

[02-11] → PAO / Algoritmi / Ao

FIRST OF ALL - Homework of PAO / AO  
in cerebello

POI → PAO / Algoritmi (SCHEDA DI OGGI)

VIEWS BOND

CROC mi dicono Cjocoms ☺

---

(PAO) → Classi container (contenitori)

~ BOLUZZA

→ È VUOTO?

→ ADD

→ DELETE

OPERAZIONI

CLASSIFICHE

CONTAINER

TEMPLATES → NOTES <T>

LISTA <Int>

○

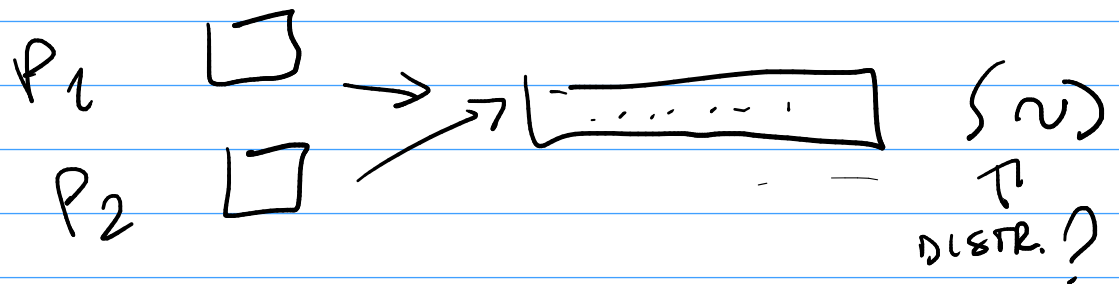
LISTA <Double>

↑

T = TYPENAMES

(TIPO GENERIC)

ALIASING  $\rightarrow$  Interferenza in memoria



OPERATORE  $\hat{=}$  (OVERLOADING)

$\uparrow$   
RISPARMIO

$\{ \text{BOCCA OPERATORE} = ( \text{CONST } \text{BOCCA OP } B ) \}$



MEMORIA!

BOCCA OPERATORE = ( ... ) {

IF (THIS  $\neq$  DEB)  $\neq$  // NO STACCA

DISTR. (FIRST)

AGGIUNTA DI MEMORIA

(\*) COPIA (B.FIRST)

COPIA PROFONDA

RETURN THIS  
}

$\uparrow$   
COPIA MEMORIA  
PO E MEMORIA

USUALLY  $\rightarrow$  [VAR = RIF. VAR] (\*)

## ASSG GNA ZLON

①  $\text{P} \leq \text{Q}$  !  $\text{Q}$  RIF

② POWIŻAJ ZŁOŻENIA

③ ASSIGN. PROFILES

④ RHS:

ISSUE SU' = R IDF. STANDARDS

Si considerino le seguenti definizioni.

Copia

```

class Z {
private:
    int x;
};

class B {
private:
    Z x;
};

class D : public B {
private:
    Z y;
public:
    // ridefinizione di operator=
    ...
};

```

Doe operatore = (C...)  
 IF (THIS != R...)  
 (y = RIF . y)

Ridefinire l'assegnazione `operator=` della classe `D` in modo tale che il suo comportamento coincida con quello dell'assegnazione standard di `D`.

— D :: OPERATOR = (...) (\*)

```
class F: public D
private:
    list<int*> l;
    int& ref;
    double* p;
public:
    void m() const {}
    // ridefinizione del costruttore di copia di F
};
```

FOR OPERATOR = (CONST FOR F)

→ IF (TV+IS != R5F)

$$L = F \cdot L$$
$$L_{ST} = F \cdot R_{ST}$$
$$\rho \in \mathbb{F}_p$$

ΠΥΣΤΩΝ ΠΑΤΗΣ

## STANDARDS

## Costumer's

FOR OPERATOR =  
(CONST FOR F) {

$\vdash (\text{CONST F00})$

$$\therefore L(F \cdot L)$$
$$R_{SF}(F, R_{SF}),$$
$$P(F, P) \in \mathbb{Z}$$
$$L = F \cdot L$$
$$R_{ST} = F. R_{OP}$$
$$\rho = F \cdot \rho \quad \}$$

**STANDARD**

$F \text{ OF OPERATOR } L =$   
 $(CONST \ F \text{ OF } F) \{$   
 $L = F \cdot L$   
 $R \text{ OF } F = F \cdot R \text{ OF } F$   
 $P = F \cdot P \}$

**COST MODEL**

$F (CONST \ F \text{ OF } F)$   
 $= L (F \cdot L),$   
 $R \text{ OF } F (F \cdot R \text{ OF } F),$   
 $P (F \cdot P) \{ \}$

$R \text{ OF } F = F \cdot R \text{ OF } F$   
 $P = F \cdot P$   
 CUSTOM THIS

```

class S {
public:
    string s;
    S(string t): (s(t)) {}
};
class N {
private:
    S x;
public:
    N* next;
    N(S t, N* p): x(t), next(p) {cout << "N2 ";}
    ~N() {if (next) delete next; cout << x.s + "N ";}
};
class C {
    N* pointer;
public:
    C(): pointer(0) {}
    ~C() {delete pointer; cout << "C ";}
    void F(string t1, string t2 = "pippo") {
        (pointer = new N(S(t1), pointer)); (pointer = new N(t2, pointer);
    }
};
main() {
    C* p = new C; cout << "UNO\n";
    (p->F("pluto", "paperino")); (p->F("topolino"); cout << "DUE\n";
    delete p; cout << "TRE\n";
}

```

S("PLUTO")

N("

PLUTO, PIPPO

PLUTO, PAPERINO

→ (SOPRA SCRITTO)

P → F(PLUTO)



NO STAMPATE E  
NON TRACCIA  
NULLA

BRUSCHING

P → (PLUTO, PAPERINO)

P → (TOPOLINO, PIPPO)

↑  
(DUE)

DUESTE P

(-DISTR. PROFONDA → (P) → P\* (S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>... S<sub>n</sub>)



S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>n</sub>... S<sub>m</sub>

S = SPUNGA



CLASS D

Costruzioni (VERSO = AVANTI) D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>...

distruzioni (VERSO = INDISTRO) D<sub>n</sub>, D<sub>2</sub>... D<sub>1</sub>

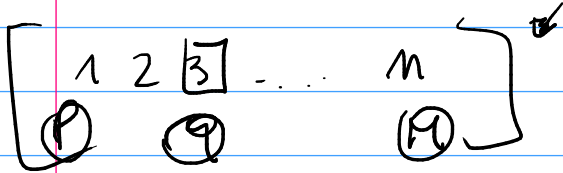
(STAMPS - ORIGIN)

{	Costruzioni →	PLUTO	PAPERINO	PIPPO
		①	②	③
{	DISTRUZIONI ←	PIPPO	PAPERINO	PLUTO
		①	②	③

$$1 \ 2 \ 3 \ [4] \ [5] \rightarrow \quad A[i+1] - A[i] > 1 \quad 5 - 4 > 1 \quad 1 > 1$$

**Esercizio 1** Dato un array di interi  $A[1..n]$ , chiamiamo *gap* un indice  $i \in [1, n)$  tale che  $A[i+1] - A[i] > 1$ .

- Mostrare per induzione su  $n$  che un array  $A[1..n]$  tale che  $A[n] - A[1] \geq n$  (quindi  $n \geq 2$ ) contiene almeno un gap.
- Fornire lo pseudocodice di una procedura ricorsiva divide et impera *gap* che dato un array  $A[1..n]$  tale che  $A[n] - A[1] \geq n$  restituisce un gap in  $A$ .
- Valutare la complessità della funzione, utilizzando il master theorem.



$GAP(A)$   
 return GAP-REC(A, 1, n)

$GAP \rightarrow i \in \{1..n\}$   
 $A[i+1] - A[i] > 1$   
 $A \rightarrow [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots \ 5]$

$GAP-REC(A, 1, n)$   
 SORT(A)  $\rightarrow 2 \ 3 \ 5 \ 7 \ 11$   
 $i = 1$   
 WHILE ( $i < n$  AND  $A[i+1] - A[i] > 1$ )  
 $i++$ ;

return i

$GAP-REC(A, 1, n)$

SORT(A)

$Q = \text{floor}[(p+r)/2]$

$\rightarrow 2 \ 3 \ [5] \ 7 \ 11$   
 $\quad \quad \quad p \quad \quad \quad q \quad \quad \quad r$

$[3] \leftarrow \text{colung (incorona)}$

$[3]$

↑  
 APPA.  
 POS.  
 DIREZIONE

if  $A[q] - A[p] > q-p+1$   
 gap(A, p, q)  
 else

// note che allora  $A[r] - A[q] > r-q+1$   
 gap(A, q, r)

$[p, q]$

$[q, r]$

→ INDUCTIONS

$$i = 1$$

$$A[i] \rightarrow A[i+1] < A[i+2]$$

$$i = 2$$

$$\dots i = m$$

$$A[i+2] - A[i+1] > A[i+1] - A[i] > 1$$

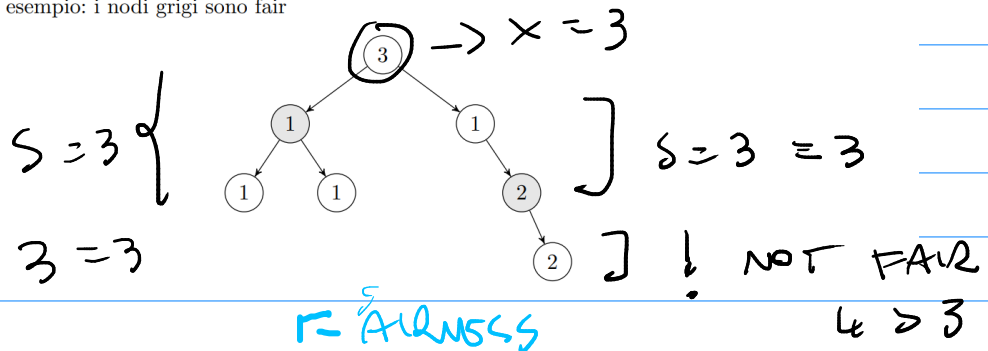
$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + c \rightarrow \Theta(n) \rightarrow \text{WRONG}$$

$$\Theta(\log(n))$$

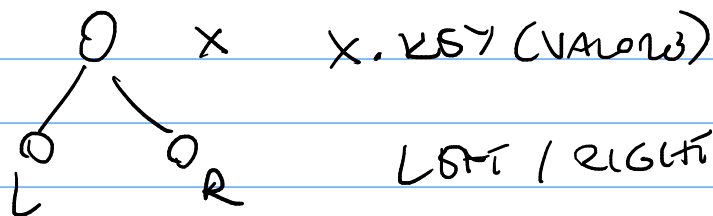
↑ DIVIDIS  
ST INDUCTION

**Esercizio 10** Un nodo  $x$  di un albero binario  $T$  si dice fair se la somma delle chiavi nel cammino che conduce dalla radice dell'albero al nodo  $x$  (escluso) coincide con la somma delle chiavi nel sottoalbero di radice  $x$  (con  $x$  incluso). Realizzare un algoritmo ricorsivo `printFair(T)` che dato un albero  $T$  stampa tutti i suoi nodi fair. Supporre che ogni nodo abbia i campi  $x.left$ ,  $x.right$ ,  $x.p$ ,  $x.key$ . Valutare la complessità dell'algoritmo.

Un esempio: i nodi grigi sono fair

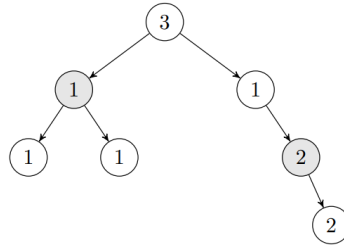


○  $x.p$



**Esercizio 10** Un nodo  $x$  di un albero binario  $T$  si dice *fair* se la somma delle chiavi nel cammino che conduce dalla radice dell'albero al nodo  $x$  (escluso) coincide con la somma delle chiavi nel sottoalbero di radice  $x$  (con  $x$  incluso). Realizzare un algoritmo ricorsivo  $printFair(T)$  che dato un albero  $T$  stampa tutti i suoi nodi fair. Supporre che ogni nodo abbia i campi  $x.left$ ,  $x.right$ ,  $x.p$ ,  $x.key$ . Valutare la complessità dell'algoritmo.

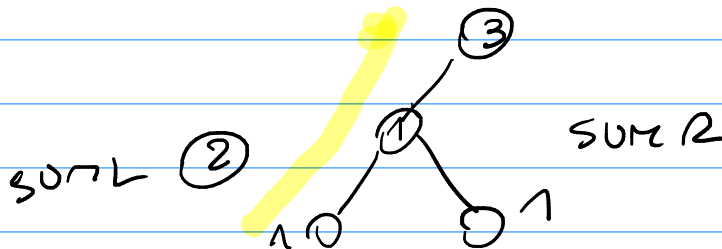
Un esempio: i nodi grigi sono fair



PRINT FAIR (T)

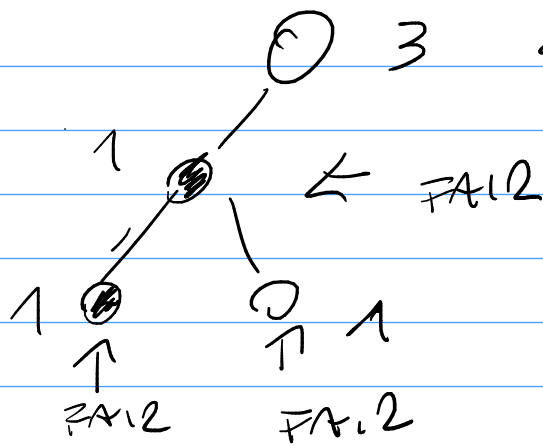
IF (!T) PRINT (T.ROOT) // ROOT È FAIR

$$[T.LEFT + T.RIGHT = T.ROOT]$$



WHILE (T.LEFT OR T.RIGHT) SUM L + SUM R  
 $T = T.LEFT$   
 $SUM L = SUM L + T$   
 $T = T.RIGHT$   
 $SUM R = SUM R + T$   
 $SUM L < T.ROOT.KEY$   
 $SUM R < T.ROOT.KEY$   
 PRINT (T) // node FAIR

PRINT (T.ROOT)



SUM, LEFT = PRINTFAIR (T, L)

IF (LEFT < SUM)

PRINT (X)

```

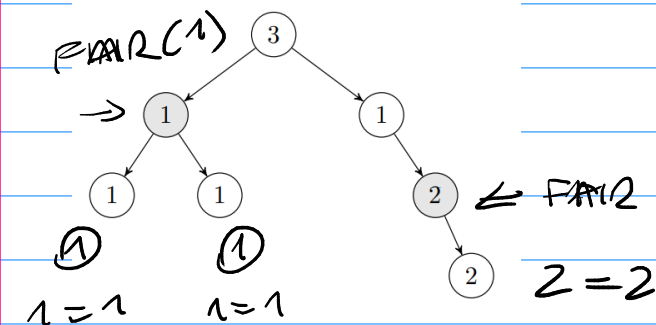
printFair(x, path)    // x = node of the tree
                      // path = sum of the keys in the path from the root to x

                      // Action: print the fair nodes and
                      // returns the sum of the keys in the subtree

if (x == nil)
    return 0

left  = printFair(x.l, path + x.key)
right = printFair(x.r, path + x.key)
sumTree = left + right + x.key
if (path == sumTree)
    print x
return sumTree

```



⊗

SUML + SUMR < X

=  
STOP

SOMMA ALBONO = STOP SA

SOMMA DI X

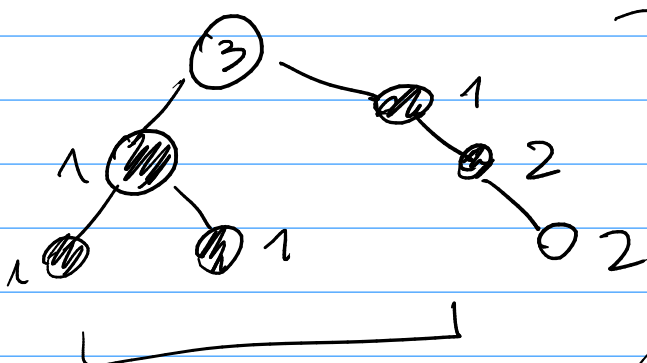
T. ROOT

→

TURN INDI PER CORSA

⊗ = NOT FAIR

CON X = RADICE



$h \rightarrow O(h) = O(\lg \cdot |M| + 1)$



**Domanda 16** Data la ricorrenza  $T(n) = 5T(\underbrace{n/3}_a) + \underbrace{(n-2)^2}_f$ , trovare la soluzione asintotica.

Limite	Risultato	Soluzione
	$k = l$	$T(n) = \theta(n^{\log_b a} \log(n))$
	$k = 0$	$T(n) = \theta(n^{\log_b a})$ se $\exists k > 0 \mid \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^{\log_b a - \varepsilon}} = k$
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^{\log_b a}} = k$	$k = \infty$	$T(n) = \theta(f(n))$ se $\exists k > 0 \mid \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^{\log_b a - \varepsilon}} = k$ se $\exists k, 0 < k < 1 \left[ a f\left(\frac{n}{b}\right) \leq k f(n) \right]$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)^2}{n^{\log_3 5}} = \sim \frac{1}{0} = \infty \quad k = \infty$$

$\leadsto 0$

$$\exists \left( \frac{(n-2)^2}{3} \right) \leq k(n-2)^2$$

$$k = 3/2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

CASO 3  $\nearrow$  COND. DI REGOLARITÀ  
(TROVA  $k$  CON  
RISOLUZIONE)