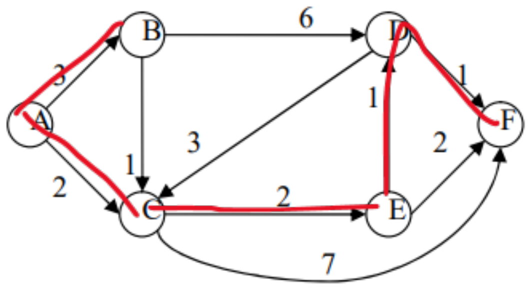
- Si consideri il seguente grafo:



a. si scelga il miglior algoritmo tra quelli presentati per determinare i cammini minimi dal nodo A verso tutti gli altri nodi e si motivi la scelta;
b. si applichi l'algoritmo scelto (riportare e **giustificare** i passi dell'algoritmo in una tabella);
c. si disegni l'albero e il grafo dei cammini minimi, descrivendo il procedimento usato.

a) Il miglior algoritmo in questo contesto è Dijkstra, in quanto più efficiente e usabile in quanto tutti i costi ridotti sono positivi.

b) Ora, il calcolo dei cammini minimi, riportati in tabella. Si ricorda che:
- $\hat{v}$ rappresenta l'etichetta minima di ogni iterazione
- $\bar{S}$ rappresentano le etichette ancora da fissare
- Il segno * rappresenta l'etichetta fissata
- Il segno – rappresenta l'etichetta controllata ma non aggiornata
- Il segno x rappresenta l'etichetta non controllata perché il nodo è già fissato
- Gli spazi vuoti servono per indicare che non considero più l'etichetta nelle varie iterazioni in quanto fissata
- L'algoritmo termina quando non ci sono più nodi in $\bar{S}$

A — E

Iterazione	Nodo A	Nodo B	Nodo C	Nodo D	Nodo E	Nodo F	$\bar{S}$	$\hat{v}$
Inizio	0_{Λ}	$+\infty_{\Lambda}$	$+\infty_{\Lambda}$	$+\infty_{\Lambda}$	$+\infty_{\Lambda}$	$+\infty_{\Lambda}$	A, B, C, D, E, F	
$h = 1$	*	3_A	2_A	$+\infty_{\Lambda}$	$+\infty_{\Lambda}$	$+\infty_{\Lambda}$	B, C, D, E, F	A
$h = 2$		-	*	9_B	4_C	9_C	B, D, E, F	C
$h = 3$		*		5_E	-	6_E	D, E, F	B
$h = 4$				-	*	-	D, F	E
$h = 5$				*		-	F	D
$h = 6$						*	$\emptyset$	F

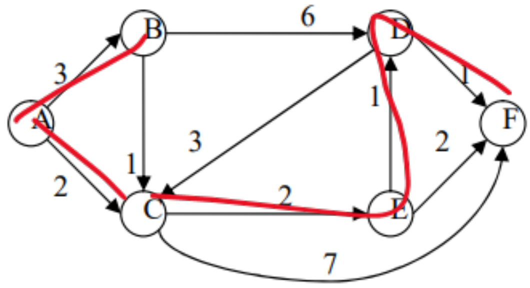
Ad ogni iterazione, percorriamo il grafo e scegliamo il percorso con costo minore. Ad ogni iterazioni, scegliamo e fissiamo un'etichetta che ha costo minore, scremando ad ogni iterazione quelle da controllare e avere sempre in mano il costo minimo. Anche in questo caso, come per gli algoritmi label correcting in caso di convergenza alla soluzione ottima, le etichette calcolate e i relativi puntatori rappresentano, rispettivamente, una soluzione duale ammissibile e i predecessori su dei cammini dall'origine ai diversi nodi. Questo funziona non avendo costi negativi.

c)

Pertanto, come abbiamo visto per gli algoritmi label correcting in caso di convergenza, è possibile derivare l'albero (risp. il grafo) dei cammini minimi attraverso i puntatori ai predecessori (risp. la verifica della saturazione dei vincoli duali sugli archi).

Concretamente, avremo che:

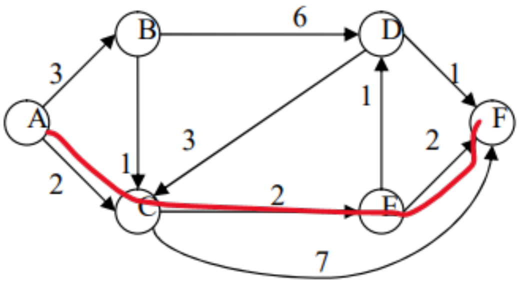
- In rosso riportiamo l'albero dei cammini minimi
- In arcobaleno riportiamo il grafo (composto come sempre da *tutti* i cammini minimi, quindi fissando le etichette ottime e scegliendo come cammino sia l'albero che tutte le altre etichette con costo $\leq$). In questo caso non viene disegnato, essendo che albero e grafo coincidono



ALBERO = 1 CAMMINO MINIMO (TUTTI I NODI)

GRAFO = TUTTI I CAMMINI MINIMI

- Si consideri il seguente grafo:



a. si scelga il miglior algoritmo tra quelli presentati per determinare i cammini minimi CON MASSIMO 4 ARCHI dal nodo A verso tutti gli altri nodi e si motivi la scelta;

b. si applichi l'algoritmo scelto (riportare e **giustificare** i passi dell'algoritmo in una tabella);

c. si ricavi un cammino con al più 4 archi da A verso E e un cammino minimo con al più 3 archida A a F: DESCRIVERE IL PROCEDIMENTO.

d. è possibile, ricavare direttamente dalla tabella ottenuta albero e/o grafo dei cammini minimi? Giustificare la risposta.

a) Nella scelta dell'algoritmo, notiamo che ci viene dato un massimo numero di archi da dover rispettare, pertanto si può applicare solo l'algoritmo di Bellman – Ford, l'unico che dà la possibilità di calcolo dei cammini minimi sulla base di un massimo numero di archi. Applicheremo Bellman – Ford fermandoci alla quarta iterazioni, con un numero di archi e iterazioni pari a $k \leq 4$

b) Ora, il calcolo dei cammini minimi, riportati in tabella (controllando ad ogni passo miglioramenti rispetto alla riga precedente e segnando in colonna apposita gli aggiornamenti effettuati; i predecessori sono segnati come semplici pedici senza parentesi):

Iterazione	Nodo A	Nodo B	Nodo C	Nodo D	Nodo E	Nodo F	Aggiornamenti
$Inizio$	$0_\wedge$	$+\infty_\wedge$	$+\infty_\wedge$	$+\infty_\wedge$	$+\infty_\wedge$	$+\infty_\wedge$	A
$h = 1$	$0_\wedge$	3_A	2_A	$+\infty_\wedge$	$+\infty_\wedge$	$+\infty_\wedge$	B, C
$h = 2$	$0_\wedge$	3_A	2_A	9_B	4_C	9_C	D, E, F
$h = 3$	$0_\wedge$	3_A	2_A	5_E	4_C	6_E	D, F
$h = 4$	$0_\wedge$	3_A	2_A	5_E	4_C	6_E	F