

# Tutorato di Automi e Linguaggi Formali

Homework 4: Pumping Lemma, Linguaggi non Regolari, Scelta della parola per dimostrare che L non è regolare

**Gabriel Rovesti**

Corso di Laurea in Informatica - Università degli Studi di Padova

Tutorato 4 - 31-03-2025

## 1 Scelta Strategica della Parola

**Esercizio 1.** Per ciascuno dei seguenti linguaggi, determinare quale sarebbe la scelta ottimale della stringa  $w$  da utilizzare per applicare il Pumping Lemma e dimostrare la non regolarità. Giustificare la scelta in base alle proprietà specifiche di ciascun linguaggio:

- a)  $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- b)  $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$
- c)  $L_3 = \{a^n \mid n \text{ è un numero primo}\}$
- d)  $L_4 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$
- e)  $L_5 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$  (stringhe che sono duplicazioni di una sottostringa)

*Importante:* Per ogni linguaggio, fornire la forma generale della stringa scelta e spiegare perché questa scelta permette di dimostrare efficacemente la non regolarità.

**Esercizio 2.** Sia  $\Sigma = \{1, \#\}$  e sia

$$Y = \{w \mid w = x_1 \# x_2 \# \cdots \# x_k \text{ per } k \geq 0, \text{ dove ogni } x_i \in 1^*, \text{ e } x_i \neq x_j \text{ per } i \neq j\}$$

- a) Proporre una stringa  $w \in Y$  ottimale per applicare il Pumping Lemma
- b) Spiegare perché questa scelta è strategica rispetto ad altre possibili
- c) Dimostrare formalmente che  $Y$  non è regolare utilizzando la stringa scelta
- d) Discutere come la proprietà "tutte sezioni diverse" renda impossibile l'utilizzo di memoria finita

*Suggerimento:* Considerare una struttura che forzi qualsiasi automa a memorizzare un numero arbitrario di informazioni.

**Esercizio 3.** Sia  $\Sigma = \{0, 1, +, =\}$  e

$$ADD = \{x = y + z \mid x, y, z \text{ sono numeri binari, e } x \text{ è la somma di } y \text{ e } z\}$$

- Proporre almeno tre possibili stringhe candidate per dimostrare che  $ADD$  non è regolare
- Per ciascuna, analizzare vantaggi e svantaggi nell'applicazione del Pumping Lemma
- Scegliere la stringa ottimale e presentare la dimostrazione completa
- Specificare perché è necessario "pompare" parti specifiche della stringa scelta

*Suggerimento:* Considerare stringhe dove il "pompaggio" altera le proprietà aritmetiche in modo evidente.

## 2 Strategie di Dimostrazione

**Esercizio 4.** Per i seguenti linguaggi, applicare il Pumping Lemma nella forma del "gioco" tra Avversario (che difende la regolarità) e Dimostratore (che nega la regolarità):

- $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ e se } i = 1 \text{ allora } j = k\}$
- $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{ogni } a \text{ in } w \text{ è seguita da almeno una } b \text{ e una } c \text{ (in qualsiasi ordine)}\}$
- $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contiene lo stesso numero di occorrenze dei pattern } ab \text{ e } ba\}$

Per ogni linguaggio:

- Descrivere la strategia per la scelta della stringa  $w$
- Analizzare i possibili modi in cui l'Avversario può decomporre  $w = xyz$
- Mostrare come il Dimostratore può sempre trovare un valore  $i$  tale che  $xy^i z \notin L$

**Esercizio 5.** Per ciascuno dei seguenti linguaggi, stabilire se è regolare o non regolare. Se è regolare, fornire un'espressione regolare o un automa. Se non è regolare, dimostrarlo utilizzando il Pumping Lemma con particolare attenzione alla scelta della stringa:

- $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contiene almeno un } a \text{ e un } b, \text{ e il primo } a \text{ appare prima del primo } b\}$
- $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{la terza lettera da destra è } a\}$
- $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contiene un ugual numero di sottostringhe } aa \text{ e } bb\}$
- $L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \text{ e } i \neq 2j\}$