Una società di sviluppo software deve rinnovare le licenze per il suo parco macchine. La società dispone di 10 macchine (A,B,C,D,E,F,G,H,I,L) e 5 sviluppatori. Gli sviluppatori lavorano in remoto collegandosi a una macchina punto uno sviluppatore può collegarsi a una macchina qualsiasi, purché la qualità del segnale sia almeno pari al 70%. La qualità del segnale (in percentuale) per diversi collegamenti è indicata nella seguente tabella.

Sviluppatore	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
1	80	20	75	90	100	30	20	85	20	95
2	10	80	90	60	50	75	20	20	75	20
3	30	10	50	30	10	50	70	80	90	70
4	95	30	75	80	50	60	80	30	75	50
5	70	80	10	60	90	80	75	75	50	80

Il mercato mette a disposizione due tipi di licenza: user e server. Una licenza user costa 1.000 € ed è legata allo sviluppatore, permettendo a un singolo sviluppatore di lavorare su tutte le macchine cui lo sviluppatore ha accesso; una licenza server costa 5.000 € ed è legata alla macchina, permettendo a tutti gli sviluppatori che vi hanno accesso di lavorare su una singola macchina. Scrivere il modello di programmazione lineare che determini il piano di acquisto licenze di costo minimo, tenendo conto che:

- Si vogliono acquistare almeno due licenze user e non più di tre licenze server;
- Ogni sviluppatore deve avere la possibilità di lavorare su almeno due macchine;
- Si ha un costo fisso per l'emissione degli ordini: 100 € per l'ordine di licenze user e 150 € per l'ordine di licenze server;
- [Se si acquistano almeno 6 licenze macchina, una è in omaggio.]

- X_I = LICENZA TIPO $I \in \{1 \ldots 5\}$ → CLIENT

- Y_J = LICENZA TIPO $J \in \{A \ldots L\}$ → SERVER

↓ MINIMIZZARE COSTO LICENZE

$$Z = F.O = \sum_{i=1}^{5} x_i \cdot 5000 + \sum_{j=1}^{10} Y_j \cdot 1000$$

↑ min

[- Si vogliono acquistare almeno due licenze user e non più di tre licenze server;]

$$B_i = \begin{cases} 1 & \text{se } X_i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$C_j = \begin{cases} 1 & \text{se } Y_j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 \geq 2$$

$$C_1 + \ldots C_{10} \leq 3$$

ATTIVAZIONE:

$$B_i \leq M x_i , C_j \leq M Y_j$$

M = ABBASTANZA GRANDE

- Ogni sviluppatore deve avere la possibilità di lavorare su almeno due macchine;

Z_{is} → NUMERO LICENZE CLIENT E SERVER

$$D_{is} \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{se } Z_{is} \\ 0 & \text{ALTRIMENTI} \end{cases}$$

$$\sum_i \sum_s Z_{is} \geq 2 \iff \sum_i \sum_s Z_{is} \leq M \sum_i \sum_s D_{is}$$

- Si ha un costo fisso per l'emissione degli ordini: 100 € per l'ordine di licenze user e 150 € per l'ordine di licenze server;

↓ MINIMIZZARE COSTO LICENZE

$$Z = F.O = \sum_{i=1}^{5} x_i \cdot 5000 + \sum_{s=1}^{10} y_s \cdot 1000$$

min

F_i → 100 (USER)

G_s → 150 (SERVER)

COSTO FISSO → ?

$Z = \ldots\ldots + 100 \cdot \sum$ USER $+ 150 \sum$ SERVER !

DECISIONE ⟺ VARIABILE

- Se si acquistano almeno 6 licenze macchina, una è in omaggio.

$$\text{OMAGGIO?} \rightarrow O = \begin{cases} 1 & \text{se OMAGGIO} \\ 0 & \end{cases}$$

$$\sum_{j} C_j \geq (6 - O)$$

O = OMAGGIO

$80q_{1A} + 75q_{1C} + 90q_{1D} + 100q_{1E} + 85q_{1H} + 95q_{1L} \geq 70$ //collegamento qualità del segnale per tutte le macchine considerando lo sviluppatore 1.

Sommando quindi tutte le quantità >=70; così via per tutte le combinazioni sviluppatore-macchina.

$\sum_i \sum_j S_{ij} \geq 0.7$ QUANT.

70% QUALITÀ SEGNALE

Sviluppatore	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
1	80	20	75	90	100	30	20	85	20	95
2	10	80	90	60	50	75	20	20	75	20
3	30	10	50	30	10	50	70	80	90	70
4	95	30	75	80	50	60	80	30	75	50
5	70	80	10	60	90	80	75	75	50	80

(!) DOMINI:

- Z_+ → 300 QUINTALI
- R → POZZI DI LEGNO (FRAZIONARIA)
- $\{0,1\}$ → BINARIA

16-06-2017

Una coppia in luna di mela le isole Azzorre si trova nell'isola di Sao Miguel e vuole organizzare le escursioni nei quattro giorni di vacanza che restano punto. Le opportunità sono sintetizzate nella seguente tabella (i costi sono per la coppia):

	Escursione	Costo (euro)	Durata (ore)	Indice preferenza (marito) 1	Indice preferenza (moglie) 2	
A	Isola di Flores	150	8	3	7	3 + 7
B	Avvistamento balene	200	8	2	5	2 + 5
C	Avvistamento delfini	150	6	4	4	4 + 4
D	Fabbrica del té	80	3	7	6	7 + 6
E	Visita dei vulcani	170	4	1	3	1 + 3
F	Surf	130	5	7	1	7 + 1
G	Partita a golf	240	5	6	2	5 + 6

F.O

Si formulò il modello di programmazione lineare che stabilisca quali escursioni effettuare, in modo da massimizzare l'indice di preferenza complessivo della coppia, tenendo conto che:

- Si vuole fare esattamente un'escursione al giorno;
- Il budget a disposizione di 600 €;
- Si vuole fare esattamente una escursione di avvistamento delfini o balene;
- La durata media delle escursioni deve essere inferiore a 5 ore;
- [Se si va all'isola di Flores, l'avvistamento balene costa 70 € in meno.]

$$Z = \max \sum_i \sum_j$$

F.O → Z

X_{ij} → $I = \{1, 2\}$ → MARITO, MOGLIE

$J = \{A, \ldots F\}$ → ROTTE

[- Si vuole fare esattamente un'escursione al giorno;]

$$B_s = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

B_s = ESCURSIONE DEL TIPO S FATTA IN UN GIORNO

$$B_1 + \dots B_7 = 1$$

$$\sum_s B_s \leq M \sum_s B_s$$

[- Il budget a disposizione di 600 €;]

Escursione	Costo (euro)
Isola di Flores	150
Avvistamento balene	200
Avvistamento delfini	150
Fabbrica del té	80
Visita dei vulcani	170
Surf	130
Partita a golf	240

$$150 B_1 + 200 B_2 + \dots \leq 600$$

B C

[- Si vuole fare esattamente una escursione di avvistamento delfini o balene;]

$$B_B + B_C = 1$$

[- La durata media delle escursioni deve essere inferiore a 5 ore;]

Durata (ore)
8
8
6
3
4
5
5

$$\rightarrow \frac{8 B_1 + 8 B_2 \dots}{7} \leq 5$$

[- Se si va all'isola di Flores, l'avvistamento balene costa 70 € in meno.]

$$Z = \begin{cases} 1 & \text{SE 70 IN MENO} \\ 0 \end{cases}$$

$$150 B_1 + 200 B_2 \dots \leq 600 - 70 Z$$

6. Per l'assortimento di scatole di cioccolatini, sono disponibili praline di forme (cuore, fiore, stella o chicco) e gusti (latte, fondente o caffè) diversi. Le praline sono acquistate dalla sede centrale in confezioni, ciascuna contenente praline della stessa forma e dello stesso gusto. Il numero di praline per confezione dipende dalla forma: 70 cuori, 50 fiori, 100 stelle o 200 chicchi. Il costo per confezione dipende dal gusto: 30 euro per il latte, 50 euro per il fondente e 40 euro per il caffè. Le disponibilità di confezioni per le diverse forme e i diversi gusti sono riassunti nella tabella sotto. Il confezionamento avviene in tre diversi stabilimenti. Ogni stabilimento produce lo stesso numero di scatole dello stesso peso, ma con una composizione diversa: ciascuno stabilimento richiede 900 kg di cioccolato in tutto, e una quantità minima diversa di cioccolato dei diversi gusti, come dalla tabella.

COSTO FISSO ?

F_G

Gusto	Disponibilità				Richiesta minima (kg)		
	Cuore	Fiore	Stella	Chicco	Stab. 1	Stab. 2	Stab. 3
Latte	Sì	Sì	No	No	500	100	100
Fondente	Sì	No	Sì	No	100	500	100
Caffè	No	Sì	Sì	Sì	100	100	500

Ciascuna pralina a forma di cuore, fiore, stella e chicco pesa, rispettivamente, 30, 50, 20 e 10 grammi. Si scriva un modello di programmazione lineare che minimizzi i costi tenendo conto che:

- si vogliono acquistare almeno 10 confezioni di cuori di cioccolato fondente;
- prima della spedizione negli stabilimenti, le praline acquistate sono pretrattate su linee diverse a seconda della forma, indipendentemente dal gusto, e ogni linea ha un costo fisso di setup pari a 200 euro;
- si vogliono acquistare praline di almeno 3 forme, indipendentemente dal gusto;
- si può evitare di rifornire uno stabilimento a scelta, pagando 15 000 euro a un fornitore esterno.

F.O. $+200\sum_G F_G$

MINIMIZZ. COSTI $\Rightarrow X_{FG} =$ { F = FORMA {C, F, S, C}; G = GUSTO {L, F, C} }

30 | 50 | 40

L F C

$$Z = \min 30(X_{LC} + X_{LF} + X_{LS} + X_{LC}) + 50(X_{FC} + X_{FF} + X_{FS} + X_{FC}) + 40(X_{CC} + X_{CF} + X_{CS} + X_{CC})$$

che:
- si vogliono acquistare almeno 10 confezioni di cuori di cioccolato fondente;

$X_{FC} \geq 10$

Gusto	Disponibilità ①				Richiesta minima (kg) ②		
	Cuore	Fiore	Stella	Chicco	Stab. 1	Stab. 2	Stab. 3
Latte	Sì	Sì	~~No~~	~~No~~	500	100	100
Fondente	Sì	~~No~~	Sì	~~No~~	100	500	100
Caffè	~~No~~	Sì	Sì	Sì	100	100	500

70 50 100 200] QUANTITÀ PER FORMA

30 50 20 10] PESO (GRAMMI) PER FORMA

$$70x_{L1} * 0.03 + 0.05 * 50x_{L2} \geq 500 + 100 + 100$$
$$0.03 * 70x_{F1} + 0.02 * 100x_{F3} \geq 100 + 500 + 100$$
$$0.05 * 50x_{L2} + 0.02 * 100x_{C3} + 0.01 * 200x_{C4} \geq 100 + 100 + 500$$

riassunti nella tabella sotto. Il confezionamento avviene in tre diversi stabilimenti. Ogni stabilimento produce lo stesso numero di scatole dello stesso peso, ma con una composizione diversa: ciascuno stabilimento richiede 900 kg di cioccolato in tutto e una quantità minima diversa di cioccolato dei diversi gusti, come dalla tabella.

Gusto	Disponibilità				Richiesta minima (kg)		
	Cuore	Fiore	Stella	Chicco	Stab. 1	Stab. 2	Stab. 3
Latte	Sì	Sì	No	No	500	100	100
Fondente	Sì	No	Sì	No	100	500	100
Caffè	No	Sì	Sì	Sì	100	100	500

Y_{SG} → G = GUSTO
S = STABILIMENTO $\{1, 2, 3\}$

$$500 L_1 + 100 F_1 + 100 C_1 + \ldots \leq 900$$

$z = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

- si vogliono acquistare praline di almeno 3 forme, indipendentemente dal gusto;
- si può evitare di rifornire uno stabilimento a scelta, pagando 15 000 euro a un fornitore esterno.

$$Y_F = \{C, S, F, C\} \rightarrow C_F = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$C_C + C_S + C_F + C_C \geq 3$$

$$\sum_F Y_F \leq M \sum_F C_F$$

$$F.O + 15000\, z$$

In questo modo, andiamo ad introdurre in funzione obiettivo $-900z$ dato che non rispettiamo genericamente la richiesta minima; tuttavia, occorre indicizzarla.

$z_i = 1$ se non produco in stabilimento $i \in \{1,2,3\}$, 0 altrimenti
Vincolo di attivazione se scegliessi un certo stabilimento, legando le singole variabili

$$z_1 - z_2 - z_3 = 3 - z$$

Occorre aggiungere il non rispetto delle richieste minime prima:

$$70x_{L1} * 0.03 + 0.05 * 50x_{L2} \geq 500z_1 + 100z_2 + 100z_3$$
$$0.03 * 70x_{F1} + 0.02 * 100x_{F3} \geq 100z_1 + 500z_2 + 100z_3$$
$$0.05 * 50x_{L2} + 0.02 * 100x_{C3} + 0.01 * 200x_{C4} \geq 100z_1 + 100z_2 + 500z_3$$

La f.o. è correttamente:

$$\min 30(x_{L1} + x_{L2}) + 50(x_{F1} + x_{F3}) + 40(x_{C2} + x_{C3} + x_{C4}) + 200(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + 15000z$$

Aggiungiamo i domini:

$$x_{ij} \in Z_+, z \in \{0,1\}, z_i \in \{0,1\}, w_i \in \{0,1\}, \forall i \in \{L, F, C\}, \forall j \in \{1,2,3,4\}$$