# Correttezza esercizio intervalli

Proprietà di scelta greedy: $\exists$ un insieme di intervalli ottimo che contiene la scelta greedy $[x_1, x_1+1]$

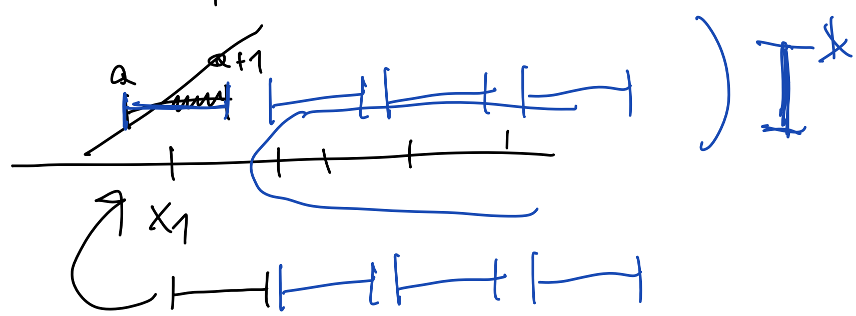
Dimostrazione: sia $I^*$ soluzione ottima

sia $[a, a+1] \in I^*$ un intervallo che copre $x_1$

$a \leq x_1 \leq a+1$

se $a = x_1$ ho finito

se $a < x_1$




tutti i punti coperti da $[a, a+1]$ sono anche coperti da $[x_1, x_1+1]$

allora considero $I' = I^* \setminus \{[a, a+1]\} \cup \{[x_1, x_1+1]\}$

$I'$ è sol. ammissibile perché

$$|I'| = |I^*| \Rightarrow I' \text{ è sol. ottima}$$

Proprietà di sottostruttura: sia $I^*$ una soluzione ottima che contiene la scelta greedy: allora $I^* \setminus \{[x_1, x_1+1]\}$ è soluzione ottima del sottoproblema $X \setminus \{x_j \in X : x_j \leq x_1+1\}$

Dimostrazione: $I^* \setminus \{[x_1, x_1+1]\}$ è soluzione ammissibile per il sottoproblema. Suppongo per assurdo che non sia ottima: prendo quella ottima, ci aggiungo $[x_1, x_1+1]$, ottenendo una soluzione per il problema originale che ha meno intervalli: assurdo.

---

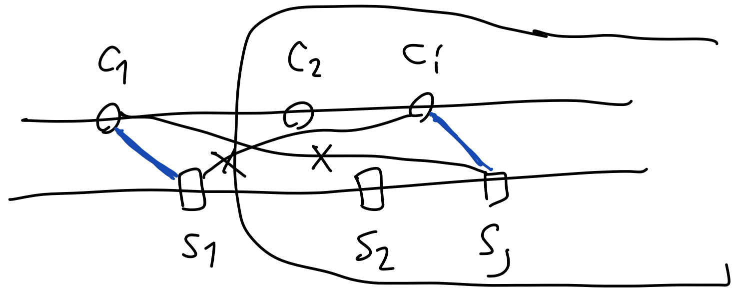
Correttezza esercizio matching

Proprietà di scelta greedy: $\exists$ un matching che contiene la scelta greedy $c_1 - s_1$

Dim.: sia $M^*$ una soluzione ottima

se c'è $c_1 - s_1$ in $M^*$ ho finito

se non c'è:




Caso $c_1 \leq s_1 \leq c_i \leq s_j$

$c_1 - s_1$, $c_i - s_j$ ha costo $(s_1 - c_1) + (s_j - c_i)$

$c_1 - s_j$, $c_i - s_1$ ha costo $(s_j - c_1) + (c_i - s_1)$

$$s_j - c_1 - (c_i - s_1)$$
$$s_j - c_1 + (c_i - s_1)$$

Proprietà di sottostruttura ottima: sia $\Pi^*$ un matching ottimo che contiene la scelta greedy $c_1 - s_1$. Allora gli assegnamenti di $c_2, c_3, \ldots, c_n$ a $s_2, s_3, \ldots, s_n$ sono un matching ottimo per il sottoproblema $C \setminus \{c_1\}$ e $S \setminus \{s_1\}$

Dim: $c(\Pi^*) = |c_1 - s_1| + c(\Pi')$

per assurdo, se così non fosse, allora $\exists$ un matching per di costo minore di $c(\Pi')$: uso quello, ottenendo un matching per il problema originale di costo inferiore a $c(\Pi^*)$: assurdo.