Verifica sommatorie, serie geometrica, telescopica e armonica. Convergenza s divergenza

SORIO = SOMADITORIAN SUCCESSIONS

Una serie numerica è la somma dei termini di una successione, indicata con: $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n + \ldots$

Per studiare una serie, definiamo le somme parziali:

$$S_n=\sum_{k=1}^n a_k=a_1+a_2+\ldots+a_n$$

Una serie si dice:

- Convergente se esiste finito il limite delle somme parziali: $\lim_{n \to +\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
- **Divergente** se il limite delle somme parziali è infinito: $\lim_{n \to +\infty} S_n = \pm \infty$
- Irregolare se il limite delle somme parziali non esiste

5 SISTIPLO PRATICO SORVE

B. (__/2) Per ogni serie scrivi la ridotta di ordine 3 s_3

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n} = \frac{(-2)^1}{1} + \frac{(-2)^2}{2} + \frac{(-2)^3}{3}$$
$$= -2 + 2 - 8 = -8 = 3$$

2.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)!}$$
 $M! = FATTORIAGE$

S. = 5.4.3.2.1/0!=1

CLED TO DELAD

OI. + 11. + 2!. + 3!.

(0+1)! (1+1)! (2+1)! (3+1)!

= 0!. + 1!. + 2!. + 3!.

- 0!. + 1!. + 2!. + 3!.

1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 1!. 2!. + 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 3!. 4!.

- 1!. 4 2!. + 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

- 2!. 4 3!.

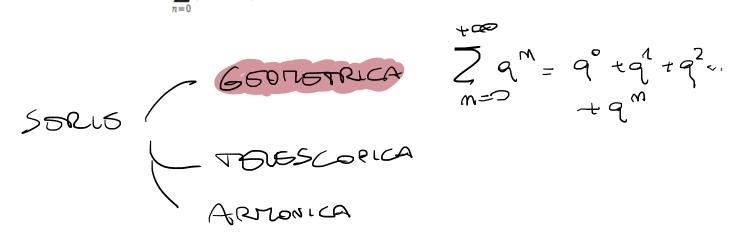
- 2!. 4 3!.

- 2!. 4

2 CT = 0

C. (__/3) Studiare le seguenti serie geometriche, se sono convergenti calcolarne la somma.

4.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(4 - \sqrt{15}\right)^n$$



Una serie geometrica ha la forma:

netrica ha la forma:
$$\sum_{n=0}^{+\infty}q^n=1+q+q^2+q^3+\dots$$

o anche:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} q^{n-1} = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$$

Convergenza della Serie Geometrica

1. Se
$$|q|<1$$
, la serie converge a $\frac{1}{1-q}$ 2. Se $|q|\geq 1$, la serie diverge

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-q}$$

$$\frac{20}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-9}}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\sqrt{-9}$$

$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+4}}$$

CAPING QUALTO

VAUS
$$^{\circ}Q^{\circ}$$
 $1-11^{1}$
 $2^{1+\alpha}$
 $=-\frac{1}{2^{3}}=-\frac{1}{32}$
 $=-\frac{1}{32}$

921 -> LA SORIS DOUS CONUSTIGNIS

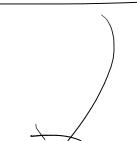
$$\frac{1}{1-9} - 5 = \frac{32}{32}$$

$$\frac{1}{2^{m+4}} = \frac{32}{32}$$

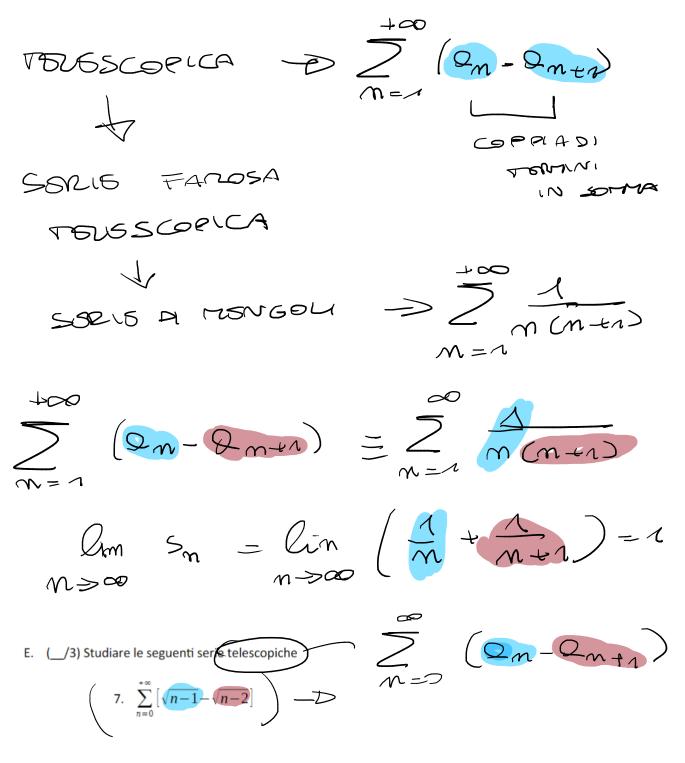
$$(AUTORNATIVA) S = \frac{-1/32}{1-(-\frac{1}{2})} \frac{1}{48}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{18^{n+3}}{6^n}$$
 Riscriviamo: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{18^n \cdot 18^3}{6^n} = 18^3 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (\frac{18}{6})^n = 18^3 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} 3^n$
Questa è una serie geometrica con primo termine $a=3$ e ragione $r=3$.

Poiché $|r|=|3|=3>1$, la serie diverge.



D. (__/1) Dare una definizione di serie telescopica e descrivine la più famosa.



Come Affrontare gli Esercizi con Serie Telescopiche

1. Identifica se i termini possono essere scritti come differenza

2. Scrivi le somme parziali ed osserva le cancellazioni

Some parziali ed osserva le cancellazioni

Soma SUK Tontiui
$$-5^3$$
. Calcola il limite della somma parziale

Se -5^3 . Calcola il limite della somma parziale

 -5^3 . Calcola il limite della somma parziale

 -5^3 . Calcola il limite della somma parziale

$$\lim_{n \to \infty} \int_{\mathbb{R}^{-1}} + \int_{\mathbb{R}^{-2}} = \int_{\mathbb{R}^{-1}} + \int_{\mathbb{R}^{-2}} \int_{\mathbb{R}^{-1}} + \int_{\mathbb{R}^{-1}} \int_{\mathbb{R}^{+1}} \int_{\mathbb{R}^{+$$

8. $\sum_{n=0}^{+\infty}(\frac{1}{n+5}-\frac{1}{n+6})$ Questa è una serie telescopica: $s_k=\sum_{n=0}^k[\frac{1}{n+5}-\frac{1}{n+6}]=\frac{1}{5}-\frac{1}{k+6}$

Quando $k o \infty$, $s_k o rac{1}{5}$, quindi la serie converge a $rac{1}{5}$. 9. $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln(1+rac{1}{n})$ Riscriviamo: $\ln(1+rac{1}{n}) = \ln(rac{n+1}{n}) = \ln(n+1) - \ln(n)$

Quindi la serie è $\sum_{n=1}^{+\infty}[\ln(n+1)-\ln(n)]$, che è telescopica: $s_k=\sum_{n=1}^k[\ln(n+1)-\ln(n)]=\ln(k+1)-\ln(1)=\ln(k+1)$

Quando $k o \infty$, $s_k o \infty$, quindi la serie diverge.

F. (__/1) Dare una definizione di serie armonica e farne un esempio dicendo se converge o diverge con motivazione.