

1. (9 punti) Considera il linguaggio

$$L = \{a^{n^2}b^{n^2} \mid n > 0\}.$$

Dimostra che L non è regolare.

2. (9 punti) Dimostra che se L è un linguaggio context-free, allora anche il seguente linguaggio è context-free:

$$\text{insert}_{\#}(L) = \{x\#y \mid xy \in L\}.$$

3. (9 punti) Dimostra che un linguaggio è decidibile se e solo se esiste un enumeratore che lo enumera seguendo l'ordinamento standard delle stringhe.

4. (9 punti) Una Turing Machine *moltiplica correttamente* se, dati in input due numeri binari separati da $\#$, termina la computazione con la loro moltiplicazione (in binario) sul nastro. (Non importa cosa fa sugli altri input.) Considera il problema di determinare se una TM moltiplica correttamente.

- (a) Formula questo problema come un linguaggio MUL_{TM} .
- (b) Dimostra che il linguaggio MUL_{TM} è indecidibile.