

1. (9 punti) Considera il linguaggio

$$L = \{0^{n+m}1^m \mid m, n \geq 0\}.$$

Dimostra che L non è regolare.

2. (9 punti) Una CFG è detta *lineare a sinistra* se il corpo di ogni regola ha al massimo una variabile, e la variabile si trova all'estremità di sinistra. In altre parole, tutte le regole di una grammatica lineare a sinistra sono nella forma $A \rightarrow Bw$ o $A \rightarrow w$, dove A e B sono variabili e w è una stringa di zero o più simboli terminali.

Dimostra che ogni grammatica lineare a sinistra genera un linguaggio regolare.

3. (9 punti) Un *automa a coda* è simile ad un automa a pila con la differenza che la pila viene sostituita da una coda. Una *coda* è un nastro che permette di scrivere solo all'estremità sinistra del nastro e di leggere solo all'estremità destra. Ogni operazione di scrittura (*push*) aggiunge un simbolo all'estremità sinistra della coda e ogni operazione di lettura (*pull*) legge e rimuove un simbolo all'estremità destra. Come per un PDA, l'input è posizionato su un nastro a sola lettura separato, e la testina sul nastro di lettura può muoversi solo da sinistra a destra. Il nastro di input contiene una cella con un blank che segue l'input, in modo da poter rilevare la fine dell'input. Un automa a coda accetta l'input entrando in un particolare stato di accettazione in qualsiasi momento. Mostra che ogni linguaggio Turing-riconoscibile può essere riconosciuto da un automa deterministico a coda.

4. (9 punti) Un circuito Hamiltoniano in un grafo G è un ciclo che attraversa ogni vertice di G esattamente una volta. Stabilire se un grafo contiene un circuito Hamiltoniano è un problema NP-completo.

Un circuito semi-Hamiltoniano in un grafo G è un ciclo che attraversa tutti i vertici di G , passando per ogni vertice *non più di due volte* (può passare una sola volta per un vertice, o due volte, ma non tre volte o più).

- (a) Dimostra che il problema del circuito semi-Hamiltoniano è un problema NP.
- (b) Dimostra che il problema del circuito semi-Hamiltoniano è NP-hard.