

# Soluzioni Esercizi Automi

Gabriel Rovesti

June 2024

## 1 Forme normali

### Esercizio 3

#### Trasformazione di una CFG in Forma Normale di Chomsky (CNF)

Data la grammatica:

$$A \rightarrow BAB \mid B \mid \epsilon \quad e \quad B \rightarrow 00 \mid \epsilon$$

##### **Passo 1: Eliminare le produzioni $\epsilon$**

Dobbiamo eliminare  $\epsilon$  mantenendo la grammatica equivalente. Per fare questo, dobbiamo considerare le parti della grammatica dove  $\epsilon$  può essere generato e rimuoverlo:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow BAB \mid BA \mid AB \mid B \\ B &\rightarrow 00 \end{aligned}$$

Aggiungiamo  $\epsilon$  a  $A$  solo se essenziale, ovvero quando non ci sono altri modi per generare la stringa vuota da  $A$ .

##### **Passo 2: Eliminare le produzioni unitarie**

Le produzioni unitarie vengono rimosse sostituendo ciascuna produzione unitaria con le produzioni della variabile che sostituisce:

$$A \rightarrow BAB \mid BA \mid AB \mid 00$$

##### **Passo 3: Ridurre le produzioni a due variabili o un terminale**

Introduciamo nuove variabili per ridurre ogni produzione a una produzione binaria o un singolo terminale:

$$\begin{aligned} C &\rightarrow 00 \\ A &\rightarrow BC \mid CB \mid 00 \\ B &\rightarrow C \end{aligned}$$

##### **Passo 4: Introduzione di variabili per terminali**

Sostituire ogni terminale in una produzione che contiene variabili con una nuova

variabile e aggiungere la corrispondente produzione per quel terminale:

$$\begin{aligned} D &\rightarrow 0 \\ C &\rightarrow DD \\ A &\rightarrow BC \mid CB \mid DD \\ B &\rightarrow DD \end{aligned}$$

#### Conclusione:

Dopo aver applicato questi passaggi, la grammatica risultante è in forma normale di Chomsky, con tutte le produzioni che rispettano le regole di CNF, ovvero produzioni del tipo  $A \rightarrow BC$ ,  $A \rightarrow D$ , e nessuna produzione  $\epsilon$  tranne per il simbolo di start se necessario.

### Esercizio 4

**Dimostrazione che se  $L$  è un linguaggio context-free, allora anche  $\text{suffix}(L)$  è context-free**

Supponiamo che  $L$  sia un linguaggio context-free generato da una grammatica  $G$  in Forma Normale di Chomsky. Consideriamo il linguaggio  $\text{suffix}(L) = \{v \mid uv \in L \text{ per qualche stringa } u\}$ .

**Costruzione della grammatica per  $\text{suffix}(L)$ :**

1. Per ogni produzione in  $G$ , aggiungiamo una produzione in una nuova grammatica  $G'$  che genera  $\text{suffix}(L)$ .
2. Modifichiamo  $G$  aggiungendo un nuovo stato iniziale  $S'$  e produzioni che permettono di "saltare" qualsiasi numero di simboli dal lato sinistro delle stringhe generate da  $G$ .
3. Per ogni variabile  $A$  in  $G$ , e per ogni produzione  $A \rightarrow BC$ , aggiungiamo in  $G'$ :

- $S' \rightarrow BC$
- $S' \rightarrow B'S'$  se  $B$  può generare  $\epsilon$  in  $G$
- $S' \rightarrow C'S'$  se  $C$  può generare  $\epsilon$  in  $G$

Questo metodo mantiene la struttura context-free di  $G$  e aggiunge la capacità di iniziare la generazione da qualsiasi punto di una stringa in  $L$ , effettivamente generando tutti i possibili suffissi di stringhe in  $L$ . Pertanto,  $\text{suffix}(L)$  è context-free.