

Cálculo
Lista 3 - Derivadas

Gabriel Vasconcelos Ferreira

13 de maio de 2024

Capítulo 1

Regras de derivação

Problema 1. Calcular a derivada das funções, usando o formulário:

1) $y = -2x + 5$

5) $0.4x^2 - 6x - 1$

9) $y = \sqrt[4]{x^2}$

2) $y = \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{x}$

6) $(3x^2 - 4x)(6x + 1)$

10) $y = \sqrt[9]{x}$

3) $y = 7x^2 - 8x - 9$

7) $(1 - x^2)(1 + x^2)$

11) $y = \frac{5}{x^3}$

4) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5x + 7$

8) $y = \sqrt{x}$

12) $y = \frac{4x}{x-1}$

1) $y = -2x + 5$

$$\begin{aligned} y' &= -2x' + 5' \\ &= \boxed{-2} \end{aligned}$$

2) $y = \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{x}$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{x} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= \boxed{x + \frac{1}{2\sqrt{x}}} \end{aligned}$$

3) $y = 7x^2 - 8x - 9$

$$\begin{aligned} y' &= 7x^2 - 8x - 9 \\ &= 2 \cdot 7x - 8x' - 9' \\ &= \boxed{14x - 8} \end{aligned}$$

4) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 5x + 7$

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{1}{3}x^2 + 5x + 7 \\ &= -\frac{1}{3}2x + 5 \\ &= \boxed{-\frac{2}{3}x + 5} \end{aligned}$$

5) $y = 0.4x^2 - 6x - 1$

$$\begin{aligned} y' &= 0.4x^2 - 6x - 1 \\ &= 0.4 \cdot 2x - 6 \\ &= \boxed{0.8x - 6} \end{aligned}$$

6) $y = (3x^2 - 4x)(6x + 1)$

Sabendo que:

$$y = u \cdot v$$

$$y' = u'v + uv'$$

$$\begin{aligned} y' &= \overbrace{(3x^2 - 4x)}^u \overbrace{(6x + 1)}^v \\ &= (3 \cdot 2x - 4)(6x + 1) + 6(3x^2 - 4x) \\ &= (6x - 4)(6x + 1) + 18x^2 - 24x \\ &= 36x^2 + 6x - 24x - 4 + 18x^2 - 24x \\ &= 36x^2 + 18x^2 + 6x - 24x - 24x - 4 \end{aligned}$$

$$\boxed{y' = 54 - 42x - 4}$$

7) $(1 - x^2)(1 + x^2)$

Sabendo que:

$$y = u \cdot v$$

$$y' = u'v + uv'$$

$$\begin{aligned} y' &= \overbrace{(1 - x^2)}^u \cdot \overbrace{(1 + x^2)}^v \\ &= -2x(1 + x^2) + 2x(1 - x^2) \\ &= \cancel{-2x} - 2x^3 + \cancel{2x} - 2x^3 \end{aligned}$$

$$\boxed{y' = -4x^3}$$

8) $y = \sqrt{x}$

Sabendo que:

$$\sqrt[n]{x} \implies y' = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{2x}}$$

9) $y = \sqrt[4]{x^2}$

Sabendo que:

$$\sqrt[n]{x} \implies y' = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

$$y' = \frac{1}{4 \sqrt[4]{(x^2)^4}}$$

$$y' = \frac{1}{4 \sqrt[4]{x^6}}$$

Capítulo 2

Regra da cadeia: derivada de funções compostas

Problema 1. Determine a derivada de cada função, usando a regra da cadeia:

1) $y = (3x^3 + 7x^2 - 8x + 6)^5$

2) $y = (x^2 - 5)^{10}$

3) $y = (5x + 9)^5$

4) $\sqrt[5]{x^3 + 6x - 1}$

Capítulo 3

Derivada de funções trigonométricas

Problema 1. Determine a derivada das funções:

1) $y = -\cos x$

2) $y = x^2 \cdot x$

3) $y = \frac{\cos x}{x}$

4) $y = \sin(4x)$

5) $y = \cos x \cdot \sin x$

Capítulo 4

Aplicações da derivada

Problema 1. Suponha que a equação do espaço S (em metros) de um ponto material em função do tempo (em segundos) é $S(t) = -3t^2 + 18t + 8$. Determine a velocidade instantânea do ponto material em $t = 2$ segundos.

Problema 2. Suponhamos que daqui a x meses a população de uma certa comunidade será $P(x) = x^2 + 40x + 3000$ habitantes. Qual a taxa de variação instantânea da população em $x = 3$ meses?

Problema 3. O volume de uma esfera de raio r é dado por $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Qual é a taxa de variação instantânea do volume da esfera em relação ao raio para $r = 3$ cm?

Problema 4. A área de um círculo de raio r é dada por $A = \pi r^2$. No decorrer de uma experiência, derrama-se um líquido sobre uma superfície plana de vidro. Se o líquido vertido recobre uma região circular e o raio desta região aumenta uniformemente, qual será a taxa de crescimento da área ocupada pelo líquido, em relação à variação do raio, quando o raio for igual a 5cm?

Problema 5.