

## Recupero serie

A. ( )/1 Dare una definizione di serie.

$\forall a_n, n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Una serie è la successione delle somme parziali.

Se definiamo la successione delle somme parziali,  $\rightarrow$  il valore della serie è il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$$

$$s_n = \sum_{i=1}^n a_i \quad \begin{matrix} s = \text{converges} \\ \infty = \text{diverges} \end{matrix}$$

B. ( )/2 Per ogni serie scrivi la ridotta di ordine 3  $s_3$

$$1. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{n}$$

ridotta di ordine 3

$\rightarrow$  somma fino al termine  $n$ -esimo

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum_{n=1}^{N=3} \frac{(-2)^n}{n} &= \frac{(-2)^1}{1} + \frac{(-2)^2}{2} + \frac{(-2)^3}{3} \\ &= -2 + 2 - \frac{8}{3} = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

FATTORIALE...

$$2. \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{(n+1)!}$$

$$\rightarrow \sum_{n=0}^{N=3} \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{0!}{1!} + \frac{1!}{2!} +$$

$$\left[ \begin{array}{l} 0! = 1 \quad 1! = 1 \\ 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 \end{array} \right]$$

$$+ \frac{2!}{3!} + \frac{3!}{4!}$$

$$3. \sum_{n=1}^{+\infty} \log(n-3)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} + 1$$

$$= \frac{25}{12}$$

C. (□/3) Studiare le seguenti serie geometriche, se sono convergenti calcolarne la somma.

Formula:  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$

4.  $\sum_{n=0}^{+\infty} (4 - \sqrt{15})^n$   $(4 - \sqrt{15}) = 4 - 3.87 = 0.16 < 1$   
 converges a  $\frac{1}{1-q}$

$S = \frac{a}{1-q} = \frac{1}{1 - (4 - \sqrt{15})} = \frac{1}{-3 + \sqrt{15}} = \frac{(\sqrt{15} - 3)}{(\sqrt{15} - 3)(\sqrt{15} + 3)} = \frac{\sqrt{15} - 3}{6}$

Formula:  $\sum_{n=1}^{+\infty} a^{n-1}$  5.  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+4}}$   $\sim$  converges  $\rightarrow \frac{1}{1-q}$   $q < 1$

$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|-1|^n}{2^{n+4}} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|-1|^n}{2^n \cdot 2^4} = \frac{1}{16} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|-1|^n}{2^n} = \frac{1}{16} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n$   $q < 1 \rightarrow$  converges

$q = \text{RAGIONE} \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a q^n = \frac{a q}{1-q}$   $\rightarrow \frac{1}{1-q}$

6.  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{18^n + 3^n}{6^n}$   $\rightarrow \frac{1}{16} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n$   $q^n$

$= \frac{1}{16} - \frac{a q}{1-q} = \frac{1}{6} \cdot \frac{-1/2}{1 - 1/2} = \frac{1}{16} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{48}$

D. (□/1) Dare una definizione di serie telescopica e descrivere la più famosa.

La serie telescopica è una serie in cui i termini si possono cancellare a coppie e separare i termini in somma. Un esempio è la serie di Mengoli.

CONVERGE AD 1

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n - a_{n+1}) \Rightarrow \text{MENGOLO} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} \approx \frac{A}{n} - \frac{B}{(n+1)} \approx \left[ \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right]$$

E. (□/3) Studiare le seguenti serie telescopiche

$$7. \sum_{n=0}^{+\infty} [\sqrt{n-1} - \sqrt{n-2}]$$

$$S_N = \sum_{n=0}^N [\sqrt{n-1} - \sqrt{n-2}] = (\sqrt{0-1} - \sqrt{0-2}) + (\sqrt{1-1} - \sqrt{1-2}) + \dots + (\sqrt{N-1} - \sqrt{N-2})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sqrt{n-1} - \sqrt{n-2} \approx \frac{\infty}{1} - \frac{\infty}{0} \approx \frac{\infty}{\infty} \text{ DIVERGE}$$

$$8. \sum_{n=0}^{+\infty} \left( \frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+6} \right)$$

$$S_N = \sum_{n=0}^N \left[ \frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+6} \right] = \left( \frac{1}{0+5} - \frac{1}{0+6} \right) + \left( \frac{1}{1+5} - \frac{1}{1+6} \right) + \dots + \left( \frac{1}{N+5} - \frac{1}{N+6} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$9. \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

F. (□/1) Dare una definizione di serie armonica e farne un esempio dicendo se converge o diverge con motivazione.

$$\left[ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \right] \text{ SERIE ARMONICA}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

$$\left[ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^p} \right] \text{ SERIE ARMONICA GENERALIZZATA}$$

$$\begin{array}{l} p > 1 \quad \text{CONVERGE} \\ p < 1 \quad \text{DIVERGE} \end{array}$$

LA SERIE DIVERGE  $\rightarrow$  DIMOSTRAZIONI CON RAGGRUPPAMENTO TERMINI

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) + \dots$$

INFINITI TERMINI  $\approx$  DIVERGE