

1. (9 punti) Considera il linguaggio

$$L = \{0^m 1^n \mid m > 4n\}.$$

Dimostra che L non è regolare.

2. (9 punti) Per ogni linguaggio L , sia $\text{substring}(L) = \{v \mid uvw \in L \text{ per qualche coppia di stringhe } u, w\}$. Dimostra che se L è un linguaggio context-free, allora anche $\text{substring}(L)$ è un linguaggio context-free.
3. (9 punti) Un *automa a coda* è simile ad un automa a pila con la differenza che la pila viene sostituita da una coda. Una *coda* è un nastro che permette di scrivere solo all'estremità sinistra del nastro e di leggere solo all'estremità destra. Ogni operazione di scrittura (*push*) aggiunge un simbolo all'estremità sinistra della coda e ogni operazione di lettura (*pull*) legge e rimuove un simbolo all'estremità destra. Come per un PDA, l'input è posizionato su un nastro a sola lettura separato, e la testina sul nastro di lettura può muoversi solo da sinistra a destra. Il nastro di input contiene una cella con un blank che segue l'input, in modo da poter rilevare la fine dell'input. Un automa a coda accetta l'input entrando in un particolare stato di accettazione in qualsiasi momento. Mostra che ogni linguaggio Turing-riconoscibile può essere riconosciuto da un automa deterministico a coda.
4. (9 punti) Il problema SETPARTITIONING chiede di stabilire se un multi-insieme¹ di numeri interi S può essere suddiviso in due sottoinsiemi disgiunti S_1 e S_2 che formano una partizione di S e tali che la somma dei numeri in S_1 è uguale alla somma dei numeri in S_2 . Sappiamo che questo problema è NP-completo.

BALANCEDSETPARTITIONING è una variante di SETPARTITIONING in cui si chiede che S_1 ed S_2 debbano avere lo stesso numero di elementi, oltre ad avere la stessa somma. Per esempio, dato $S = \{3, 0, 0, 2, 2, 1\}$, una soluzione corretta per BALANCEDSETPARTITIONING è data dai due multi-insiemi $S_1 = \{0, 2, 2\}$ e $S_2 = \{0, 1, 3\}$. Entrambi gli insiemi contengono 3 elementi, sommano a 5, e sono una partizione di S .

- (a) Dimostra che BALANCEDSETPARTITIONING è un problema NP.
- (b) Dimostra che BALANCEDSETPARTITIONING è NP-hard, usando SETPARTITIONING come problema NP-hard di riferimento.

¹Un multi-insieme è un insieme dove lo stesso elemento può comparire più volte, come ad esempio $\{3, 1, 1, 2, 2, 1\}$.