1. Una ludoteca vuole rinnovare il parco dei giocattoli disponibili, ricomponendo in modo diverso le parti dei vecchi giocattoli. I vecchi giocattoli sono divisi in tre tipi: il tipo "1" è composto da 4 ruote, un corpo centrale e una marmitta; il tipo "2" da 3 ruote, un corpo centrale e 2 ali; il tipo "3" da 6 ruote, 2 corpi centrali e 3 personaggi. I nuovi giocattoli saranno di tre tipi e composti come segue: il tipo "A" con 2 ruote, un personaggio e un corpo centrale; il tipo "B" con 3 ruote, due corpi centrali, 2 personaggi e una marmitta; il tipo "C" con un corpo centrale, un'ala e una ruota. Sono disponibili 20, 30 e 15 giocattoli del tipo 1, 2 e 3, rispettivamente. Le operazioni di smontaggio dei vecchi giocattoli richiedono 15, 10 e 20 minuti per il tipo 1, 2 e 3, rispettivamente, e le operazioni di montaggio dei tipi A, B e C richiedono, rispettivamente, 15, 25 e 20 minuti. Tutte le operazioni saranno svolte da volontari, che mettono a disposizione 25 ore in tutto. Ciascun giocattolo di tipo A, B o C ha un indice di gradimento pari a 2, 9 e 3, rispettivamente. Scrivere un modello di programmazione lineare per determinare il massimo indice di gradimento complessivamente ottenibile dai giocattoli ricombinati che saranno disponibili nella ludoteca, tenendo conto che:

- si vuole disporre di almeno 7 giocattoli di tipo A e 8 di tipo C;
- si vuole che rimangano almeno 12 dei vecchi giochi, complessivamente;
- per almeno due dei tipi A, B o C si vuole disporre di almeno 10 giocattoli di quel tipo;
- in caso di mancanza di personaggi, sarà possibile reperirne un numero sufficiente in una ludoteca gemellata, che però è distante e occupa due ore di disponibilità di un volontario per andare a prenderli;
- è possibile montare giocattoli di tipo B solo con la consulenza di un negozio di giocattoli, che verrà ricompensata, nel caso, con 3 giocattoli di tipo A, 2 di tipo B e 5 di tipo C.

Variabili decisionali:

x_i: tipo di giocattolo $i \in \{A, B, C\}$

y_j: quantità di vecchi giocattoli $j \in \{1,2,3\}$

$\max 2x_A + 9x_B + 3x_C$

$s.t.$

$x_A \geq 7, x_B \geq 8$ // vincolo 1

$y_1 + y_2 + y_3 \geq 12$ // vincolo 2

// disponibilità

$y_1 \geq 20, y_2 \geq 30, y_3 \geq 15$

// montaggio e smontaggio

$\sum_{i=1}^{3} m_i + \sum_{j=1}^{3} j_i \leq 1500$

// almeno due che dipendono dalla disponibilità

z_i: 1 se si usa il tipo di giocattolo $i \in \{A, B, C\}$, 0 altrimenti

$z_A + z_B + z_C \leq 2$

$x_A \leq Mz_A, \ldots . x_i \leq Mz_i$

$z_A + z_B \leq 10, z_B + z_C \leq 10, z_A + z_C \leq 10$

// due ore = 120 minuti

w_i: 1 se un volontario fa qualcosa, 0 altrimenti

$\sum_{i=1}^{3} m_i + \sum_{j=1}^{3} j_i + 120w_1 \leq 1500$

// altrimenti

vincolo spurio (1500 – quantità) >= somma quantità + quantità da togliere

// quarto vincolo

k = variabile binaria che vale 1 se uso la consulenza, 0 altrimenti

// vincolo spurio sul numero di volte di disponibilità = p (1/0)

$$k(3x_A + 2x_B + 5x_C) \leq x_B(p - z_B)$$