

26-01-2017

1. La zia Bice, ricamatrice, coordina la preparazione dei bavaglino da vendere al prossimo mercatino. I bavaglino sono di tre tipi: maschile, femminile e unisex. Ogni bavaglino richiede dei filati nelle quantità, in cm, indicate nella seguente tabella, che riporta anche il tempo in minuti richiesto e il ricavo di vendita.

Bavaglino	Azzurro	Rosa	Giallo	Verde
Maschile	100	10	30	20
Femminile	10	100	40	20
Unisex	30	10	50	70

I fornitori di filati mettono a disposizione delle confezioni con le seguenti caratteristiche (metri di filati dei vari colori e prezzo in euro):

Confezione	Azzurro	Rosa	Giallo	Verde	Prezzo
1	40	30	50	20	20
2	20	50	40	50	25
3	30	40	40	10	15

Ciascun bavaglino richiede manodopera per 15 minuti e viene venduto a 5 euro. La zia Bice e le sue numerose amiche potranno dedicare ai bavaglino 200 ore del loro tempo e devolveranno il ricavato delle vendite, al netto dei costi per i soli filati, in beneficenza. Tenendo conto che tutti i bavaglino ricamati saranno sicuramente venduti, scrivere il modello di programmazione lineare che determini quanti bavaglino ricamare al fine di massimizzare le somme devolute in beneficenza, considerando anche che:

- sono richiesti almeno 10 bavaglino per tipo;
- si vogliono acquistare al massimo due tipi di confezione;
- ciascun fornitore pratica uno sconto del 5% sul prezzo unitario di vendita se si acquistano almeno 10 delle loro confezioni (suggerimento: modellare la decisione sul numero di confezioni da acquistare a prezzo scontato).

Cominciamo con il creare le variabili decisionali per modellare i bavaglino in base al colore e le confezioni in base al colore come segue:

x_i : quantità di bavaglino del tipo $i \in \{M, F, U\}$

y_j : metri di filato di bavaglino della confezione $j \in \{1, 2, 3\}$

Quindi, volendo massimizzare i ricavi di beneficenza, avremo che:

- Ogni bavaglino viene venduto a 5 euro
 - Ci sono dei costi di produzione, che vanno *sottratti* dai ricavi
- $$\max 5(x_M + x_F + x_U) - (20y_1 + 25y_2 + 15y_3)$$
- $$s. t.$$
- $$15x_M + 15x_F + 15x_U \leq 12000$$

(vincolo tempo complessivo, sapendo che per fare un bavaglino ci si impiegano 15 minuti e abbiamo convertito le 200 ore in minuti, quindi diventerebbe $200 * 60 = 12000$)

Sappiamo inoltre che:

- "sono richiesti almeno 10 bavaglino per tipo"
$$x_M \geq 10, x_F \geq 10, x_U \geq 10$$
- "si vogliono acquistare al massimo due tipi di confezione"
Ciò richiede la creazione di un'apposita variabile binaria.
 z_i : variabile logica che vale 1 se acquistiamo la confezione del tipo $i \in \{M, F, U\}$
$$z_1 + z_2 + z_3 \leq 2$$

Con un vincolo di attivazione $x_i \leq Mz_i, \forall i \in \{M, F, U\}$
$$x_1 \leq Mz_1, x_2 \leq Mz_2, x_3 \leq Mz_3$$

Ci sono poi tutti i vincoli di disponibilità tra filati e confezioni:

$100x_M + 10x_F + 30x_U \leq 40x_1 + 20x_2 + 30x_3$ //disponibilità fili azzurri

$10x_M + 100x_F + 10x_U \leq 30x_1 + 50x_2 + 40x_3$ //disponibilità fili rosa

$$30x_M + 40x_F + 50x_U \leq 50x_1 + 40x_2 + 40x_3 \text{ //disponibilità fili gialli}$$

$$20x_M + 20x_F + 70x_U \leq 20x_1 + 50x_2 + 10x_3 \text{ //disponibilità fili verdi}$$

- “ciascun fornitore pratica uno sconto del 5% sul prezzo unitario di vendita se si acquistano almeno 10 delle loro confezioni (suggerisce di modellare la decisione sul n. di conf. da acquistare scontate)

w : variabile binaria che vale 1 se acquisto almeno 10 confezioni, 0 altrimenti

I vincoli spuri di attivazione sono dati da:

$$y_1 \geq 10w, y_2 \geq 10w, y_3 \geq 10w$$

In f.o. aggiungo il fatto dello sconto del 5% da parte di *tutti* i fornitori (per questo quindi uso una variabile unica senza indici):

$$\max 5(x_U + x_F + x_M) - (20y_1 + 25y_2 + 15y_3) * (1 - 0.05 * w)$$

Domini: $x_i \in Z_+, y_j \in Z_+, z_i \in \{0,1\}, w \in \{0,1\}, \forall i \in \{M, F, U\}, \forall j \in \{1,2,3\}$