Esercizio 1: Calcolo diretto tramite definizione

Utilizza la definizione di derivata per calcolare f'(x) delle seguenti funzioni:

1.
$$f(x) = 3x - 2$$

2.
$$f(x) = x^2$$

3.
$$f(x) = \frac{1}{x}$$

4.
$$f(x) = \sqrt{x}$$

Esercizio 2: Derivate fondamentali

Calcola le derivate delle seguenti funzioni:

1.
$$f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 4x - 7$$

2.
$$f(x) = \sin(x) + \cos(x)$$

3.
$$f(x) = e^x - 3\ln(x)$$

4.
$$f(x) = 2^x + \log_2(x)$$

5.
$$f(x) = \tan(x) + \frac{1}{x^2}$$

Esercizio 3: Regola del prodotto

Calcola le derivate delle seguenti funzioni utilizzando la regola del prodotto:

1.
$$f(x) = (2x+1)(x^2-3)$$

2.
$$f(x) = x \cdot \sin(x)$$

$$3. f(x) = e^x \cdot x^2$$

4.
$$f(x) = (x^3 + 1) \cdot (2x - 3)$$

$$5. f(x) = \ln(x) \cdot \cos(x)$$

Esercizio 4: Regola del quoziente

Calcola le derivate delle seguenti funzioni utilizzando la regola del quoziente:

1.
$$f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$$

2.
$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

3.
$$f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

4.
$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$$

5.
$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x+1}$$

Esercizio 5: Funzioni composte

Calcola le derivate delle seguenti funzioni composte:

1.
$$f(x) = (x^2 + 1)^3$$

2.
$$f(x) = \sin(x^2)$$

3.
$$f(x) = e^{2x+1}$$

4.
$$f(x) = \ln(x^3 + 2x)$$

5.
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

6.
$$f(x) = \cos(e^x)$$

Esercizio 6: Combinazione di diverse regole

Calcola le derivate delle seguenti funzioni:

1.
$$f(x) = x^2 \cdot e^x - \frac{x}{\sin(x)}$$

2.
$$f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{x^2 + 1}$$

3.
$$f(x) = \sin(x^2) \cdot \cos(x)$$

4.
$$f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{\sin(x)}$$

Esercizio 7: Derivata nei punti

Calcola la derivata delle seguenti funzioni nei punti indicati:

1.
$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$$
 nel punto $x = 2$

2.
$$f(x) = \sin(x) + \cos(x)$$
 nel punto $x = \frac{\pi}{4}$

3.
$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$
 nel punto $x = 1$

4.
$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$
 nel punto $x = 3$

Esercizio 8: Equazione della retta tangente

Determina l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti indicati:

1.
$$f(x)=x^2-3x+2$$
 nel punto di ascissa $x=1$

2.
$$f(x) = \frac{1}{x}$$
 nel punto di ascissa $x = 2$

3.
$$f(x) = e^x$$
 nel punto di ascissa $x = 0$

4.
$$f(x) = \sin(x)$$
 nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{6}$

Esercizio 9: Derivabilità

Studia la derivabilità delle seguenti funzioni nei punti indicati:

1.
$$f(x) = |x|$$
 nel punto $x = 0$

2.
$$f(x) = \sqrt{|x|}$$
 nel punto $x = 0$

3.
$$f(x)=\{x^2 \quad \text{se } x \leq 1 \ 2x-1 \quad \text{se } x>1 \ \text{nel punto} \ x=1$$

Esercizio 10: Punti stazionari

Individua i punti stazionari (massimi, minimi e flessi a tangente orizzontale) delle seguenti funzioni:

1.
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

2.
$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

3.
$$f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$$

4.
$$f(x) = x \cdot e^{-x}$$