

Cálculo
Lista 4 — Integrais

Gabriel Vasconcelos Ferreira

5 de junho de 2024

Capítulo 1

Integrais imediatas / quase imediatas

Resolva as integrais imediatas ou quase imediatas:

1) $\int (3x^2 - 2x + 4)dx$

3) $\int \frac{1-x}{2}dx$

2) $\int \left(\frac{x^3}{2} - 1\right) dx$

4) $\int \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 3\right) dx$

1)

$$\int (3x^2 - 2x + 4)dx \Rightarrow \int \cancel{3x^2}^{\frac{3x^3}{3}} - \int \cancel{2x}^{\frac{2x^2}{2x}} + \int \cancel{4}^{4x} = \frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 4x =$$

$$\boxed{\int (3x^2 - 2x + 4)dx = x^3 - x^2 + 4x + C}$$

2)

$$\int \left(\frac{x^3}{2} - 1\right) dx \Rightarrow \frac{1}{2} \int \cancel{x^3}^{\frac{x^4}{4}} dx - \int \cancel{1}^x dx = \frac{1}{2} \frac{x^4}{4} - x + C$$

$$\boxed{\int \left(\frac{x^3}{2} - 1\right) dx = \frac{x^4}{8} - x + C}$$

3)

$$\int \frac{1-x}{2}dx \Rightarrow \int \frac{1}{2}dx - \int \cancel{\frac{x}{2}}^{\frac{1}{2}x} dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \int \cancel{x}^{\frac{x^2}{2}} dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} + C$$

$$\boxed{\int \frac{1-x}{2}dx = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} + C}$$

4)

$$\begin{aligned}\int \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 3 \right) dx &\implies \frac{1}{3} \int x^2 dx - \frac{1}{2} \int x dx - \int 3 dx \\ &= \frac{1}{3} \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} - 3x + C\end{aligned}$$

$$\boxed{\int \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 3 \right) dx = \frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{4} - 3x + C}$$

Capítulo 2

Integral por substituição

Resolva as integrais por substituição:

1) $\int \frac{-6x - 5}{-3x^2 - 5x - 2} dx$

3) $\int (x^2 - 5)^3 x dx$

2) $\int \frac{3x - 1}{3x^2 - 2x} dx$

4) $\int \frac{dx}{(5 - 3x)^2}$

1)

$$\int \frac{-6x - 5}{-3x^2 - 5x - 2} dx \Rightarrow \int \underbrace{\frac{1}{-3x^2 - 5x - 2}}_u \underbrace{(-6x - 5) dx}_{du}$$

$$u = -3x^2 - 5x - 2$$

$$\frac{du}{dx} = -6x - 5 \Rightarrow du = (-6x - 5) dx$$

$$\int \frac{1}{u} du \Rightarrow \ln u + C \Rightarrow \boxed{\ln(-3x^2 - 5x - 2) + C}$$

2)

$$\int \frac{3x - 1}{3x^2 - 2x} dx \Rightarrow \int \underbrace{\frac{1}{3x^2 - 2x}}_u \underbrace{(3x - 1) dx}_{du}$$

$$u = 3x^2 - 2x$$

$$\frac{du}{dx} = 6x - 2 \Rightarrow du = (6x - 2) dx$$

Capítulo 3

Integrais definidas — aplicações

- 1) Calcule a área entre os gráficos de $y = x + 2$ e $y = x^2$
- 2) Calcule a área limitada pela curva $y = -x^2 + 5x$ e pelo *eixo* x .
- 3) Calcule a área sob o (abaixo do) gráfico da função $y = x$, de $x = 0$ a $x = 3$.
- 4) Determine o volume do sólido de revolução gerado pela rotação *em torno do eixo* x , da região limitada por $y = 3x + 1$, $x = 0$, $x = 3$ e $y = 0$
- 5) Determine o volume do sólido de revolução gerado pela rotação *em torno do eixo* x , da região limitada por $y = x^2 + 1$, $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$.