

Soluzioni Esercizi Automi

Gabriel Rovesti

June 2024

Grammatiche Context Free

Esercizio 1

Definiamo una grammatica $G = (V, \Sigma, R, S)$ per il linguaggio L_1 :

- $V = \{S, A, B, C, D, E\}$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- Le regole di produzione R sono:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid B \\ A &\rightarrow aAb \mid C \\ C &\rightarrow \epsilon \mid aCb \mid cC \\ B &\rightarrow bBc \mid D \\ D &\rightarrow \epsilon \mid bDc \mid aD \end{aligned}$$

- S è il simbolo di start.

Questa grammatica genera stringhe dove il numero di a e b è uguale o il numero di b e c è uguale. Le produzioni partono da S e scelgono uno dei due schemi tramite A (per $i = j$) o B (per $j = k$), con il passaggio attraverso C o D per concludere le stringhe o estendere le parti centrali.

Esercizio 2

Definiamo una grammatica $G = (V, \Sigma, R, S)$ per il linguaggio L_1 :

- $V = \{S, X, Y\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- Le regole di produzione R sono:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow X \\ X &\rightarrow 0X0 \mid 1Y1 \mid \epsilon \\ Y &\rightarrow 0Y0 \mid 1X1 \mid \epsilon \end{aligned}$$

- S è il simbolo di start.

Questa grammatica alterna tra stati che generano un numero pari di 0 e un numero dispari di 1 (stato X) e viceversa (stato Y). Usando questa struttura, è possibile garantire il bilanciamento corretto tra 0 e 1.

Esercizio 3

Definiamo una grammatica $G = (V, \Sigma, R, S)$ per espressioni regolari sull'alfabeto $\{0, 1\}$:

- $V = \{S, E\}$
- $\Sigma = \{0, 1, +, \cdot, *, (,), \epsilon, \emptyset\}$
- Le regole di produzione R sono:

$$S \rightarrow E$$

$$E \rightarrow E + E \mid E \cdot E \mid E * (E) \mid 0 \mid 1 \mid \epsilon \mid \emptyset$$

- S è il simbolo di start.

Questa grammatica è capace di generare qualsiasi espressione regolare composta dai simboli base 0, 1, ϵ , e \emptyset , combinati tramite gli operatori $+$, \cdot , e $*$, e raggruppati con parentesi.