

# 1. Definizione Linguaggio

- Osservo il problema
- Lo traduco usando  $M$  come macchina di Turing e  $w$  come input

**Definizione:** Un *gawlix* è una stringa di simboli che rappresenta una parolaccia nei fumetti (es. "\$@!", "£\*#×+!").

$GROSS\_TM = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ è una macchina di Turing e } L(M) \text{ contiene almeno un gawlix} \}$

## 2. Dimostrazione Indecidibilità

### Schema Generale per Dimostrazione di Indecidibilità

#### Fase 1: Identificazione del Linguaggio di Partenza

Scelta strategica della riduzione:

- $A_{TM} \rightarrow M$  è una TM e  $w$  è un input accettato
- $E_{TM} \rightarrow E_{TM} \text{ (Empty)} = L(M)$  è vuoto = La macchina ha linguaggio vuoto = L'input è vuoto
- $EQ_{TM} \rightarrow M1$  ed  $M2$  due macchine tali che  $L(M1) = L(M2)$  = Hanno lo stesso linguaggio

Logica:  $A \leq_m B$  =  $A$  è indecidibile  $\rightarrow B$  (PROBLEMA DELL'ESERCIZIO) è indecidibile

- $A$  è grande  $\rightarrow B$  è piccolo

Per  $A$  andiamo a scegliere uno dei tre  $\rightarrow$  di solito  $A_{TM}$

#### Fase 2: Struttura della Riduzione

Funzione di riduzione  $f: \langle M, w \rangle \mapsto \langle M' \rangle$

Input:  $\langle M, w \rangle$  (coppia per  $A_{TM}$ )

Output:  $\langle M' \rangle$  (istanza per PROBLEMA =  $GROSS\_TM$ )

#### Fase 3: Costruzione della Macchina Ausiliaria $M'$

Template generale:

```
M' = "Su input x:  
  1. [Fase di controllo: simulazione di M su w]  
  2. [Fase di decisione: comportamento condizionale]  
  3. [Risultato: accettazione/rifiuto basata su simulazione]"
```

### Implementazione specifica:

```
M' = "Su input x:  
  1. Ignora completamente x  
  2. Simula M su input w  
  3. Se M accetta w → accetta x  
  4. Se M rifiuta w → rifiuta x"
```

## Fase 4: Analisi dei Casi

**Caso A:**  $\langle M, w \rangle \in A_{TM}$  (M accetta w)

```
⇒ M' accetta ogni stringa  
⇒  $L(M') = \Sigma^*$   
⇒  $L(M')$  contiene ogni possibile grawlix  
⇒  $\langle M' \rangle \in GROSS\_TM$ 
```

**Caso B:**  $\langle M, w \rangle \notin A_{TM}$  (M non accetta w)

```
⇒ M' non accetta mai  
⇒  $L(M') = \emptyset$   
⇒  $L(M')$  non contiene alcun grawlix  
⇒  $\langle M' \rangle \notin GROSS\_TM$ 
```

## Fase 5: Verifica della Correttezza

**Equivalenza bidirezionale:**

```
 $\langle M, w \rangle \in A_{TM} \Leftrightarrow \langle M' \rangle \in GROSS\_TM$ 
```

**Computabilità della riduzione:**

- La costruzione di M' è algoritmica
- Non richiede la risoluzione di  $A_{TM}$
- Tempo di costruzione polinomiale

## Fase 6: Conclusione

$A_{TM} \text{ indecidibile} \wedge A_{TM} \leq_m GROSS_{TM} \Rightarrow GROSS_{TM} \text{ indecidibile}$

---

## Pattern Alternativi di Riduzione

### Da $E_{TM}$ (più complesso):

Dato  $\langle M \rangle$ , costruire  $M''$ :

- Se  $L(M) = \emptyset \rightarrow M''$  riconosce solo grawlix
- Se  $L(M) \neq \emptyset \rightarrow M''$  riconosce linguaggio senza grawlix

### Da $EQ_{TM}$ (molto complesso):

Richiederebbe costruzione di due macchine con linguaggi specificamente progettati per il confronto

**Conclusione strategica:**  $A_{TM} \rightarrow GROSS_{TM}$  è la riduzione più diretta ed elegante per questo problema.