

1. **(12 punti)** Se L è un linguaggio sull'alfabeto $\{0,1\}$, la *rotazione a sinistra* di L è l'insieme delle stringhe

$$\text{ROL}(L) = \{wa \mid aw \in L, w \in \{0,1\}^*, a \in \{0,1\}\}.$$

Per esempio, se $L = \{0, 01, 010, 10100\}$, allora $\text{ROL}(L) = \{0, 10, 100, 01001\}$. Dimostra che se L è regolare allora anche $\text{ROL}(L)$ è regolare.

2. **(12 punti)** Considera l'alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$, e sia L_2 l'insieme di tutte le stringhe che contengono almeno un 1 nella loro prima metà:

$$L_2 = \{uv \mid u \in \Sigma^*1\Sigma^*, v \in \Sigma^* \text{ e } |u| \leq |v|\}.$$

Dimostra che L_2 non è regolare.

3. **(12 punti)** Mostra che per ogni PDA P esiste un PDA P_2 con due soli stati tale che $L(P_2) = L(P)$.
Suggerimento: usate la pila per tenere traccia dello stato di P .