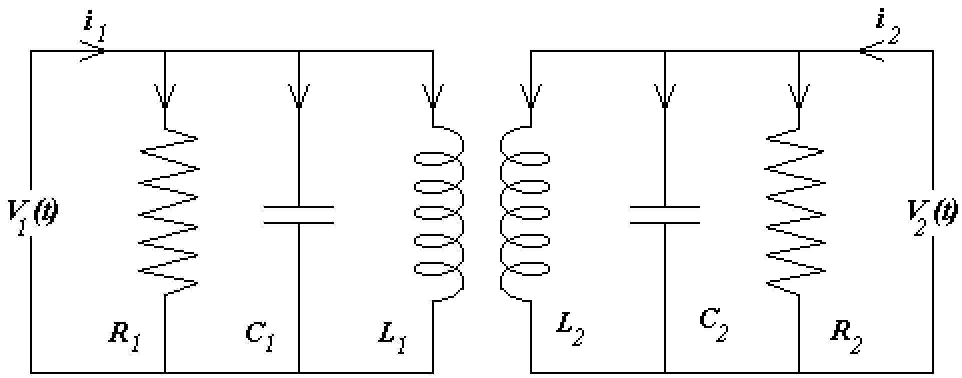
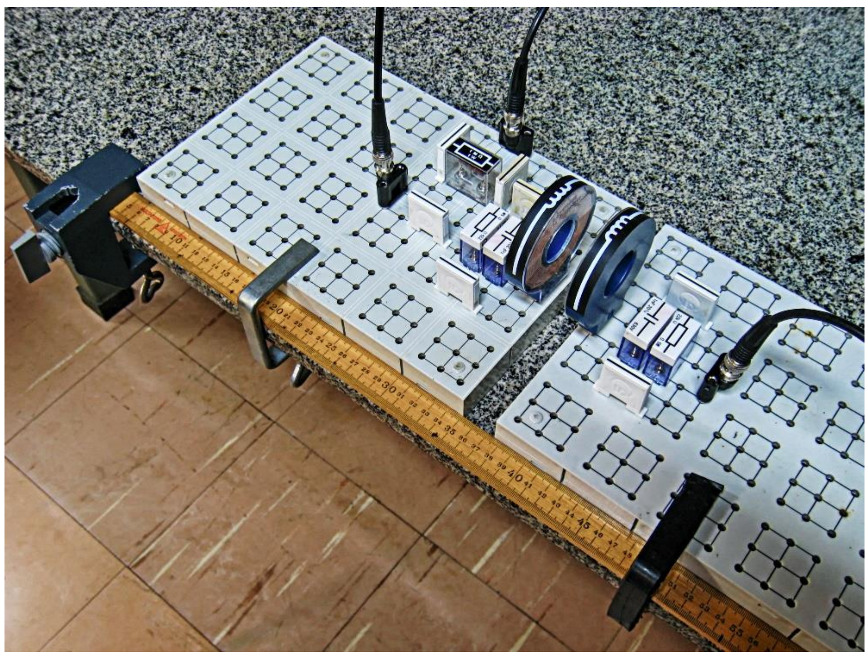
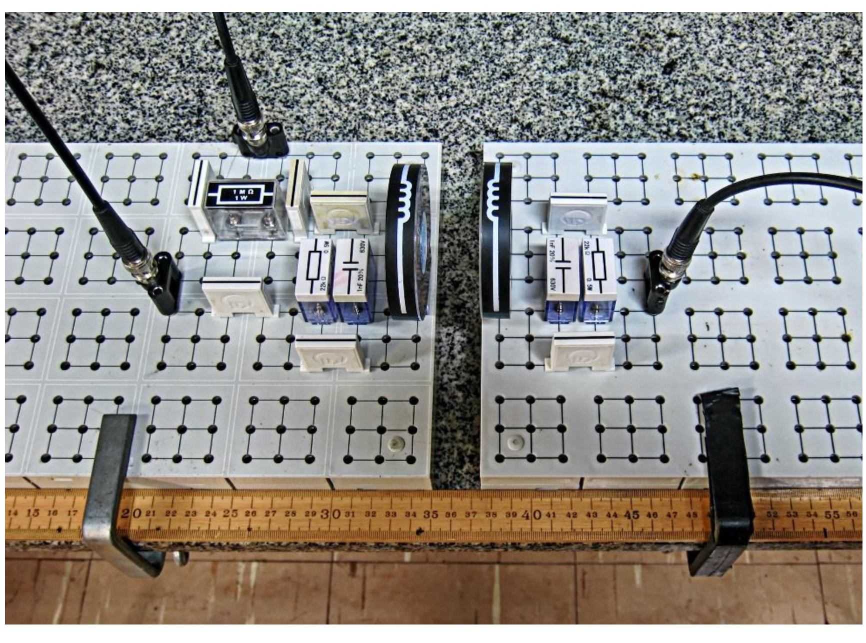
CIRCUITOS OSCILANTES ACOPLADOS







PROCEDIMENTO

Em relação às ações abaixo descritas, e tendo como referência as imagens acima, os circuitos da esquerda e da direita serão denominados circuito primáro e secundário, respectivamente.

1. Determinação do fator *Q* do circuito oscilante. Faça uso do circuito primário.

1a. Registre os valores da resistência R_i e capacitância C_i internas do osciloscópio.

1b. Registre os valores nominais da resistência *R*, da capacitância *C* e da indutância *L* do circuito oscilante e, adicionalmente, da resistência R_S. Também meça tais grandezas.

1c. Tendo como referência o roteiro do fabricante, você procederá de forma a registrar as dependências das voltagens U_{R_S} (no resistor R_S) e ε (nos extremos da associação *RLC*) com a frequência ν do sinal fornecido pela fonte. Observe que no arranjo do circuito (mostrado nas imagens acima) está se propondo o registro direto da voltagem de saída da fonte, então você deve fazer uso do recurso MATH do osciloscópio para registrar ε indiretamente. Para tanto, consulte o manual de instrução do osciloscópio (*TEKTRONIX TDS1000B and TDS2000B series digital storage oscilloscopes*).

2. Determinação dependência da largura de banda de circuitos acoplados com o espaçamento. Nesta parte do experimento os circuitos primário e secundário estarão separados espacialmente por uma distância predeterminada. Você investigará como o circuito secundário será influenciado pelo circuito primário, este diretamente alimentado por um sinal harmônico

2a. Registre os valores nominais da resistência *R*, da capacitância *C* e da indutância *L* de cada circuito oscilante. Também meça tais grandezas.

2a. Realize o arranjo experimental conforme mostrado nas imagens.

2b. Para um espaçamento *s* (entre os circuitos) preestabelecido, registre as dependências das voltagens U_{R_S} (no resistor R_S) e ε_2 (nos extremos da associação *RLC* do circuito secundário) com a frequência ν do sinal fornecido pela fonte.

CIRCUITOS OSCILANTES ACOPLADOS
Orientação para o relatório.

As tarefas abaixo listadas deverão necessariamente fazer parte do relatório.

1. Determinação do fator Q do circuito oscilante em paralelo. O circuito oscilante consiste de uma associação em paralelo de um resistor (de resistência R), um indutor (de indutância L) e um capacitor (de capacitância C). Em série com esta associação coloca-se um resistor de resistência R_S. Registre os valores da resistência R_i e capacitância C_i internas do osciloscópio. Registre os valores nominais (1 MΩ, 22 kΩ, 1 nF, 75 μH ou 150 μH ou 350 μH) e medidos de R_S e R, de C de L. Calcule e registre o valor esperado para a freqüência de ressonância $\nu_0 \left(= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right)$. Determine a dependência de $\left|\frac{\varepsilon}{I}\right|$ com a frequência ν, onde ε é a diferença de potencial desenvolvida no circuito oscilante (nos extremos da associação RLC) quando o mesmo é percorrido por uma corrente I de frequência ν. A corrente I pode ser medida indiretamente através da diferença de potencial U_{R_S} em R_S. Trace a curva experimental $\left|\frac{\varepsilon}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R}\right|$ versus freqüência reduzida "reduzida" ν / ν_0. Teoricamente, pode-se facilmente mostrar que trata-se de uma curva de ressonância, descrita por

$$\left|\frac{\varepsilon}{I}\right| = \left|\frac{\varepsilon}{U_{R_S}}R_S\right| = \frac{R}{\sqrt{1+\left(2\pi\,\nu\tau_C - \frac{1}{2\pi\,\nu\tau_L}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{1+\left(\eta 2\pi\,\nu_0\tau_C - \frac{1}{\eta}\frac{1}{2\pi\,\nu_0\tau_L}\right)^2}}$$

ou

$$\left|\frac{\varepsilon}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\eta 2\pi\,\nu_0\tau_C - \frac{1}{\eta}\frac{1}{2\pi\,\nu_0\tau_L}\right)^2}},$$

onde $\tau_C = RC$, e $\tau_L = L/R$ são constantes de tempo capacitiva e indutiva e $\eta = \nu/\nu_0$. Note que $(2\pi\,\nu_0\tau_C)(2\pi\,\nu_0\tau_L) = 1$. Temos, então

$$\left|\frac{\varepsilon}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi\,\nu_0\tau_C)^2\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\eta - \frac{1}{\eta}\right)^2}}.$$

Faz sentido propor-se um ajuste na forma

$$\left|\frac{\varepsilon}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R}\right| = \frac{P_1}{\sqrt{1+P_2^2\left(\frac{\eta}{P_3} - \frac{P_3}{\eta}\right)^2}}$$

Efetue um tal ajuste e obtenha os parâmetros P_1, P_2 e P_3. Calcule o valor teórico de Q, usando os valores medidos de R, L, e C (veja o texto "circuitos oscilantes acoplados-teoria"). A partir do valor obtido para P_1 calcule um correspondente valor de ajuste para R (Sugestão: um valor para P_1 superior à unidade nos traria um valor correspondentemente menor que o valor medido de R. Porquê?). Obtenha valores de ajuste para L das seguintes formas (i) a partir dos valores medidos de C e R e do valor de ajuste de Q e (ii) do valor medido de C e dos valores de ajuste de R e Q.

2. Determinação das curvas de ressonância para diversos espaçamentos entre bobinas. Registre os valores nominais e medidos da resistência R, da capacitância C e da indutância L de cada circuito oscilante. Registre a dependência de $\left|\frac{\varepsilon_2/R_2}{I_1}\right| \left(= \left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right|\right)$ versus ν (onde $|\varepsilon_2|$ é o valor eficaz da diferença de potencial induzida no circuito secundário por uma corrente no primário de valor eficaz $|I_1|$ e frequência ν) para cada espaçamento s selecionado (faça s variar no intervalo de 1 cm a 10 cm, de 1 cm em 1 cm). A curva deve ser registrada com suficiente detalhe nas regiões dos pontos críticos. A corrente I_1 será medida indiretamente através da diferença de potencial U_{R_S} em R_S ($U_{R_S} = I_1 R_S$).

3. Construa, para cada espaçamento s, um gráfico que mostre a dependência de $\left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right|$ com a frequência reduzida ν / ν_0.

4. Pode-se mostrar que a dependência entre as grandezas ε_2 e I_1 para circuitos oscilantes com primário e secundário com parâmetros R, L e C idênticos, e indutância mútua M, é dada por (notação complexa)

$$\frac{\varepsilon_2}{I_1} = \frac{R}{2}\left\{\frac{1}{1+i\left[\omega\tau_C - \frac{1}{\omega\tau_L(1+k)}\right]} - \frac{1}{1+i\left[\omega\tau_C - \frac{1}{\omega\tau_L(1-k)}\right]}\right\} \quad (1),$$

onde $\tau_C = RC$ e $\tau_L = \frac{L}{R}$ são as constantes de tempo capacitiva e indutiva, respectivamente, e $k = \frac{M}{L}$ (inferior à unidade) é a constante de acoplamento. A amplitude ε_2 é a superposição de dois números complexos cujos módulos atingem um valor máximo igual a $\frac{RI_1}{2}$ quando a frequência angular ω assume, respectivamente, os valores

$$\omega^2 = \omega_{(-)}^2 = \frac{1}{\tau_C\tau_L(1+k)} = \frac{1}{LC(1+k)} \quad \text{e} \quad \omega^2 = \omega_{(+)}^2 = \frac{1}{\tau_C\tau_L(1-k)} = \frac{1}{LC(1-k)}.$$

A diferença $\Delta\omega_2 = \omega_{(+)} - \omega_{(-)}$ pode ser interpretada como uma medida da banda de passagem do circuito secundário (acoplado ao primário). Obtém-se $\Delta\omega_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-k}} - \frac{1}{\sqrt{1+k}}\right)$, ou, em termos da freqüência ordinária (em Hz),

$$\Delta\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-k}} - \frac{1}{\sqrt{1+k}}\right) \quad (2).$$

Note, tendo em mente $\tau_C\tau_L = LC$, e definindo $Q = \omega_0\tau_C$, que a equação (1) pode ser rescrita na forma

$$\frac{\varepsilon_2}{I_1} = \frac{R}{2}\left\{\frac{1}{1 + iQ\left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)(1+k)}\right]} - \frac{1}{1 + iQ\left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)(1-k)}\right]}\right\}.$$

Lembre-se de que Q é o fator de qualidade do circuito RLC em paralelo.

Para os acoplamentos investigados no laboratório os parâmetros resistivo, indutivo e capacitivo não são exatamente iguais no circuito primário e secundário. Propomos, então uma dependência aproximada na forma (notação complexa)

$$\frac{\varepsilon_2}{I_1} = \frac{1}{2}\left\{\frac{R_1}{1 + iQ_1\left[\left(\frac{\omega}{\omega_{01}}\right) - \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_{01}}\right)(1+k)}\right]} - \frac{R_2}{1 + iQ_2\left[\left(\frac{\omega}{\omega_{02}}\right) - \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_{02}}\right)(1-k)}\right]}\right\}.$$

onde $\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}$, $\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$, $Q_1 = \omega_{01}\tau_{1C}$, $Q_2 = \omega_{02}\tau_{2C}$, tendo definido $\tau_{1C} = R_1C_1$, $\tau_{2C} = R_2C_2$, $\tau_{1L} = \frac{L_1}{R_1}$ e $\tau_{2L} = \frac{L_2}{R_2}$.

Adotamos a aproximação, para o quociente entre os valores eficazes de ε_2 e I_1:

$$\left|\frac{\varepsilon_2}{I_1}\right| = \left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}} R_S\right| = \frac{1}{2}\left\{\frac{R_1}{\sqrt{1 + Q_1^2\left[\eta_1 - \frac{1}{\eta_1}\frac{1}{(1+k)}\right]^2}} + \frac{R_2}{\sqrt{1 + Q_2^2\left[\eta_2 - \frac{1}{\eta_2}\frac{1}{(1-k)}\right]^2}}\right\}$$

ou

$$\left|\frac{\varepsilon_2/R_2}{I_1}\right| = \left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right| = \frac{1}{2}\left\{\frac{\frac{R_1}{R_2}}{\sqrt{1 + Q_1^2\left[\eta_1 - \frac{1}{\eta_1}\frac{1}{(1+k)}\right]^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 + Q_2^2\left[\eta_2 - \frac{1}{\eta_2}\frac{1}{(1-k)}\right]^2}}\right\}.$$

Para obter um ajuste menos complexo, vamos simplificar a expressão acima admitindo uma igualdade entre as frequências de ressonância e entre os fatores de qualidade para os dois circuitos ($\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$ e $Q_1 = Q_2 = Q$). Esta aproximação é bastante aceitável tendo em mente os valores obtidos nas medições de R_1, R_2, C_1, C_2, L_1 e L_2.

Neste caso teriamos

$$\left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right| = \frac{1}{2}\left\{\frac{\alpha_1}{\sqrt{1+Q^2\left[\eta-\frac{1}{\eta}\frac{1}{(1+k)}\right]^2}}+\frac{\alpha_2}{\sqrt{1+Q^2\left[\eta-\frac{1}{\eta}\frac{1}{(1-k)}\right]^2}}\right\}.$$

Vamos fornecer à última expressão um apresentação um pouco mais geral, colocando-a na forma

$$\left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right| = \frac{1}{2}\left\{\frac{\alpha_1}{\sqrt{1+Q^2\left[\frac{\eta}{\beta}-\frac{\beta}{\eta}\frac{1}{(1+k)}\right]^2}}+\frac{\alpha_2}{\sqrt{1+Q^2\left[\frac{\eta}{\beta}-\frac{\beta}{\eta}\frac{1}{(1-k)}\right]^2}}\right\}.$$

Você deverá fazer uso desta última expressão para realizar o ajuste da dependência de $\left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right|$ com η, onde as grandezas α_1, α_2, β, Q e k deverão ser adotados como parâmetros de ajuste. Que valores iniciais para tais parâmetros você propõe? Tendo obtido o parâmetro de ajuste k, você poderá calcular a largura de banda $\Delta\nu_2$ por intermédio da relação (2). Para tanto, você poderá adotar para C e L os valores médios das medidas correspondentes.

5. Determinação dependência do coeficiente de acoplamento com o espaçamento entre bobinas. Construa um gráfico k versus s.

6. Determinação dependência da largura de banda com o espaçamento entre bobinas. Construa um gráfico $\Delta\nu_2$ versus s.

FOLHA DE DADOS E RESULTADOS

Experimento: Circuitos Oscilantes Acoplados

Parte A - Determinação do fator *Q* do circuito oscilante em paralelo

IMPEDÂNCIA DE ENTRADA DO OSCILOSCÓPIO

	Valor Nominal
R_i (MΩ)	
C_i (pF)	

ELEMENTOS DE CIRCUITO

<table>
<tr><th></th><th>Valor Nominal</th><th>Medida</th><th>Valor de Ajuste</th></tr>
<tr><td>R_S (MΩ)</td><td></td><td></td><td>---</td></tr>
<tr><td>R (kΩ)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>C (nF)</td><td></td><td></td><td>---</td></tr>
<tr><td rowspan="2">L (μH)</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td>(i)</td></tr>
<tr><td>(ii)</td></tr>
</table>

FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = (\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \pm \_\_\_\_\_\_\_\ )\ \text{kHz}$$

DADOS PARA A CURVA DE RESSONÂNCIA PARA CIRCUIRO RLC PARALELO

ν (kHz)	U_{R_S} (mV)	ε (mV)	$\eta = \nu / \nu_0$	$\frac{\varepsilon}{U_{R_S}} \frac{R_S}{R}$

PARÂMETROS DE AJUSTE DA CURVA DE RESSONÂNCIA

$$\left|\frac{\varepsilon}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R}\right| = \frac{P_1}{\sqrt{1+P_2^2\left(\frac{\eta}{P_3}-\frac{P_3}{\eta}\right)^2}}$$

	teoria	experimento (ajuste)
P_1	1	
P_2		
P_3	1	

Parte B - Determinação das curvas de ressonância para diversos espaçamentos entre bobinas

ELEMENTOS DE CIRCUITO

	Valor Nominal	Medida
R_S (MΩ)		
R_1 (kΩ)		
R_2 (kΩ)		
C_1 (nF)		
C_2 (nF)		
L_1 (μH)		
L_2 (μH)		

DADOS PARA A CURVA DE RESSONÂNCIA PARA CIRCUITOS ACOPLADOS
para espaçamento s = _____ mm

ν (kHz)	U_{R_S}(mV)	ε_2 (mV)	$\eta = \nu / \nu_0$	$\dfrac{\varepsilon_2}{U_{R_S}} \dfrac{R_S}{R_2}$

PARÂMETROS DE AJUSTE DA CURVA DE RESSONÂNCIA

para espaçamento s = _____ mm

$$\left|\frac{\varepsilon_2}{U_{R_S}}\frac{R_S}{R_2}\right| = \frac{1}{2}\left\{\frac{\alpha_1}{\sqrt{1+Q^2\left[\frac{\eta}{\beta}-\frac{\beta}{\eta}\frac{1}{(1+k)}\right]^2}} + \frac{\alpha_2}{\sqrt{1+Q^2\left[\frac{\eta}{\beta}-\frac{\beta}{\eta}\frac{1}{(1-k)}\right]^2}}\right\}$$

α_1 = _________ ± _____

α_2 = _________ ± _____

β = _________ ± _____

Q = __________ ± _____

k = __________ ± _____

DEPENDÊNCIA DO FATOR DE ACOPLAMENTO COM O ESPAÇAMENTO ENTRE BOBINAS

s (cm)	k

DEPENDÊNCIA DA LARGURA DE BANDA COM O ESPAÇAMENTO ENTRE BOBINAS

s (mm)	$\frac{\Delta\nu_2}{\nu_0}$