1. Un'agenzia turistica deve organizzare la risalita dei suoi clienti sciatori dal Parcheggio a Cortina alla Pista dei Cacciatori. I clienti sono il Gruppo 1, composto da 30 persone, il Gruppo 2, composto da 40 persone, e altri 30 sciatori individuali. La risalita è composta da due tratte, la prima dal parcheggio a Piè Tofana, la seconda da Piè Tofana alla Pista. Per la prima tratta sono disponibili, in alternativa, la funivia A, la cabinovia B e la sciovia C. Per la seconda tratta, le alternative sono la seggiovia D e l'ovovia E. Le caratteristiche delle diverse modalità sono riportate nella seguente tabella:

$15 Y_{A1} + 10 Y_{B1} + 20 Y_{E1} \leq 30$

$15 Y_{D2} + 10 Y_{E2} \leq 30$

$X_{A1} \leq 50,$
$X_{A2} \leq 30 \ldots$

	A	B	C	D	E
Capacità	50	40	30	60	40
Costo (euro a persona individuale)	20	15	10	15	25
Costo (euro a persona in un gruppo)	16	12	8	12	20
Tempo (minuti)	15	10	20	15	10

Le persone in uno stesso gruppo devono viaggiare insieme e, inoltre, si vuole che il tempo complessivo della risalita lungo le due tratte sia, per ciascun gruppo, al massimo di 30 minuti. L'agenzia non vuole far spendere ai suoi clienti, complessivamente, più di 2750 euro. Scrivere il modello di programmazione lineare per stabilire come assegnare i gruppi e i clienti individuali ai diversi impianti in modo da minimizzare la differenza tra i tempi di risalita dei due gruppi, tenendo conto che:

- almeno 10 sciatori individuali vogliono utilizzare l'impianto D sulla seconda tratta; $\rightarrow X_{D2} \geq 20$
- gli sciatori individuali non possono utilizzare l'impianto A, se questo è utilizzato anche dal gruppo 1.

$I = \{1, 2\}$ // GRUPPI $\qquad S = \{A, B, C, D, E\}$ // TRATTE

$$\min \; Z = (15 X_{A1} + 10 X_{B1} + 20 X_{C1}) - (15 X_{D2} + 10 X_{E1})$$

X_{is} = QUANTITÀ DI PERSONE DI UN GRUPPO CHE PERCORRE UNA TRATTA

INTEGER X[I,S] >=0;

$$Y_{is} = \begin{cases} 1 & \text{se gruppo viaggia} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

VAR Y[I,S] BINARY;

$$\sum_i \sum_s Y_{is} = 1 \longleftrightarrow \sum_i \sum_s X_{is} \leq \sum_i \sum_s Y_{is}$$

$\boxed{\text{ATTIVAZIONE!}}$

	A	B	C	D	E
Costo (euro a persona individuale)	20	15	10	15	25
Costo (euro a persona in un gruppo)	16	12	8	12	20

BUDGET → 2750 EURO

$$20\,X_{A1} + 15\,X_{A2} + 10\,X_{A3} + 15\,X_{D2} + 25\,X_{E2} \le 2750$$

(STESSO PER GRUPPI ...)

- gli sciatori individuali non possono utilizzare l'impianto A, se questo è utilizzato anche dal gruppo 1.

	A	B	C	D	E
Capacità	50	40	30	60	40
Costo (euro a persona individuale)	20	15	10	15	25
Costo (euro a persona in un gruppo)	16	12	8	12	20
Tempo (minuti)	15	10	20	15	10

Il vincolo "Se il Gruppo 1 usa A, gli individuali non possono usarlo" può essere modellato matematicamente come:

yA ≤ M(1-x¹A)

(1)

$x^g_i = 1$ se gruppo $g \in \{1,2\}$ usa impianto $i \in \{A,B,C,D,E\}$, 0 altrimenti

y_i : numero di sciatori individuali che usa l'impianto $i \in \{A..E\}$

t^g : tempo di risalita del gruppo $g \in \{1,2\}$; $w : |t_1 - t_2|$

$z = 1$ se sciatori individuali usano impianto A, 0 altrimenti

min w

s.t.

tempi:
$$w \ge t^1 - t^2 \qquad w \ge t^2 - t^1$$
$$t^1 = 15x^1_A + 10x^1_B + 20x^1_C + 15x^1_D + 10x^1_E \le 30$$
$$t^2 = 15x^2_A + 10x^2_B + 20x^2_C + 15x^2_D + 10x^2_E \le 30$$

ASSEGNA:
$$y_D \ge 10$$
$$y_A + y_B + y_C = 30 \qquad y_D + y_E = 30$$
$$x^1_A + x^1_B + x^1_C = 1 \qquad x^1_D + x^1_E = 1$$
$$x^2_A + x^2_B + x^2_C = 1 \qquad x^2_D + x^2_E = 1$$

capacità:
$$30x^1_A + 40x^2_A + y_A \le 50 \qquad 30x^1_D + 40x^2_D + y_D \le 60$$
$$30x^1_B + 40x^2_B + y_B \le 40 \qquad 30x^1_E + 40x^2_E + y_E \le 40$$
$$30x^1_C + 40x^2_C + y_C \le 30$$

BUDGET:
$$16\cdot 30\,x^1_A + 16\cdot 40\cdot x^2_A + 20\,y_A + 12\cdot 30\,x^1_B + 12\cdot 40\,x^2_B + 15\,y_B + 8\cdot 30\,x^1_C + 8\cdot 40\cdot x^2_C + 10\,y_C + 12\cdot 30\,x^1_D + 12\cdot 40\,x^2_D + 15\,y_D + 20\cdot 30\,x^1_E + 20\cdot 40\cdot x^2_E + 25\,y_E \le 2750$$

LOGICO: $y_A \le Mz \qquad x^1_A + z \le 1$ ($y_A \ge z$, non serve)

$$x^g_i \in \{0,1\} \quad y_i \in \mathbb{Z}_+ \quad z \in \{0,1\} \quad w, t^1, t^2 \in \mathbb{R}$$

SETS (INSIEMI) → R/T/G/L $\underset{S}{1\ 2\ 3}$ → x_{is}

ROSSO GIALLO LILLA

I

Un fioraio deve addobbare 3 sale utilizzando rose (rosse o lilla), tulipani (rossi o gialli), gerbere (gialle o lilla) e lilium (solo lilla). Per ottenere allestimenti bilanciati, si attribuisce un peso 1 a gerbere e tulipani, un peso 2 alle rose, un peso 3 ai lilium, e il "peso" complessivo di ciascuna sala deve essere almeno 10000. Ogni sala è caratterizzata dalla presenza di un colore dominante diverso, cioè almeno il 60% del peso deve essere rosso, giallo o lilla, mentre gli altri due colori devono essere presenti ciascuno con una percentuale in peso di almeno il 10%. I fiori sono acquistati in confezioni ciascuna contenente un solo tipo di fiore di un solo colore: ogni confezione costa 20 euro e contiene 40 rose oppure 80 tulipani oppure 100 gerbere oppure 30 lilium. Si scriva un modello di programmazione lineare che permetta di acquistare un numero sufficiente di fiori dei diversi colori minimizzando i costi e tenendo conto che:

0.6

0.1

- si vogliono acquistare almeno 3 confezioni di rose rosse; → Q
- si paga un costo fisso di 100 euro per l'emissione di un ordine, e ciascun ordine può contenere fiori dello stesso tipo, indipendentemente dal colore;
- si vogliono acquistare fiori di almeno 3 tipi, indipendentemente dal colore; → L
- è possibile, pagando 2000 euro a una ditta esterna, lasciare una sala non addobbata. → $w_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

F.O

$x_{RR} + x_{TR} \geq 0.6(\ldots$

2000

INF.O.

F.O → $20\,(40\,x_{R1} + 40\,x_{R2}) + 20\,(80\,x_{T1} + 80\,x_{T2})$ ....

[20(xRR + xRL + xTR + xTG + xGG + xGL + xL)]

ACCORCIATO...

Un fioraio deve addobbare 3 sale utilizzando rose (rosse o lilla), tulipani (rossi o gialli), gerbere (gialle o lilla) e lilium (solo lilla). Per ottenere allestimenti bilanciati, si attribuisce un peso 1 a gerbere e tulipani, un peso 2 alle rose, un peso 3 ai lilium, e il "peso" complessivo di ciascuna sala deve essere almeno 10000.

$$1(x_{GG} + x_{LL}) + 2(x_{RR} + x_{RL}) + 3(x_{LL}) \geq 10000$$

GENERALIZZAZIONE... AGGIUNGI QUANTITÀ!

1. Bilanciamento del peso per ogni sala i non vuota (wi = 0):

- Peso totale ≥ 10000(1-wi)
- Peso colore dominante ≥ 0.6 × peso totale
- Peso altri colori ≥ 0.1 × peso totale ciascuno

Per una determinata sala, chiamiamo:

- XR = totale dei pesi dei fiori rossi = 2(rose rosse) + tulipani rossi
- XG = totale dei pesi dei fiori gialli = tulipani gialli + gerbere gialle
- XL = totale dei pesi dei fiori lilla = 2(rose lilla) + gerbere lilla + 3(lilium)

Sia XT = XR + XG + XL il peso totale nella sala.

Allora i vincoli si scrivono:
Se il rosso è dominante:

- XR ≥ 0.6XT
- XG ≥ 0.1XT
- XL ≥ 0.1XT

CLAUDE SAYS ...

Per le confezioni di fiori:

xRR: numero di confezioni di rose rosse
xRL: numero di confezioni di rose lilla
xTR: numero di confezioni di tulipani rossi
xTG: numero di confezioni di tulipani gialli
xGG: numero di confezioni di gerbere gialle
xGL: numero di confezioni di gerbere lilla
xL: numero di confezioni di lilium (lilla)

Per l'assegnazione alle sale (i = 1,2,3):

yRRi: numero di rose rosse assegnate alla sala i
yRLi: numero di rose lilla assegnate alla sala i
(E analogamente per tutti gli altri tipi di fiori)

Per gli ordini e sale non addobbate:

zi: variabile binaria, 1 se viene emesso l'ordine per il tipo di fiore i
wi: variabile binaria, 1 se la sala i non viene addobbata

Funzione obiettivo:
Minimizzare: 20(xRR + xRL + xTR + xTG + xGG + xGL + xL) + 100(z1 + z2 + z3) + 2000(w1 + w2 + w3)
Vincoli:

Bilanciamento del peso per ogni sala i non vuota (wi = 0):

Peso totale ≥ 10000(1-wi)
Peso colore dominante ≥ 0.6 × peso totale
Peso altri colori ≥ 0.1 × peso totale ciascuno

Conservazione dei fiori:

40xRR = yRR1 + yRR2 + yRR3
(E analogamente per tutti i tipi di fiori)

Vincoli specifici:

xRR ≥ 3 (minimo 3 confezioni di rose rosse)
z1 + z2 + z3 ≥ 3 (almeno 3 tipi di fiori)
zi ≥ xij per ogni tipo i e colore j (ordine necessario se si acquista)

Non negatività e integralità:

Tutte le x, y ≥ 0 e intere
z, w binarie

Questo modello minimizza i costi totali rispettando tutti i vincoli di bilanciamento dei colori, peso minimo per sala e requisiti di acquisto spe