Universidade de São Paulo – ICMC
Bacharelado em Ciência da Computação
SCC0221 – Introdução à Ciência da Computação I
Prof. Rodrigo Fernandes de Mello – mello@icmc.usp.br
Monitores: Victor Forbes – victor.forbes@usp.br,
Yule Vaz – yule.vaz@usp.br

Exercício: Sequência Jacobsthal Lucas

1 Objetivo

Você deverá implementar a sequência Jacobsthal Lucas, exibi-la na tela, calcular sua variância e a distância Chebyshev da primeira metade da sequência com a segunda metade.

2 Jacobsthal Lucas

Na matemática, a Sequência Jacobsthal, é uma sequência de números inteiros, começando normalmente por 0 e 1, na qual, cada termo subsequente corresponde a soma do termo anterior mais duas vezes o termo $t-2$. Por sua vez, a **Jacobsthal Lucas** assemelha-se Sequência Jacobsthal, mas em vez de começarmos com 0 e 1, a sequência é iniciada com 2 e 1, com pode ser visto na Equação (1)

$$\begin{cases} L[0] = 2 \\ L[1] = 1 \\ T[i] = 2 * T[i-2] + T[i-1] \qquad \forall i \geq 2 \end{cases} \tag{1}$$

Assim, os primeiros números de uma pequena sequência Jacobsthal Lucas são:

$$0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, 43, 85, 171, 341, 683, 1365, 2731, 5461, 10923, 21845, \text{etc.}$$

3 Variância

Na teoria da probabilidade e na estatística, a variância de uma variável aleatória ou processo estocástico é uma medida da sua dispersão estatística, indicando "o quão longe" em geral os seus valores se encontram do valor esperado. A variância da população x_i onde $i = 1, 2, ..., n$ é dada por

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{2}$$

em que $\bar{x}$ é a média aritmética da variável x dada pela Equação (3):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3}$$

4 Distância Chebyshev

A distância Minkowski é considerada uma generalização da distância Euclidiana e da distância de Manhattan definida como:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^p\right)^{1/p} \tag{4}$$

Tipicamente a distância de Minkowski é calculada com $p = 1$, resultando na distância de Manhattan ou $p = 2$ resultando na distância Euclidiana. Quando $p \to \infty$ obtemos a a distância de "Chebyshev":

$$\lim_{p\to\infty}\left(\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^p\right)^{\frac{1}{p}} = \max_{i=1}^{n} |x_i - y_i|. \tag{5}$$

5 Proposta

Elabore um sistema que aceita como entrada uma opção inteira `opt` e um tamanho inteiro `n`. O seu sistema deverá gerar uma série Jacobsthal Lucas com `n` elementos, em que `seq[0] = 2; seq[1] = 1;`, e executar três ações distintas de acordo com a opção `opt`:

1. Deverá imprimir todos os `n` elementos da série, com uma casa decimal de precisão, separando cada um por um espaço simples. Após o ultimo elemento não deverá existir um espaço mas sim uma quebra de linha simples (`\n`). Assim, uma exemplo correto de saída é dado por:

   ‘`2.0 1.0 5.0 7.0 17.0 31.0 65.0 127.0 257.0 511.0`’

2. Deverá imprimir a variância dos elementos da série com 4 casas decimais de precisão. Para auxiliar, utilize a seguinte função para exibir o resultado:

   ```
   printf("%.4lf\n",variancia);
   ```

3. Deverá imprimir a distância Chebyshev com 4 casas decimais de precisão. O termo x da equação 5 será dado pela primeira metade do vetor da sequencia Jacobsthal Lucas. Do mesmo modo, o termo y da equação 5 será dado pela segunda metade do vetor da sequencia Jacobsthal Lucas. Para facilitar as contas, a sequência Jacobsthal Lucas requerida terá sempre tamanho par, i.e., x e y sempre terão o mesmo tamanho. Para auxiliar na impressão, utilize a seguinte função para exibir o resultado:

   ```
   printf("%.4lf\n",chebyshev);
   ```