

# 1. Introduzione alla concorrenza

La concorrenza rappresenta uno dei concetti fondamentali dell'informatica moderna. Un sistema concorrente è formato da più componenti che operano simultaneamente, interagendo tra loro attraverso meccanismi di comunicazione.

## 1.1 Concorrenza vs Parallelismo

È importante distinguere tra:

- **Concorrenza:** principio di strutturazione che descrive sistemi composti da componenti indipendenti che possono progredire in maniera autonoma ma coordinata (concetto logico)
- **Parallelismo:** esecuzione simultanea di attività su hardware che lo permette (concetto operativo)

Come evidenziato nelle lezioni, "la concorrenza è utile per sfruttare il parallelismo, ma è molto più di questo".

## 1.2 Complessità dei sistemi concorrenti

I sistemi concorrenti presentano sfide specifiche:

- **Problemi classici:** deadlock, starvation, fairness
- **Nuove complessità:** connettività, guasti remoti, sicurezza, controllo delle risorse

L'esempio analizzato a lezione del problema del buffer tra produttore e consumatore evidenzia come anche problemi apparentemente semplici diventino complessi in contesto concorrente.

## 1.3 Approccio fondazionale

Il corso adotta un approccio rigoroso, matematicamente fondato, per lo studio della concorrenza:

- Identificazione degli operatori e costrutti fondamentali
- Comprensione della molteplicità di linguaggi, architetture e paradigmi
- Tecniche formali per progettazione, specifica e verifica

# 2. Il Calcolo dei Sistemi Comunicanti (CCS)

Il CCS, sviluppato da Robin Milner negli anni '80, è un calcolo di processi per modellare sistemi concorrenti. L'idea centrale è rappresentare un sistema come un insieme di processi che interagiscono tramite porte di comunicazione.

## 2.1 Concetti chiave del CCS

Il CCS si basa su alcuni principi fondamentali:

- Tutto è un processo
- I processi comunicano tramite interazioni sincrone
- Le interazioni avvengono su canali denominati

## 2.2 Sintassi informale del CCS

La sintassi informale comprende:

- **Inazione** ( $\emptyset$ ): processo che non fa nulla
- **Prefisso d'azione** ( $\alpha.P$ ): esegue l'azione  $\alpha$  e poi si comporta come  $P$
- **Costante di processo** ( $K$ ): definita come  $K := P$
- **Scelta non deterministica** ( $P + Q$ ): si comporta come  $P$  o come  $Q$
- **Composizione parallela** ( $P \mid Q$ ):  $P$  e  $Q$  operano in parallelo
- **Restrizione** ( $P \setminus L$ ): nasconde le azioni in  $L$
- **Ridenominazione** ( $P[f]$ ): rinomina le azioni secondo  $f$

## 2.3 Esempi di base da lezione

Riprendiamo alcuni esempi significativi visti a lezione:

- **Clock**:  $\text{Clock} = \text{tick}.\text{Clock}$
- **Buffer unario**:  $C = \text{in}(x).C'(x)$ ;  $C'(x) = \text{out}(x).C$
- **Macchina del caffè**:  $\text{CM} = \text{coin}.\text{coffee}.\text{CM}$
- **Macchina del caffè guasta**:  $\text{BCM} = \text{coin}.\text{BCM} + \text{coin}.\text{coffee}.\text{BCM} + \text{coin}.\text{Fail}.\emptyset + \text{coin}.\text{coffee}.\text{Fail}.\emptyset + \text{fail}.\emptyset$

## 2.4 Sintassi formale

Formalmente, dato:

- Un insieme numerabile di nomi di canali  $A = \{a, b, c, \dots\}$
- Un insieme di azioni  $\text{Act} = A \cup \{\bar{a} \mid a \in A\} \cup \{\tau\}$
- Un insieme di costanti di processo  $K = \{K, K', K_1, K_2, \dots\}$

La sintassi del CCS è definita come:

```

$$P, Q ::= \emptyset \mid \alpha.P \mid P + P \mid P \mid P \mid P \setminus L \mid P[f] \mid K$$

```

## 2.5 Semantica operativa

La semantica operativa è definita da regole di inferenza che specificano come i processi evolvono attraverso le azioni. Queste regole costituiscono un sistema di transizione etichettato (LTS):

- **ACT:**  $\alpha.P \rightarrow^\alpha P$
- **SUM:**  $P_j \rightarrow^\alpha P'$  implica  $P_1 + P_2 \rightarrow^\alpha P'$  per  $j \in \{1,2\}$
- **PAR1:**  $P \rightarrow^\alpha P'$  implica  $P|Q \rightarrow^\alpha P'|Q$
- **PAR2:**  $Q \rightarrow^\alpha Q'$  implica  $P|Q \rightarrow^\alpha P|Q'$
- **COM:**  $P \rightarrow^\alpha P'$  e  $Q \rightarrow^{\alpha^-} Q'$  implica  $P|Q \rightarrow^\tau P'|Q'$
- **RES:**  $P \rightarrow^\alpha P'$  e  $\alpha, \bar{\alpha} \notin L$  implica  $P \setminus L \rightarrow^\alpha P' \setminus L$
- **REL:**  $P \rightarrow^\alpha P'$  implica  $P[f] \rightarrow^{f(\alpha)} P'[f]$
- **CONST:**  $P \rightarrow^\alpha P'$  e  $K := P$  implica  $K \rightarrow^\alpha P'$

## 2.6 Esempi completi di modellazione

### 2.6.1 Mutua esclusione con semaforo binario

```
Sem = p.v.Sem
User = p.enter.exit.v.User
Sys = (User|Sem)\{p,v}
```

Come dimostrato a lezione, questo sistema garantisce che solo un processo alla volta possa accedere alla sezione critica.

### 2.6.2 Problema dei filosofi a cena

Come visto nelle lezioni (LCD-2024-03-11.pdf):

```
Fork_i = take_i.leave_i.Fork_i
Phil_i = think.take_i.take_(i+1).eat.leave_i.leave_(i+1).Phil_i
System = (P_1 | ... | P_5 | F_1 | ... | F_5) \ {take_i, leave_i | i = 1, ..., 5}
```

Questo esempio illustra il classico problema di deadlock, poiché se ogni filosofo prende la forchetta alla sua sinistra, si crea una situazione di stallo.

### 2.6.3 Algoritmo di Peterson per mutua esclusione

Dalle lezioni (LCD-2024-03-11.pdf):

```
// Variabili condivise
b_1 = false, b_2 = false, k = 1

// Processo P_1
```

```

P1 = while true do
  begin
    b1 = true
    k = 2
    while (b2 and k=2) do skip
    // sezione critica
    b1 = false
  end

// Processo P2
P2 = while true do
  begin
    b2 = true
    k = 1
    while (b1 and k=1) do skip
    // sezione critica
    b2 = false
  end
end

```

In CCS, questo viene modellato rappresentando le variabili condivise come processi:

```

Bt = gett.Bt + sett.Bt + setf.Bf
Bf = getf.Bf + sett.Bt + setf.Bf
Ki = geti.Ki + seti.Ki + setj.Kj

Pi = setbit.setkj.Pi1
Pi1 = getbjf.Pi2 + getbjt.(getki.Pi2 + getkj.Pi1)
Pi2 = enteri.exiti.setbif.Pi

System = (P1 | P2 | B1 | B2 | K)\L

```

Come dimostrato nelle lezioni, questo algoritmo garantisce la mutua esclusione.

## 3. Value-passing CCS

Value-passing CCS estende il CCS base con la capacità di trasmettere valori durante la comunicazione.

### 3.1 Sintassi estesa

```

P, Q ::= 0 | α.P | P + P | P | P | P\L | P[f] | K(e1, ..., en) | if b then P
else Q

```

dove:

- $a$  può essere  $a(x)$  (input),  $\bar{a}(e)$  (output) o  $\tau$
- $e$  è un'espressione aritmetica
- $b$  è un'espressione booleana

## 3.2 Semantica operativa con passaggio di valori

Le regole di transizione includono:

- **IN:**  $a(x).P \rightarrow^{a(v)} P[v/x]$  (riceve il valore  $v$  sul canale  $a$  e sostituisce  $x$  con  $v$  in  $P$ )
- **OUT:**  $\bar{a}(e).P \rightarrow^{a(v)} P$  se  $e$  valuta a  $v$
- **COM-VAL:**  $P \rightarrow^{a(v)} P'$  e  $Q \rightarrow^{a(v)} Q'$  implica  $P|Q \rightarrow^{\tau} P'|Q'$

## 3.3 Esempi importanti di Value-passing CCS

### 3.3.1 Buffer FIFO a capacità 2

Come presentato a lezione (LCD-2024-03-12.pdf):

```
F2 = in(x).F1(x)
F1(x) = out(x).F2 + in(y).F0(x,y)
F0(x,y) = out(x).F1(y)
```

### 3.3.2 Buffer non ordinato a capacità 2

```
B2 = in(x).B1(x)
B1(x) = out(x).B2 + in(y).B0(x,y)
B0(x,y) = out(x).B1(y) + out(y).B1(x)
```

### 3.3.3 Contatore con incremento e decremento

```
C(x) = inc.C(x+1) + if x = 0 then dec.C(0) else dec.C(x-1)
```

## 3.4 Encoding in CCS base

Value-passing CCS può essere codificato in CCS base trattando ogni coppia canale-valore come un canale separato:

```
[[a(x).P]] = Σ_{v ∈ V} a_v. [[P[v/x]]]
[[ā(e).P]] = ā_m. [[P]] se e valuta a m
[[τ.P]] = τ. [[P]]
[[P | Q]] = [[P]] | [[Q]]
```

$$\llbracket P + Q \rrbracket = \llbracket P \rrbracket + \llbracket Q \rrbracket$$

$$\llbracket P \backslash L \rrbracket = \llbracket P \rrbracket \setminus \{a_v \mid a \in L, v \in V\}$$

## 4. Equivalenza comportamentale: Bisimilarità

### 4.1 Intuizione della bisimilarità

Due processi sono considerati equivalenti se esibiscono lo stesso comportamento osservabile. La bisimilarità è una nozione di equivalenza che cattura l'idea che due processi si comportino allo stesso modo.

### 4.2 Definizione formale di bisimulazione forte

Una relazione binaria  $R$  sui processi è una bisimulazione se per ogni coppia di processi  $(P, Q) \in R$ :

1. Se  $P \rightarrow^a P'$ , allora esiste  $Q'$  tale che  $Q \rightarrow^a Q'$  e  $(P', Q') \in R$
2. Se  $Q \rightarrow^a Q'$ , allora esiste  $P'$  tale che  $P \rightarrow^a P'$  e  $(P', Q') \in R$

Due processi  $P$  e  $Q$  sono bisimilari (notazione:  $P \sim Q$ ) se esiste una bisimulazione  $R$  tale che  $(P, Q) \in R$ .

### 4.3 Caratterizzazione come gioco

La bisimilarità può essere caratterizzata come un gioco tra due giocatori:

- **Attaccante**: cerca di dimostrare che i processi non sono bisimilari
- **Difensore**: cerca di dimostrare che i processi sono bisimilari

Le regole del gioco:

1. Si parte con due processi  $P$  e  $Q$
2. L'Attaccante sceglie un processo ( $P$  o  $Q$ ) e una sua transizione  $\rightarrow^a$
3. Il Difensore deve rispondere con una transizione corrispondente dell'altro processo
4. Il gioco continua con i processi risultanti

$P \sim Q$  se e solo se il Difensore ha una strategia vincente.

### 4.4 Proprietà della bisimilarità

- **Relazione di equivalenza**: riflessiva, simmetrica e transitiva
- **Congruenza**: preservata da tutti gli operatori del CCS
- **Più grande bisimulazione**: contiene tutte le altre bisimulazioni

### 4.5 Bisimulazione up-to

La bisimulazione up-to bisimilarità (menzionata in LCD-2024-03-26.pdf) è una tecnica che semplifica le dimostrazioni di bisimilarità.

Una relazione  $R$  è una bisimulazione up-to bisimilarità se per ogni  $(P, Q) \in R$ :

1. Se  $P \rightarrow^\alpha P'$ , allora esiste  $Q'$  tale che  $Q \rightarrow^\alpha Q'$  e  $P' \sim R \sim Q'$
2. Se  $Q \rightarrow^\alpha Q'$ , allora esiste  $P'$  tale che  $P \rightarrow^\alpha P'$  e  $P' \sim R \sim Q'$

Dove  $P' \sim R \sim Q'$  significa che esistono  $P''$  e  $Q''$  tali che  $P' \sim P''$ ,  $(P'', Q'') \in R$  e  $Q'' \sim Q'$ .

**Teorema:** Se  $R$  è una bisimulazione up-to bisimilarità e  $(P, Q) \in R$ , allora  $P \sim Q$ .

## Esempio di applicazione

Come visto a lezione, per dimostrare che  $\text{Cell}|\text{Cell} \sim F_2$ , possiamo definire:

$$R = \{(\text{Cell}|\text{Cell}, F_2)\} \cup \{(C(m)|\text{Cell}, F_1(m))\} \cup \{(\text{Cell}|C(n), F_1(n))\} \cup \{(C(m)|C(n), F_0(m,n))\}$$

e verificare che  $R$  è una bisimulazione up-to.

## 4.6 Esempi di processi bisimilari e non bisimilari

- $a.b.0 + a.c.0 \not\sim a.(b.0 + c.0)$ : nel primo processo, la scelta è esterna (visibile), nel secondo è interna (nascosta)
- $a.(b.0 + c.0) \sim a.b.0 + a.c.0 + a.(b.0 + c.0)$ : il terzo termine è ridondante
- $a.0 \mid b.0 \sim a.b.0 + b.a.0$ : entrambi possono eseguire  $a$  e  $b$  in qualsiasi ordine

## 5. Bisimilarità debole

### 5.1 Motivazione

La bisimilarità forte considera le azioni interne  $\tau$  come qualsiasi altra azione. Tuttavia, poiché  $\tau$  rappresenta comunicazioni interne non osservabili, potremmo voler astrarre da esse.

### 5.2 Transizioni deboli

Definiamo:

- $P \Rightarrow P'$  se  $P \rightarrow^{\tau*} P'$  (zero o più transizioni  $\tau$ )
- $P \Rightarrow^\alpha P'$  se  $P \Rightarrow \rightarrow^\alpha \Rightarrow P'$  per  $\alpha \neq \tau$
- $P \Rightarrow^\tau P'$  se  $P \Rightarrow P'$

### 5.3 Definizione formale di bisimulazione debole

Una relazione binaria  $R$  sui processi è una bisimulazione debole se per ogni  $(P, Q) \in R$ :

1. Se  $P \rightarrow^\alpha P'$ , allora esiste  $Q'$  tale che  $Q \Rightarrow^\alpha Q'$  e  $(P', Q') \in R$
2. Se  $Q \rightarrow^\alpha Q'$ , allora esiste  $P'$  tale che  $P \Rightarrow^\alpha P'$  e  $(P', Q') \in R$

Due processi  $P$  e  $Q$  sono debolmente bisimilari (notazione:  $P \approx Q$ ) se esiste una bisimulazione debole  $R$  tale che  $(P, Q) \in R$ .

## 5.4 Esempi di processi debolmente bisimilari

- $\tau.a.0 \approx a.0$ : l'azione interna  $\tau$  è ignorata
- $a.(\tau.b.0 + \tau.c.0) \approx a.b.0 + a.c.0$ : la scelta interna dopo  $a$  è equivalente a una scelta esterna prima di  $a$
- Sistema di trasmissione affidabile su canale inaffidabile (esempio dalla lezione)

## 5.5 Proprietà della bisimilarità debole

- **Relazione di equivalenza**: riflessiva, simmetrica e transitiva
- **Non è una congruenza completa**: non è preservata dall'operatore di scelta (+)
- **La bisimilarità forte implica la bisimilarità debole**:  $P \sim Q$  implica  $P \approx Q$

## 5.6 Congruenza osservazionale

Per ovviare al problema della mancata congruenza, si definisce la congruenza osservazionale:

$P \approx Q$  se:

1. Se  $P \rightarrow^\tau P'$ , allora esiste  $Q'$  tale che  $Q \rightarrow^{\tau\Rightarrow} Q'$  e  $P' \approx Q'$
2. Se  $Q \rightarrow^\tau Q'$ , allora esiste  $P'$  tale che  $P \rightarrow^{\tau\Rightarrow} P'$  e  $P' \approx Q'$
3. Se  $P \rightarrow^\alpha P'$  con  $\alpha \neq \tau$ , allora esiste  $Q'$  tale che  $Q \Rightarrow^\alpha Q'$  e  $P' \approx Q'$
4. Se  $Q \rightarrow^\alpha Q'$  con  $\alpha \neq \tau$ , allora esiste  $P'$  tale che  $P \Rightarrow^\alpha P'$  e  $P' \approx Q'$

**Teorema**:  $\approx$  è una congruenza per tutti gli operatori del CCS, incluso l'operatore di scelta.

## 6. Teoria dei punti fissi e Bisimilarità

### 6.1 Teoria dei punti fissi

Un punto fisso di una funzione  $f: D \rightarrow D$  è un elemento  $x \in D$  tale che  $f(x) = x$ .

#### 6.1.1 Ordini parziali completi (CPO)

Un insieme parzialmente ordinato  $(D, \sqsubseteq)$  è un CPO se:

- Ha un elemento minimo  $\perp$  (bottom)



- Ogni sottoinsieme diretto ha un limite superiore (lub)

### 6.1.2 Funzioni continue

Una funzione  $f: D \rightarrow E$  tra CPO è continua se:

- È monotona: se  $x \sqsubseteq y$ , allora  $f(x) \sqsubseteq f(y)$
- Preserva i lub di insiemi diretti:  $f(\sqcup S) = \sqcup f(S)$  per ogni insieme diretto  $S$

### 6.1.3 Teorema del punto fisso di Kleene

Ogni funzione continua  $f: D \rightarrow D$  su un CPO  $D$  ha un punto fisso minimo, dato da:

$$\text{fix}(f) = \sqcup_{n \geq 0} f^n(\perp)$$

## 6.2 Bisimilarità come punto fisso

La bisimilarità può essere caratterizzata come punto fisso di un operatore adeguato.

Sia  $F: 2^{(\text{Proc} \times \text{Proc})} \rightarrow 2^{(\text{Proc} \times \text{Proc})}$  definita come:

$$F(R) = \{(P, Q) \mid \text{se } P \rightarrow^\alpha P' \text{ allora esiste } Q' \text{ tale che } Q \rightarrow^\alpha Q' \text{ e } (P', Q') \in R, \\ \text{e se } Q \rightarrow^\alpha Q' \text{ allora esiste } P' \text{ tale che } P \rightarrow^\alpha P' \text{ e } (P', Q') \in R\}$$

**Teorema:** La bisimilarità  $\sim$  è il più grande punto fisso di  $F$ .

## 6.3 Algoritmo per sistemi finiti

Per sistemi di transizione etichettati finiti, la bisimilarità può essere calcolata utilizzando l'algoritmo di raffinamento delle partizioni:

1. Si parte con una singola partizione contenente tutti gli stati
2. Iterativamente si raffina la partizione in base alle transizioni
3. L'algoritmo termina quando non è più possibile alcun raffinamento
4. Gli stati nella stessa partizione finale sono bisimiliari

Questo algoritmo ha complessità temporale  $O(mn \log n)$ , dove  $m$  è il numero di transizioni e  $n$  è il numero di stati.

## 7. Logica di Hennessy-Milner

### 7.1 Sintassi

La logica di Hennessy-Milner (HML) è una logica modale per specificare proprietà dei processi:

$\phi ::= \text{true} \mid \neg\phi \mid \phi \wedge \psi \mid \langle \alpha \rangle \phi$

Dove:

- $\text{true}$  è sempre soddisfatto
- $\neg\phi$  è soddisfatto se  $\phi$  non è soddisfatto
- $\phi \wedge \psi$  è soddisfatto se sia  $\phi$  che  $\psi$  sono soddisfatti
- $\langle \alpha \rangle \phi$  è soddisfatto se c'è una transizione  $\alpha$  verso uno stato che soddisfa  $\phi$

Altri operatori possono essere definiti come abbreviazioni:

- $\text{false} \equiv \neg\text{true}$
- $\phi \vee \psi \equiv \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi)$
- $[\alpha]\phi \equiv \neg\langle \alpha \rangle \neg\phi$  (tutte le transizioni  $\alpha$  portano a stati che soddisfano  $\phi$ )

## 7.2 Semantica

La relazione di soddisfacimento  $\models$  è definita induttivamente:

$P \models \text{true}$  per tutti i  $P$   
 $P \models \neg\phi$  sse  $P \not\models \phi$   
 $P \models \phi \wedge \psi$  sse  $P \models \phi$  e  $P \models \psi$   
 $P \models \langle \alpha \rangle \phi$  sse esiste  $P'$  tale che  $P \xrightarrow{\alpha} P'$  e  $P' \models \phi$

## 7.3 Esempi di formule

- "Può eseguire un'azione coffee":  $\langle \text{coffee} \rangle \text{true}$
- "Non può eseguire un'azione coffee":  $\neg\langle \text{coffee} \rangle \text{true}$  o equivalentemente  $[\text{coffee}]\text{false}$
- "Dopo un'azione coffee, può eseguire un'azione tea":  $\langle \text{coffee} \rangle \langle \text{tea} \rangle \text{true}$
- "Dopo qualsiasi azione coffee, deve poter eseguire un'azione tea":  $[\text{coffee}]\langle \text{tea} \rangle \text{true}$

## 7.4 Teorema di Hennessy-Milner

Il teorema di Hennessy-Milner stabilisce una connessione profonda tra bisimilarità e equivalenza logica:

**Teorema:** Per processi a immagine finita (processi con un numero finito di derivati  $\alpha$  per ogni azione  $\alpha$ ):

$P \sim Q$  sse per tutte le formule  $\phi$  di HML:  $P \models \phi$  sse  $Q \models \phi$

Questo teorema stabilisce che due processi sono bisimilari se e solo se soddisfano esattamente le stesse formule HML.

## 7.5 Logica con ricorsione ( $\mu$ -calculus)

La logica di Hennessy-Milner può essere estesa con operatori di punto fisso per esprimere proprietà temporali:

$$\phi ::= \text{true} \mid \neg\phi \mid \phi \wedge \phi \mid \langle a \rangle \phi \mid X \mid \mu X. \phi$$

Dove:

- $X$  è una variabile
- $\mu X. \phi$  è il punto fisso minimo di  $\lambda X. \phi$

L'operatore di punto fisso massimo  $\nu X. \phi$  può essere definito come  $\neg \mu X. \neg \phi [\neg X / X]$ .

### 7.5.1 Esempi di proprietà nel $\mu$ -calculus

- "Eventualmente  $a$ ":  $\mu X. (\langle a \rangle \text{true} \vee \langle \tau \rangle X)$
- "Sempre non  $a$ ":  $\nu X. ([a] \text{false} \wedge [\tau] X)$
- "Libertà da deadlock":  $\nu X. (\neg \langle \tau \rangle \text{true} \wedge [\neg] X)$

## 8. $\pi$ -calculus

### 8.1 Da CCS a $\pi$ -calculus

Il  $\pi$ -calculus, sviluppato da Robin Milner, Joachim Parrow e David Walker, estende CCS con la capacità di comunicare nomi di canali. Questo permette di modellare sistemi con topologia di comunicazione dinamica.

### 8.2 Sintassi

$$P ::= 0 \mid \pi.P \mid P + P \mid P \mid P \mid \nu x.P \mid !P$$

Dove:

- $\pi$  è un prefisso, che può essere:
  - $x(y)$ : riceve un nome sul canale  $x$  e lo lega a  $y$
  - $\bar{x}(y)$ : invia il nome  $y$  sul canale  $x$
  - $\tau$ : azione interna
- $\nu x.P$ : crea un nuovo nome  $x$  con scope  $P$
- $!P$ : replicazione (infinite copie parallele di  $P$ )

## 8.3 Semantica operativa

Le principali regole di transizione includono:

- **PREFIX:**  $\pi.P \rightarrow^p P$
- **SUM:**  $P \rightarrow^p P'$  implica  $P + Q \rightarrow^p P'$
- **PAR:**  $P \rightarrow^p P'$  implica  $P|Q \rightarrow^p P'|Q$
- **COM:**  $P \rightarrow^x \langle z \rangle P'$  e  $Q \rightarrow^x \langle y \rangle Q'$  implica  $P|Q \rightarrow^t P'[y/z]|Q'$
- **OPEN:**  $P \rightarrow^y \langle z \rangle P'$ ,  $x \neq y$  e  $x = z$  o  $x \in \text{fn}(P')$  implica  $\nu x.P \rightarrow^y \langle \nu x \rangle P'$
- **RES:**  $P \rightarrow^p P'$  e  $x \notin \text{fn}(\pi)$  implica  $\nu x.P \rightarrow^p \nu x.P'$
- **REP:**  $P|!P \rightarrow^p P'$  implica  $!P \rightarrow^p P'$

## 8.4 Esempio: Telefoni mobili

Un esempio importante visto a lezione è il modello di una rete telefonica mobile, dove un telefono può spostarsi tra diverse stazioni base:

```
Telephone(id, base) = base(id).base(new_base).Telephone(id, new_base)
BaseStation(i) = id(tel_id).tel_id(base_j).BaseStation(i)
Network =  $\nu$  base1, ..., basen.(Telephone(id1, base1) | ... | BaseStation(1) | ...)
```

## 9. Linguaggi di programmazione concorrenti

I calcoli di processo come CCS e  $\pi$ -calculus hanno influenzato la progettazione di linguaggi di programmazione con caratteristiche di concorrenza integrate.

### 9.1 Google Go

Go è un linguaggio di programmazione compilato con funzionalità di concorrenza integrate, progettato da Google.

#### 9.1.1 Goroutine

Le goroutine sono thread leggeri gestiti dal runtime di Go:

```
func say(s string) {
    for i := 0; i < 5; i++ {
        time.Sleep(100 * time.Millisecond)
        fmt.Println(s)
    }
}

func main() {
    go say("world")
}
```

```
    say("hello")
}
```

### 9.1.2 Canali

I canali sono condotti tipizzati per l'invio e la ricezione di valori:

```
func sum(s []int, c chan int) {
    sum := 0
    for _, v := range s {
        sum += v
    }
    c <- sum // Invia sum al canale c
}

func main() {
    s := []int{7, 2, 8, -9, 4, 0}

    c := make(chan int)
    go sum(s[:len(s)/2], c)
    go sum(s[len(s)/2:], c)

    x, y := <-c, <-c // Riceve dal canale c

    fmt.Println(x, y, x+y)
}
```

### 9.1.3 Select

Il costrutto select permette di attendere su più operazioni di comunicazione:

```
func fibonacci(c, quit chan int) {
    x, y := 0, 1
    for {
        select {
            case c <- x:
                x, y = y, x+y
            case <-quit:
                fmt.Println("quit")
                return
        }
    }
}
```

### 9.1.4 Modelli di concorrenza

Go implementa la filosofia "Do not communicate by sharing memory; instead, share memory by communicating" ("Non comunicare condividendo memoria; invece, condividi memoria comunicando").

## 9.2 Erlang

Erlang è un linguaggio di programmazione funzionale con supporto integrato per concorrenza, distribuzione e tolleranza ai guasti.

### 9.2.1 Modello attore

La concorrenza in Erlang si basa sul modello attore:

```
% Server echo
echo() ->
    receive
        {From, Msg} ->
            From ! {self(), Msg},
            echo();
        stop ->
            ok
    end.

% Utilizzo
Server = spawn(fun echo/0).
Server ! {self(), "Hello"}.
receive
    {Server, Msg} ->
        io:format("Echo: ~p~n", [Msg])
end.
Server ! stop.
```

### 9.2.2 Robustezza

Erlang implementa la filosofia "let it crash" ("lascia che si blocchi") supportata dal collegamento e dal monitoraggio dei processi:

```
% Collegamento di processi
spawn_link(fun() ->
    % Questo causerà anche il crash del processo genitore
    1 = 2 % Errore deliberato
end).

% Monitoraggio dei processi
Pid = spawn(fun() -> timer:sleep(1000) end).
Ref = monitor(process, Pid).
receive
```

```
{'DOWN', Ref, process, Pid, Reason} ->
  io:format("Il processo ~p è terminato: ~p~n", [Pid, Reason])
end.
```

### 9.2.3 Distribuzione

I processi Erlang possono comunicare tra diverse macchine in modo trasparente.

## 9.3 Clojure

Clojure è un dialetto di Lisp che gira sulla JVM e enfatizza la programmazione funzionale con strutture dati immutabili.

### 9.3.1 Memoria transazionale software

Clojure fornisce diversi tipi di riferimento per gestire lo stato mutabile condiviso:

```
;; Atom: riferimento sincrono, non coordinato
(def counter (atom 0))
(swap! counter inc) ; Incrementa atomicamente il contatore
(reset! counter 0)  ; Imposta il contatore a 0

;; Ref: riferimento sincrono, coordinato
(def account1 (ref 1000))
(def account2 (ref 500))
(dosync
  (alter account1 - 100)
  (alter account2 + 100))
```

### 9.3.2 Futures e promesse

Futures e promesse forniscono un modo per lavorare con valori che potrebbero non essere ancora disponibili:

```
;; Future: esegue un task in un thread separato
(def f (future
  (Thread/sleep 1000)
  (+ 1 2)))

;; Blocca fino a quando il risultato non è disponibile
(deref f) ; o @f, ritorna 3

;; Promise: un segnaposto per un valore da consegnare più tardi
(def p (promise))
(def t (future
  (Thread/sleep 1000)
  (deliver p 42)))
```

```
;; Blocca fino a quando un valore viene consegnato  
(deref p 2000 :timeout) ; Ritorna 42, o :timeout se ci vuole > 2 secondi
```

## 9.4 Modelli di concorrenza a confronto

- **Go**: Communicating Sequential Processes (CSP) con canali e goroutine
- **Erlang**: Modello attore con processi e passaggio di messaggi
- **Clojure**: Memoria transazionale software con programmazione funzionale

Ogni modello ha i suoi punti di forza:

- CSP è buono per task ad alto throughput, vincolati dalla CPU
- Il modello attore eccelle in sistemi distribuiti, tolleranti ai guasti
- STM funziona bene con lo stato condiviso in un contesto funzionale

## 10. Conclusioni

Questo corso ha coperto sia i fondamenti teorici della concorrenza che i suoi aspetti pratici nei linguaggi di programmazione moderni:

- **Teoria**: Calcoli di processo (CCS,  $\pi$ -calculus), bisimulazione, teoria dei punti fissi, logiche modali
- **Pratica**: Linguaggi di programmazione (Go, Erlang, Clojure) con funzionalità di concorrenza integrate

La connessione tra teoria e pratica è evidente in come i calcoli di processo hanno influenzato la progettazione dei linguaggi di programmazione concorrenti:

- CSP → Go
- Modello attore → Erlang
- Approcci funzionali → Clojure

Comprendere i fondamenti teorici aiuta a ragionare sui programmi concorrenti e a evitare problemi comuni come race condition, deadlock e livelock. I linguaggi pratici forniscono meccanismi efficienti ed espressivi per implementare sistemi concorrenti nelle applicazioni del mondo reale.