SERIE → $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}$

→

SUCCESSIONE

1°

$S_n = \sum_{k=1}^{n=100} a_k = a_1 + \dots a_{100}$

Serie = Limite della successione delle somme parziali

$\lim_{n \to \infty} a_k = S_n$ →

SERIE

CONVERGENTE : S_n → VALORE

DIVERGENTE ($-\infty$ / $+\infty$)

↓

RIDOTTA DI ORDINE 3

SOMMANO TRE TERMINI

PARTENDO DAL PEDICE

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_i = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} S_i = S_0 + S_1 + S_2$$

1. $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|-2|^n}{n} \to (n=1/n=2/n=3)$$

$\uparrow$ 1/2/3

$$= \frac{|-2|^{(1)}}{1} + \frac{(-2)^2}{2} + -\frac{(-2)^3}{3} = \frac{1}{8}$$

2. $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)!}$$

FATTORIALE $\to n(n-1)(n-2)\ldots$

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$\underline{0! = 1}$ / $1! = 1$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{0!}{(0+1)!} + \frac{1!}{(1+1)!} + \frac{2!}{(2+1)!}$$

$$= \frac{0!}{1!} + \frac{1!}{2!} + \frac{2!}{\underbrace{3!}_{\to 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6}}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6+3+2}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\sum_{n=4}^{+\infty} \log(n-3)$$

$$= \log(4-3) + \log(5-3) + \log(6-3)$$

1° 2° 3°

SERIE

GEOMETRICA

TELESCOPICA

ARMONICA

Serie Geometriche

Una serie geometrica ha la forma:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$$

o anche:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} q^{n-1} = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$$

Convergenza della Serie Geometrica

1. Se $|q| < 1$, la serie **converge** a $\frac{1}{1-q}$
2. Se $|q| \geq 1$, la serie **diverge**

Serie Telescopiche

Una serie telescopica ha termini che, quando scritti in forma opportuna, permettono di semplificare la somma grazie a cancellazioni tra termini adiacenti.

La forma tipica è:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n - a_{n+1})$$

Serie Armonica Generalizzata

La serie armonica generalizzata ha la forma:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^p}$$

Convergenza:

- Se $p > 1$, la serie **converge**
- Se $p \leq 1$, la serie **diverge**

Serie Geometriche

Una serie geometrica ha la forma:

$$\rightarrow 1^\circ \rightarrow \left[\sum_{n=0}^{+\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots\right]$$

o anche:

$$2^\circ \rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} q^{n-1} = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$$

Convergenza della Serie Geometrica

1. Se $|q| < 1$, la serie **converge** a $\frac{1}{1-q}$
2. Se $|q| \geq 1$, la serie **diverge**

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left|4 - \sqrt{15}\right|^n \Rightarrow \text{TIPO } 1 = \sum_{n=0}^{+\infty} q^n$$

q $< 1 \rightarrow$ CONVERGE

q $\geq 1 \rightarrow$ DIVERGE

$1^\circ \rightarrow$ CAPISCI CHE TIPO 1) GEOMETRICA È

$2^\circ \rightarrow$ CONVERGE / DIVERGE

$4 - \sqrt{15} < 1 \rightarrow$ CONVERGE

$$\frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-(4-\sqrt{15})} = \frac{\sqrt{15}+3}{6}$$

$2° \rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^{(n+4)}} \rightarrow \frac{-1^n}{= 2^n \cdot 2^4}$

TIPO 2

$\sum_{n=1}^{+\infty} q^{n-1} \rightarrow$ VALORE DI q ?

$$\frac{(-1)^n}{2^n \cdot 2^4} = \frac{1}{2^4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\frac{1}{16} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

$-0.5 < 1 \rightarrow$ CONVERGE!

$$\frac{1}{1-q} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} \simeq \frac{1}{48}$$

↑ CRITERIO PER LE SERIE

TELESCOPICA = -

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n - a_{n+1})$$

SOMMA A 2 TERMINI

= CONVERGE CON LIMITE

$$\sum_{n=2}^{+\infty} |\sqrt{n-1} - \sqrt{n-2}|$$

DIVERGE

↓

$$= \lim_{n \to \infty} \sqrt{n-1} - \sqrt{n-2} = -\infty$$

$$\infty - 1 - \infty - 2$$ FORMA INDETERMINATA

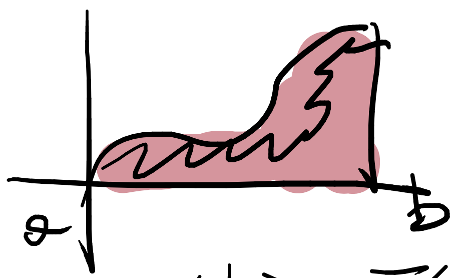
$$\infty - \infty \to$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+6} \right)$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+5} - \frac{1}{n+6}$$

$$\sim = \frac{1}{5}$$

CONVERGE



$F(b)-F(a) =$ INTEGRALE

SOMMA ← SOMME

D → SERIE TELESCOPICA

$$\boxed{\text{MENGOLI}} \to \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{A}{n} - \frac{B}{(n+1)}$$

SERIE ARMONICA $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n}$

GENERALIZZATA $= \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^p}$

$p \geq 0 \rightarrow$ CONVERGE

$p < 0 \rightarrow$ DIVERGE