

Cálculo

Gabriel Vasconcelos Ferreira

31 de março de 2024

Capítulo 1

Função constante / Função de 1^o grau

Problema 1. Faça o gráfico das funções:

(a) $y = \pi$

(b) $y = -\frac{3}{2}$

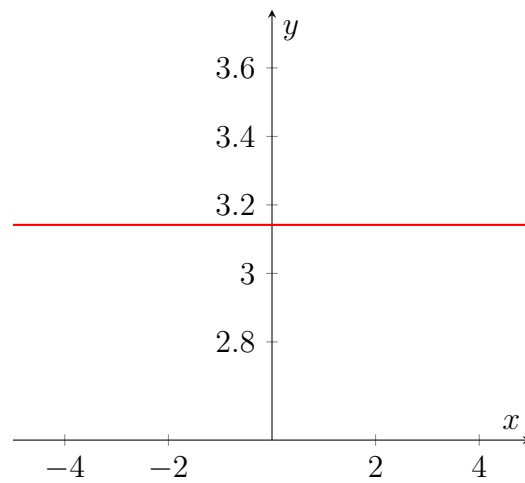
(c) $y = -x + 5$

(d) $y = 2x + 4$

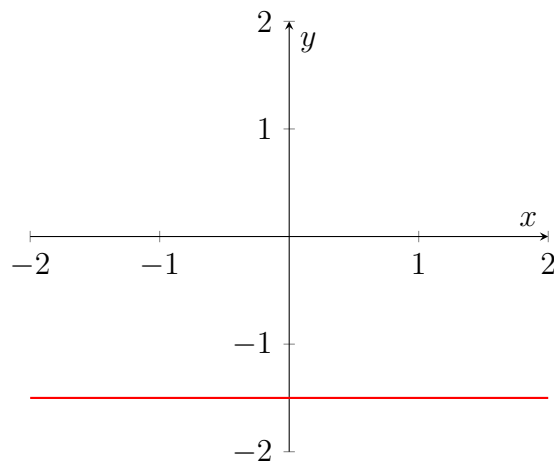
Problema 2. A tarifa de táxi comum em São Paulo, em outubro de 2023, foi definida da seguinte forma: R\$ 6,00 de bandeirada (custo fixo) mais R\$ 4,25 por km rodado (custo variável). Qual é a fórmula ou regra que descreve essa situação? Apresente o gráfico dessa situação. Determine o valor a ser pago (custo total) por uma corrida relativa a um percurso de 5 km.

Problema 1:

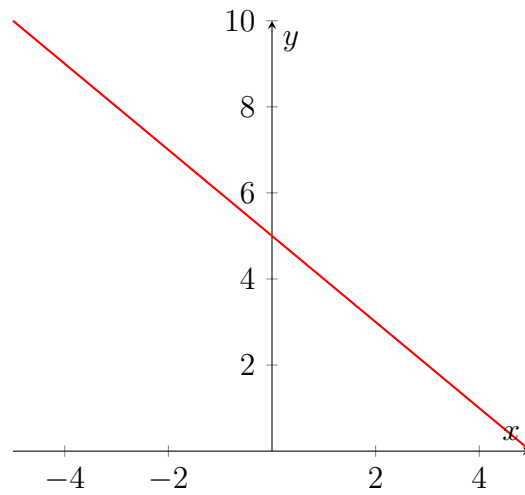
A) $y = \pi$



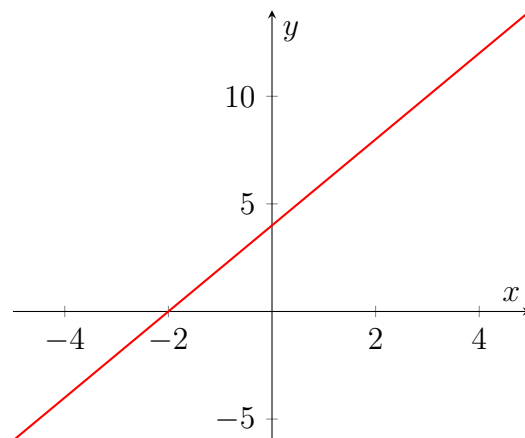
B) $y = -\frac{3}{2}$



C) $y = -x + 5$



D) $y = 2x + 4$



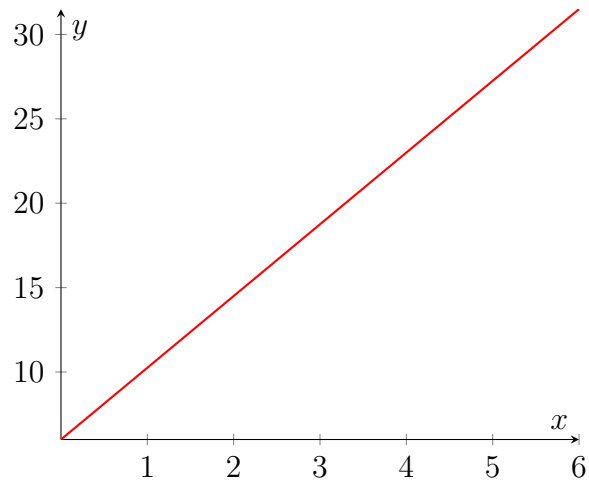
Problema 2:**Solução****Parte (a)**

Fórmula:

$$f(t) = 6 + 4.25t$$

Parte (b)

Gráfico da função:

**Parte (c)**

Valor para 5km:

$$\begin{aligned}f(t) &= 6 + 4.25t \\f(5) &= 6 + 4.25 * 5 \\f(5) &= 6 + 21.25 \\f(5) &= 27.25\end{aligned}$$

Capítulo 2

Função de 2º grau

Problema 1. Faça o gráfico das funções.

(a) $y = -x^2 + 1$

(b) $y = x^2 - 2x$

(c) $y = x^2 - 2x - 3$

(d) $y = -x^2 + 3x$

Problema 2. Um foguete é atirado para cima de modo que sua altura h , em relação ao solo, é dada, em função do tempo, pela função $h = 10 + 120t - 5t^2$, em que o tempo é dado em segundos e a altura é dada em metros. Calcule:

(a) A altura do foguete 2 segundos depois de ser lançado.

(b) O tempo necessário para o foguete atingir a altura de 485 metros.

Problema 3. A receita R de uma pequena empresa, entre os dias 1 e 30 do mês, é dada, em função do dia d do mês, pela função $R(d) = -d^2 + 31d - 30$, enquanto o custo C é dada por $C(d) = 11d - 19$.

(a) Encontre a função lucro L , sendo que o lucro é igual à Receita menos Custo, ou seja, $L(d) = R(d) - C(d)$.

(b) Em que dias o lucro da empresa é zero?

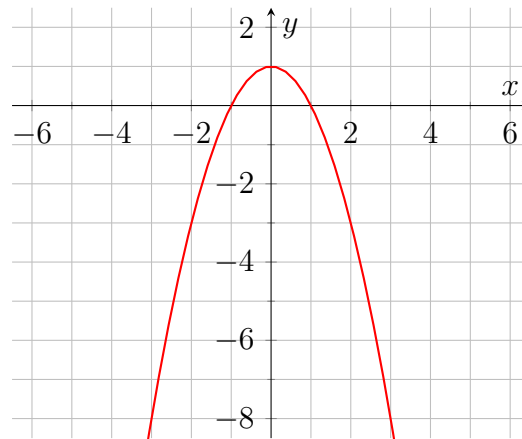
Problema 4. O saldo de uma conta bancária é dado por $S = t^2 - 11t + 24$, onde S é o saldo em reais e t é o tempo em dias. **Determine:**

- (a) em que dias o saldo é zero;
- (b) em que período o saldo é negativo;
- (c) em que dia o saldo é mínimo;
- (d) o saldo mínimo, em reais.

Problema 1

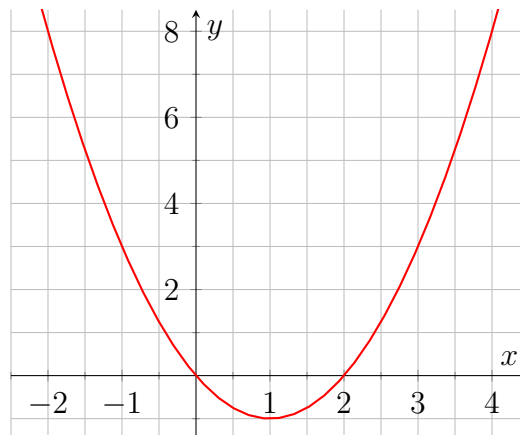
Parte (a)

$$y = -x^2 + 1$$



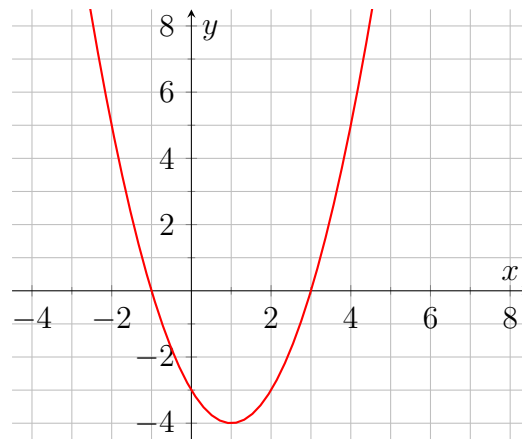
Parte (b)

$$y = x^2 - 2x$$

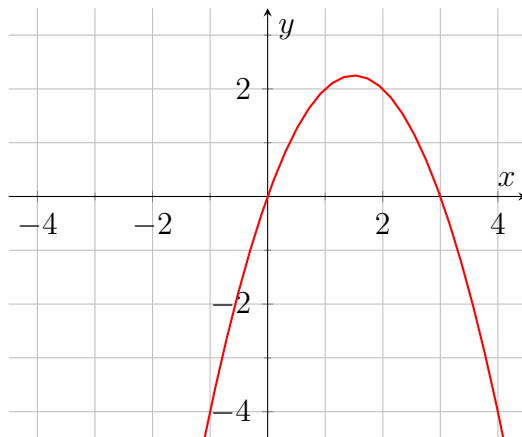


Parte (c)

$$y = x^2 - 2x - 3$$

**Parte (d)**

$$y = -x^2 + 3x$$

**Problema 2:**

$$h = 10 + 120t - 5t^2$$

Parte (a)

A altura do foguete 2 segundos após ser lançado:

$$h = 10 + 120t - 5t^2$$

$$h = 10 + 120 * 2 - 5(2^2)$$

$$h = 10 + 240 - 5 * 4$$

$$h = 250 - 20$$

$$h = 230 \text{ metros}$$

Parte (b)

O tempo necessário para o foguete atingir a altura de 485 metros:

$$\begin{aligned}h &= 10 + 120t - 5t^2 \\485 &= 10 + 120t - 5t^2 \\5t^2 + 120t - 475 &= 0\end{aligned}$$

Usando a fórmula de báskara:

$$S = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\&= 120^2 - 4 * 10 * -475 \\&= 1440 - (40 * -19000) \\&= 1440 + 19000 \\&= 20440 \\S &= \frac{-120 \pm \sqrt{20440}}{20} \\&= 5, 19\end{aligned}$$

5 segundos.

Problema 3**Parte (c)**

Encontre a função lucro L , sendo que o lucro é igual à Receita menos Custo, ou seja, $L(d) = R(d) - C(d)$.

$$\begin{aligned}R(d) &= -d^2 + 31d - 30 \\C(d) &= 11d - 19 \\L(d) &= (-d^2 + 31d - 30) - (11d - 19) \\&= -d^2 + 31d - 30 - 11d - 19 \\&= -d^2 + 21d - 49\end{aligned} \tag{2.1}$$

Parte (d)

Em que dias o lucro da empresa é zero?

Usando a equação para lucro (2.1), podemos calcular:

$$\begin{aligned}L(x) &= 0 \\ -d^2 + 21d - 49 &= 0\end{aligned}$$

Usando a fórmula de báskara:

$$\begin{aligned}S &= \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 * -1 * -49}}{2 * -1} \\ &= \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 196}}{-2}\end{aligned}$$

Capítulo 3

Função exponencial e logaritmica

Problema 1. Faça o gráfico das funções

(a) $y = 3^x$

(b) $y = \frac{1}{3}^x$

(c) $y = \log_3(x)$

(d) $y = \log_e(x) = \ln(x)$

Problema 2. A função $P(t) = 300000 * 2^{0.05t}$ fornece o número P de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo t , em anos, a partir do ano de 1990.

- (a) Determine o número de habitantes dessa cidade tem $t = 0$, que corresponde ao ano de 1990.
- (b) Quantos habitantes, aproximadamente, espera-se que ela tenha após 10 anos, ou seja, no ano 2000?
- (c) Faça o gráfico da função.

Problema 3. Ao observar, em um microscópio, uma cultura de bactérias, um cientista percebeu que elas se reproduzem como uma função exponencial. A lei de formação que relaciona a quantidade de bactérias existentes com o tempo é igual a $f(t) = Q * 2^{t-1}$, em que Q é a quantidade inicial de bactérias e t é o tempo em horas. Se nessa cultura havia, inicialmente, 700 bactérias, a quantidade de bactérias após 4 horas será de (apresente os cálculos):

- (a) 7000
- (b) 8700
- (c) 15300
- (d) 11200
- (e) 5600

Problema 4. Vamos supor um automóvel, com valor inicial de R\$109.000,00. Para fins contábeis, a Receita Federal estipula que a taxa de depreciação de veículos é de 20% ao ano. Essa taxa só é utilizada para fins contábeis.

- (a) Apresente a função dessa situação através de uma fórmula.
- (b) Qual seria o valor aproximado do automóvel, 5 anos após o momento inicial?
- (c) Qual o valor aproximado do automóvel após 10, 15 e 20 de compra?
- (d) Faça o gráfico da função.

Capítulo 4

Função seno e cosseno

Problema 1. Faça o gráfico das funções:

(a) $y = 2\cos(x)$

(b) $y = 1 + \cos(x)$

(c) $y = 2 + \sin(x)$

(d) $y = \sin(\frac{x}{2})$