Automi e Linguaggi Formali
Università degli Studi di Padova
Maggio 2024

Homework 10 - Classe NP

Gabriel Rovesti

1. Considerate il seguente problema, che chiameremo $SUBSETSUM$: dato un insieme di numeri interi S ed un valore obiettivo t, stabilire se esiste un sottoinsieme $S' \subseteq S$ tale che la somma dei numeri in S' è uguale a t. Per esempio, se $S = \{4, 11, 16, 21, 27\}, t = 25$, il sottoinsieme $S' = \{4, 21\}$ è una soluzione, dato che $4 + 21 = 25$,

   Si dimostri che $SUBSETSUM$ è in NP con i seguenti passi:

   (a) definire come è fatto un *certificato* per il problema

   (b) definire un *verificatore* polinomiale per il problema

2. Dato un grafo non orientato $G = (V, E)$, un **vertex cover** è un sottoinsieme $V' \subseteq V$ tale che per ogni arco $(u, v) \in E$, almeno uno tra u e v appartiene a V'. Il problema VERTEXCOVER chiede, dato un grafo G e un intero k, se esiste un vertex cover di dimensione al più k. Dimostrare che VERTEXCOVER è in NP, fornendo:

   (a) Una definizione di certificato per VERTEXCOVER

   (b) Un verificatore polinomiale per VERTEXCOVER

3. Dato un insieme S di n interi positivi, il problema KNAPSACK chiede se esiste un sottoinsieme $S' \subseteq S$ tale che la somma degli elementi in S' sia esattamente un valore dato t. Dimostrare che KNAPSACK è in NP, fornendo:

   (a) Una definizione di certificato per KNAPSACK

   (b) Un verificatore polinomiale per KNAPSACK

   Quindi, KNAPSACK ha certificati succinti e verificabili in tempo polinomiale, il che dimostra che KNAPSACK è in NP.