

6) Conclusioni

- a. (Happy Ending)
 - i. x è ammissibile primale (come da verifica)
 - ii. u è ammissibile duale (come da costruzione e da verifica)
 - iii. x, u sono in scarti complementari
 - iv. Le due soluzioni sono ottime per i rispettivi problemi primale e duale
 - v. Per verifica si confrontino i valori delle f.o. dei problemi primale e duale; saranno uguali per il teorema della dualità forte
- b. (Bad Ending) → Si noti che il problema chiede “dimostrare se è ottima”, cosa che negli esercizi d’esame non capita mai
 - i. La soluzione trovata è l’unica soluzione del sistema di cui al punto 4 e, quindi, l’unica che soddisfa i vincoli duali di uguaglianza e che è in scarti complementari con la soluzione primale data. Tale soluzione però non è ammissibile per il problema duale. Pertanto non è possibile trovare nessuna soluzione ammissibile duale che sia in scarti complementari con la soluzione primale data, che, quindi, non è ottima

Branch and Bound

Minimo → [LB; S.A.]

Massimo → [S.A.; UB]

1) Individuare se si tratta di problema di minimo o di massimo

- Se si tratta di problema di minimo i LB aumentano (o non decrescono) di padre in figlio
 - o In questo caso avremo come struttura [LB; S.A]
- Se si tratta di problema di massimo gli UB decrescono (o non crescono) di padre in figlio
 - o In questo caso avremo come struttura [S.A.; UB]

2) Individuare nodi da poter chiudere

In generale, non chiudo i nodi che sono già sviluppati (quindi normalmente, il nodo radice e nodi che hanno dei figli) e poi:

- Se si tratta di problema di minimo
 - o Chiudo i nodi che hanno un $LB \geq S.A$ (tengo i nodi con $LB < S.A$)
- Se si tratta di problema di massimo
 - o Chiudo i nodi che hanno un $UB \leq S.A$ (tengo i nodi con $UB > S.A$.)

3) Intervallo ottimo / Intervallo in cui è sicuramente compreso il valore della f.o. / Miglior valore per una soluzione ammissibile

- Se si tratta di problema di minimo
 - o Considero il miglior UB (minimo) tra tutti i nodi (attuale soluzione ammissibile/incumbent) e come LB il minore tra i nodi aperti (quindi, non P_0, P_1, P_2)
- Se si tratta di problema di massimo
 - o Considero il miglior LB (massimo) tra tutti i nodi (attuale soluzione ammissibile/incumbent) e come UB il maggiore tra i nodi aperti (quindi, non P_0, P_1, P_2)
- Se si parla di miglior valore come soluzione ammissibile → Si cerca minimo-massimo tra tutti i possibili nodi
- Se si parla di miglior valore come valore ottimo → Si cerca minimo-massimo tra i soli nodi aperti

4) Quale sarà il nodo sviluppato per primo in una strategia Best Bound First?

- Se si tratta di problema di minimo
 - o Si sceglie il nodo con il miglior LB (quello minimo) tra i nodi aperti
- Se si tratta di problema di massimo
 - o Si sceglie il nodo con il miglior UB (quello massimo) tra i nodi aperti

5) Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di LB e UB relativi al secondo nodo, che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.

- Chiamiamo il nodo aperto per esempio P_7 ; la selezione viene fatta solo nei nodi tuttora aperti, compreso P_7 . Si deve considerare P_7 come figlio del nodo best bound first e P_8 che porta ad una soluzione non ammissibile (può essere anche P_8 e P_7 , la sostanza è avere due nodi).
 - o Se per un problema di minimo, dobbiamo prendere un LB che rispetti la proprietà padre-figlio (quindi \geq LB del nodo padre), mentre prendo come UB una nuova incumbent, cioè un valore che sia \leq a tutti i LB presenti
 - o Se per un problema di massimo, il LB deve essere una nuova incumbent, dunque \geq dei nodi che si vogliono chiudere (quindi, maggiore al loro UB), mentre l'UB deve essere compatibile con il fatto di essere figlio del nodo best-bound first, quindi essere \leq UB del nodo padre
- Il valore deve essere tale da permettere la chiusura anche del nodo P_7 oppure P_8 , quindi possibilmente dentro l'intervallo UB/LB individuato
- Normalmente, si può avere lo stesso valore per UB e LB per semplicità (cosa comune)

6) Individuare possibili valori per UB per mantenere la coerenza con problema di massimo (vuol dire che si avrà "UB?" sul testo)

- Se si tratta di problema di massimo, gli UB decrescono (o non crescono) di padre in figlio; quindi, l'UB dovrà essere compreso tra l'UB del nodo padre (come estremo superiore) e l'UB massimo tra i nodi figli
- $UB \in [UB \text{ massimo nodi figli}, UB \text{ nodo padre}]$

7) Individuare possibili valori per LB per mantenere la coerenza con problema di minimo (vuol dire che si avrà "LB?" sul testo)

- Se si tratta di problema di minimo, i LB crescono (o non decrescono) di padre in figlio; quindi, il LB dovrà essere compreso tra il LB del nodo padre (come estremo inferiore) e il LB minimo tra i nodi figli
- $LB \in [LB \text{ nodo padre}, LB \text{ minimo nodi figli}]$

Grafi

Domande:

- Si scelga l'algoritmo da utilizzare e si motivi la scelta:
 - o Quando si ha un massimo numero di archi/hop (anche se i costi sono tutti positivi) \rightarrow Bellman-Ford
 - Posso applicare solo l'algoritmo di Bellman-Ford che è l'unico che dia la possibilità di calcolare i cammini minimi con il massimo numero di archi. Infatti, è possibile dimostrare che, all'iterazione k dell'algoritmo, le etichette corrispondono ai cammini minimi che utilizzano al più k archi. Applicheremo quindi Bellman-Ford fermandoci alla k -esima iterazione, dopo l'inizializzazione.