

Cálculo  
Lista 1 - Funções

Gabriel Vasconcelos Ferreira

13 de maio de 2024

# Capítulo 1

## Função constante / Função de 1<sup>o</sup> grau

**Problema 1.** Faça o gráfico das funções:

(a)  $y = \pi$

(b)  $y = -\frac{3}{2}$

(c)  $y = -x + 5$

(d)  $y = 2x + 4$

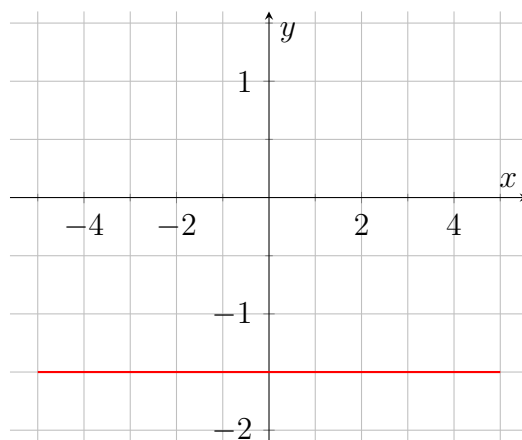
**Problema 2.** A tarifa de táxi comum em São Paulo, em outubro de 2023, foi definida da seguinte forma: R\$ 6,00 de bandeirada (custo fixo) mais R\$ 4,25 por km rodado (custo variável). Qual é a fórmula ou regra que descreve essa situação? Apresente o gráfico dessa situação. Determine o valor a ser pago (custo total) por uma corrida relativa a um percurso de 5 km.

**Problema 1:**

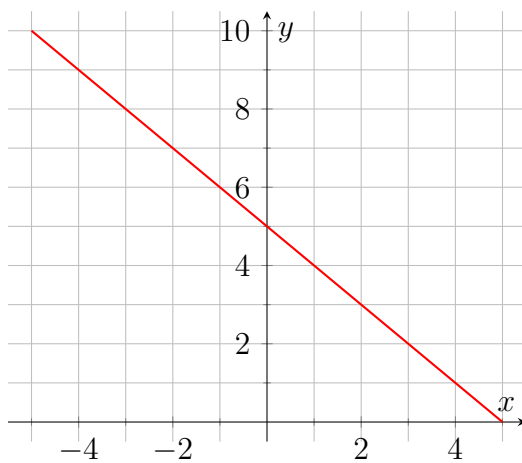
**A)**  $y = \pi$



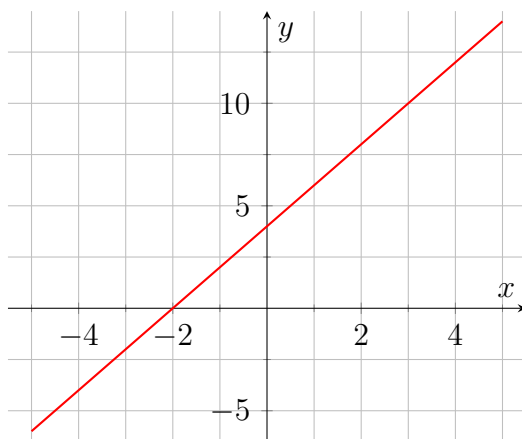
**B)**  $y = -\frac{3}{2}$



C)  $y = -x + 5$



D)  $y = 2x + 4$



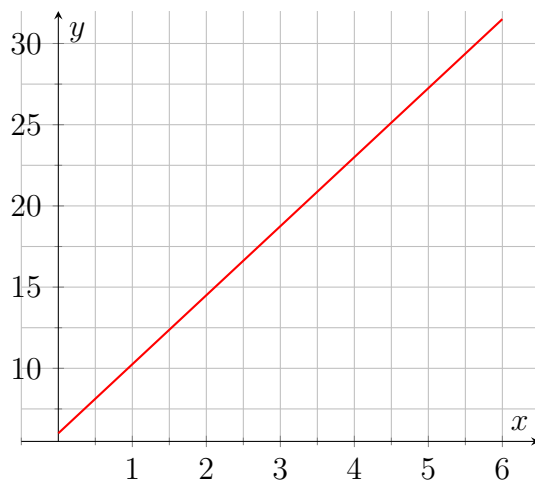
**Problema 2:****Parte (a)**

Fórmula:

$$f(t) = 6 + 4.25t$$

**Parte (b)**

Gráfico da função:

**Parte (c)**

Valor para 5km:

$$\begin{aligned} f(t) &= 6 + 4.25t \\ f(5) &= 6 + 4.25 * 5 \\ f(5) &= 6 + 21.25 \\ f(5) &= 27.25 \end{aligned}$$

# Capítulo 2

## Função de 2º grau

**Problema 1.** Faça o gráfico das funções.

(a)  $y = -x^2 + 1$

(b)  $y = x^2 - 2x$

(c)  $y = x^2 - 2x - 3$

(d)  $y = -x^2 + 3x$

**Problema 2.** Um foguete é atirado para cima de modo que sua altura  $h$ , em relação ao solo, é dada, em função do tempo, pela função  $h = 10 + 120t - 5t^2$ , em que o tempo é dado em segundos e a altura é dada em metros. Calcule:

(a) A altura do foguete 2 segundos depois de ser lançado.

(b) O tempo necessário para o foguete atingir a altura de 485 metros.

**Problema 3.** A receita  $R$  de uma pequena empresa, entre os dias 1 e 30 do mês, é dada, em função do dia  $d$  do mês, pela função  $R(d) = -d^2 + 31d - 30$ , enquanto o custo  $C$  é dada por  $C(d) = 11d - 19$ .

(a) Encontre a função lucro  $L$ , sendo que o lucro é igual à Receita menos Custo, ou seja,  $L(d) = R(d) - C(d)$ .

(b) Em que dias o lucro da empresa é zero?

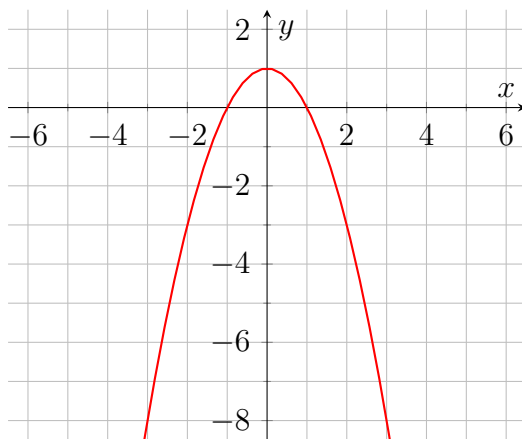
**Problema 4.** O saldo de uma conta bancária é dado por  $S = t^2 - 11t + 24$ , onde  $S$  é o saldo em reais e  $t$  é o tempo em dias. **Determine:**

- (a) em que dias o saldo é zero;
- (b) em que período o saldo é negativo;
- (c) em que dia o saldo é mínimo;
- (d) o saldo mínimo, em reais.

**Problema 1**

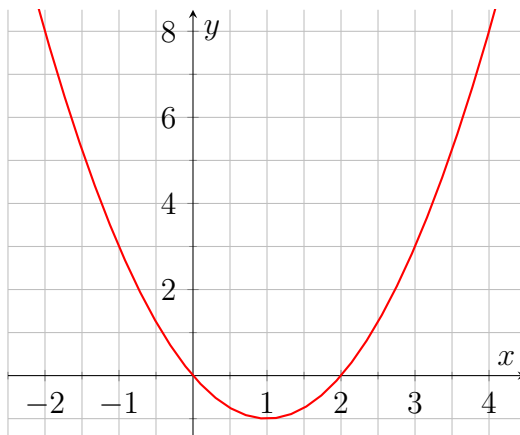
**Parte (a)**

$$y = -x^2 + 1$$



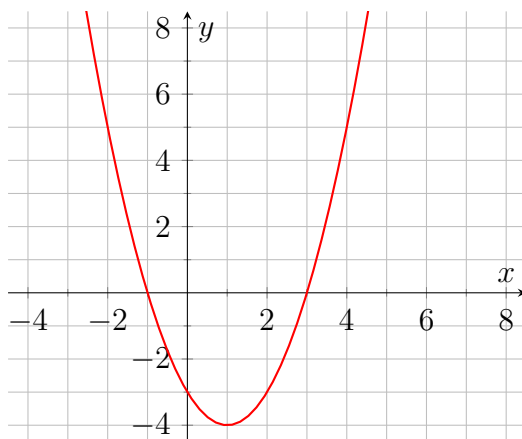
**Parte (b)**

$$y = x^2 - 2x$$

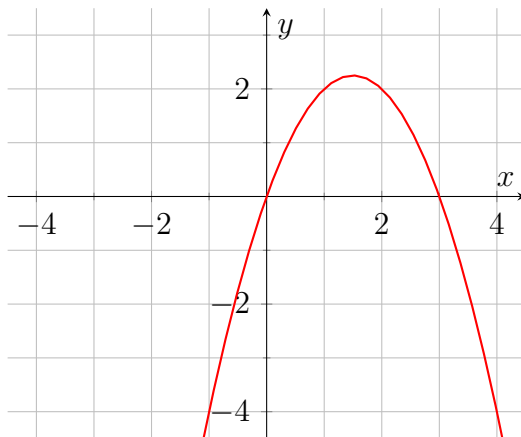


**Parte (c)**

$$y = x^2 - 2x - 3$$

**Parte (d)**

$$y = -x^2 + 3x$$

**Problema 2:**

$$h = 10 + 120t - 5t^2$$

**Parte (a)**

A altura do foguete 2 segundos após ser lançado:

$$\begin{aligned} h &= 10 + 120t - 5t^2 \\ h &= 10 + 120 * 2 - 5(2^2) \\ h &= 10 + 240 - 5 * 4 \\ h &= 250 - 20 \\ h &= 230 \text{ metros} \end{aligned}$$



**Parte (b)**

O tempo necessário para o foguete atingir a altura de 485 metros:

$$\begin{aligned}h &= 10 + 120t - 5t^2 \\485 &= 10 + 120t - 5t^2 \\5t^2 + 120t - 475 &= 0\end{aligned}$$

Usando a fórmula de báskara:

$$S = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\&= 120^2 - 4 * 10 * -475 \\&= 1440 - (40 * -19000) \\&= 1440 + 19000 \\&= 20440 \\S &= \frac{-120 \pm \sqrt{20440}}{20} \\&= 5,19\end{aligned}$$

5 segundos.

**Problema 3:****Parte (a)**

Encontre a função lucro  $L$ , sendo que o lucro é igual à Receita menos Custo, ou seja,  $L(d) = R(d) - C(d)$ .

$$\begin{aligned}R(d) &= -d^2 + 31d - 30 \\C(d) &= 11d - 19 \\L(d) &= (-d^2 + 31d - 30) - (11d - 19) \\&= -d^2 + 31d - 30 - 11d - 19 \\&= -d^2 + 21d - 49\end{aligned} \tag{2.1}$$

**Parte (b)**

Em que dias o lucro da empresa é zero? Usando a equação para lucro (2.1), podemos calcular:

$$\begin{aligned}
 L(x) &= 0 \\
 -d^2 + 21d - 49 &= 0 \\
 \text{Usando a fórmula de báskara:} \\
 S &= \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 * -1 * -49}}{2 * -1} \\
 S &= \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 196}}{-2} \\
 S &= \frac{-21 \pm \sqrt{245}}{-2} \\
 S &= \frac{-21 + \sqrt{245}}{-2}, \frac{-21 - \sqrt{245}}{-2}
 \end{aligned}$$

$$S = 2.6737 \dots, 18.3262 \dots$$

*Aproximadamente nos dias 3 e 18 de cada mês.*

**Problema 4:** O saldo de uma conta bancária é dado por  $S = t^2 - 11t + 24$  onde  $S$  é o saldo em reais e  $t$  é o tempo em dias. Determine:

**Parte (a)**

Em que dias o saldo é zero:

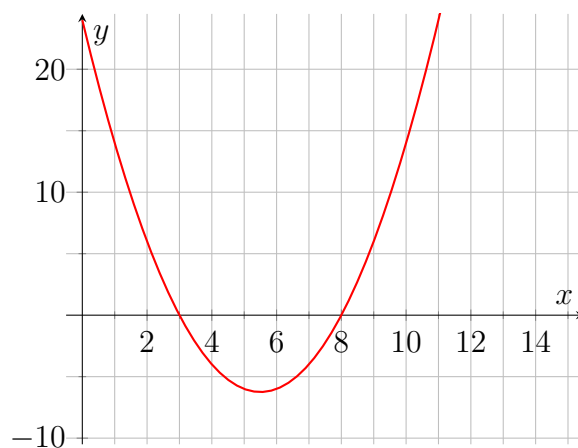
$$\begin{aligned}
 S(t) &= t^2 - 11t + 24 \\
 \text{Usando a fórmula da báskara:} \\
 S &= \frac{11 \pm \sqrt{-11^2 - 4 * 1 * 24}}{2 * 1} \\
 S &= \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} \\
 S &= \frac{11 \pm \sqrt{25}}{2} \\
 S &= \frac{11 \pm 5}{2} \\
 S &= \frac{11 + 5}{2}, \frac{11 - 5}{2} \\
 S &= \frac{16}{2}, \frac{6}{2}
 \end{aligned}$$

$$S = 8, 3$$

*Dias 3 e 8.*

**Parte (b)**

Em que período o saldo é negativo:



Pelo gráfico, e sabendo que os zeros da função estão em  $x = \{3, 8\}$ , o saldo da conta será negativo entre os dias 3 e 8.

**Parte (c)**

Em que dia o saldo é mínimo:

Pela fórmula do vértice da parábola:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{-11}{2}$$

$$x_v = 5.5$$

Entre o dia 5 e 6.

**Parte (d)**

O saldo mínimo, em reais:

Sabendo que o momento de saldo mínimo é 5.5:

$$S(t) = t^2 - 11t + 24$$

$$S(5.5) = 5.5^2 - 11 * 5.5 + 24$$

$$S(5.5) = 30.25 - 60.5 + 24$$

$$S(5.5) = -6.25$$

R\$6,25.

## Capítulo 3

### Função exponencial e logaritmica

**Problema 1.** Faça o gráfico das funções

(a)  $y = 3^x$

(b)  $y = \frac{1}{3}^x$

(c)  $y = \log_3(x)$

(d)  $y = \log_e(x) = \ln(x)$

**Problema 2.** A função  $P(t) = 300000 * 2^{0.05t}$  fornece o número  $P$  de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo  $t$ , em anos, a partir do ano de 1990.

- (a) Determine o número de habitantes dessa cidade tem  $t = 0$ , que corresponde ao ano de 1990.
- (b) Quantos habitantes, aproximadamente, espera-se que ela tenha após 10 anos, ou seja, no ano 2000?
- (c) Faça o gráfico da função.

**Problema 3.** Ao observar, em um microscópio, uma cultura de bactérias, um cientista percebeu que elas se reproduzem como uma função exponencial. A lei de formação que relaciona a quantidade de bactérias existentes com o tempo é igual a  $f(t) = Q * 2^{t-1}$ , em que  $Q$  é a quantidade inicial de bactérias e  $t$  é o tempo em horas. Se nessa cultura havia, inicialmente, 700 bactérias, a quantidade de bactérias após 4 horas será de (apresente os cálculos):

- (a) 7000
- (b) 8700
- (c) 15300
- (d) 11200
- (e) 5600

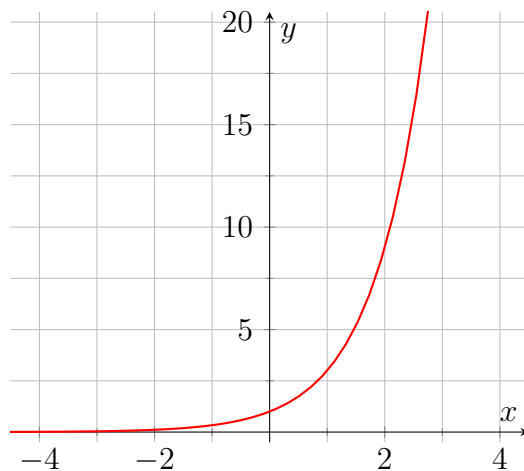
**Problema 4.** Vamos supor um automóvel, com valor inicial de R\$109.000,00. Para fins contábeis, a Receita Federal estipula que a taxa de depreciação de veículos é de 20% ao ano. Essa taxa só é utilizada para fins contábeis.

- (a) Apresente a função dessa situação através de uma fórmula.
- (b) Qual seria o valor aproximado do automóvel, 5 anos após o momento inicial?
- (c) Qual o valor aproximado do automóvel após 10, 15 e 20 de compra?
- (d) Faça o gráfico da função.

Faça o gráfico das funções:

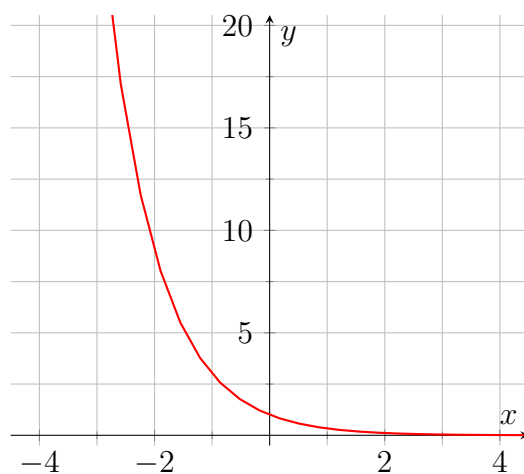
Parte (a)

$$y = 3^x$$



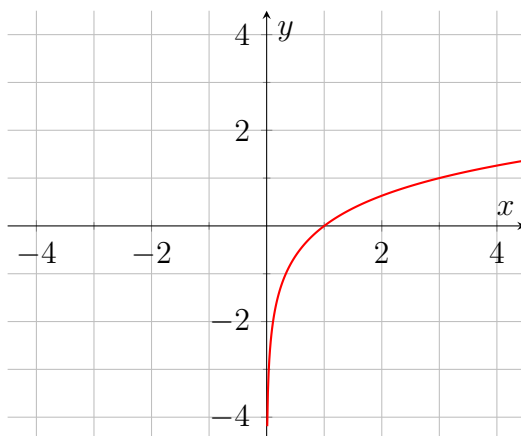
Parte (b)

$$y = \frac{1}{3}^x$$

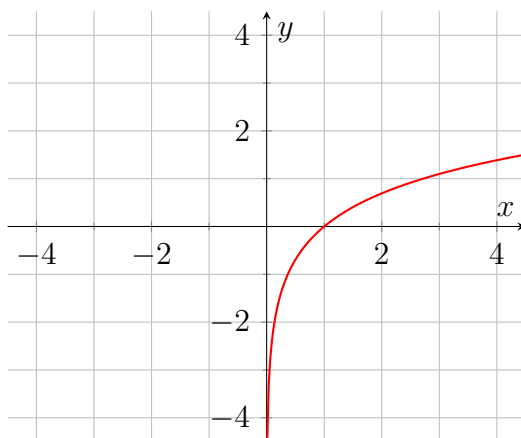


**Parte (c)**

$$y = \log_3(x)$$

**Parte (d)**

$$y = \log_e(x) = \ln(x)$$



**Problema 2:** A função  $P(t) = 300000 * 2^{0.05t}$  fornece o número  $P$  de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo  $t$ , em anos, a partir do ano de 1990.

**Parte (a)**

Determine o número de habitantes dessa cidade em  $t = 0$ , que corresponde ao ano de 1990.

$$P(t) = 300000 * 2^{0.05t}$$

$$P(0) = 300000 * 2^0$$

$$P(0) = 300000 * 1$$

$$P(0) = 300000 \text{ habitantes}$$

**Parte (b)**

Quantos habitantes, aproximadamente, espera-se que ela tenha após 10 anos, ou seja, no ano 2000?

$$P(t) = 300000 * 2^{0.05t}$$

$$P(10) = 300000 * 2^{0.05*10}$$

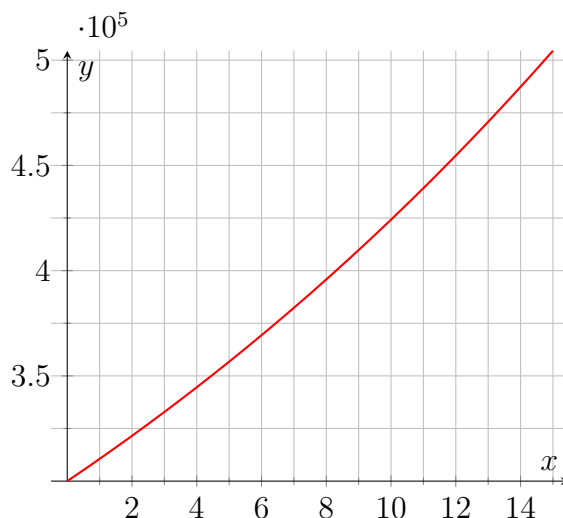
$$P(10) = 300000 * 2^{0.5}$$

$$P(10) = 300000 * \sqrt{2}$$

$$P(10) = 424264 \text{ habitantes}$$

**Parte (c)**

Faça o gráfico da função.



**Problema 3:** Ao observar, em um microscópio, uma cultura de bactérias, um cientista, percebeu que elas se reproduzem como uma função exponencial. A lei de formação que relaciona a quantidade de bactérias existentes com o tempo é igual a  $f(t) = Q * 2^{t-1}$ , em que nessa cultura havia, inicialmente, 700 bactérias, a quantidade de bactérias após 4 horas será de:

**Parte (d)**

$$f(t) = Q * 2^{t-1}, Q = 700$$

$$f(4) = 700 * 2^{4-1}$$

$$f(4) = 700 * 2^3$$

$$f(4) = 700 * 8$$

$$f(4) = 5600 \text{ bactérias}$$



**Problema 4:** Vamos supor um automóvel, com valor inicial de R\$109.000,00. Para fins contábeis, a Receita Federal estipula que a taxa de depreciação de veículos é de 20% ao ano. Essa taxa só é utilizada para fins contábeis.

**Parte (a)**

Apresente a função dessa situação através de uma fórmula.

$$M = C * (1 - i)^t$$

$$M = 109000 * (1 - 0.2)^t$$

$$M = 109000 * 0.8^t$$

**Parte (b)**

Qual seria o valor aproximado do automóvel, 5 anos após o momento inicial?

$$M = 109000 * 0.8^t$$

$$M = 109000 * 0.8^5$$

$$M = 109000 * 0.32768$$

$$M = 35717.12$$

**Parte (c)**

Qual o valor aproximado do automóvel após, 10, 15 e 20 anos de compra?

$$M = 109000 * 0.8^{10}$$

$$= 109000 * 0.10737 \dots$$

$$= 11703.78 \dots$$

$$M = 109000 * 0.8^{15}$$

$$= 109000 * 0.03518 \dots$$

$$= 3835.09 \dots$$

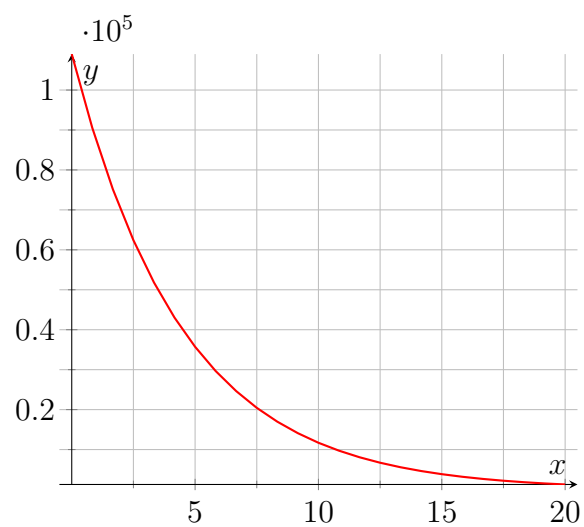
$$M = 109000 * 0.8^{20}$$

$$= 109000 * 0.01152 \dots$$

$$= 1256.68 \dots$$

**Parte (d)**

Faça o gráfico da função:



# Capítulo 4

## Função seno e cosseno

**Problema 1.** Faça o gráfico das funções:

(a)  $y = 2\cos(x)$

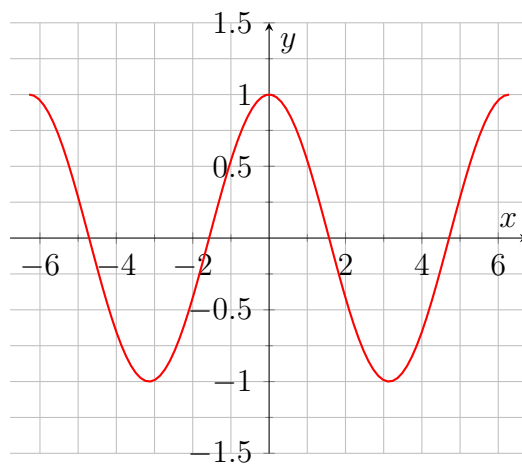
(b)  $y = 1 + \cos(x)$

(c)  $y = 2 + \sin(x)$

(d)  $y = \sin(\frac{x}{2})$

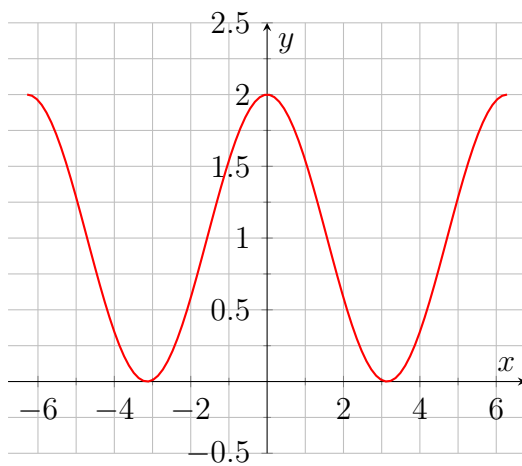
**Parte (a)**

$y = 2\cos(x)$

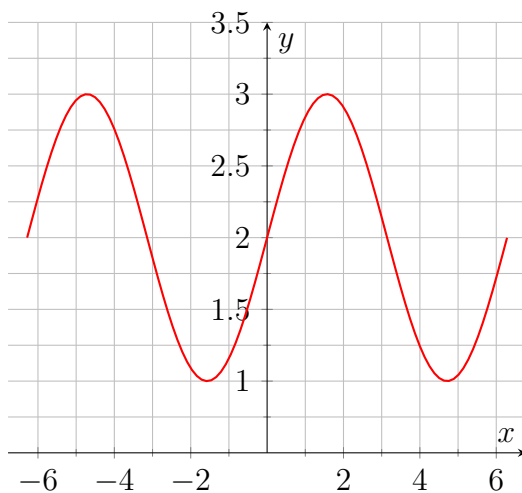


**Parte (b)**

$$y = 1 + \cos(x)$$

**Parte (c)**

$$y = 2 + \sin(x)$$



Parte (d)

$$y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

