

1. Inverso di e (mod f)

- Definizione: Dato e ed f coprimi, l'inverso d è tale che: $de \equiv 1 \pmod{f}$
 - Coprimi = NON hanno divisori in comune!
 - \equiv -> Congruenza (vale la divisione modulo f dello stesso numero)
- Proprietà chiave: d esiste se e solo se e ed f sono coprimi ($\text{GCD}(e,f) = 1$)
- Calcolo: Si utilizza l'algoritmo di Euclide esteso
 - Ti permette di usarlo in algoritmi di crittografia
- Esempio pratico:
 - Per e=5, f=7: l'inverso è d=3 perché $3 \times 5 \pmod{7} = 1$
 - Non esiste inverso se i numeri non sono coprimi

2. Algoritmo di Diffie-Hellman

- Scopo: Condivisione sicura di una chiave segreta su canale insicuro
- Passi:
 - A e B conoscono g, p pubblici (p primo)
 - A genera segreto a, calcola $A = g^a \pmod{p}$
 - B genera segreto b, calcola $B = g^b \pmod{p}$
 - A calcola $K = B^a \pmod{p}$
 - B calcola $K = A^b \pmod{p}$
- Risultato: $K = g^{(ab)} \pmod{p}$ è la chiave condivisa
- Sicurezza: Basata sulla difficoltà del logaritmo discreto

3. Funzione di Eulero $\Phi(n)$

- Definizione: Conta i numeri coprimi con n minori di n
- Per $n = p \times q$ (p,q primi):
 - $\Phi(n) = (p-1)(q-1)$
- Utilizzo principale: Generazione chiavi RSA
- Formula: $f = \Phi(n) = (p-1)(q-1) = n - p - q + 1$

4. Calcolare la chiave pubblica

- Componenti: (n,e)
- Passi:
 - Scegliere p,q primi
 - Calcolare $n = p \times q$
 - Calcolare $\Phi(n)$
 - Scegliere e coprimo con $\Phi(n)$, $1 < e < \Phi(n)$

5. Calcolare la chiave segreta d

- d è l'inverso moltiplicativo di e modulo $\Phi(n)$
- Calcolo mediante algoritmo di Euclide esteso
- Proprietà: $d \times e \equiv 1 \pmod{\Phi(n)}$
- Componenti chiave privata: (n,d)

6. Codificare e decodificare un messaggio m

- Cifratura: $c = m^e \pmod{n}$
- Decifratura: $m = c^d \pmod{n}$
- Vincoli: $0 < m < n$
- Esempio:
 - Con chiave pubblica (33,7)
 - Con chiave privata (33,3)
 - Messaggio m=2: $c = 2^7 \pmod{33} = 29$
 - Decifratura: $m = 29^3 \pmod{33} = 2$