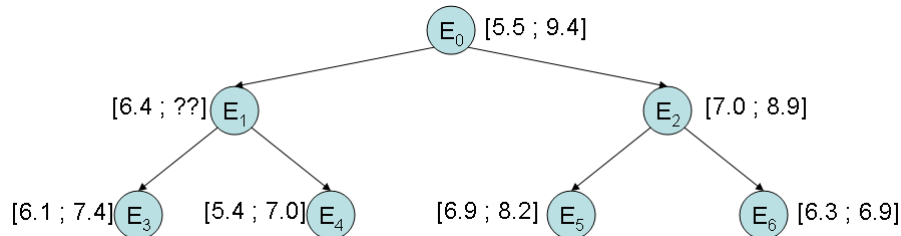


1. Come si può capire che si tratta di un problema di minimo?
2. È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?
3. In quale intervallo è sicuramente compreso il valore della funzione obiettivo?
4. Quale nodo sarà sviluppato per primo da una strategia best first?
5. Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di lower e upper bound relativi al secondo nodo che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.

1. Si capisce che è un problema di minimo perché i valori contrassegnati come LB sono crescenti di padre in figlio nell'albero e pertanto possono essere associati a valutazioni ottimistiche di problemi di minimo via via più vincolati. I valori contrassegnati come UB non sono decrescenti di padre in figlio e non possono essere associati a valutazioni ottimistiche di problemi di massimo via via più vincolati. I valori UB sono quindi le valutazioni della funzione obiettivo di minimo in corrispondenza di soluzioni ammissibili.
2. La migliore soluzione ammissibile vale 14.0 (vedi nodo P_2). Quindi è possibile chiudere i nodi P_4 e P_6 perché non miglioranti.
3. L'ottimo della funzione obiettivo è compreso tra 13.6 (il miglior lower bound - nodo P_5) e 14.0 (migliore soluzione disponibile).
4. Il nodo che sarà sviluppato per primo in una strategia *best bound first* è quello che ha la valutazione più promettente (LB più basso) tra quelli che rimangono aperti, cioè il nodo P_5 .
5. Nel caso ipotizzato, rimangono aperti il nodo P_3 con $(LB, UB) = (13.7, 14.4)$ e un nodo P_7 con $(LB, UB) = (lb, ub)$. Basta quindi che sia $lb = ub$ (lb corrisponde a una soluzione ammissibile) per poter chiudere il nodo in esame P_7 e che $lb \leq 13.7$, per poter chiudere P_3 . Deve inoltre essere $lb \geq 13.6$, per compatibilità con il lower bound del nodo padre P_5 . Ad esempio $(LB, UB) = (13.65, 13.65)$, o $(LB, UB) = (13.7, 13.7)$, o $(LB, UB) = (13.6, 13.6)$ etc.

Esercizio 2 Si consideri il seguente albero di B&B relativo ad un problema di massimo. Ad ogni nodo sono stati valutati sia un upper bound (UB) sia una soluzione ammissibile (SA), come riportato accanto ad ogni nodo, nel formato $[SA;UB]$.



- Quale è un possibile valore per l'upper bound al nodo E_1 ? $\{UB_1 \in [7.4 \ 9.4]\}$ ¹
- Quale nodo sarà selezionato per il branching se si adotta una strategia di esplorazione Best Bound First? $\{E_5\}$
- Entro quale intervallo di valori è sicuramente compreso il valore ottimo della funzione obiettivo? $\{[7.0 \ 8.2]\}$
- Si supponga di fare branching sul nodo E_5 , ottenendo due nodi figli E_7 ed E_8 . Sia inoltre il problema P_8 inammissibile ($E_8 = \emptyset$). Dare un esempio di possibili valori SA e UB per il nodo E_7 che permettano di riconoscere subito una soluzione ottima, senza ulteriori operazioni di branching. $\{SA_7 = LB_7 \in [7.4 \ 8.2]\}$

¹Il bound deve peggiorare (un upper bound deve essere non crescente, un lower bound non decrescente) man mano che si scende nei livelli dell'albero delle soluzioni, visto che i nodi corrispondono a problemi via via più vincolati. Non è possibile quindi che la valutazione ottimistica di un nodo sia peggiore della valutazione ottimistica di un nodo figlio, visto che il nodo padre include tutte le soluzioni del nodo figlio. Quindi, se si mettesse $UB_1 = 9.5 > 9.4$, darei al figlio una valutazione migliore del nodo padre, anche se il nodo padre contiene tutte le soluzioni del nodo figlio, incluso 9.4; se si mettesse $UB_1 = 7.1 < 7.4$, allora il nodo E_1 avrebbe una valutazione peggiore del figlio E_3 .