

Esercizi 12

Integrali Impropri

1. Mostrare che il seguente integrale converge e calcolarne il valore

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^{2x} + 1} dx.$$

2. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito:

$$\int_1^{+\infty} \frac{5}{x^\alpha (14 + 9 \log(x) + \log^2(x))} dx.$$

Calcolare l'integrale, se possibile, per $\alpha = 1$.

3. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\log(1 + \sqrt{x})(e^{x^\alpha} - 1)} dx.$$

4. Determinare per quali α esiste finito:

$$\int_3^{7/2} \frac{\sin[(x-3)^\alpha](x-4)}{(x-3)^2 \log[x-2]} dx.$$

(suggerimento: effettuare la sostituzione $x - 3 = y$)

5. Determinare per quali α esiste finito:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \arctan(x)}{x^\alpha} dx$$

(suggerimento: considerare separatamente la convergenza dell'integrale $\int_0^1 \frac{x \arctan(x)}{x^\alpha} dx$, e dell'integrale $\int_1^{+\infty} \frac{x \arctan(x)}{x^\alpha} dx$).

6. Determinare per quali α esiste finito:

$$\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} x^\alpha \left(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) dx.$$

Calcolare l'integrale, se possibile, per $\alpha = -3$.