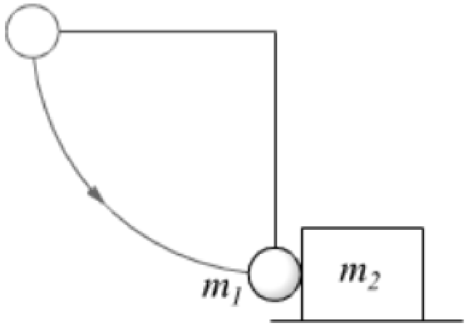
Il lavoro necessario ad arrestare il corpo è dato dalla variazione dell'energia cinetica del corpo

$$W = K_{fin} - K_{ini} = -143259\,J$$

La distanza sarà quindi

$$s = \frac{W}{F} = \frac{143259\,J}{204\,N} = 702\,m$$

Esercizi applicati: urti



Una palla di acciaio di massa m_1=1 kg è agganciata ad una corda lunga L=50 cm, fissata all'altra estremità, essa viene rilasciata con la corda in orizzontale. Giunta nel punto più basso della sua traiettoria, la palla colpisce un blocco di acciaio di massa m_2=3,5 kg inizialmente fermo su una superficie orizzontale priva di attrito. L'urto è elastico . Calcola la velocità della palla prima dell'urto e la velocità della palla e del blocco dopo l'urto.

[v_1=3,13 m/s | V_1=-1,74 m/s | V_2=1,4 m/s]

Esercizi applicati: urti

La velocità della palla nel momento immediatamente precedente l'urto può essere ottenuto può essere ottenuto dal principio di conservazione dell'energia meccanica.

$$U = K \longrightarrow m_1 g L = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2gL} = 3{,}13\ m/s$$

Dato che l'urto è elastico si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica

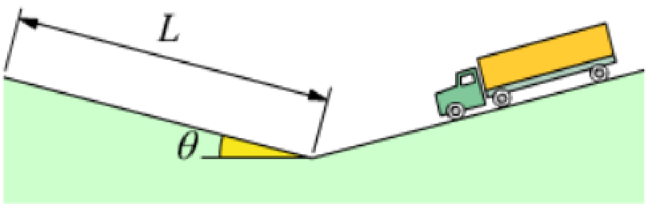
$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema come visto nella parte teorica

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_1 = -1{,}74\ m/s \\ V_2 = \dfrac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 1{,}4\ m/s \end{cases}$$

Esercizi: conservazione dell'energia (1)

Un autotreno di 12 tonnellate, fuori controllo perchè ha i freni rotti, scende a precipizio raggiungendo una velocità di 90km/h in fondo alla discesa.



Poi, c'è una salita con inclinazione θ=15° rispetto l'orizzontale. Quale dovrà essere la sua lunghezza L per permettere all'autotreno di fermarsi spontaneamente?

[123 m]

Esercizi: conservazione dell'energia (1)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

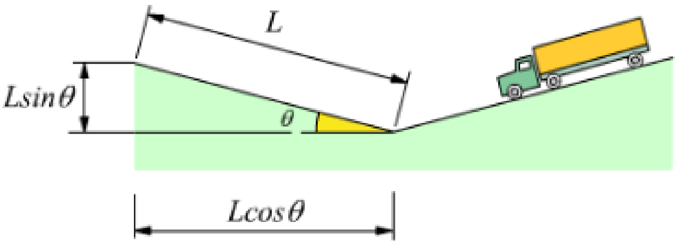
quando intraprende la salita, l'autotreno è dotato di una velocità di

$$90\ \frac{km}{h} = \frac{130}{3,6}\ \frac{m}{s} = 25\,\frac{m}{s}$$

quindi la variazione di energia cinetica tra inizio e fine della salita vale

$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mv^2$$

perchè alla fine della salita la velocità e quindi l'energia cinetica del mezzo saranno nulle.



se assumiamo U_i=0 all'inizio della salita ed U_f=mgh alla fine della salita, quando il mezzo sarà fermo, avremo

$$\Delta U = U_f - U_i = mgh = mgL\sin\theta$$

si avrebbe

$$\Delta U = -\Delta K \ \rightarrow\ \frac{1}{2}mv^2 = mgL\sin\theta$$

$$L = \frac{v^2}{2g\sin\theta} = \frac{25^2}{2g\sin 15^\circ} = 123\ m$$

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: dinamica (1)

ESERCIZIO 19. Una particella si muove nella direzione dell'asse x secondo l'equazione $x = 50t + 10t^2$, ove x è in metri e t in secondi. Calcolare (a) la velocità vettoriale media della particella durante i primi $3.0\,s$, (b) la velocità istantanea e (c) l'accelerazione istantanea per $t = 3.0\,s$. (d) Tracciare la curva $x(t)$ indicando come si può ottenere graficamente la risposta al punto (a). (e) Tracciare la curva $v(t)$ indicando come si può ottenere graficamente la risposta al punto (c).

Esercizi: dinamica (1)

Università degli Studi di Padova

Caso 1. (a): velocità vettoriale media. $x(0) = 0$ e $x(3) = 50 \cdot 3 + 10 \cdot 3^2 = 240\,m$. Si ha quindi

$$\vec{v} = \frac{\triangle s}{\triangle t} = \frac{240-0}{3-0} = 80\,\frac{m}{s}$$

Caso 2. (b): velocità istantanea: per calcolare la funzione $v(t)$, dobbiamo derivare la legge oraria:

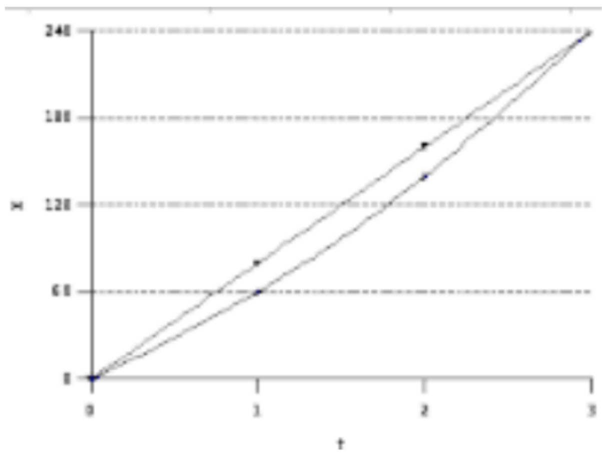
$$v(t) = 50 + 20t \qquad v(3) = 50 + 60 = 110\frac{m}{s}$$

Caso 3. (c): accelerazione istantanea: per calcolare la funzione $a(t)$, dobbiamo derivare la legge delle velocità:

$$a(t) = 20$$

da tale relazione si vede che l'accelerazione rimane costante durante il moto e vale $a(3) = 20\frac{m}{s}$

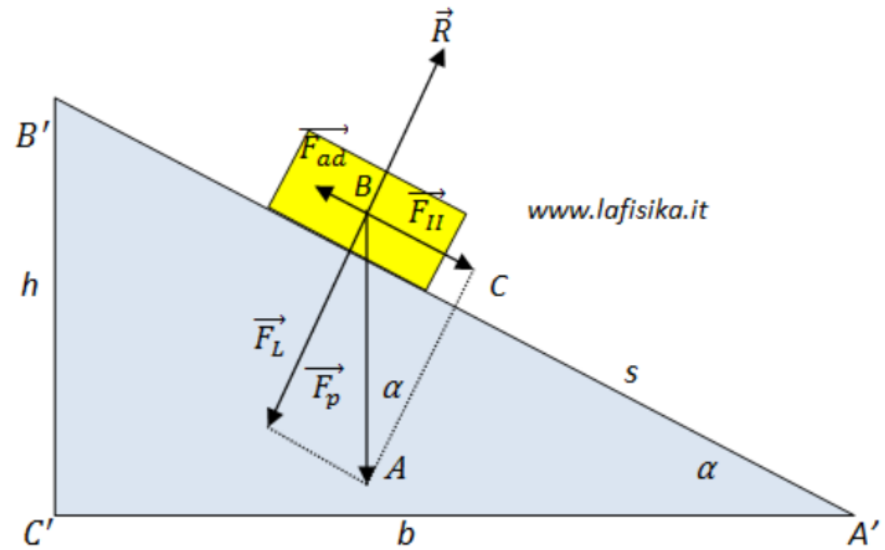
(d): la legge oraria è una funzione quadratica e la sua rappresentazione grafica è una parabola passante per l'origine, non essendoci il termine noto. La linea verde rappresenta la retta per il calcolo della velocità media



Esercizi: dinamica (2)

Un corpo viene fatto scivolare su un piano inclinato avente base di 3,5 m e altezza 2,9 m.

Il tempo impiegato nella discesa è pari a 2,0 s.



Forza di attrito dinamico su piano inclinato

Calcolare il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e il piano.

[R: 0,53]

Esercizi: dinamica (2)

Università degli Studi di Padova

- *Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e il piano* μ_{ad}

Calcoliamo lo spazio **s** percorso, cioè la lunghezza del piano inclinato, mediante il teorema di Pitagora:

$$s = \sqrt{b^2 + h^2}$$

$$s = \sqrt{3{,}5^2\ m^2 + 2{,}9^2\ m^2}$$

$$s = \sqrt{12{,}25\ m^2 + 8{,}41\ m^2}$$

$$s = \sqrt{20{,}66\ m^2}$$

$$s = 4{,}55\ m$$

Il moto lungo il piano inclinato è uniformemente accelerato

Per cui, vale la relazione:

$s = 1/2 \cdot a \cdot \Delta t^2$

da cui:

$a = 2 \cdot s / \Delta t^2$

$a = (2 \cdot 4{,}55\ m) / (2{,}0^2\ s^2)$

$a = 2{,}28\ m / s^2$

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: dinamica (2)

La componente perpendicolare $\boldsymbol{F_L}$ *della forza peso, è bilanciata dalla reazione vincolare* **R** *del piano inclinato, quindi le forze che entrano in gioco sono esclusivamente quelle parallele al piano.*

La forza di attrito dinamico $\boldsymbol{F_{ad}}$ *sarà:*

$F_{ad} = \mu_{ad} \cdot F_L$

La forza risultante ***F*** che fa scendere il corpo è:

$F = F_{//} - F_{ad}$

$F = F_{//} - \mu_{ad} \cdot F_L \qquad (1)$

Dove per il secondo principio della dinamica:

$F = m \cdot a$

Inoltre, indicando con $\boldsymbol{F_p}$ la forza peso:

$F_{//} = F_p \cdot sen\alpha$

$F_{//} = m \cdot g \cdot sen\alpha$

e

$F_L = F_p \cdot cos\alpha$

$F_L = m \cdot g \cdot cos\alpha$

Esercizi: dinamica (2)

Sostituendo nella *(1)*

$m \cdot a = m \cdot g \cdot sen\alpha - \mu_{ad} \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha$

dividiamo tutto per ***m***

$a = g \cdot sen\alpha - \mu_{ad} \cdot g \cdot cos\alpha$

da cui:

$\mu_{ad} \cdot g \cdot cos\alpha = g \cdot sen\alpha - a$

$\mu_{ad} = (g \cdot sen\alpha - a) / (g \cdot cos\alpha)$

Calcoliamo *senα* e *cosα* utilizzando i teoremi dei triangoli rettangoli

Sostituendo i valori si ha:

$\mu_{ad} = (9{,}81\ m/s^2 \cdot 0{,}64 - 2{,}28\ m/s^2) / (9{,}81\ m/s^2 \cdot 0{,}77)$

$\mu_{ad} = (6{,}27\ m/s^2 - 2{,}28\ m/s^2) / (7{,}55\ m/s^2)$

$\mu_{ad} = (3{,}99\ m/s^2) / (7{,}55\ m/s^2)$

$\mu_{ad} = 0{,}53$

ESERCIZIO 34. Su una strada asciutta un'auto può frenare senza fatica con una decelerazione di $4.92\, m/s^2$ (supposta costante). (a) Quanto tempo impiegherà, da una velocità iniziale di $24.6\, m/s$, per arrestarsi completamente? (b) Quanta strada percorrerà in questo tempo?

Esercizi: dinamica (3)

Università degli Studi di Padova

Caso 1. (a): da $v_i = 24.6\,\frac{m}{s}$ a $v_f = 0\,\frac{m}{s}$, si avrà

$$\triangle t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{(0 - 24.6)\,\frac{m}{s}}{-4.92\,\frac{m}{s^2}} = 5\,s$$

Caso 2. (b): applichiamo la legge oraria del moto uniformemente accelerato

$$x - x_0 = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 = 24.6 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot (-4.92) \cdot 25 = 61.5\,m$$

Esercizi: dinamica (4)

Su una strada bagnata una macchina con buoni pneumatici è abilitata a frenare con una decelerazione costante di 4,92 m/s^2.

(a) quanto tempo impiega a frenare con velocità iniziale di 24,6 m/s ?

(b) Quanto spazio ci vuole a fermarsi?

[t=5 s | x=61,5 m]

Esercizi: dinamica (4)

useremo la formula

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$ *la velocità finale sarà nulla dunque*

la decelerazione è un'accelerazione negativa

$$-4{,}92 = \frac{0 - 24{,}6}{t} \rightarrow \quad 4{,}92 = \frac{24{,}6}{t}$$

$$t = \frac{24{,}6}{4{,}92} \longrightarrow \quad t = 5\ s$$

per lo spazio percorso

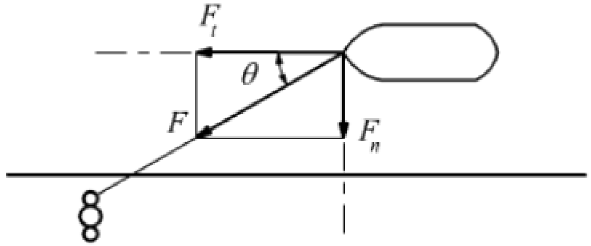
$$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

ponendo $x_o = 0$

$$x = v_o t - \frac{1}{2} a t^2 = 24{,}6 \cdot 5 - \frac{1}{2} 4{,}92 \cdot 5^2 = 61{,}5\ m$$

Esercizi: vettori (1)

Una barca tirata lungo la riva di un fiume, da un uomo con una fune che forma con la direzione della corrente un angolo di 20°; se la forza di trazione dell'uomo è di 500N , quale sarà la spinta utile che muove la barca.



[Risp.:F_T=470N]

Esercizi: vettori (1)

$$F_t = F \cdot \cos\theta = F \cdot \cos 20° = 500 \cdot 0{,}94 = 470N$$

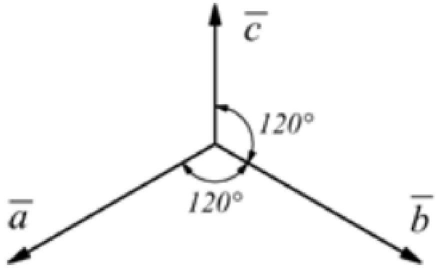
$$F_n = F \cdot \sin\theta = F \cdot \sin 20 = 500 \cdot 0{,}34 = 171N$$

La forza utile al traino della barca è di 470N.

Esercizi: vettori (2)

I tre vettori disegnati differiscono reciprocamente di un angolo di 120°.

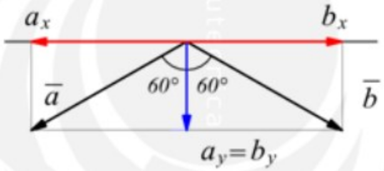
Hanno modulo |a|=8 |b|=8 |c|=4.



Determina la risultante.

Esercizi: vettori (2)

Se prendiamo separatamente i due vettori $\bar{a}$ *e* $\bar{b}$

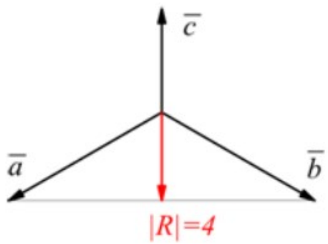


notiamo come le due componenti orizzontali sono uguali e contrarie, quindi si elidono fra loro, anche quelle verticali sono uguali, ma sono cospiranti (hanno lo stesso verso) quindi si sommano fra loro. Dato che

$$a_y = b_y = 8\cos 60° = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

La risultante fra i vettori $\bar{a}$ *e* $\bar{b}$ *vale* $\bar{R}_{ab} = (0; a_x + b_x) = (0; 8)$

ora si nota come $\bar{R}_{ab}$ *e* $\bar{c}$ *hanno verso contrario* $|R_{ab}|=8$ *e* $|c|=4$ *la risultante del sistema ha modulo* $|R|=4$ *con direzione verticale e verso diretto verso il basso.*



Esercizi: temperatura (1)

Università degli Studi di Padova

Quale è massa di acqua che può essere portata dalla temperatura di 23,8°C alla temperatura di 46,3°C venendo a contatto con un materiale metallico di massa m=100g che si trova alla temperatura iniziale di 116°C?

[33,75g]

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: temperatura (1)

Per il metallo di sarebbe un ΔT di

ΔT=116-46,3=69,7°C=69,7°K

il metallo perde una quantità di calore pari a

$$Q = mc\Delta T = 0{,}1 \cdot 0{,}456 \cdot 69{,}7 = 3{,}18 \text{ kJ}$$

Questa quantità di acqua viene ricevuta dall'acqua che subisce un ΔT=46,3-23,8=22,5°C=22,5°K

$$Q = mc\Delta T \longrightarrow 3{,}18 = 4{,}186 \cdot m \cdot 22{,}5$$

$$m = \frac{3{,}18}{4{,}186 \cdot 22{,}5} = 0{,}03375 \text{ kg} = 33{,}75 \text{g}$$

Esercizi: temperatura (2)

In una giornata fredda di inverno, noti che si è formato sul parabrezza di un automobile uno strato di ghiaccio che ha una spessore di 0,50 cm e un'area di $1{,}6 m^2$. Calcola il calore necessario per sciogliere tutto il ghiaccio assumendo che la sua temperatura sia di -2,0 °C e la sua densità di $917 Kg/m^3$.

Esercizi: temperatura (2)

Università degli Studi di Padova

Per sciogliere il ghiaccio è necessario cedere al sistema una quantità di calore tale da portarlo alla temperatura di fusione più la quantità di calore necessaria per fondere tutto il ghiaccio.
Pertanto il calore che bisogna cedere al sistema è dato da:

$Q_{TOT} = Q + Q_F$

Il termine "Q" indica il calore che è necessario cedere al sistema per far variare la sua temperatura da -2 °C a 0 °C (temperatura di fusione del ghiaccio) e si ricava dall'equazione:

$$Q = m \cdot c_{ghiaccio} \cdot \Delta T$$

dove $c_{ghiaccio} = 2090 J / Kg°C$ e la massa di ghiaccio m = ρAd = 7,336 kg.

Pertanto si ricava:

Q = 30,7 kJ

Q_F è il contributo che si ottiene dalla fusione e, tenendo presente che il *calore latente di fusione* del ghiaccio vale $33{,}5 \cdot 10^4 J / Kg$, risulta:

$Q_F = 2{,}46 MJ$

Il calore totale è quindi $Q_{TOT} = 2{,}5 MJ$

DIPARTIMENTO MATEMATICA

Esercizi: temperatura (3)

Un fabbro lascia cadere un ferro di cavallo che pesa 0,50 Kg, dentro un secchio con 25 Kg d'acqua. Se la temperatura iniziale del ferro di cavallo e' 450 °C e quella dell'acqua e' 23 °C e, qual è la temperatura di equilibrio del sistema ? Assumi che il calore non venga disperso nell'ambiente circostante.

Esercizi: temperatura (3)

La temperatura di equilibrio del sistema è per definizione la temperatura alla quale si trovano sia il ferro di cavallo sia l'acqua quando sono in equilibrio termico tra loro.
La soluzione di questo problema segue dalla conservazione dell'energia, per cui la quantità di calore scambiato dalle due parti del sistema deve essere uguale.
Per cui:

$$Q_F + Q_{H_2O} = 0 \qquad \textbf{(1)}$$

Il calore scambiato può essere espresso in termini della differenza di temperatura, della massa e del calore specifico (calore necessario per innalzare di 1°C la temperatura di 1 Kg di sostanza):

$$\mathbf{Q = mc\Delta T} \qquad \textbf{(2)}$$

Quindi per mezzo di questa equazione la (1) puo' essere riscritta come:

$$m_F \cdot c_F (T - T_F) + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O}(T - T_{H_2O}) \qquad (3)$$

dove con T si è indicata la temperatura di equilibrio del sistema.

Risolvendo la (3) in funzione di T si ottiene:

$$T = (m_F c_F T_F + m_{H_2O} c_{H_2O} T_{H_2O}) / (m_F c_F + m_{H_2O} c_{H_2O}) = 24°C$$