

Esercizio 1

Un circuito Hamiltoniano in un grafo G è un ciclo che attraversa ogni vertice di G esattamente una volta. Stabilire se un grafo contiene un circuito Hamiltoniano è un problema NP-completo.

Un *circuito quasi Hamiltoniano* in un grafo G è un ciclo che attraversa esattamente una volta tutti i vertici del grafo *tranne uno*. Il *problema del circuito quasi Hamiltoniano* è il problema di stabilire se un grafo contiene un circuito quasi Hamiltoniano.

- Dimostra che il problema del circuito quasi Hamiltoniano è in NP
- Dimostra che il problema del circuito quasi Hamiltoniano è NP-hard, usando il problema del circuito Hamiltoniano come problema di riferimento.

Esercizio 2

Considera i seguenti problemi:

SETPARTITIONING = $\{\langle S \rangle \mid S \text{ è un insieme di numeri interi che può essere suddiviso}$
in due sottoinsiemi disgiunti S_1, S_2 tali che la somma
dei numeri in S_1 è uguale alla somma dei numeri in $S_2\}$
SUBSETSUM = $\{\langle S, t \rangle \mid S \text{ è un insieme di numeri interi, ed esiste } S' \subseteq S$
tale che la somma dei numeri in S' è uguale a $t\}$

Sappiamo che SETPARTITIONING è un problema NP-completo.

- Dimostra che SUBSETSUM è in NP.
- Dimostra che SUBSETSUM è NP-Hard usando SETPARTITIONING come problema di riferimento.

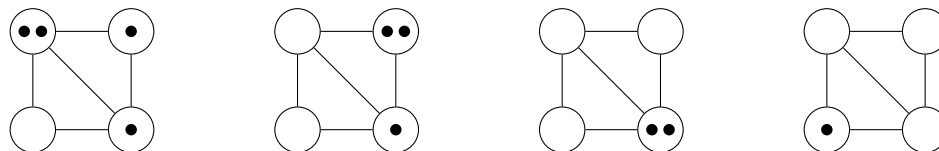
Esercizio 3

“Colorare” i vertici di un grafo significa assegnare etichette, tradizionalmente chiamate “colori”, ai vertici del grafo in modo tale che nessuna coppia di vertici adiacenti condivida lo stesso colore. Il problema k -COLOR è il problema di trovare una colorazione di un grafo non orientato usando k colori diversi.

1. Mostrare che il problema k -COLOR è in NP per ogni valore di k
2. Mostrare che 3-COLOR $\leq_P k$ -COLOR per ogni $k > 3$

Esercizio 4

Pebbling è un solitario giocato su un grafo non orientato G , in cui ogni vertice ha zero o più ciottoli. Una mossa del gioco consiste nel rimuovere due ciottoli da un vertice v e aggiungere un ciottolo ad un vertice u adiacente a v (il vertice v deve avere almeno due ciottoli all'inizio della mossa). Il problema PEBBLEDESTRUCTION chiede, dato un grafo $G = (V, E)$ ed un numero di ciottoli $p(v)$ per ogni vertice v , di determinare se esiste una sequenza di mosse che rimuove tutti i sassolini tranne uno.



Una soluzione in 3 mosse di PEBBLEDESTRUCTION.

Dimostra che PEBBLEDESTRUCTION è NP-hard usando il problema del Circuito Hamiltoniano come problema NP-hard noto (un circuito Hamiltoniano è un ciclo che attraversa ogni vertice di G esattamente una volta).