

# Soluzioni Esercizi Automi

Gabriel Rovesti

June 2024

## 1 Progettare grammatiche context free

### Esercizio 3

Definiamo una grammatica context-free  $G = (V, \Sigma, R, S)$  che genera il linguaggio  $L_3$  definito come:

$$L_3 = \{uv \mid u \in \Sigma^*, v \in \Sigma^*1\Sigma^* \text{ e } |u| \geq |v|\}$$

dove  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

- $V = \{S, A, B, C, D\}$  è l'insieme delle variabili.
- $\Sigma = \{0, 1\}$  è l'alfabeto.
- $R$  è l'insieme delle regole di produzione:

$$S \rightarrow A \mid B \mid C$$

$$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid B$$

$$B \rightarrow 0B \mid 1B \mid C$$

$$C \rightarrow 0C \mid 1C1D$$

$$D \rightarrow 0D \mid 1D \mid \epsilon$$

- $S$  è il simbolo di start.

La grammatica funziona come segue:

1.  $S$  può produrre tre tipi di stringhe tramite  $A$ ,  $B$ , e  $C$ .
2.  $A$  genera qualsiasi stringa  $u$  lunga a piacere.
3.  $B$  transita verso  $C$  dopo aver generato una porzione della stringa  $u$ .
4.  $C$  assicura che almeno un '1' appaia nella seconda metà della stringa.
5.  $D$  completa la seconda metà dopo il primo '1' inserito.

Questo garantisce che tutte le stringhe generate contengano almeno un '1' nella loro seconda metà e che la lunghezza di  $u$  sia maggiore o uguale a quella di  $v$ .

## Esercizio 4

Definizione delle grammatiche context-free per i linguaggi specificati:

**1. Linguaggio di stringhe con almeno tre '1':**

$$G = (\{S\}, \{0, 1\}, R, S) \quad \text{con } R: \quad S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 1X, \quad X \rightarrow 0X \mid 1Y, \quad Y \rightarrow 0Y \mid 1Z, \quad Z \rightarrow 0Z \mid 1Z \mid \epsilon$$

**2. Linguaggio di stringhe di lunghezza dispari:**

$$G = (\{S, A\}, \{0, 1\}, R, S) \quad \text{con } R: \quad S \rightarrow 0A \mid 1A, \quad A \rightarrow 0S \mid 1S \mid \epsilon$$

**3. Linguaggio di stringhe palindromi:**

$$G = (\{S\}, \{0, 1\}, R, S) \quad \text{con } R: \quad S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 0 \mid 1 \mid \epsilon$$

**4. Linguaggio di stringhe con più '0' che '1':**

Questo linguaggio non è context-free, quindi non è possibile fornire una CFG che lo generi.

**5. Complemento di  $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ :**

Questo linguaggio non è context-free, quindi non è possibile fornire una CFG che lo generi.

**6. Linguaggio su  $\{0, 1, \#\}$  con  $w^R$  sottostringa di  $x$ :**

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1, \#\}, R, S) \quad \text{con } R: \quad S \rightarrow 0S \mid 1S \mid \#C, \quad C \rightarrow 0C0 \mid 1C1 \mid \epsilon$$