

1. (12 punti) Una *Macchina di Turing con inserimento* è una macchina di Turing deterministica a nastro singolo che può inserire nuove celle nel nastro. Formalmente la funzione di transizione è definita come

$$\delta : Q \times \Gamma \mapsto Q \times \Gamma \times \{L, R, I\}$$

dove L, R indicano gli spostamenti a sinistra e a destra della testina, e I indica l'inserimento di una nuova cella nella posizione corrente della testina. Dopo una operazione di inserimento, la cella inserita contiene il simbolo blank, mentre la cella che si trovava sotto la testina si trova immediatamente a destra della nuova cella.

Dimostra che qualsiasi macchina di Turing con inserimento può essere simulata da una macchina di Turing deterministica a nastro singolo.

Soluzione. Mostriamo come convertire una macchina di Turing con Inserimento M in una TM deterministica a nastro singolo S equivalente.

S = "Su input w :

1. Inizialmente S mette il suo nastro in un formato che gli consente di implementare l'operazione di inserimento di una cella, segnando con il simbolo speciale $\#$ la fine della porzione di nastro usata dalla macchina. Se w è l'input della TM, la configurazione iniziale del nastro è $w\#$.
2. La simulazione delle mosse del tipo $\delta(q, a) = (r, b, L)$ procede come nella TM standard: S scrive b sul nastro e muove la testina di una cella a sinistra.
3. La simulazione delle mosse del tipo $\delta(q, a) = (r, b, R)$ procede come nella TM standard: S scrive b sul nastro e muove la testina di una cella a destra. Se lo spostamento a destra porta la testina sopra il $\#$ che marca la fine del nastro, S scrive un blank al posto del $\#$, e scrive un $\#$ nella cella immediatamente più a destra. La simulazione continua con la testina in corrispondenza del blank.
4. Per simulare una mossa del tipo $\delta(q, a) = (r, b, I)$ la TM S scrive un blank marcato nella cella corrente e sposta il contenuto del nastro, dalla cella corrente fino al $\#$ di fine nastro, di una cella più a destra. Quindi riporta la testina in corrispondenza del blank marcato, toglie la marcatura e scrive b nella cella immediatamente più a destra. La simulazione continua con la testina in corrispondenza della cella inserita.
5. Se in qualsiasi momento la simulazione raggiunge lo stato di accettazione di M , allora S termina con accettazione. Se in qualsiasi momento la simulazione raggiunge lo stato di rifiuto di M , allora S termina con rifiuto. Negli altri casi continua la simulazione dal punto 2."