



Percorso delle idee

L'integrale indefinito

Primitiva

Si dice **primitiva** di una funzione $f(x)$ in un insieme D (unione di uno o più intervalli) una funzione $F(x)$, derivabile in D , tale che $F'(x) = f(x)$ per ogni $x \in D$.

Integrale indefinito

Tutte e sole le primitive di $f(x)$ in un **intervallo** I differiscono da $F(x)$ per una costante. L'insieme di tutte le primitive di $f(x)$ in I si chiama **integrale indefinito** e si indica con il simbolo $\int f(x) dx$. Valgono le proprietà:

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

$$\int [a \cdot f(x) + b \cdot g(x)] dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

Metodi di integrazione

Potenze

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \alpha \in \mathbb{R} \text{ con } \alpha \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

In generale

$$\int f'(x)[f(x)]^\alpha dx = \frac{[f(x)]^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \alpha \in \mathbb{R} \text{ con } \alpha \neq -1$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

Esponenziali

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

In generale

$$\int f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int f'(x) a^{f(x)} dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$$

Seno e coseno

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

In generale

$$\int f'(x) \cos f(x) dx = \sin(f(x)) + c$$

$$\int f'(x) \sin f(x) dx = -\cos(f(x)) + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = \tan f(x) + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sin^2 f(x)} dx = -\cot f(x) + c$$

Funzioni le cui primitive sono goniometriche inverse

$$\int \frac{1}{x^2+1} dx = \arctan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$$

$$\int \frac{1}{x^2+k^2} dx = \frac{1}{k} \arctan \frac{x}{k} + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{k^2-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{k} + c$$

In generale

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2+1} dx = \arctan f(x) + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \arcsin f(x) + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2+k^2} dx = \frac{1}{k} \arctan \frac{f(x)}{k} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{k^2-[f(x)]^2}} dx = \arcsin \frac{f(x)}{k} + c$$

integrali immediati

