

1. **(12 punti)** La *traslitterazione* è un tipo di conversione di un testo da una scrittura a un'altra che prevede la sostituzione di lettere secondo modalità prevedibili. Per esempio, il sistema di traslitterazione Hepburn permette di convertire la scrittura Kana giapponese nell'alfabeto latino usando la seguente tabella:

あ ア か が カ ガ さ ざ さ ざ た だ タ ダ な は ば ぱ ハ バ パ ま や や ら り わ っ
a a ka ga ka ga sa za sa za ta da ta da na ha ba pa ha ba pa ma ya ya ra ra wa wa

い イ き ぎ キ ギ し じ シ ジ ち ぢ チ チ に ニ ひ び ひ ひ ヒ ビ ビ み ミ り リ
i i ki gi ki gi shi ji shi ji chi ji chi ji ni ni hi bi pi hi bi pi mi mi ri ri

う ウ く ぐ ク グ す ず ス ズ つ づ ツ ツ ぬ ぬ ふ ぶ ぶ フ ブ プ む ム ゆ ユ る ル
u u ku gu ku gu su zu su zu tsu zu tsu zu nu nu fu bu pu fu bu pu mu mu yu yu ru ru

え エ け げ ケ ゲ せ ぜ セ ゼ て で テ デ ね ネ へ べ ぺ へ べ ぺ め メ れ レ
e e ke ge ke ge se ze se ze te de te de ne ne he be pe he be pe me me re re

お オ こ ご コ ゴ そ ぞ ソ ゾ と ど ト ド の ノ ほ ぼ ぽ ホ ボ ぽ も も よ よ ろ ろ を を っ
o o ko go ko go so zo so zo to do to do no no ho bo po ho bo po mo mo yo yo ro ro o o

ん ン
n n

Dati due alfabeti Σ e Γ , possiamo definire formalmente una traslitterazione come una funzione $T : \Sigma \mapsto \Gamma^*$ che mappa ogni simbolo di Σ in una stringa di simboli in Γ .

Dimostra che se $L \subseteq \Sigma^*$ è un linguaggio regolare e T è una traslitterazione, allora anche il seguente linguaggio è regolare:

$$T(L) = \{w \in \Gamma^* \mid w = T(a_0)T(a_1)\dots T(a_n) \text{ per qualche } a_0a_1\dots a_n \in L\}.$$

- 2. (12 punti)** Dimostra che il seguente linguaggio non è regolare:

$$L_2 = \{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^* \text{ e } x \neq y\}.$$

- 3. (12 punti)** Date due stringhe w e t , diciamo che t è una *permutazione* di w se t e w hanno gli stessi simboli di w con ugual numero di occorrenze, ma eventualmente in un ordine diverso. Per esempio, le stringhe 01011 e 00111 sono entrambe permutazioni di 11001.

Dimostra che se $B \subseteq \{0, 1\}^*$ è un linguaggio regolare, allora il linguaggio

$$\text{SCRAMBLE}(B) = \{t \in \{0, 1\}^* \mid t \text{ è una permutazione di qualche } w \in B\}$$

è un linguaggio context-free.