

Homework 8 - Indecidibilità e riducibilità

Gabriel Rovesti

1. Considera il seguente problema: data una TM M a nastro semi-infinito, determinare se esiste un input w su cui M sposta la testina a sinistra partendo dalla cella numero 2023 (ossia se in qualche momento durante la computazione la testina si muove dalla cella 2023 alla cella 2022).
 - (a) Formula questo problema come un linguaggio 2023_{TM} .
 - (b) Dimostra che il linguaggio 2023_{TM} è indecidibile.
2. Considera il problema di determinare se un PDA accetta qualche stringa nella forma $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$. Dimostra che questo problema è indecidibile.
3. Una variabile A in una CFG G *necessaria* se appare in tutte le derivazioni di qualche stringa $w \in G$. Sia $NECESSARY_{CFG} = \{\langle G, A \rangle \mid A \text{ è una variabile necessaria in } G\}$.
 - (a) Si mostri $NECESSARY_{CFG}$ è Turing-riconoscibile
 - (b) Si mostri che $NECESSARY_{CFG}$ è indecidibile
4. Una CFG è *minimale* se nessuna delle regole può essere rimossa senza cambiare il linguaggio generato. Sia $MIN_{CFG} = \{\langle G, A \rangle \mid A \text{ è una variabile necessaria in } G\}$.
 - (a) Si mostri MIN_{CFG} è Turing-riconoscibile
 - (b) Si mostri che MIN_{CFG} è indecidibile
5. Considera il linguaggio $FORTY-TWO = \{\langle M, w \mid M \text{ termina la computazione su } w \text{ avendo solo 42 sul nastro} \rangle\}$. Dimostra che $FORTY-TWO$ è indecidibile.

6. Una Turing Machine moltiplica correttamente se, dati in input due numeri binari separati da $\#$, termina la computazione con la loro moltiplicazione (in binario) sul nastro. (Non importa cosa fa sugli altri input.)
- (a) Formula questo problema come un linguaggio MUL_{TM} .
 - (b) Dimostra che il linguaggio MUL_{TM} è indecidibile.