



nome e  
cognome :

data:

## 1° Prova Parziale 9/10/2023 (FAKE!)

**N.B. : I punteggi sono solo indicativi**

### 1. Algebra

(a) Semplificare la seguente frazione algebrica

$$\frac{x^4 + 1 - 2x^2}{2x + 1 + x^2} =$$

$$= (x - 1)^2$$

[10]

(b) Sviluppare usando la formula del Binomio di Newton

$$(2a + b^2)^5 =$$

$$32a^5 + 80a^4b^2 + \dots$$

[10]

(c) Scomposizione del trinomio di secondo grado

$$3a^2 + a - 10 =$$

$$3(a - 5/3)(a + 2)$$

[10]

(d) Scomposizione con Ruffini.

$$a^4 + 5a^3 + 5a^2 - 5a - 6 =$$

$$(a - 1)(a + 1)(a + 3)(a + 2)$$

[10]

2. Teoria: saranno richiesti due tra i seguenti:

(a) Definizione di scomposizione di un polinomio

(b) Enunciato e significato del Teorema di Ruffini).

(c) Scrivere e ricavare la Formula risolutiva delle equazioni di secondo grado usando il completamento del quadrato.

(d) Teorema Fondamentale dell'algebra (enunciato e significato)

(e) **[EXTRA] valido solo se si ha risposto correttamente ai precedenti** Teorema di fattorizzazione in R. (Dimostrazione usando il teorema fondamentale e le proprietà del coniugio in C)

[20]

3. Disequazioni razionali.

$$\frac{-x^2 + 9x - 14}{2x^2 - 5x - 3} < 0$$

$$x \leq -1/2 \vee 2 < x < 3 \vee x > 7$$

$$\begin{cases} x^2 - 9x > 0 \\ 5x^2 - 7x + 1 > 0 \end{cases}$$

$$x < 0 \vee x > 9$$

[10]

4. Numeri complessi

Scomposizione nell'insieme dei numeri complessi: fattorizzare completamente:

$$x^3 + 1 =$$

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = (x + 1) \left(x - \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) \left(x + \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)$$

[10]

Sviluppare, semplificare e scrivere parte reale e parte immaginaria:

$$\left(\frac{5}{2+i}\right)^3 =$$

$$2 - 11i$$

[10]

## 5. Geometria Analitica

(a) Trovare l'equazione della retta che passa per  $C(-1,2)$  e con coefficiente angolare uguale a quello della retta che passa per  $A(2,2)$  e  $B(1,-4)$ .  $y=6x+8$  [10]

(b) Trovare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse  $y$  che passa per i punti  $A(0,3)$  e  $B(1,4)$  ed è tangente alla retta di equazione  $6x + y - 19 = 0$ .  
 $y = -x^2 + 2x + 3$  e  $y = -49x^2 + 50x + 3$  [10]

## 6. Goniometria

(a) Teoria: Formule di alcuni angoli associati:  
Es. : Angoli supplementari:

$$\begin{cases} \cos(\pi - \alpha) = \boxed{-\cos(\alpha)} \\ \sin(\pi - \alpha) = \boxed{\sin(\alpha)} \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \sin(\alpha) = \sin(\beta) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = \alpha + 2k\pi \vee \pi - \alpha + 2k\pi} \quad [10]$$

(b) Risolvi:

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$$

$$\boxed{\frac{\pi}{2} \vee \frac{\pi}{6} + 2k\pi}$$

$$\cos^2(x) + \sin^2(2x) = 1$$

$$\boxed{\pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k\pi}$$

[10]

## 7. Esponenziali.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 = 0$$

$$\boxed{x = -2, 0}$$

$$25^x + 9 \cdot 5^{2x} \leq 2$$

$$\boxed{x \leq -1/2}$$

[10]