# Lógica Difusa

Dr. Misael López Ramírez

Febrero 2023

# Operaciones básicas de conjuntos difusos

# Operaciones básicas en conjuntos difusos

- Para conjuntos clásicos se pueden realizar las siguientes definiciones:

$$x \in X \Rightarrow x \ \ pertenece\ a\ X$$

$$x \in A \Rightarrow x \ \ pertenece\ a\ A$$

$$x \notin X \Rightarrow x\ no\ \ pertenece\ a\ A$$

- para los conjuntos A y  B en X, también se tiene:

$$A \subset B \Rightarrow A \ \ esta\ contenida \ \ en\ B\ \left(si\ x \in A, entonces\ x \in B\right)$$

$$A \subseteq B \Rightarrow A \ \ esta\ contenida\ en\ o\ es\ equivalente\ a\ B$$

$$A = B \Rightarrow A \subseteq B \quad y \quad B \subseteq A$$

# Algunas definiciones para conjuntos

- Contenimiento: ($\subseteq$ ) Un conjunto puede contener a otro conjunto. Al conjunto más pequeño se le llama Subconjunto.

  ($\subset$ Subconjunto propio).

- En un universo comprendido por tres elementos X = {a, b, c}, el número cardinal es $n_x$ = 3. Y su **conjunto potencial** es:

$$P(X)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$$

# Conjunto Difuso

- Si se considera el siguiente conjunto difuso finito:

$A = 0.2/u_1,\ 0/u_2,\ 0.3/u_3,\ 1/u_4, 0.8/u_{5.}\ \ u \in U.$

Universo discurso

- Entonces un conjunto difuso A de U será un conjunto de parejas:

$$A = \{u, \mu_A(u)\},$$

$$\forall u \in U$$

Para todo *u pertenece al Universo discurso U*

# Conjunto Difuso

Considerando que $x_i$ es un elemento del soporte del conjunto difuso *A* y que $\mu_i$ es su grado de membresía en *A*.

$$A = \mu_1 / x_1 + \mu_2 / x_2 + \ldots + \mu_n / x_n.$$

Donde.

- El símbolo / Se emplea para unir los elementos del soporte con sus grados de membresía en *A*.
- El símbolo + Indica que los pares de elementos y grados de membresía listados forman colectivamente la definición del conjunto *A*, en vez de cualquier tipo de suma algebraica.

# Conjunto Difuso: Universo Discurso finito y no-infinito

$$A = \left\{ \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \ldots \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \right\}$$

$$A = \left\{ \int_U \frac{\mu_A(x)}{x} \right\}$$

La integral y la suma indican la unión de elementos dentro de un conjunto difuso A.

# Conjunto Difuso finito

- Se entenderá que un conjunto difuso es finito siempre que al poder enumerar a sus elementos representativos este proceso termine, independientemente del valor de sus funciones de membresía.

# Operaciones Básicas De Los Conjuntos Clásicos

- Las tres operaciones básicas en conjuntos clásicos son: unión, intersección, y complemento.

| | |
|---|---|
| *UNION* | $A \cup B = \{x \mid x \in A \ o \ x \in B\}$ |
| *INTERSECCIÓN* | $A \cap B = \{x \mid x \in A \ y \ x \in B\}$ |
| *COMPLEMENTO* | $\overline{A} = \{x \mid x \notin A, \ \ x \in X\}$ |
| *DIFERENCIA* | $A \mid B = \{x \mid x \in A \ y \ x \notin B\}$ |

- El complemento de un conjunto se puede denotar por: $A^C$, ¬A, $\overline{A}$.

# Por ejemplo:

- Si A y B son dos conjuntos de "percepciones anuales por persona" definidos por:

$$A = \{x | 100K \le x \le 200K, x \in U\}$$

$$B = \{x | 50K \le x \le 120K, x \in U\}$$

- Donde *U* es el universo de discurso [0,1000K]. Se tiene que:

$$A \cap B = \{x | 100K \le x \le 120K, x \in U\}$$

$$A \cup B = \{x | 50K \le x \le 200K, x \in U\}$$

$$A^C = \{x | 0 \le x < 100K \ \acute{o}\ 200K < x \le 1000K\}$$

# Operaciones Básicas De Los Conjuntos Difusos

- Debido a que la membresía en un conjunto difuso se mide en grados, las operaciones de conjuntos deberían generalizarse a los conjuntos difusos de forma acuerda $_{\text{(ilustrar)}}$.

- La operación de intersección difusa es matemáticamente equivalente a la operación de conjunción difusa (AND), debido a que tienen propiedades idénticas.

# Operaciones Lógicas Difusas

- Un operador común de conjunción (AND) difusa es el operador mínimo. Con frecuencia la intersección difusa se define como:

$$\mu_{A \cap B}(x) = min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

- *Intersección*: En conjuntos difusos es el grado de membresía que dos conjuntos comparten. Una intersección difusa es el menor de la membresía de cada elemento en ambos conjuntos.

| **INPUT** | | **OUTPUT** |
|---|---|---|
| A | B | A AND B |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

## Por ejemplo:

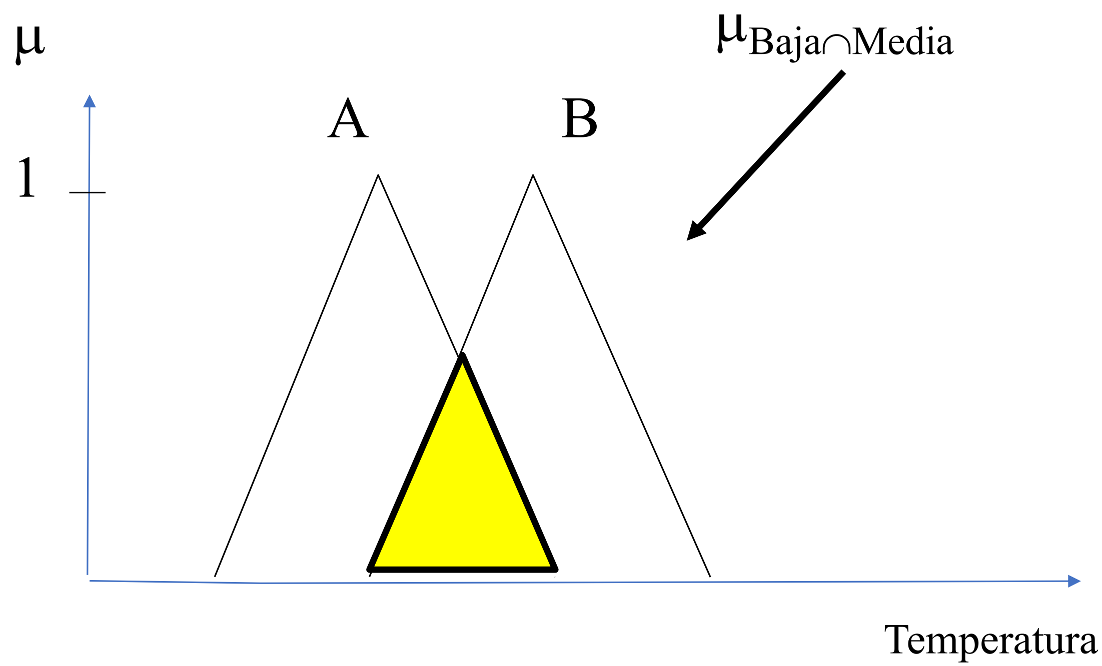
- Se puede definir un conjunto difuso A de los números reales muy cercanos a 8 y B como el conjunto difuso de los números reales muy cercanos a 15. Entonces, $A \cap B$ se definiría como el conjunto difuso de los números reales muy cercanos a 8 "y" a 15. Tomando en cuenta la ecuación:

$$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

y A = (1 0.8 0.4 0.5) y B = (0.9 0.4 0.0 0.7) se tiene que:

$$\mu_{A\cap B}(x) = (0.9 \;\; 0.4 \;\; 0.0 \;\; 0.5).$$

Representación de la Intersección de difusa
ó conjunción difusa.



# Operaciones Lógicas Difusas

- Un operador común de disyunción (OR) difusa es el operador máximo. Por lo tanto, con frecuencia la unión difusa se define como:

$$\mu_{A \cup B}(x) = max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

- *La unión* difusa, representa al conjunto difuso más pequeño que contiene a *A* y que contiene a *B*. El operador max ($\vee$), toma como valor verdadero el valor máximo de la función de membresía del elemento $x$ en *A* y *B.*

Ejemplo:

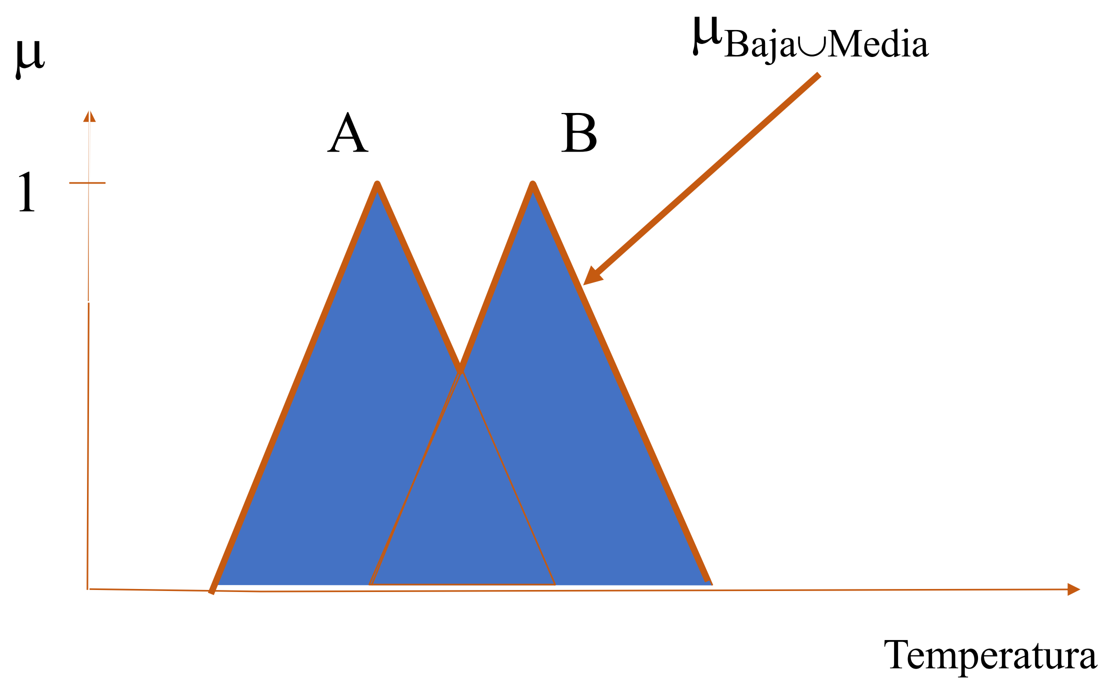
- Se puede definir al conjunto difuso A de los números reales muy cercanos a 8 y B como el conjunto difuso de los números reales muy cercanos a 15.
- Tomando en cuenta la ecuación.

$$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

y que A = (1 0.8 0.4 0.5) y B = (0.9 0.4 0.0 0.7) se tiene que:

$\mu_{A\cup B}(x)$ = (1 0.8 0.4 0.7).

Representación de la Unión difusa ó disyunción difusa.



# Operaciones Lógicas Difusas

- El complemento de un conjunto difuso *A* se define por la diferencia entre uno y el grado de membresía en *A*:

$$\mu_A c\ (x) = 1 - \mu_A\ (x)$$

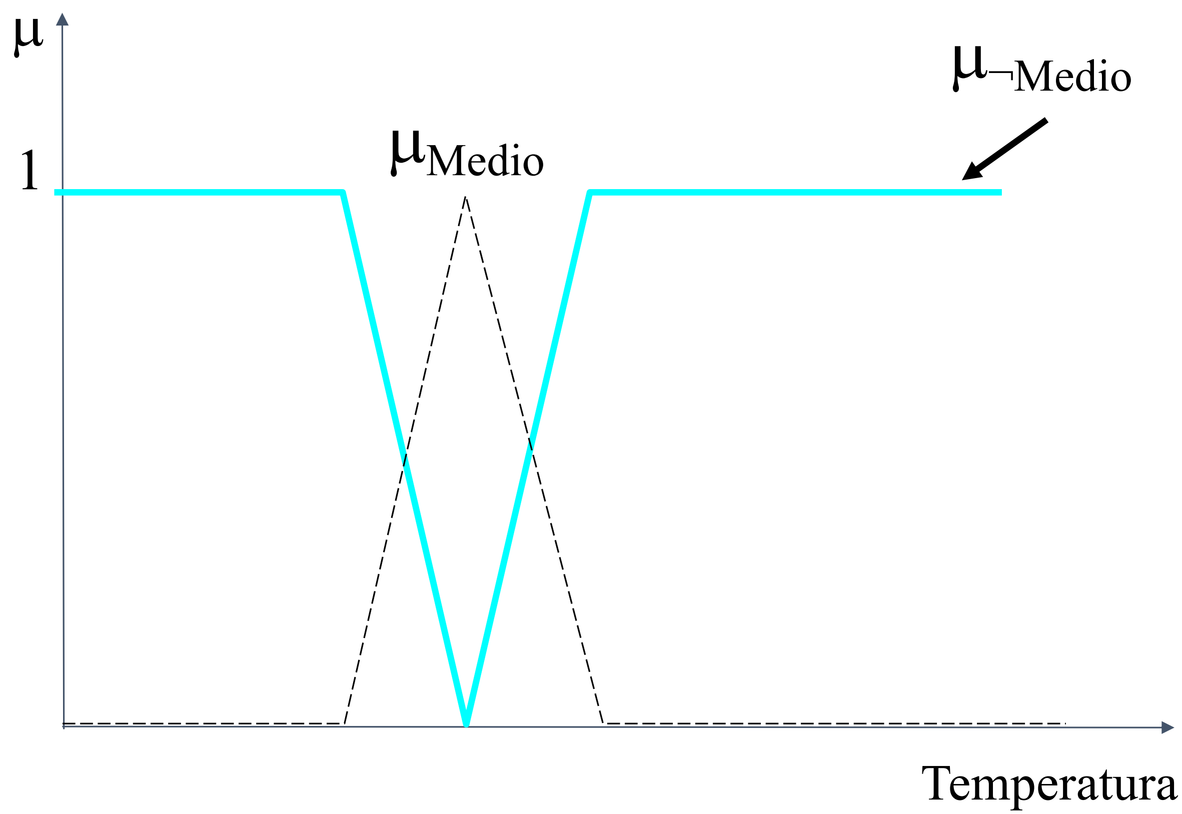
- *Complemento (negación difusa)*: El complemento de un conjunto difuso es la cantidad que la *membresía* necesita para alcanzar 1. Sea U un conjunto cualquiera y M = [0,1], su conjunto asociado de membresía. Si se considera a un conjunto difuso A∈U, entonces el complemento de A será:

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u), \qquad \forall u \in U$$

- evidentemente, se cumple que:

$$\neg (\neg A) = A$$

# Representación del complemento de un conjunto difuso ó negación difusa



# Modificadores Lingüísticos

- Existen muchos descriptores lingüísticos como son: moderado, normal, alto, algo caliente, muy bajo, medio normal, mas o menos alto, etc.

- Uno de los conceptos importantes en la Lógica Difusa es que en vez de enumerar todos estos diferentes descriptores, se pueden generar de un conjunto esencial de términos lingüísticos (llamado: **Conjunto Término**) utilizando modificadores (por ejemplo: muy, mas o menos) y conectivas (por ejemplo: “y”, “o”).

## Variables Lingüísticas Y Valores Lingüísticos.

- Si **edad** es interpretada como una variable lingüística, entonces su conjunto término *T(edad)* puede ser:

$$T(edad)=\left\{\begin{array}{l} joven,\quad no\ joven,\quad muy\ joven,\quad no\ muy\ joven,\ldots, \\ medio\ viejo,\quad no\ medio\ viejo,\ldots, \\ viejo,\quad no\ viejo,\quad muy\ viejo,\quad mas\ o\ menos\ viejo,\quad no\ muy\ viejo,\ldots, \\ no\ muy\ joven\quad y\quad no\ muy\ viejo,\ldots \end{array}\right\}$$

Donde cada término en *T(edad)* se caracteriza por un conjunto difuso de un universo de discurso *X* = [0, 100], como se muestra en la siguiente figura.

GRACIAS!!!