

ANALISI MATEMATICA

Corso di Laurea in Informatica

Appello del 11.02.2025

TEMA 1

Esercizio 1 (punti 6) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x \frac{x^2}{x+6}$$

- (a) determinarne il dominio di f ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti, eventuali prolungamenti per continuità ed asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata di f , discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 5) Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{2\alpha-1} \left| \frac{1}{n^\alpha} - \sin \frac{1}{n} \right|.$$

Esercizio 3 (punti 5) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x^2) - \sin(2x^2)}{\sqrt{1+2x^6} - \cos(2x^3)}.$$

Esercizio 4 (punti 5)

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int x^3 e^{x^2} dx.$$

Suggerimento: osservare che $x^3 = x \cdot x^2$.

- (b) Trovare la soluzione dell'equazione differenziale

$$\begin{cases} y' + 2xy = x^3 \\ y(0) = 2025. \end{cases}$$

Tempo: due ore. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.