[RAGIONAMENTI]

INTEGRALE — COMPOSTO (1) — SOSTITUZIONE — PER PARTI

[P. 105 ES. 167]

→ 167 $\int x^2(x^3+2)^3\,dx$ $\left[\frac{1}{12}(x^3+2)^4+c\right]$

$\sim f'$ f

$$\int x^2 (x^3+2)^3\,dx$$

$$= \underbrace{\int [f(x)]^n f'(x) = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1}}_{\text{COMPOSTO}}$$

$$= \frac{(x^3+2)^4}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{12}(x^3+2)^4$$

[P. 108 ES. 246]

246 $\int x(x-1)^5\,dx$ $\left[\frac{1}{42}(x-1)^6(6x+1)+c\right]$

$$\int \underset{f}{x}\,\underset{g'}{(x-1)^5} = \left[x\cdot\left(\frac{(x-1)^6}{6}\cdot\frac{x^2}{2}\right)\right]\cdot\int\frac{(x-1)^6}{6}\,dx$$

→ PER PARTI → $\int fg' = fg - \int f'g$

→ ~~SOSTITUZIONE → METTI "t"~~

$$\int x(x-1)^5 = \Big[x\cdot\Big(\frac{(x-1)^6}{6}\cdot\frac{x^2}{2}\Big)\Big] - \frac{1}{6}\int (x-1)^6\,dx$$

$f \quad g'$

PRODOTTO

COMPOSTA

$$= \left[\frac{x^3(x-1)^6}{12}\right]\cdot\frac{(x-1)^7}{42}\cdot\left[\frac{x^2}{2}\right]$$

INTEGRALE

$$\frac{x^3(x-1)^6}{12}\cdot\frac{x^2(x-1)^7}{42}+c \qquad \int x \to \frac{x^2}{2}\ \Big]\ \text{LOGICA} \ldots$$

1° RISULTATO → OK...

P. 198 ES. 248

248 $\int x(x-1)^4\,dx$ $\quad f$ $\qquad \left[\frac{1}{6}(x-1)^6+\frac{1}{5}(x-1)^5+c\right]$

SOSTITUZIONE → $(x-1)=t$ $\quad x=t+1$ $\quad dx=dt$

$$\int x(x-1)^4 dx = \int (t+1)\,t^4\,dt$$

$g' \quad f$

PER PARTI → $\int fg' = fg - \int f'g$

$$= (t+1) \to \int t + \int 1 = \frac{t^2}{2} + 1\int dt$$

$$= \frac{t^2}{2} + t + c$$

$$\int (t+1)\,t^4\,dt = t^4\cdot\Big(\frac{t^2}{2}+t\Big)\cdot\int t^4\,dt$$

$g' \quad f$

$$= \frac{t^6}{2} + t^5\cdot\frac{t^5}{5}$$ → SOSTITUISCI "t"

$$\frac{(x-1)^6}{2} + (x-1)^5 \cdot \frac{(x-1)^5}{5} + C$$

PASSAGGI CORRETTI ...

Per risolvere l'integrale

$$\int x(x-1)^4 \, dx$$

seguiamo il procedimento passo passo.

Passo 1: Semplificazione

Scriviamo x come:

$$x = (x-1) + 1$$

Quindi, l'integrale diventa:

$$\int x(x-1)^4 \, dx = \int [(x-1)+1](x-1)^4 \, dx$$

Passo 2: Espansione

Espandiamo il prodotto:

$$[(x-1)+1](x-1)^4 = (x-1)^5 + (x-1)^4$$

Quindi, l'integrale si trasforma in:

$$\int x(x-1)^4 \, dx = \int (x-1)^5 \, dx + \int (x-1)^4 \, dx$$

Passo 3: Risoluzione dei singoli integrali

Primo integrale:

$$\int (x-1)^5 \, dx = \frac{(x-1)^6}{6}$$

Secondo integrale:

$$\int (x-1)^4 \, dx = \frac{(x-1)^5}{5}$$

Passo 4: Somma dei risultati

Sommiamo i due risultati:

$$\int x(x-1)^4 \, dx = \frac{(x-1)^6}{6} + \frac{(x-1)^5}{5} + C$$

Risultato finale:

$$\boxed{\int x(x-1)^4 \, dx = \frac{1}{6}(x-1)^6 + \frac{1}{5}(x-1)^5 + C}$$

L'integrale mostrato è:

$$\int x(x-1)^5 \, dx$$

con il risultato dato:

$$\frac{1}{42}(x-1)^6(6x+1) + C$$

Procediamo alla risoluzione passo passo.

Passo 1: Semplificazione di x

Scriviamo x come:

$$x = (x-1) + 1$$

Quindi, l'integrale diventa:

$$\int x(x-1)^5 \, dx = \int [(x-1)+1](x-1)^5 \, dx$$

Passo 2: Espansione

Espandiamo il prodotto:

$$[(x-1)+1](x-1)^5 = (x-1)^6 + (x-1)^5$$

Quindi, l'integrale si trasforma in:

$$\int x(x-1)^5 \, dx = \int (x-1)^6 \, dx + \int (x-1)^5 \, dx$$

Passo 3: Risoluzione dei singoli integrali

Primo integrale:

$$\int (x-1)^6 \, dx = \frac{(x-1)^7}{7}$$

Secondo integrale:

$$\int (x-1)^5 \, dx = \frac{(x-1)^6}{6}$$

Passo 4: Combinazione e verifica

Espandendo il risultato usando proprietà algebriche, si ottiene il risultato semplificato:

$$\int x(x-1)^5 dx = \frac{1}{42}(x-1)^6(6x+1) + C$$