



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Departamento de Eletrônica e Sistemas

# Processamento Digital de Sinais

Amostragem de Sinais

Alunos:

Pablo Godoy

Gabriel Vitor Marques

2020.3

Setembro, 2020

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Parte I: Problemas Básicos</b>	<b>3</b>
2.0.1	Letra (a): . . . . .	3
2.0.2	Letra (b): . . . . .	3
2.0.3	Letra (c): . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Parte II: Problemas Intermediários</b>	<b>5</b>
3.0.1	Letra (d, e, f): . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Apêndice</b>	<b>15</b>

# 1 Introdução

O processamento digital de sinais é a base da engenharia de telecomunicações moderna, que consiste em realizar uma convenção adequada de sinais de tempo contínuo, que são naturalmente encontrados na natureza, em sinais discretos. Processo o qual é realizado por amostragem do sinal de tempo contínuo quando esse está na entrada de um conversor C/D que está representado na figura 1.1 em que  $T$  é o período de amostragem do sinal. Para que o sinal seja totalmente recuperável ao final do processamento, que pode ser uma filtragem de algum ruído por exemplo, e não seja perdida nenhuma informação do mesmo, o sinal deve ser amostrado seguindo as imposições feitas pelo Teorema da Amostragem, que estabelece uma relação entre a frequência máxima do sinal e a frequência de amostragem. Simplificando, para que não ocorra perda de informação deve-se amostrar o sinal de tempo contínuo utilizando uma frequência de amostragem ( $F_s$ ) maior ou igual a duas vezes a frequência máxima do sinal que deseja amostrar ( $f_N$ ), i.e.  $F_s = 2f_N$ , que é comumente chamada de frequência de Nyquist. Possibilitando assim a não ocorrência de sobreposição/distorção do sinal, e o mesmo possa ser totalmente recuperado quando passar por um conversor D/C, a figura 1.2 ilustra o processo completo desda conversão entre C/D, processamento e conversão D/C.

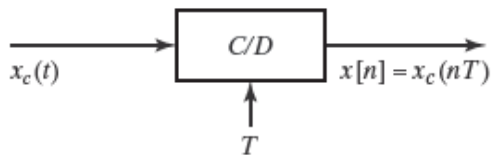


Figura 1.1: Representação em diagrama de blocos de um conversor de tempo contínuo para tempo discreto (C/D) ideal.

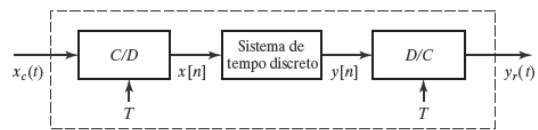


Figura 1.2: Diagrama de blocos de um sistema de processamento em tempo discreto de sinais de tempo contínuo.

## 2 Problemas Básicos

### 2.0.1 Letra (a):

Considerando o sinal  $x(t)$  dado por

$$x(t) = \text{sen}(\Omega_0 t) \quad (2.1)$$

em que,  $\Omega_0 = 2 * \pi * 1000 \text{rad/s}$  O sinal que é obtido após a amostragem do sinal por  $\Omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2 * \pi * 8192 \text{rad/s}$  é tal que:

$$x[n] = \text{sen}\left(\frac{\Omega_0 n}{8192}\right) \quad (2.2)$$

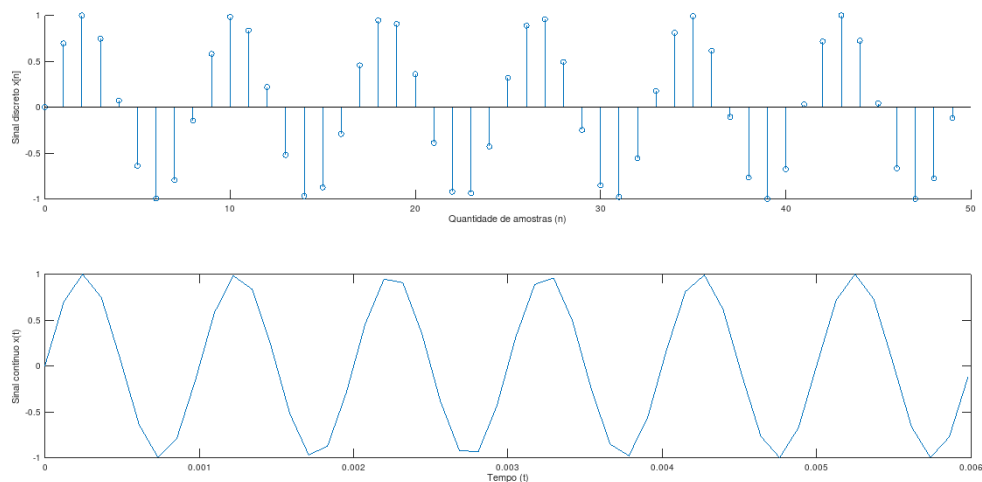
Foi considerado  $\Omega_0 = 2 * \pi * 1000 \text{rad/s}$  e um vetor  $n$  foi criado, em que  $n = [0 : 8191]$ , de modo que  $t = nT$  contendo os 8192 instantes de amostragem do intervalo  $0 \leq t < 1$ . Um vetor  $x$  contendo as amostras de  $x(t)$  nos instantes de amostragem em  $t$  foi criado.

Para realizar esse processo foi criado um algoritmo no Octave, *software open source* que é similar ao *Matlab*. O código está explanado no apêndice deste relatório.

De acordo com o que foi requisitado, foi esboçado as primeiras 50 amostras de  $x[n]$  (sinal que foi obtido a partir da amostragem de  $x(t)$ ) em função de  $n$  usando a função *stem*. Foi esboçado também as primeiras 50 amostras de  $x(t)$  em função dos instantes de amostragem  $t$  usando a função *plot*. O Comando *subplot* foi utilizado para exibir simultaneamente os dois gráficos na figura. O comportamento do procedimento pode ser observado na figura 2.1, abaixo:

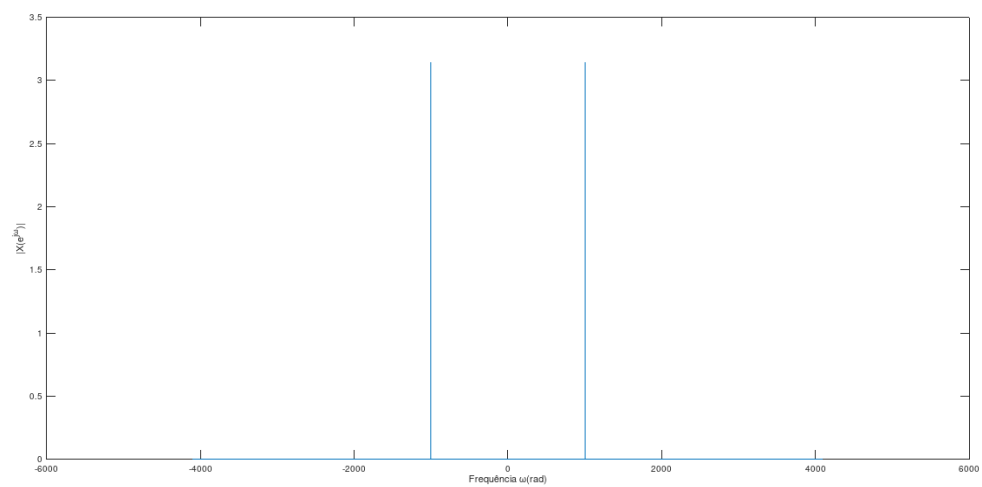
### 2.0.2 Letra (b):

Nota-se que dadas as amostras em  $x$ , *plot* ( $t$ ,  $x$ ) esboça um sinal de tempo contínuo usando linhas retas para interpolar entre os valores das amostras. Mesmo que a interpolação não seja igual à reconstrução de banda limitada decorrente do teorema da amostragem, ela representa uma boa aproximação.

Figura 2.1: Sinal com frequência  $f = 1kHz$ 

### 2.0.3 Letra (c):

A magnitude do sinal é diferente de zero nas frequências esperadas de  $1kHz$  e  $-1kHz$  e pode ser observada na figura 2.2, abaixo:

Figura 2.2: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 1kHz$

## 3 Problemas Intermediários

### 3.0.1 Letra (d, e, f):

Nesta parte foram repetidas os passos anteriores para as frequências  $\Omega_0 = 2 * \pi * 1500rad/s$  e  $\Omega_0 = 2 * \pi * 2000rad/s$ .

Ao analisar os gráficos da magnitude, abaixo, para ambos os valores podemos ver, como visto anteriormente, que surge dois impulsos nas frequências  $1,5kHz$  e  $2kHz$  o que era esperado e a fase também está de acordo com o esperado.

Também, ao escutar os sons dos sinais amostrados criados na parte (d) foi possível perceber que o som vai ficando mais agudo a medida que a frequência aumenta.

Para as frequências  $f = 3,5kHz$  e  $f = 4kHz$  percebe-se que os tons tornam-se ainda mais agudos. Nas frequências seguintes, porém, os tons voltam a tornar-se mais graves, este fato ocorre devido ao *aliasing*.

*Aliasing* é o fenômeno de sobreposição do sinal no domínio da frequência. Ou seja, ocorre quando duas réplicas do sinal se cruzam na frequência de modo que não é possível recuperar o sinal original. Esse fenômeno acontece quando o teorema de Nyquist para amostragem de sinais não é satisfeito.

Os gráficos para as frequências,  $f = 3,5kHz$ ,  $f = 4kHz$ ,  $f = 4,5kHz$ ,  $f = 5kHz$ ,  $f = 5,5kHz$  e estão dispostas figuras abaixo.

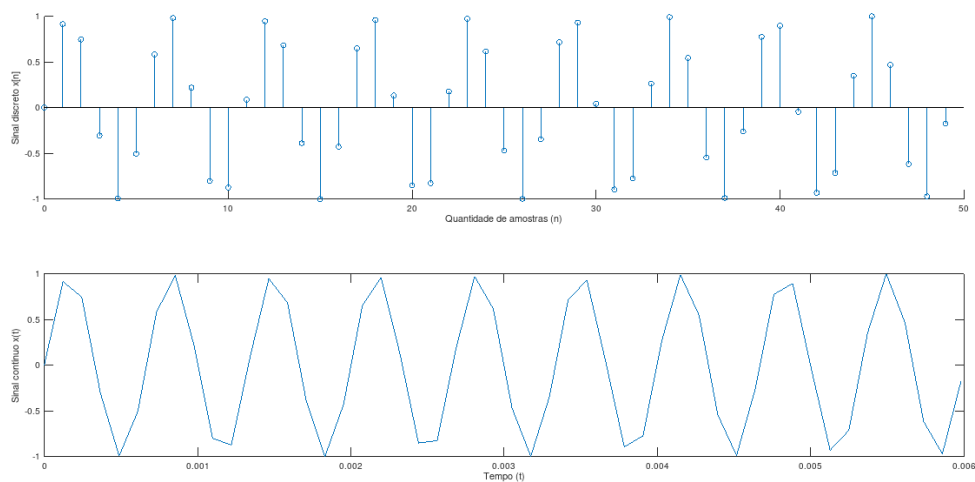


Figura 3.1: Sinal com frequência de  $f = 1,5kHz$

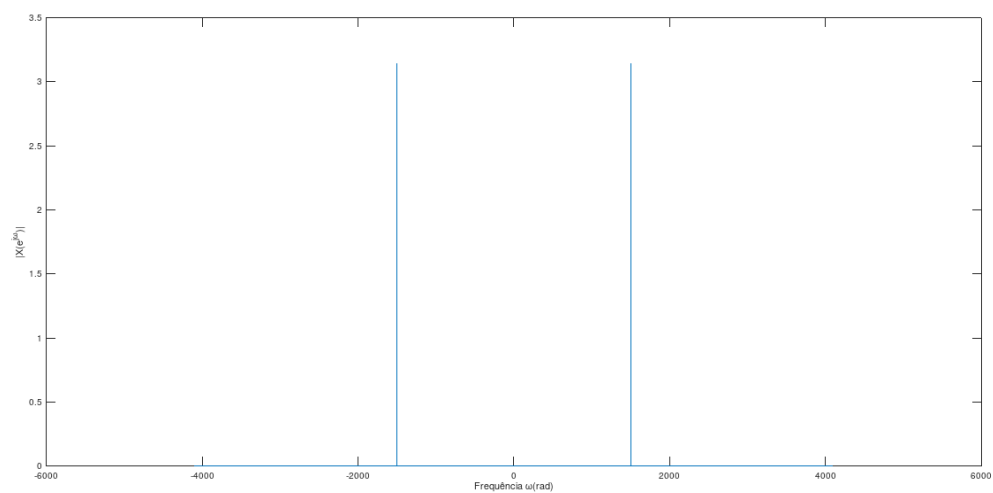


Figura 3.2: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 1,5kHz$



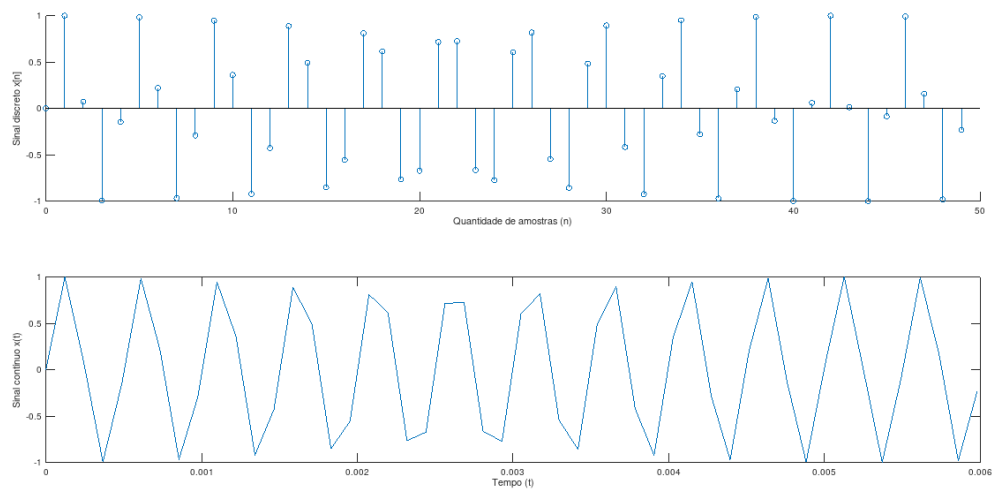


Figura 3.3: Sinal com frequência de  $f = 2kHz$

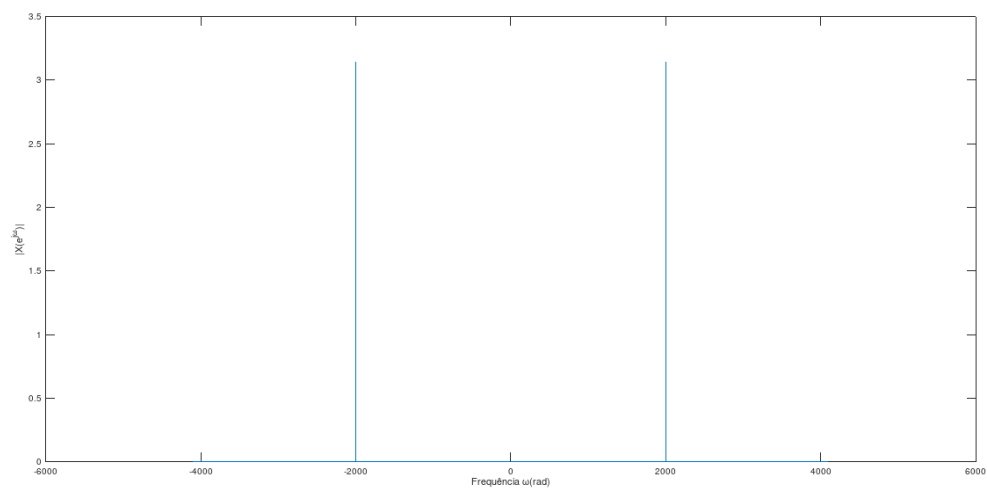


Figura 3.4: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 2kHz$

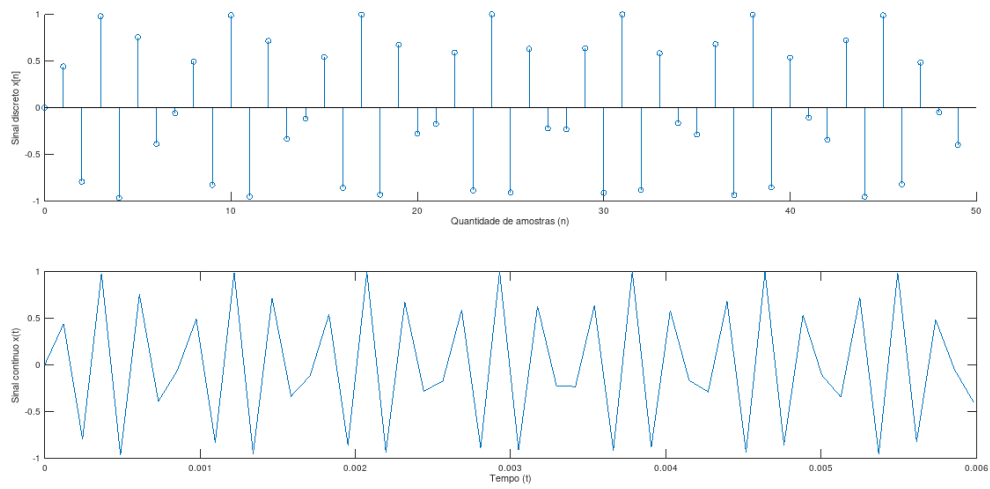


Figura 3.5: Sinal com frequência de  $f = 3,5kHz$

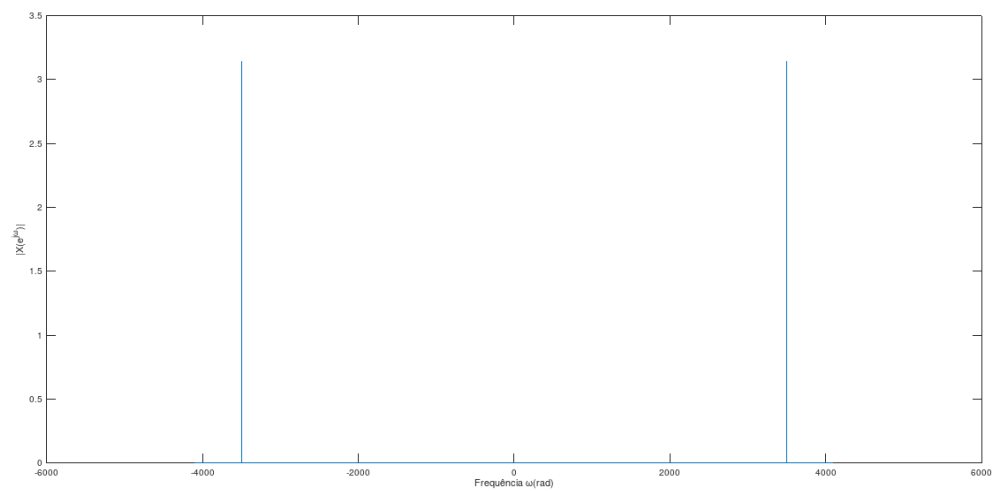


Figura 3.6: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 3,5kHz$

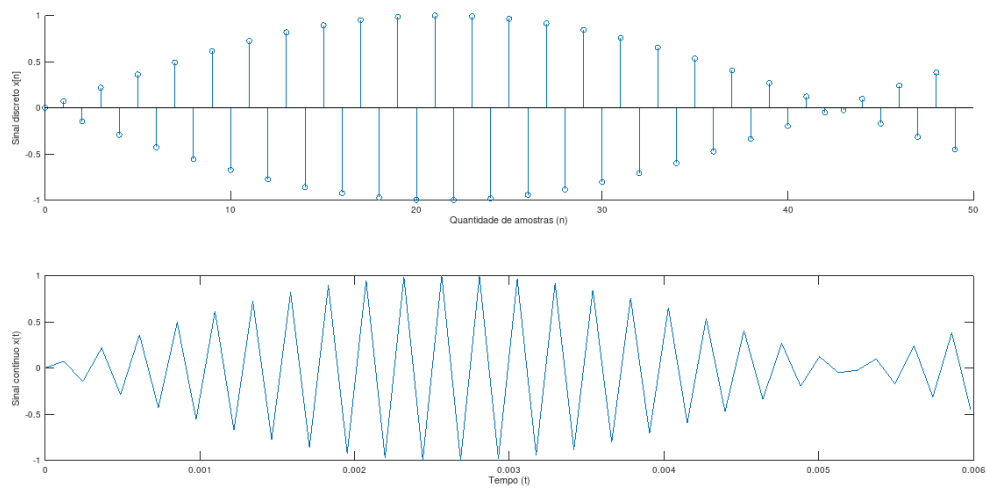


Figura 3.7: Sinal com frequência de  $f = 4kHz$

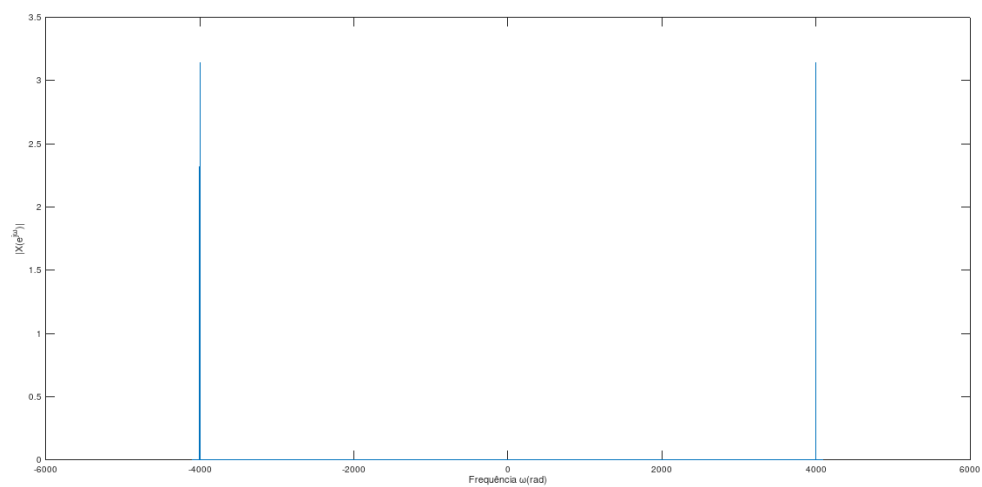


Figura 3.8: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 4kHz$

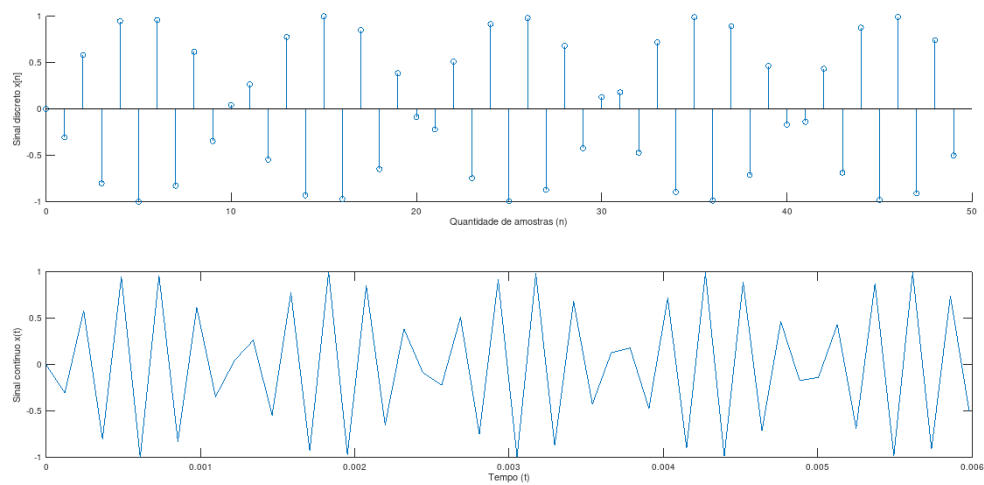


Figura 3.9: Sinal com frequência de  $f = 4,5kHz$

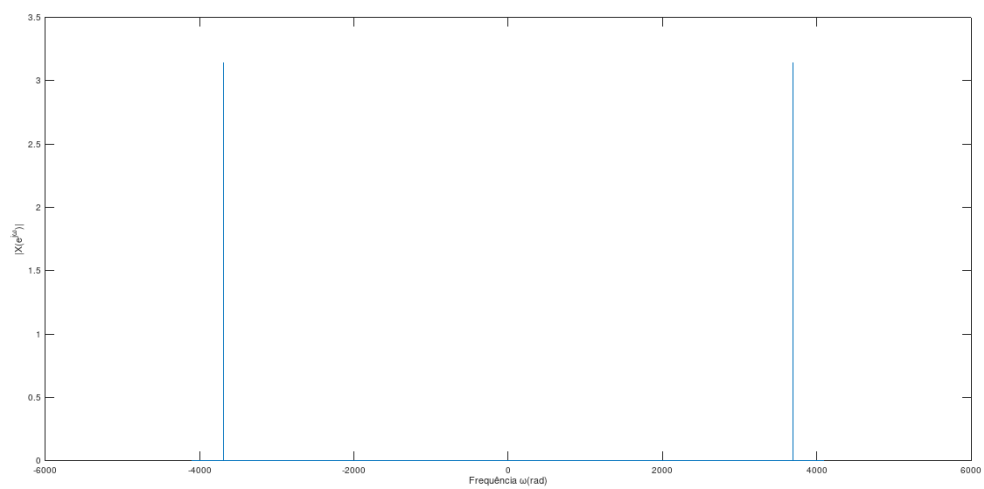


Figura 3.10: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 4,5kHz$

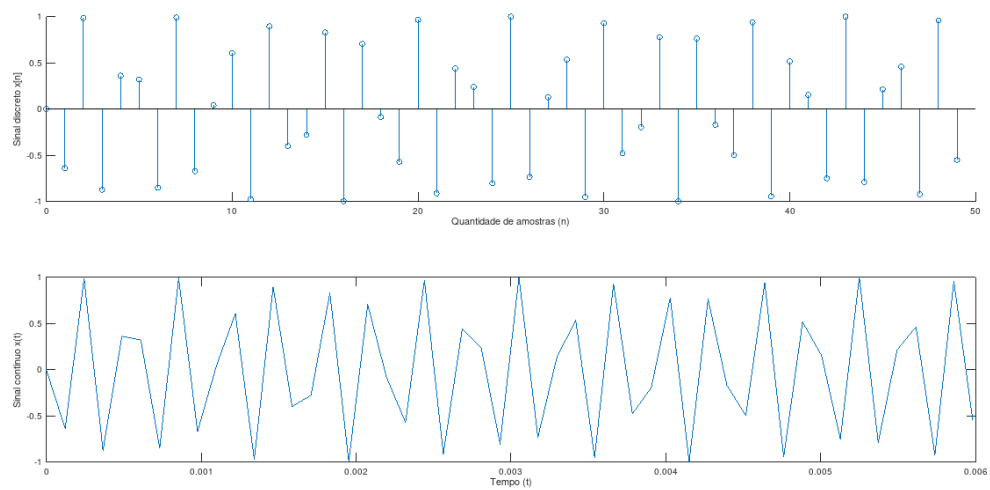


Figura 3.11: Sinal com frequência de  $f = 5kHz$

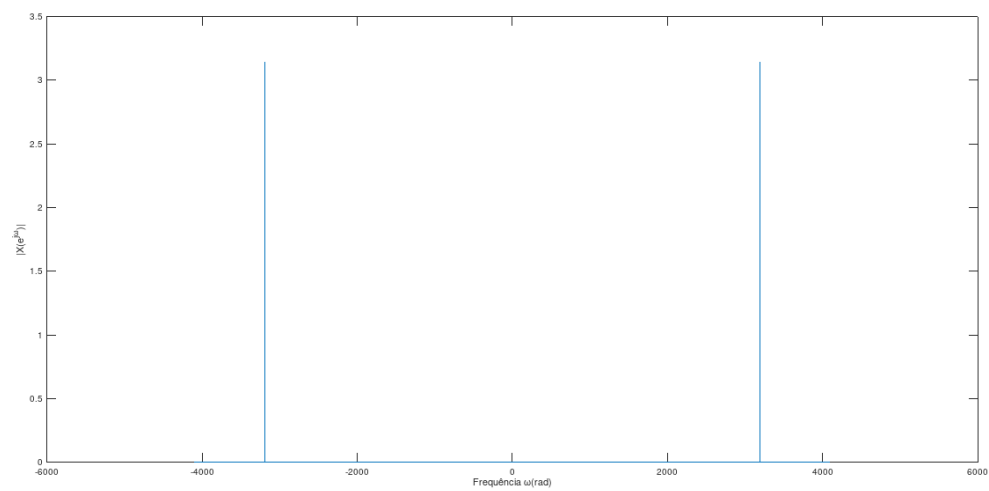


Figura 3.12: Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 5kHz$

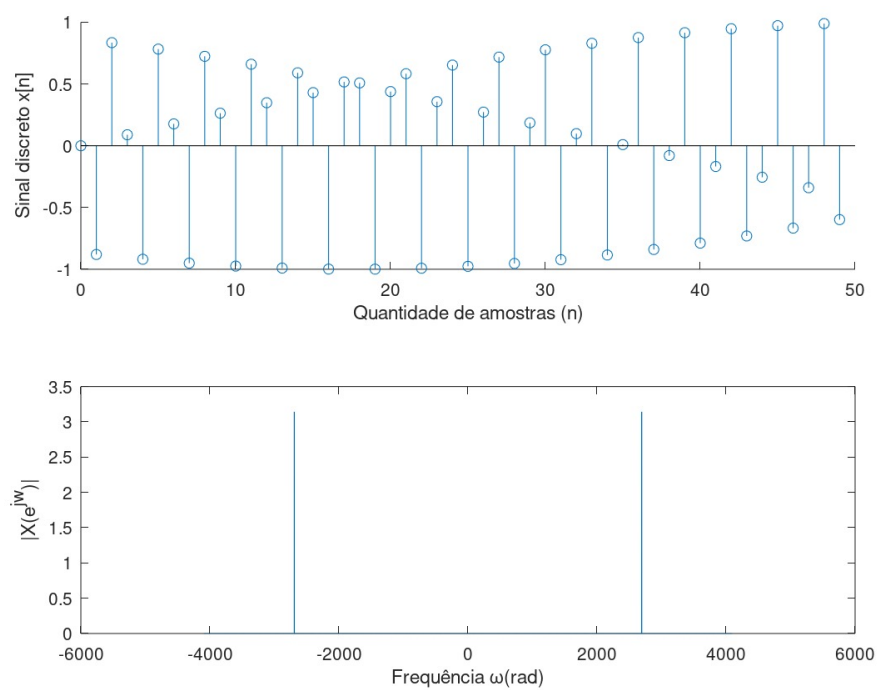


Figura 3.13: Sinal com frequência de  $f = 5,5kHz$  e Magnitude da resposta em frequência do sinal,  $f = 5,5kHz$

## 4 Conclusão

Os resultados obtidos se mostraram satisfatórios , nos problemas básicos amostramos o sinal e obtivemos a sua transformada de Fourier nos problemas intermediário observamos os sinais no domínio da frequência e a ocorrência do fenômeno de aliasing e seus efeitos no som do sinal.

## 5 Referências Bibliográficas

Oppenheim, Alan V. *Processamento em tempo discreto de sinais*, 3 ed.

Campello de Souza, R. M. *Processamento Digital de Sinais: Projeto I - Amostragem de Sinais Analógicos*, DES-UFPE 2020.3



## 6 Apêndice

```
1 %Parte 1
2 %Letra a
3 n = [0:8191];
4 Fs = 8192;
5 Omega_0 = 2*pi*1000;
6 t = (0:1/Fs:10-1/Fs);
7 x = sin(Omega_0*n*1/Fs);
8
9 %Letra b
10 subplot(211);
11 stem(n(1,1:50), x(1,1:50));
12 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
13 ylabel('Sinal discreto x[n]');
14
15 subplot(212);
16 plot(t(1,1:50), x(1,1:50));
17 xlabel('Tempo (t)');
18 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
19
20 %Letra c
21 [X, omega] = ctfts(x, 1/Fs);
22 plot(omega, abs(X));
23 xlabel('Frequência \omega(rad)');
24 ylabel('|X(e^{j \omega})|');
25
26 %Parte 2
27 %Letra d
28 %Frequência 1500
29 Omega_1 = 2*pi*1500;
30 x_1 = sin(Omega_1*n*1/Fs);
```

```

31
32 subplot(211);
33 stem(n(1,1:50), x_1(1,1:50));
34 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
35 ylabel('Sinal discreto x[n]');
36
37 subplot(212);
38 plot(t(1,1:50), x_1(1,1:50));
39 xlabel('Tempo (t)');
40 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
41
42 [X_1, omega_1] = ctfts(x_1, 1/Fs);
43 plot(omega_1, abs(X_1));
44 xlabel('Frequência \omega(rad)');
45 ylabel('|X(e^{j\omega})|');
46
47 %Frequência 2000
48 Omega_2 = 2*pi*2000;
49 x_2 = sin(Omega_2*n*1/Fs);
50
51 subplot(211);
52 stem(n(1,1:50), x_2(1,1:50));
53 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
54 ylabel('Sinal discreto x[n]');
55
56 subplot(212);
57 plot(t(1,1:50), x_2(1,1:50));
58 xlabel('Tempo (t)');
59 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
60
61 [X_2, omega_2] = ctfts(x_2, 1/Fs);
62 plot(omega_2, abs(X_2));
63 xlabel('Frequência \omega(rad)');
64 ylabel('|X(e^{j\omega})|');
65
66 %Letra e
67 sound(x_1, Fs);
68 sound(x_2, Fs);
69

```

```

70 %Letra f
71 %Frequência 3500
72 Omega_3 = 2*pi*3500;
73 x_3 = sin(Omega_3*n*1/Fs);
74
75 subplot(211);
76 stem(n(1,1:50), x_3(1,1:50));
77 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
78 ylabel('Sinal discreto x[n]');
79
80 subplot(212);
81 plot(t(1,1:50), x_3(1,1:50));
82 xlabel('Tempo (t)');
83 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
84
85 [X_3, omega_3] = ctfts(x_3, 1/Fs);
86 plot(omega_3, abs(X_3));
87 xlabel('Frequência \omega(rad)');
88 ylabel('|X(e^{j \omega})|');
89
90 sound(x_3);
91
92 %Frequência 4000
93 Omega_4 = 2*pi*4000;
94 x_4 = sin(Omega_4*n*1/Fs);
95
96 subplot(211);
97 stem(n(1,1:50), x_4(1,1:50));
98 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
99 ylabel('Sinal discreto x[n]');
100
101 subplot(212);
102 plot(t(1,1:50), x_4(1,1:50));
103 xlabel('Tempo (t)');
104 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
105
106 [X_4, omega_4] = ctfts(x_4, 1/Fs);
107 plot(omega_4, abs(X_4));
108 xlabel('Frequência \omega(rad)');

```

```

109 ylabel('|X(e^{j \omega})|');
110
111 sound(x_4);
112
113 %Frequência 4500
114 Omega_5 = 2*pi*4500;
115 x_5 = sin(Omega_5*n*1/Fs);
116
117 subplot(211);
118 stem(n(1,1:50), x_5(1,1:50));
119 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
120 ylabel('Sinal discreto x[n]');
121
122 subplot(212);
123 plot(t(1,1:50), x_5(1,1:50));
124 xlabel('Tempo (t)');
125 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
126
127 [X_5, omega_5] = ctfts(x_5, 1/Fs);
128 plot(omega_5, abs(X_5));
129 xlabel('Frequência \omega(rad)');
130 ylabel('|X(e^{j \omega})|');
131
132 sound(x_5);
133
134 %Frequência 5000
135 Omega_6 = 2*pi*5000;
136 x_6 = sin(Omega_6*n*1/Fs);
137
138 subplot(211);
139 stem(n(1,1:50), x_6(1,1:50));
140 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
141 ylabel('Sinal discreto x[n]');
142
143 subplot(212);
144 plot(t(1,1:50), x_6(1,1:50));
145 xlabel('Tempo (t)');
146 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
147

```

```
148
149 [X_6, omega_6] = ctfts(x_6, 1/Fs);
150 plot(omega_6, abs(X_6));
151 xlabel('Frequência \omega(rad)');
152 ylabel('|X(e^{j \omega})|');
153
154 sound(x_6);
155
156
157 %Frequência 5500
158
159 Omega_7 = 2*pi*5500;
160 x_6 = sin(Omega_7*n*1/Fs);
161
162 subplot(211);
163 stem(n(1,1:50), x_7(1,1:50));
164 xlabel('Quantidade de amostras (n)');
165 ylabel('Sinal discreto x[n]');
166
167 subplot(212);
168 plot(t(1,1:50), x_7(1,1:50));
169 xlabel('Tempo (t)');
170 ylabel('Sinal contínuo x(t)');
171
172
173 [X_7, omega_7] = ctfts(x_7, 1/Fs);
174 plot(omega_7, abs(X_7));
175 xlabel('Frequência \omega(rad)');
176 ylabel('|X(e^{j \omega})|');
177
178 sound(x_7);
```