1) (__/1.75) COMPOSTO

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x)\,dx$

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin(2x)\,dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \sin(A)\,dA = \left[-\frac{1}{2}\cos(A)\right]_0^{\pi/2}$$

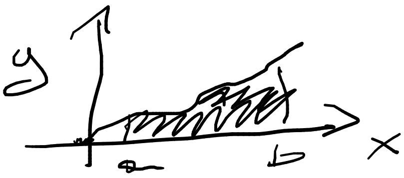
$$[A = 2x] \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}A \\ dx = \frac{1}{2}\,dA \end{array}\right]$$

RISOLVI PER x E TROVI dx

$$= \left[-\frac{1}{2}\cos(2x)\right]_0^{\pi/2}$$

=> TEOREMA FONDAMENTALE DEL CALCOLO INTEGRALE

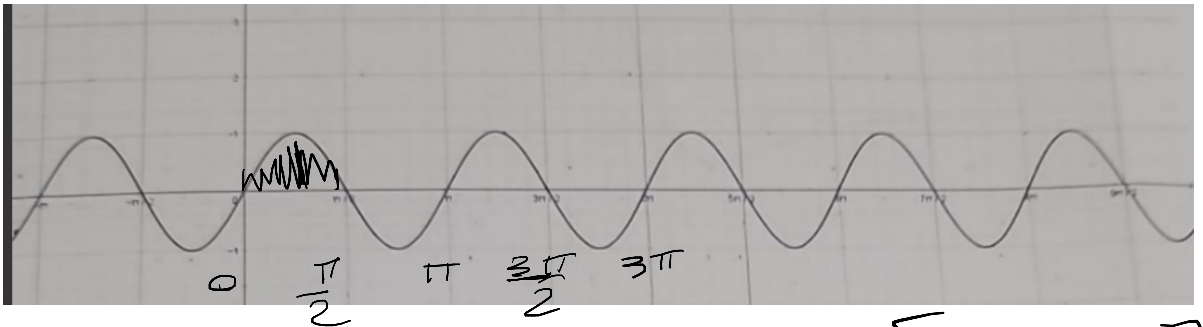
$$= -\frac{1}{2}\cos\left(\cancel{2}\cdot\frac{\pi}{\cancel{2}}\right) - \left(-\frac{1}{2}\cos(0)\right)$$



$$= -\frac{1}{2}\underbrace{(\cos(\pi))}_{(-1)} + \frac{1}{2}\underbrace{\cos(0)}_{1}$$

$$f(x) = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \qquad \pi/2 = \frac{3.14}{2} = 1.73$$



) (__/1.75) (SOSTITUZIONE) → A

- $\int_0^1 \frac{x}{(x+1)^4}\,dx$

(1)
(2)

$$\frac{x}{(x+1)^4}\,dx$$

$[x + 1 = A]$ 1° → A

$[x = A - 1]$ 2° → x

$[dx = dA]$ 3° sol

$\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \to x \to t = x+1 = 1 \to t$

$x+1 = 2$

$\int_1^2 \frac{t-1}{t^4}$

$= \int_1^2 \frac{t^1}{t^{4}_{3}} - \int_1^2 \frac{1}{t^4}$

CAMBIAMO ESTREMI, DA X A T

$= \int_1^2 \underbrace{t^{-3}}_{\frac{1}{t^3}} - \int_1^2 t^{-4}\,dt = \frac{t^{-2}}{-2} + \frac{t^{-3}}{3}$

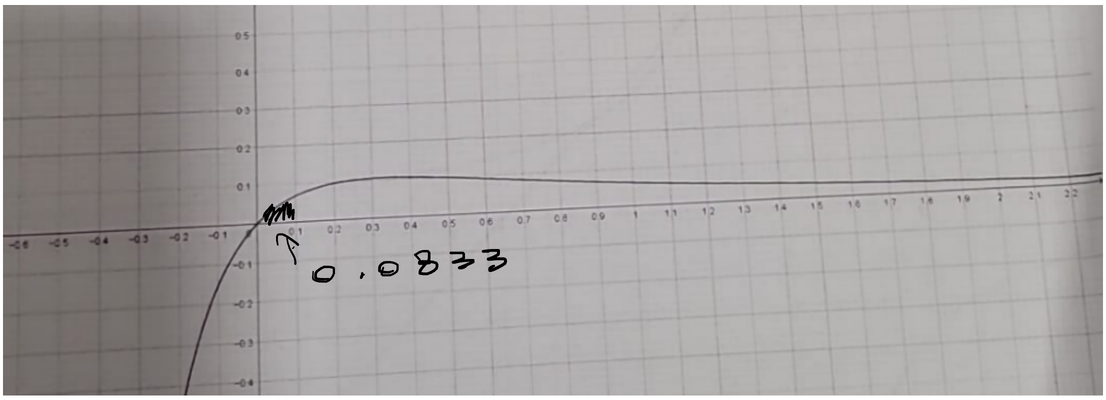
$= \left[-\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{3t^3}\right]_1^2$

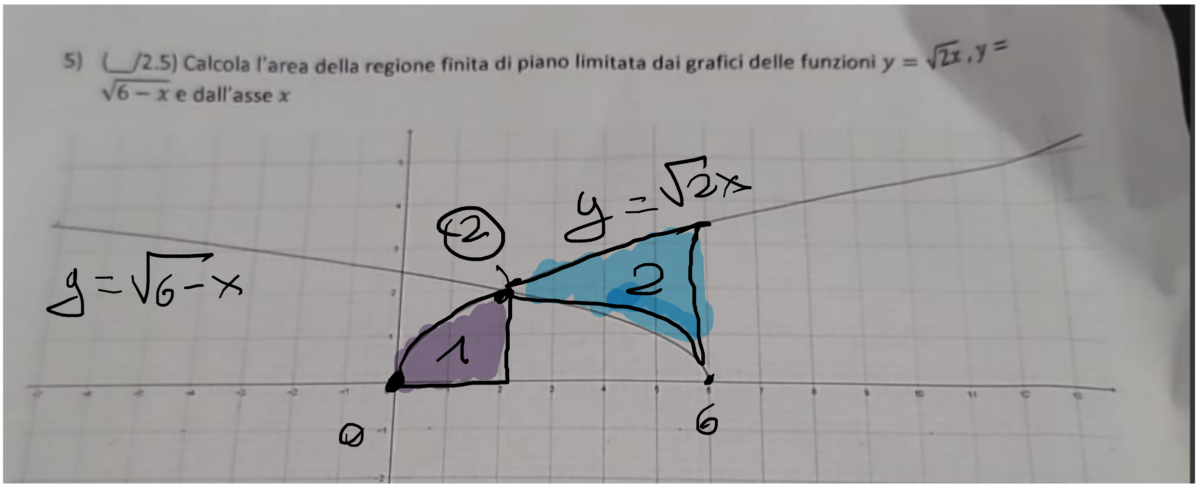
$t = (x+1)$

$= \left[-\frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{3(x+1)^3}\right]_0^1$

$-1/2 \quad (-) \quad (-1/6)$

$= \frac{1}{12} = 0{,}0833$





$\rightarrow \left[\sqrt{2x} = \sqrt{6-x}\right]$ INTERSEZIONE COMUNE

$2x = 6 - x$ TROVIAMO LA SOLUZIONE PER X

$3x = 6 \rightarrow x = 2$

$y = \sqrt{2x}$, $y = \sqrt{6-x}$

$(0,2) + (2,6)$

$$\int_0^2 \sqrt{(2x)}\,dx + \int_2^6 \sqrt{6-x}\,dx$$

COSTANTE = VA FUORI

INTEGRALE DI POTENZA

$$\sqrt{2}\int_0^2 x^{1/2} = \sqrt{2}\cdot\left[\frac{x^{1/2+1}}{1/2+1}\right]_0^2 = \sqrt{2}\,\frac{x^{3/2}}{3/2}$$

POTENZA

$$= \left[\sqrt{2}\cdot\frac{2}{3}x^{3/2}\right]_0^2 \quad F(2) - F(0) \rightarrow \frac{8}{3}$$

$$\int_2^6 \sqrt{6-x}\,dx$$

$[6 - x = t] \Rightarrow$ SEMPLIFICARE E OTTENERE $\sqrt{x}$

$[-x = t - 6]$

$x = 6 - t \quad [dx = -dt]$

$x = 6 - 2 = 4$

$6 - 6 = 0$

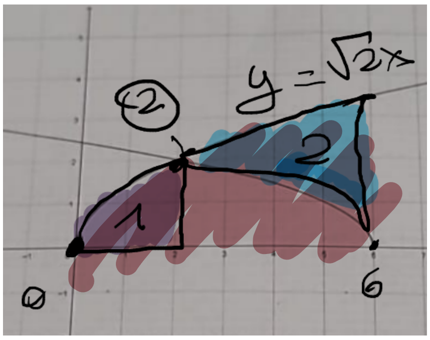
$$\int_0^4 \sqrt{t}\,dt \Rightarrow \left[t^{1/2}\right] \Rightarrow \frac{t^{1/2+1}}{1/2+1}$$

$$\left[\frac{2}{3}\,t^{3/2}\right]_0^4 \Rightarrow \frac{16}{3}$$

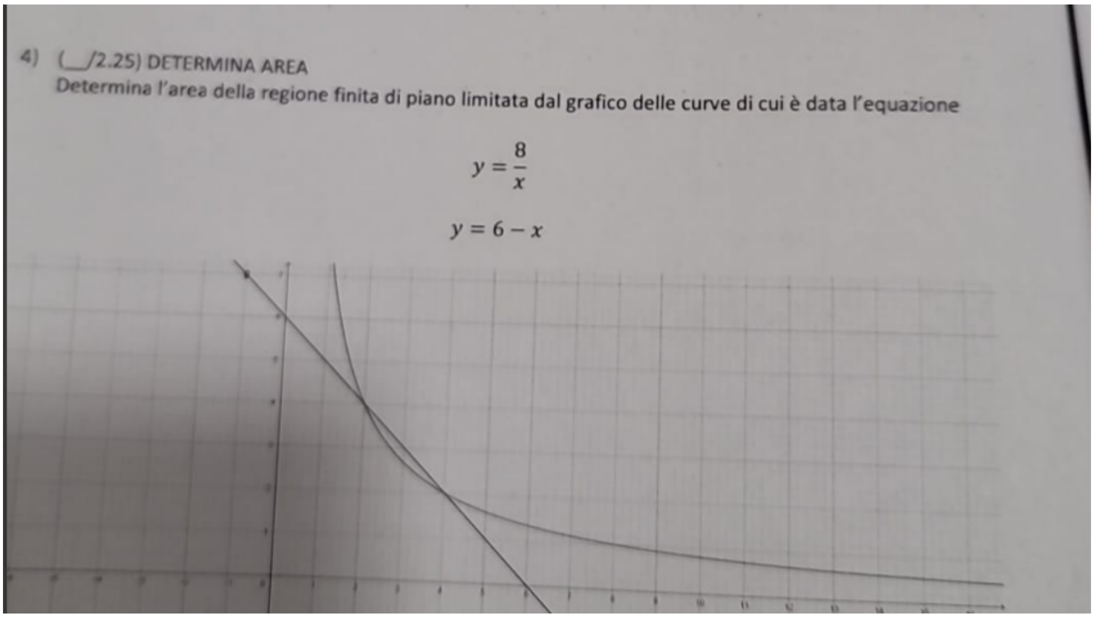
1° INTEGRALE $\rightarrow \frac{8}{3}$

2° INTEGRALE $\rightarrow \frac{16}{3}$

(+)



$$\frac{8}{3} + \frac{16}{3} = \frac{24}{3} = 8 = \text{AREA}$$



① $\frac{8}{x} = 6 - x \rightarrow x = 2;\ x = 4$

Passo 2: Costruzione dell'integrale

L'area compresa tra le curve è data dall'integrale della differenza $(y_{\text{superiore}} - y_{\text{inferiore}})$:

$$A = \int_2^4 \left((6 - x) - \frac{8}{x}\right) dx.$$

Passo 3: Calcolo dell'integrale

Scriviamo separatamente gli integrali:

$$A = \int_2^4 (6 - x)\, dx - \int_2^4 \frac{8}{x}\, dx.$$

Primo integrale:

$$\int (6 - x)\, dx = \int 6\, dx - \int x\, dx.$$

$$= 6x - \frac{x^2}{2}.$$

Valutiamo da $x = 2$ a $x = 4$:

$$\left[6x - \frac{x^2}{2}\right]_2^4.$$

$$\left(6(4) - \frac{4^2}{2}\right) - \left(6(2) - \frac{2^2}{2}\right).$$

$$(24 - 8) - (12 - 2).$$

- $16 - 10 = 6.$

Secondo integrale:

$$\int \frac{8}{x}\, dx = 8 \ln |x|.$$

Valutiamo da $x = 2$ a $x = 4$:

$$[8 \ln |x|]_2^4.$$

$$8 \ln 4 - 8 \ln 2.$$

Poiché $\ln 4 = 2 \ln 2$, possiamo scrivere:

$$8(2 \ln 2) - 8 \ln 2 = 16 \ln 2 - 8 \ln 2 = 8 \ln 2.$$

Passo 4: Risultato finale

$$A = 6 - 8 \ln 2.$$

Quindi, l'area cercata è:

$$A = 6 - 8 \ln 2.$$

INTEGRAZIONE PER PARTI $\Rightarrow$

L'integrale da risolvere con il metodo per parti è:

$$I = \int_{-1}^{1} x e^{x+1}\, dx$$

Passo 1: Scelta di u e dv

Utilizziamo l'integrazione per parti:

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$$

Poniamo:

- $u = x \rightarrow du = dx.$
- $dv = e^{x+1} dx \rightarrow v = \int e^{x+1} dx.$

L'integrale di e^{x+1} è:

$$v = e^{x+1}.$$

Passo 2: Applicazione della formula

$$I = xe^{x+1}\Big|_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} e^{x+1}\,dx.$$

Calcoliamo il secondo integrale:

$$\int e^{x+1}dx = e^{x+1}.$$

Valutando agli estremi:

$$I = \left[xe^{x+1}\right]_{-1}^{1} - \left[e^{x+1}\right]_{-1}^{1}.$$

Passo 3: Calcolo ai limiti

1. **Primo termine:** xe^{x+1}

$$(1 \cdot e^{1+1}) - (-1 \cdot e^{-1+1}) = e^2 + e^0 = e^2 + 1.$$

2. **Secondo termine:** e^{x+1}

$$(e^2 - e^0) = e^2 - 1.$$

Passo 4: Risultato finale

$$I = (e^2 + 1) - (e^2 - 1).$$
$$I = e^2 + 1 - e^2 + 1 = 2.$$

Risultato:

$$\int_{-1}^{1} xe^{x+1}\,dx = 2.$$