

CFG/PDA/Chomsky

2. (8 punti) Per ogni linguaggio L , sia $\text{prefix}(L) = \{u \mid uv \in L \text{ per qualche stringa } v\}$. Dimostra che se L è un linguaggio context-free, allora anche $\text{prefix}(L)$ è un linguaggio context-free.

Se L è un linguaggio context-free, allora esiste una grammatica G in forma normale di Chomsky che lo genera. Possiamo costruire una grammatica G' che genera il linguaggio $\text{prefix}(L)$ in questo modo:

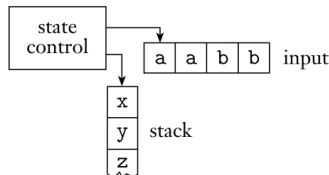
- per ogni variabile V di G , G' contiene sia la variabile V che una nuova variabile V' . La variabile V' viene usata per generare i prefissi delle parole che sono generate da V ;
- tutte le regole di G sono anche regole di G' ;
- per ogni variabile V di G , le regole $V' \rightarrow V$ e $V' \rightarrow \varepsilon$ appartengono a G' ;
- per ogni regola $V \rightarrow AB$ di G , le regole $V' \rightarrow AB'$ e $V' \rightarrow A'$ appartengono a G' ;
- se S è la variabile iniziale di G , allora S' è la variabile iniziale di G' .

Sarebbe possibile farlo anche in un altro modo; dobbiamo introdurre gli automi a pila per fare questo.

agli Automi a Pila (PDA)

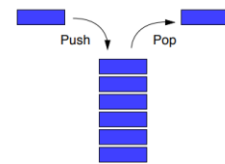


- **Input:** stringa di caratteri dell'alfabeto
- **Memoria:** stati + pila
- **Funzione di transizione:** dato lo stato corrente, un simbolo di input ed il **simbolo in cima alla pila**, stabilisce quali possono essere gli stati successivi e i **simboli da scrivere sulla pila**



La pila è un dispositivo di memoria **last in, first out** (LIFO):

- **Push:** scrivi un nuovo simbolo in cima alla pila e "spingi giù" gli altri
- **Pop:** leggi e rimuovi il simbolo in cima alla pila (**top**)



La pila permette di avere **memoria infinita** (ad accesso limitato)

Un **automa a pila** (o Pushdown Automata, **PDA**) è una sestupla $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$:

- Q è l'insieme finito di **stati**
- Σ è l'**alfabeto di input**
- Γ è l'**alfabeto della pila**
- $\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \mapsto 2^{Q \times \Gamma_\varepsilon}$ è la **funzione di transizione**
- $q_0 \in Q$ è lo **stato iniziale**
- $F \subseteq Q$ è l'insieme di **stati accettanti**

(dove $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ e $\Gamma_\varepsilon = \Gamma \cup \{\varepsilon\}$)

Accettazione per pila vuota

Un PDA accetta la parola w **per pila vuota** se esiste una computazione che

- consuma tutto l'input
- termina con la pila vuota ($s_m = \varepsilon$)

