

0 - Funzioni

- Continua = NON stacchi la penna dal foglio
- Derivabile = La funzione HA una pendenza ed esiste il limite del rapporto incrementale

1. Derivate

1) Rapporto incrementale e derivata Misura quanto velocemente cambia una quantità. Esempio: km/h è il rapporto incrementale di spazio e tempo.

2) Continuità vs derivabilità Una funzione può essere continua ma avere "spigoli" dove non si può calcolare la pendenza.

3) Punti di non derivabilità

- **Angoloso**: spigolo netto (come il vertice di $|x|$)
- **Cuspide**: punta acuta dove la tangente è verticale
- **Flesso verticale**: curva che diventa improvvisamente verticale

4) Teoremi

- **Fermat**: nei punti più alti/bassi la pendenza è zero
- **Rolle**: se parti e arrivi alla stessa altezza, da qualche parte la pendenza è zero
- **Lagrange**: esiste sempre un punto dove la pendenza istantanea = pendenza media

5) Criterio di monotonia Derivata positiva = funzione cresce, derivata negativa = funzione decresce.

6) Massimi e minimi Dove la derivata è zero: se prima sale e poi scende = massimo, se prima scende e poi sale = minimo.

7) Concavità

- **Convessa**: curva a "U", derivata seconda positiva
- **Concava**: curva a "∩", derivata seconda negativa

8) Punti di flesso Dove la curva cambia da concava a convessa o viceversa. La "forma" della curva si inverte.

2 - Integrali

1) Primitiva È l'operazione inversa della derivata. Se la derivata ti dice la velocità, la primitiva ti riporta alla posizione.

2) Integrale indefinito L'insieme di tutte le funzioni che hanno la stessa derivata. Include sempre una costante arbitraria (+C).

3) Linearità Puoi "spacchettare" l'integrale: integrale di $(f + g) =$ integrale di $f +$ integrale di g .

4) Somma di Riemann Approssima l'area sotto una curva usando tanti rettangolini. Più sono piccoli, più è precisa l'area.

5) Integrale definito Calcola l'area esatta sotto una curva tra due punti. È il limite delle somme di Riemann.

6) Interpretazione geometrica L'integrale definito = area tra la curva e l'asse x. Positiva sopra l'asse, negativa sotto.

7) Proprietà dell'integrale definito

- **Linearità:** puoi sommare/moltiplicare dentro l'integrale
- **Additività:** puoi spezzare l'intervallo di integrazione
- **Monotonia:** funzione più grande = integrale più grande

3. Serie

1) Serie numerica Somma di infiniti numeri in sequenza. Come: $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$

2) Studio del carattere Capire se la somma infinita arriva a un numero finito o "esplode" all'infinito:

- **Convergente:** arriva a un valore finito
- **Divergente:** va all'infinito
- **Irregolare:** oscilla senza stabilizzarsi

3) Condizione necessaria Perché una serie converga, i termini devono diventare sempre più piccoli fino a zero.

4) Serie geometrica Ogni termine = precedente \times fattore fisso (q):

- Se $|q| < 1$: converge
- Se $q \geq 1$: diverge
- Se $q \leq -1$: oscilla

5) Serie telescopica I termini si "cancellano" a vicenda come un telescopio che si chiude. Molto facile da calcolare.

6) Serie armonica generalizzata Forma: $1/n^\alpha$

- Se $\alpha > 1$: converge (la somma è finita)

- Se $\alpha \leq 1$: diverge (la somma va all'infinito)