

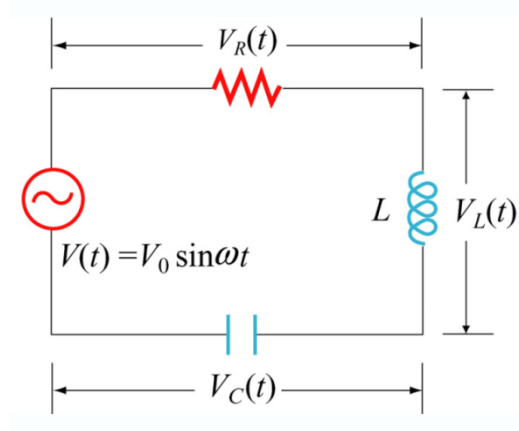
O CIRCUITO RLC – RESPOSTA ESTACIONÁRIA

Material Utilizado:

- um gerador de sinais senoidais (0–10 kHz)
- um capacímetro (0–1000 μF)
- um indutancímetro (0–200 mH)
- um ohmímetro (1 $\text{M}\Omega$)
- um quadro de conexões elétricas (LEYBOLD 576 75)
- um capacitor para encaixe em quadro de conexões elétricas (1 μF , 100 V) (LEYBOLD 578 15)
- um indutor para encaixe em quadro de conexões elétricas (250 espiras, ~ 1 mH) (LEYBOLD 590 821)
- um resistor (10 Ω , 10 W)
- uma caixa de resistência com décadas de 10 Ω , 1 Ω e 0,1 Ω (YEW modelo 2786)

Objetivo do Experimento: Investigar a resposta de um oscilador harmônico a uma oscilação forçada, na presença de amortecimento, através de um circuito RLC.

Definições



Equação do circuito: $L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} = - \frac{I(t)}{C} - R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{dV(t)}{dt}$

Resposta estacionária: $I_2(t) = I_0(\omega) \sin(\omega t - \varphi)$, onde $I_0(\omega) = \frac{\frac{\omega V_0}{L}}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2}}$,

onde $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\Gamma = \frac{R}{L}$ e $\text{tg}\varphi = \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R}$.

$$I_0(\omega) = \frac{V_0}{Z(\omega)}, \text{ onde } Z(\omega) = \frac{\frac{\omega_0}{L}}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2}} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Resposta estacionária em termos de frequência e corrente “reduzidas”

$$\left[x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ e } I(x) = \frac{I_0(\omega)}{V_0/R} \right]$$

$$\frac{I_0(\omega)}{V_0/R} = \frac{R}{Z(\omega)} = \frac{x}{\sqrt{Q^2(x^2 - 1)^2 + x^2}} = \frac{1}{\sqrt{Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 1}}, \text{ onde } Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$\varphi = \arctg \left[\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R} \right] = \arctg \left[\left(\frac{\omega_0 L}{R}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 \omega LC}\right) \right] = \arctg \left[\left(\frac{\omega_0 L}{R}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \right] = \arctg \left[Q \left(x - \frac{1}{x}\right) \right].$$

PROCEDIMENTO

Resposta Estacionária a Uma Excitação Harmônica

1. Registre os valores nominais da indutância L e da capacitância C a serem utilizadas no experimento. Obtenha medidas diretas (fazendo uso do indutancímetro e capacímetro) das grandezas correspondentes, e também da resistência intrínseca R_L da indutância (com o ohmímetro).
2. Monte o circuito conforme representado na figura abaixo, com o gerador de funções, o voltímetro e o amperímetro desligados. Observe que uma resistência R' está inserida no circuito, em série com o trecho de circuito RLC (ele próprio uma associação série de um capacitância C , uma indutância L (de resistência intrínseca R_L) e uma resistência de décadas R_D). A resistência R do trecho RLC será, portanto, a soma da resistência R_D selecionada na caixa de resistência e da resistência intrínseca R_L da indutância. O papel de R' é limitar a corrente no circuito nos casos em que a resistência R for baixa. Inicialmente selecione $R_D = R_L$.

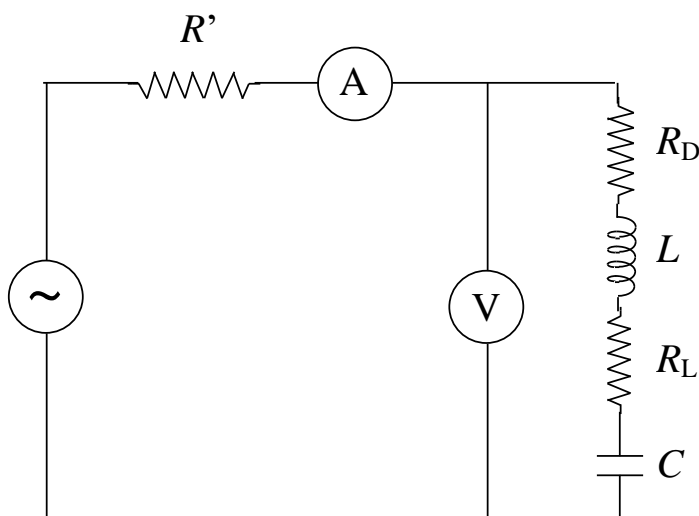


Figura 1 – Esquema para a determinação da curva de ressonância de um circuito RLC série.

3. Meça e registre o valor da resistência limitadora R' inserida no circuito.
4. Obtenha (e registre) valores teóricos para a frequência de ressonância ν_0 e para a constante de amortecimento Γ do circuito, a partir dos valores medidos de R , C e L e das relações $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ e $\Gamma = \frac{R}{L}$. Considere o intervalo de frequência $\nu_0 - \Gamma \leq \nu \leq \nu_0 + \Gamma$ (correspondente ao intervalo $\omega_0 - 5\Gamma \leq \omega \leq \omega_0 + 5\Gamma$). Fora deste intervalo a resposta $I_0(\nu)$ do circuito torna-se relativamente pequena. Definimos então este intervalo como o intervalo de interesse da curva de ressonância $I_0(\nu)$ versus ν . Calcule os valores ν das frequências nos extremos deste intervalo.
5. Ligue o gerador de funções e selecione a forma de onda senoidal. Ligue o voltímetro e o amperímetro. Aumente um pouco, a partir da posição de mínimo, a amplitude da f.e.m. senoidal fornecida, atuando no potenciômetro de amplitude. Aumente gradualmente a frequência do sinal fornecido, procurando identificar a ressonância no intervalo de frequência de interesse. Na condição (aproximada) de ressonância, selecione os fundos de escala mais apropriados para o voltímetro e o amperímetro. Prepare o osciloscópio para registrar as seguintes grandezas: frequência dos sinais (ν), valores pico-a-pico dos sinais correspondentes às diferenças de potencial na resistência R' e no trecho RLC ($V_{R'}$ e V_{RLC} , respectivamente) e a separação temporal relativa $\frac{\Delta t}{T}$ entre esses dois sinais (Δt é a separação temporal em termos absolutos (em ms, por exemplo) e T é o período dos sinais, expresso na mesma unidade).

Para tanto, consulte o manual de instrução do osciloscópio (*TEKTRONIX TDS1000B and TDS2000B series digital storage oscilloscopes*). As páginas 54–57 apresentam exemplos de configurações similares à acima descrita. Especificamente para a medição da separação temporal Δt acima mencionada, fazendo uso do recurso CURSOR, veja o exemplo descrito na página 37 do mesmo manual.

6. Diminua a frequência ν do sinal até alcançar o extremo inferior do intervalo de interesse. A partir deste ponto você deverá coletar dados para a curva de ressonância. É importante cobrir a curva de ressonância de forma razoavelmente completa e bem distribuída. Para tanto, divida o intervalo de interesse (de largura 2Γ) em um número grande N (pelo menos 20) de pequenos intervalos de forma que os valores de frequência selecionados para medição estarão separados por passos aproximadamente iguais a $2\Gamma/N$. Aumente gradualmente, a partir do extremo inferior do intervalo, a frequência do sinal e, para cada valor de frequência ν selecionado, meça e registre os valores correspondentes de ν , $\frac{\Delta t}{T}$, $V_{R'}$ e V_{RLC} na tabela apropriada da folha de resultados.

7. Procedendo como descrito no item anterior, obtenha novas curvas de ressonância para valores de R_D aproximadamente iguais a $2R_L$, $3R_L$, $5R_L$ e $10R_L$. Para tanto você deve selecionar valores adequados para a resistência de décadas.
8. Complete a tabela da folha de resultados, calculando os valores “reduzidos” (adimensionais) de frequência, $x = \omega/\omega_0$ ($= \frac{1}{T\nu_0}$) e corrente, $I(x) = \frac{\left(\frac{V_{R'}}{R'}\right)}{\left(\frac{V_{RLC}}{R}\right)} = \left(\frac{R}{R'}\right) \left(\frac{V_{R'}}{V_{RLC}}\right)$, e da diferença de fase ϕ ($= 2\pi\nu\Delta t$) para cada valor de R selecionado.
9. Para cada um dos casos estudados construa um gráfico $I(x)$ versus x e um gráfico $\phi(x)$ versus x .
10. Considere a dependência $I(x)$ versus x . Teste a validade desta teoria efetuando um ajuste da curva experimental, propondo como função de ajuste a função dada por

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{Q^2\left(x - \frac{x_0}{x}\right)^2 + 1}},$$

onde A , Q e x_0 são parâmetros de ajuste. Efetue um ajuste para a curva experimental $I(x)$ versus x e obtenha os valores dos parâmetros de ajuste.

11. Complete as tabelas “PARÂMETROS DO CIRCUITO OSCILANTE”. Lembre-se de que o valor teórico de Γ é dado por $\Gamma(\text{teoria}) = \frac{R}{L}$. Os cálculos devem ser feitos a partir dos valores medidos de R , L e C , incluindo a devida propagação de erros. Note que a coluna “experimento (ajuste)” deve ser preenchida a partir dos parâmetros obtidos para a curva de ajuste $f(x)$. Em particular, propomos que o valor (experimental) para Γ deva ser calculado por $\Gamma(\text{ajuste}) = \omega_0 \frac{x_0(\text{ajuste})}{Q(\text{ajuste})} = \frac{\omega_0}{Q(\text{teoria})} \frac{Q(\text{teoria})}{Q(\text{ajuste})} x_0(\text{ajuste}) = \Gamma(\text{teoria}) \left[\frac{Q(\text{teoria})}{Q(\text{ajuste})} x_0(\text{ajuste}) \right]$.

12. Considere a dependência $\varphi(x)$ versus x . Teste a validade da teoria efetuando um ajuste da curva experimental e propondo como função de ajuste a função dada por

$$g(x) = B \operatorname{arctg} \left[Q \left(x - \frac{x_0^2}{x} \right) \right],$$

onde B , Q e x_0 são parâmetros de ajuste. Efetue um ajuste para a curva experimental $\varphi(x)$ versus x e obtenha os valores dos parâmetros de ajuste. Note que x_0 pode ser interpretado como um fator de correção adimensional para a frequência de ressonância relativamente a seu valor esperado teoricamente. Ao utilizar o programa de ajuste é adequado que você proponha como valores *iniciais* dos parâmetros, seus valores teóricos, isto é, a unidade para B e x_0 e, para o fator de qualidade Q , o valor obtido a partir de sua definição e dos valores medidos de R , L e C , ou seja, $Q(\text{teoria}) = \frac{\omega_0}{\Gamma} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Nota: Todos os cálculos devem ser explicitados, exceto aqueles indicados no item 8.

FOLHA DE DADOS E RESULTADOS

Experimento: O Circuito RLC – Resposta Estacionária

ELEMENTOS DE CIRCUITO

	Valor Nominal	Medida
C (μF)		
L (mH)		
R_L (Ω)		
R_D (Ω)		

RESISTÊNCIA LIMITADORA

$$R' = (\text{_____} \pm \text{____}) \Omega$$

PARÂMETROS DO CIRCUITO OSCILANTE (Valores Teóricos)

$$\nu_0 = (\text{_____} \pm \text{____}) \text{ kHz}$$

$$\Gamma = (\text{_____} \pm \text{____}) \text{ s}^{-1}$$

PARÂMETROS DO CIRCUITO OSCILANTE (Valores Teóricos e Experimentais)

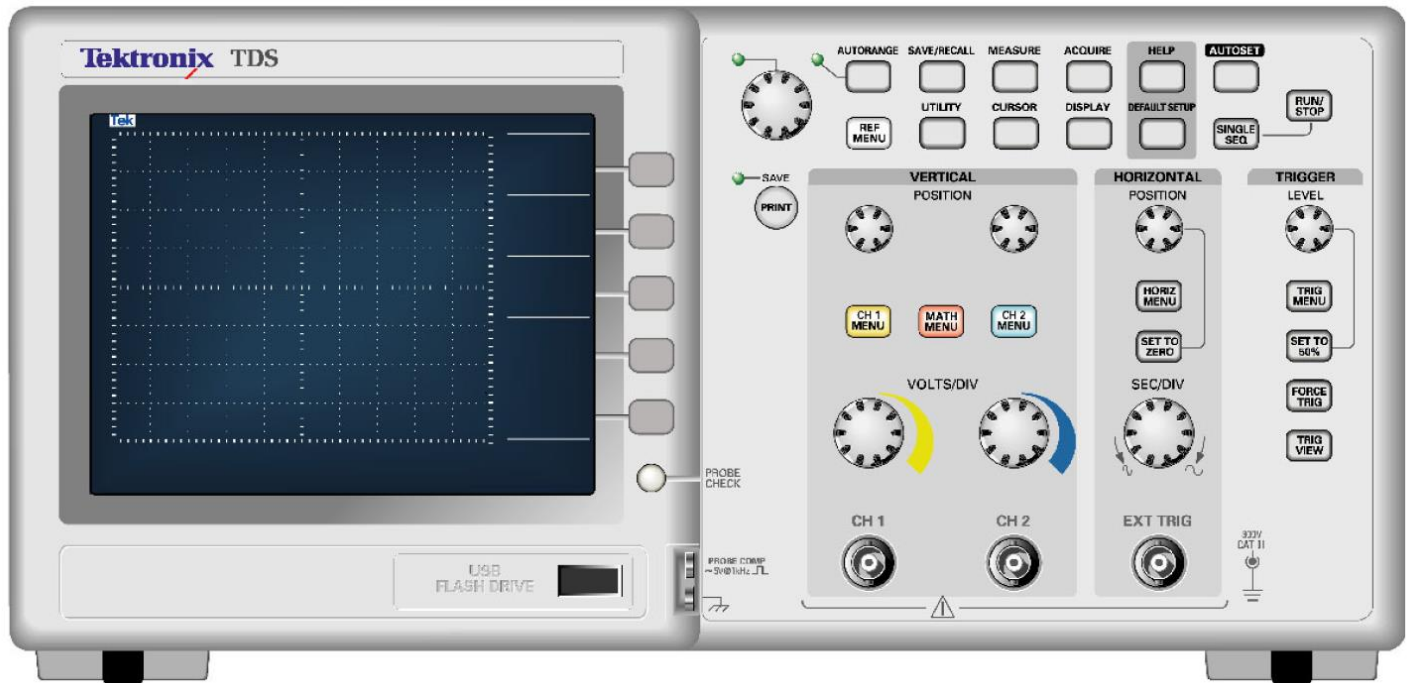
$R (= R_D + R_L) (\Omega)$		teoria	experimento (ajuste)
	$\Gamma \text{ (s}^{-1}\text{)}$		
	Q		
	A	1	
	x_0	1	

CURVAS DE RESSONÂNCIA

[illegible]

APÊNDICE – Configuração do Osciloscópio

Referência: *TEKTRONIX TDS1000B and TDS2000B series digital storage oscilloscopes User Manual*



Inicialmente promova a auto-calibração (**Self Calibration**) do osciloscópio
(*TEKTRONIX TDS1000B and TDS2000B series digital storage oscilloscopes User Manual*, pg 8).

Selecione o modo de aquisição **Average** (o osciloscópio adquire diversas formas de onda e mostra o que resulta da média das mesmas, assim reduzindo ruídos aleatórios). Configure a função trigger (Pressione o botão TRIG MENU, selecione *Edge* ou *Pulse*, e selecione a opção de *Coupling*).

Para permitir a utilização de um terra comum para o gerador de função e para os canais 1 e 2 do osciloscópio, pode-se optar pelo seguinte arranjo: Use como terra comum um dos terminais do gerador. O canal 1 receberá o sinal entre os extremos do resistor R' ($V_{R'}$) enquanto que o canal 2 receberá o sinal do gerador de função. Assim o sinal V_{RLC} poderá ser observado através da operação CH2 – CH1.

Para tanto, programe o osciloscópio para mostrar formas de onda tendo como fontes CH1, CH2 e MATH (CH2 – CH1), e tipo de grandeza a ser exibida que, para o caso de aplicação em questão, é o valor pico a pico para cada uma das fontes mencionadas. Também é adequado programar a exibição da frequência do sinal numa das fontes CH1 ou CH2. No procedimento descrito a seguir você fará uso dos 5 botões de opção localizados imediatamente no lado direito da tela do osciloscópio. Aqui identificaremos o botão superior como o de número 1 e assim sucessivamente. Proceda da seguinte forma:

- a) Pressione o botão AUTOSSET (as escalas horizontal, vertical e configurações de trigger são automaticamente ajustadas).
- b) Pressione o botão MEASURE para exibir o menu MEASURE.
- c) Pressione o botão de opção 1 e o menu *Measure 1* será exibido.
- d) Pressione sucessivamente o botão de opção 1 até aparecer a opção **Source CH1**.
- e) Pressione sucessivamente o botão de opção 2 até aparecer a opção **Type Pk – Pk**.
- f) Pressione o botão de opção 5 (**back**). Terminada esta sequência (itens c a f), você terá programado o osciloscópio para a exibição da forma de onda a ser alimentada no canal 1, bem como o valor pico a pico desta.
- g) Pressione o botão de opção 2 e o menu *Measure 2* será exibido.
- h) Pressione sucessivamente o botão de opção 1 até aparecer a opção **Source CH2**.
- i) Pressione sucessivamente o botão de opção 2 até aparecer a opção **Type Pk – Pk**.
- j) Pressione o botão de opção 5 (**back**). Terminada esta sequência (itens g a j), você terá programado o osciloscópio para a exibição da forma de onda a ser alimentada no canal 1, bem como o valor pico a pico desta.
- k) Pressione o botão de opção 3 e o menu *Measure 3* será exibido.
- l) Pressione sucessivamente o botão de opção 1 até aparecer a opção **Source CH1**.
- m) Pressione sucessivamente o botão de opção 2 até aparecer a opção **Type Freq**.
- n) Pressione o botão de opção 5 (**back**). Terminada esta sequência (itens k a n), você terá programado o osciloscópio para a exibição da forma de onda a ser alimentada no canal 1, bem como o valor da frequência desta.
- o) Pressione o botão de opção 4 e o menu *Measure 4* será exibido.
- p) Pressione sucessivamente o botão de opção 1 até aparecer a opção **Source MATH**.
- q) Pressione sucessivamente o botão de opção 2 até aparecer a opção **Type Pk – Pk**.
- r) Pressione o botão de opção 5 (**back**). Terminada esta sequência (itens o a r), você terá programado o osciloscópio para a exibição da forma de onda a ser definida pelo menu MATH, bem como o valor pico a pico desta.

Para definir a forma de onda no menu MATH, proceda da seguinte forma:

- s) Pressione o botão MATH MENU.
- t) Pressione sucessivamente o botão de opção 1 até aparecer a opção **Operation –**.
- u) Pressione sucessivamente o botão de opção 2 até aparecer a opção **Sources CH2 – CH1**.
- v) Pressione o botão MEASURE. Terminada esta sequência (itens s a v), você terá programado o osciloscópio para a exibição da forma de onda resultante da diferença entre os sinais a serem alimentados nos canais 1 e 2.

Desta forma você poderá visualizar na tela do osciloscópio três sinais, $V_{R'}$ (CH1), ε (f.e.m. do gerador) (CH2) e V_{RLC} (CH2–CH1). No caso presente é interessante ocultar o sinal ε (CH2). Você pode fazer isto pressionando (duas vezes) o botão CH2 MENU.

Exemplo de resultado experimental obtido para a curva de ressonância num circuito RLC

