Algebra e matematica discreta, a.a. 2021/2022,

Scuola di Scienze - Corso di laurea: **Informatica**

Esercizi per casa 1

$\boxed{\mathbf{1}}$ Per ciascuno dei seguenti numeri complessi

$$z_1 = i, \quad z_2 = -3i, \quad z_3 = 1 - 2i \quad \text{e} \quad z_4 = 5 + 3i$$

(a) si calcoli il modulo;

(b) si calcoli il coniugato;

(c) si scriva l'inverso in forma algebrica.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Quali sono i numeri complessi z tali che $z = -\overline{z}$?

$\boxed{\mathbf{3}}$ Si trovino il quoziente q ed il resto r della divisione di a con b nei seguenti casi (N.B.: si richiede $r \geq 0$):

1) $a = 46$ e $b = 10$,

2) $a = 49$ e $b = 52$,

3) $a = -12$ e $b = 17$,

4) $a = 76$ e $b = -13$,

5) $a = -21$ e $b = 12$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Si calcoli $MCD(a, b)$ con l'algoritmo di Euclide nei seguenti casi:

1) $a = 126$ e $b = 56$,

2) $a = 234$ e $b = 273$,

3) $a = -168$ e $b = 180$,

4) $a = 231$ e $b = 165$,

$$5)\quad a=-136 \text{ e } b=48,$$

$$6)\quad a=-208 \text{ e } b=286,$$

$$7)\quad a=132 \text{ e } b=180.$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ Si calcolino il quoziente $q(x)$ ed il resto $r(x)$ della divisione di $f(x)$ per $g(x)$ in $\mathbb{R}[x]$ nei seguenti casi:

$$1)\quad f(x)=12x^5+3x^4+7x^3-11x^2-2x-3 \text{ e } g(x)=3x^3+x-3,$$

$$2)\quad f(x)=12x^6+20x^4+x^2-7 \text{ e } g(x)=2x^4+x^2+3x-1.$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ In tutti i casi considerati nell'Esercizio 4, indicando con d il massimo comun divisore positivo di a e b, si trovino $m,n\in\mathbb{Z}$ tali che

$$d=m\cdot a+n\cdot b.$$

$\boxed{\mathbf{7}}$ Si dica quali delle seguenti congruenze sono vere e quali false:

$$1)\quad 132\equiv 8 \mod 9,$$

$$2)\quad 132\equiv 1 \mod 11,$$

$$3)\quad 132\equiv 0 \mod 12,$$

$$4)\quad 132\equiv 4 \mod 13.$$

$\boxed{\mathbf{8}}$ Si calcolino le tavole dell'addizione e della moltiplicazione per $\mathbb{Z}_3$ e per $\mathbb{Z}_6$.

$\boxed{\mathbf{9}}$ Si risolvano le seguenti congruenze (ossia per ciascuna di esse si dica se ha oppure no soluzioni, e, nel caso le abbia, le si trovino tutte:

$$1)\quad 2x\equiv 3 \mod 5,$$

$$2)\quad 6x\equiv 9 \mod 15,$$

$$3)\quad 7x\equiv 3 \mod 14,$$

$$4)\quad 4x\equiv 8 \mod 12,$$

$$5)\quad 4x\equiv 2 \mod 12,$$

$$6)\quad 4x\equiv 2 \mod 11.$$