Circuítos Elétricos: Fundamentos

Gabriel dos Santos Schmitz
RA 2487438, Engenharia de Computação,
gabrielzschmitz@protonmail.com

I. Introdução

Irei neste documento debruçar-me-ei sobre circuitos elétricos e seus fundamentos. Farei isto baseando-me nos livros *Fundamentos de circuitos elétricos* [1], *Análise de circuitos em engenharia* [2] e *Introdução à análise de circuitos* [3]. Já para exercícios irei me apropriar dos expostos em: *Introdução aos circuitos elétricos* [4], *Circuitos elétricos* [5] e *Análise de circuitos em engenharia* [6]. Conforme a bibliografia usada no curso Circuitos Elétricos 1 na UTFPR de Toledo.

II. Fundamentos Teóricos

Nesta seção, serão apresentados as fórmulas básicas ao entendimento do funcionamento de um circuito. Além de apresentar conceitos importantes.

A. *O que é um circuito elétrico*

Circuito elétrico, nada mais é do que um interconexão de elementos elétricos. Elementos esses que são os componentes que formam tal circuito.

B. *Grandezas importantes*

Aqui uma tabela demosntrando as grandezas e unidades mais importantes para o tema tratado no documento:

Tabela 1. Grandezas e Unidades Básicas do SI

Quantidade	**Unidade básica**	**Símbolo**
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Intensidade luminosa	candela	cd
Carga	coulomb	C

C. *Grandezas importantes*

Sabe-se que toda matéria é formada por elementos fundamentais — átomos, que são contituídos por elétrons, prótons e neûtrons. Vale lembrar também da carga e ser -1.602×10^{-19}C e que quando temos o mesmo número de prótons e elétrons temos um átomo de carga neutra.

D. *Noções básicas*

Sendo as cargas elétricas móveis, devemos considerar o fluxo destas. Portanto quando um fio condutor é ligado a uma bateria, as cargas positivas devem se mover para uma direção e as negativas para a direção oposta. Por convenção o fluxo da corrente é aquele das cargas positivas ou oposta as negativas. Conforme Figura 1.

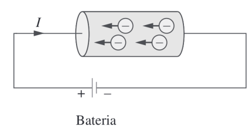

Fig. 1. Corrente elétrica devido ao fuxo de cargas eletrônicas em um condutor.

III. Corrente Elétrica

Corrente elétrica é o fluxo de carga por unidade de tempo, medido em ampères (A). Matematicamente, a relação entre a corrente i, a carga q e o tempo t é:

$$i \triangleq \frac{dq}{dt} \tag{1}$$

Onde a corrente é medida em ampères (A) e

$$1\,\text{ampère} = 1\,\text{coulomb}/\text{segundo}$$

A carga transferida entre o instante t_0 e o instante t é obtida integrando os dois lados da equação 1, onde obtemos:

$$Q \triangleq \int_{t_0}^{t} i\,dt \tag{2}$$

A. *Exemplos*

1) Qual é a quantidade de carga representada por 4600 elétrons?

$$-1.602 \times 10^{-19} \cdot 4600 = 7.3692 \times 10^{-16}$$

2) Calcule a quantidade de carga representada por seis milhões de prótons.

$$-1.602 \times 10^{-19} \cdot 6000000 = 9.612 \times 10^{-13}$$

3) A carga total entrando em um terminal é dada por $q = 5t \sin 4\pi t$ mC. Calcule a corrente no instante $t = 0.5$ s.

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{dq}{dt} \\
&= \frac{d}{dt}\left(5t \sin 4\pi t\right) \text{ mC/s} \\
&\quad \diamond\, (fg)' = f'g + fg' \\
&= (5 \sin 4\pi t + 20\pi t \cos 4\pi t)\,\text{mA} \\
&\quad \text{para } t = 0.5 \\
&= (5 \sin 2\pi + 10\pi \cos 2\pi)\,\text{mA} \\
&= 31.415\,\text{mA}
\end{aligned}
$$

4) A carga total entrando em um terminal é dada por $q = 10 - 10e^{-2t}$ mC. Calcule a corrente no instante $t = 1.0$ s.

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{dq}{dt} \\
&= \frac{d}{dt}\left(10 - 10e^{-2t}\right) \text{ mC/s} \\
&= (20e^{-2t})\,\text{mA} \\
&\quad \text{para } t = 1.0 \\
&= (20e^{-2})\,\text{mA} \\
&= 2.706705665\,\text{mA}
\end{aligned}
$$

5) Determine a carga total que entra em um terminal entre os instantes $t = 1$ s e $t = 2$ s se a corrente que passa pelo terminal é $i = (3t^2 – t)$ A.

$$
\begin{aligned}
Q &= \int_{t_0}^{t} i\,dt \\
&= \int_{1}^{2} (3t^2 - t)\,dt \\
&= \left(t^3 - \frac{t^2}{2}\right)\Bigg|_1^2 \\
&= (8 - 2) - (1 - \frac{1}{2}) \\
&= 5.5\text{C}
\end{aligned}
$$

6) A corrente que fui através de um elemento é

$$
i = \begin{cases} 4 \text{ A}, & 0 < t < 1 \\ 4t^2 \text{ A}, & t > 1 \end{cases}
$$

Calcule a carga que entra no elemento de $t = 0$ a $t = 2$ s.

$$
\begin{aligned}
Q &= \int_0^2 i\,dt \\
&= \int_0^1 4\,dt + \int_1^2 4t^2\,dt \\
&= [4t]_0^1 + \left[\frac{4t^3}{3}\right]_1^2 \\
&= (4(1) - 4(0)) + \left(\frac{4(8)}{3} - \frac{4(1)}{3}\right) \\
&= 4 + \left(\frac{32}{3} - \frac{4}{3}\right) \\
&= 4 + \frac{28}{3} \\
&= \frac{12}{3} + \frac{28}{3} \\
&= \frac{40}{3}\text{C} \approx 13.33333333\,\text{C}
\end{aligned}
$$

B. Corrente Contínua e Alternada

Se a corrente não muda com o tempo e permanece constante, podemos chamá-la *corrente contínua* (CC). E por convenção usa-se o símbolo *I* para representa-la.

Já se a corrente muda com o tempo, podemos chamá-la *corrente alternada* (CA). E usa-se o símbolo *i* para representa-la.

IV. Tensão

Para deslocar o elétron em um condutor determinado sentido é necessário trabalho que é realizado por uma força eletromotriz (FEM) externa representada pela bateria na Figura 1. Essa FEM também é conhecida como *tensão* ou *diferença de potencial*. A tensão v_{ab} entre dois pontos a e b em um circuito é a energia necessária para deslocar uma carga unitária de a para b; matematicamente,

$$
v_{ab} \triangleq \frac{dw}{dq} \tag{3}
$$

onde w é a energia en joules (J) e q é a carga em coulombs (C). A tensão vab ou simplesmente v, é medida em volts (V). A partir da equação 3 fica evidente que

$$
1\,\text{volt} = 1\,\text{joule/coulomb} = 1\,\text{newton-metro/coulomb}
$$

A Figura 2 mostra a tensão através de um elemento conectado aos pontos a e b. Os sinais $+$ e $-$ são usados para definir a polaridade da tensão. E pode ser interpretado como a esta a um pontencial v_{ab}V mais alto que o ponto b.

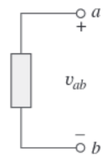

Fig. 2. Polaridade da tensão v_{ab}.

Segue-se logicamente então que:

$$v_{ab} = -v_{ba}$$

Uma tensão CC é comumente produzida por uma bateria e é representada por V e uma tensão CA é produzida por um gerador elétrico sendo representada por v.

V. Potência e Energia

Considere, por exemplo, uma lâmpada de 100 W que fornece mais luz que uma de 60 W, ou mesmo quando pagamos nossas contas de luz às fornecedoras em que estamos pagando pela energia elétrica consumida ao longo de certo período. Portanto, os cálculos de potência e energia são importantes na análise de circuitos. Sendo a potência a velocidade com que se consome ou se absorde energia, medida em watts (W).

$$p \triangleq \frac{dw}{dt} \tag{4}$$

onde p é a potência em watts (W), w é a energia em joules (J) e t é o tempo em segundos (s). Sendo assim se segue que:

$$\begin{aligned} p &= \frac{dw}{dt} \\ &= \frac{dw}{dt} \cdot \frac{dQ}{dQ} \\ &= \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} \\ &= vi \end{aligned} \tag{5}$$

Chamada *potência instantânea*, a Equação 5 define que a potência é o produto da tensão no elemento pela corrente através dele. Caso positivo esta potência é absorvida pelo elemento e caso negativa é fornecida pelo elemento. Isto é chamado de *convenção de sinal passivo* e pode ser visualizado na Figura 3:

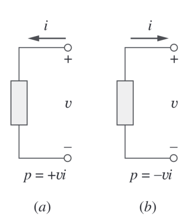

Fig. 3. Polaridades referenciais para potência usando a convenção do sinal passivo: (a) absorção de potência; (b) fornecimento de potência.

$$+\text{Potência absorvida} = -\text{Potência fornecida}$$

Na realidade, a lei da conservação da energia tem de ser obedecida em qualquer circuito elétrico. Por essa razão, a soma algébrica da potência em um circuito, a qualquer instante de tempo, deve ser zero:

$$\sum p = 0$$

A partir da Equação 5, a energia absorvida ou fornecida por um elemento do instante t_0 ao instante t é

$$\begin{aligned} w &= \int_{t_0}^{t} pdt \\ &= \int_{t_0}^{t} vidt \end{aligned} \tag{6}$$

A. *Exemplos*

1) Uma fonte de energia com uma corrente constante de 2 A força a passagem dessa corrente através de uma lâmpada por 10 s. Se forem liberados 2,3 kJ na forma de energia luminosa e calorífca, calcule a queda de tensão na lâmpada.

$$\begin{gathered} \Delta q = i\Delta t = 2 \cdot 10 = 20\,\text{C} \\ \text{A queda de tensão é} \\ = \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{2.3 \cdot 10^3}{20}\,\text{V} \\ = 115\,\text{V} \end{gathered}$$

2) Mover uma carga q do ponto a ao ponto b requer –30 J. Determine a queda de tensão v_{ab} se: (a) $q = 6$ C, (b) $q = -3$ C.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad v_{ab} &= \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{|-30|}{|6|}\,\text{V} \\ &= 5\,\text{V} \\ \text{(b)} \quad v_{ab} &= \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{|-30|}{|-3|}\,\text{V} \\ &= 10\,\text{V} \end{aligned}$$

3) Determine a potência fornecida para um elemento no instante $t = 3$ ms se a corrente que entra pelo terminal positivo for

$$i = 5\cos 60\pi t\,\text{A}$$

e a tensão for: (a) $v = 3i$, (b) $v = 3\frac{di}{dt}$.

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad \Delta p &= vi\,\text{W} \\
&= 3i \cdot 5\cos 60\pi t\,\text{W} \\
&= (15\cos 60\pi t)\cdot(5\cos 60\pi t)\,\text{W} \\
&= 75\cos^2 60\pi t\,\text{W} \\
&\text{em } t = 3 \text{ ms} \\
&= 75\cos^2 60\pi(3\cdot 10^{-3})\,\text{W} \\
&= 75\cos^2 0.18\,\text{W} \\
&= 53.46672343\,\text{W}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad \Delta p &= vi\,\text{W} \\
&= 3\frac{di}{dt}\cdot 5\cos 60\pi t\,\text{W} \\
&= (3(-60\pi)5\sin 60\pi t)\cdot(5\cos 60\pi t)\,\text{W} \\
&= (-900\pi\sin 60\pi t)\cdot(5\cos 60\pi t)\,\text{W} \\
&= -4500\pi\sin 60\pi t\cos 60\pi t\,\text{W} \\
&\text{em } t = 3 \text{ ms} \\
&= -4500\pi\sin 0.18\pi\cos 0.18\pi\,\text{W} \\
&= 6395.845547\,\text{W} \\
&= 6.395845547\,\text{kW}
\end{aligned}$$

4) Determine a potência fornecida para o elemento no exemplo anterior no instante $t = 5$ ms se a corrente permanecer constante e a tensão for: (a) $v = 2i$, (b) $v = (10 + 5\int_0^t idt)$.

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad \Delta p &= vi\,\text{W} \\
&= 2i\cdot 5\cos 60\pi t\,\text{W} \\
&= (10\cos 60\pi t)\cdot(5\cos 60\pi t)\,\text{W} \\
&= 50\cos^2 60\pi t\,\text{W} \\
&\text{em } t = 5 \text{ ms} \\
&= 50\cos^2 60\pi(5\cdot 10^{-3})\,\text{W} \\
&= 17.27457514\,\text{W}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad \Delta p &= vi\,\text{W} \\
&= \left(10 + 5\int_0^t i\,dt\right)\cdot 5\cos(60\pi t)\,\text{W} \\
&\text{em } t = 5 \text{ ms} \\
&= \left(10 + 5\int_0^{0.005} 5\cos(60\pi t)\,dt\right) \\
&\quad \cdot 5\cos(60\pi\cdot 0.005)\,\text{W} \\
&= \left(10 + 25\left[\frac{\sin(60\pi t)}{60\pi}\right]_0^{0.005}\right)\cdot 5\cos(0.3\pi)\,\text{W} \\
&= \left(10 + \frac{25}{60\pi}[\sin(0.3\pi) - \sin(0)]\right)\cdot 5\cdot 0.5878\,\text{W} \\
&= \left(10 + \frac{25}{60\pi}(0.8090 - 0)\right)\cdot 2.939\,\text{W} \\
&= (10 + 0.1073)\cdot 2.939\,\text{W} \\
&= 10.1073\cdot 2.939\,\text{W} \\
&= 29.7053547\,\text{W}
\end{aligned}$$

5) Quanta energia uma lâmpada de 100 W consome em duas horas?

$$\begin{aligned}
w &= pt \\
&= 100\text{W}\times 2\text{h}\times 60\text{min/h}\times 60\text{s/min} \\
&= 720000\,\text{J}
\end{aligned}$$

ou:

$$\begin{aligned}
w &= pt \\
&= 100\text{W}\times 2\text{h} \\
&= 200\,\text{Wh}
\end{aligned}$$

6) Um forno elétrico consome 15 A quando conectado a uma linha de 120 V. Quanto tempo leva para consumir 180 kJ?

$$\begin{aligned}
w &= pt \\
w &= vit \\
180000 &= 120\cdot 15t \\
180000 &= 1800t \\
t &= \frac{18000}{1800} \\
t &= 100\,\text{s}
\end{aligned}$$

VI. Resistência

No capítulo anterior, fora apresentado que aplicar uma tensão através de um fio ou circuito resulta em um fluxo de carga ou de corrente através do fio ou do circuito. Entretando, por que a corrente é mai intensa em alguns circuitos que em outros? O que determina o nível de corrente resultante de uma tensão em particular? A resposta está no fato de que há uma oposição ao fluxo de carga no sistema que depende dos componentes do circuito, sendo este chamado *resistência*, que tem unidades *ohms* (Ω).

Essa oposição, devido fundamentalmente a colisões e fricção entre os elétrons livres e outros elétrons, íons e átomos no curso do movimento, converte a energia elétrica fornecida em *calor*. Estas interações termodinâmicas dependem do material do resistor.

Assim podemos definir a resistência como:

$$R \triangleq \rho\frac{l}{A} \tag{7}$$

Sendo ρ a resistividade do material e sendo medidas a CM-Ω/pés, l sendo o comprimento do fio em pés e A a área da seção transversal ou em termos leigos a grossura do fio e é medido na unidade CM. Pode-se melhor visualizar tais grandezas na Figura 4.

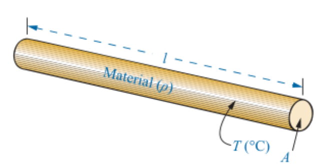

Fig. 4. Fatores que afetam a resistência de um condutor

VII. Exercícios

Agora que tens todos os conceitos e exemplos expostos anteriormente até o momento, chega a hora de resolver exercícios referentes aos conteúdos!

1) A corrente através de um elemento é ilustrada na Figura 5. Determine a carga total que passa pelo elemento em: (a) $t = 1$ s, (b) $t = 3$ s, (c) $t = 5$ s.

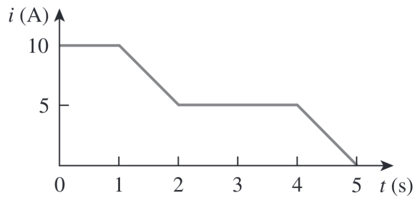

Fig. 5. Forma de onda da corrente

$$i(t) = \begin{cases} 10 \text{ A}, & 0 \le t < 1 \text{ s} \\ 10 - 5(t-1) \text{ A}, & 1 \le t < 2 \text{ s} \\ 5 \text{ A}, & 2 \le t < 4 \text{ s} \\ 5 - 6(t-4) \text{ A}, & 4 \le t \le 5 \text{ s} \end{cases}$$

(a) $Q = \int_0^1 10\,dt = 10\,\mathrm{C}$

(b) $Q = \int_0^1 10\,dt + \int_1^2 (10 - 5(t-1))\,dt + \int_2^3 5\,dt$
$= 10 + 7.5 + 5$
$= 22.5\,\mathrm{C}$

(c) $Q = \int_0^1 10\,dt + \int_1^2 (10 - 5(t-1))\,dt$
$+ \int_2^4 5\,dt + \int_4^5 (5 - 5(t-4))\,dt$
$= 10 + 7.5 + 10 + 2.5$
$= 30\,\mathrm{C}$

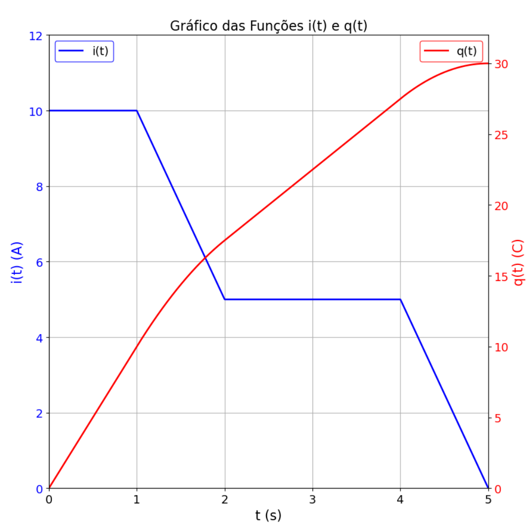

Fig. 6

2) A carga que entra em determinado elemento é mostrada na Figura 7. Determine a corrente em: (a) $t = 1$ ms, (b) $t = 6$ ms, (c) $t = 10$ ms,

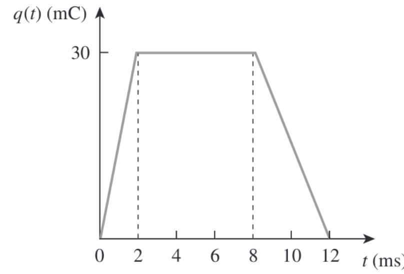

Fig. 7

$$q(t) = \begin{cases} 15t\,\mathrm{mC}, & 0 \le t < 2\,\mathrm{ms} \\ 30\,\mathrm{mC}, & 2 \le t < 10\,\mathrm{ms} \\ 30 - 15(t-10)\,\mathrm{mC}, & 10 \le t \le 12\,\mathrm{ms} \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 15\,\mathrm{mA}, & 0 < t < 2\,\mathrm{ms} \\ 0\,\mathrm{mA}, & 2 < t < 10\,\mathrm{ms} \\ -15\,\mathrm{mA}, & 10 < t < 12\,\mathrm{ms} \end{cases}$$

(a) $i(1\,\mathrm{ms}) = 15\,\mathrm{mA}$

(b) $i(6\,\mathrm{ms}) = 0\,\mathrm{mA}$

(c) $i(10\,\mathrm{ms}) = -15\,\mathrm{mA}$

3) A corrente que fui por um ponto em um dispositivo é mostrada na Figura 8. Calcule a carga total através do ponto.

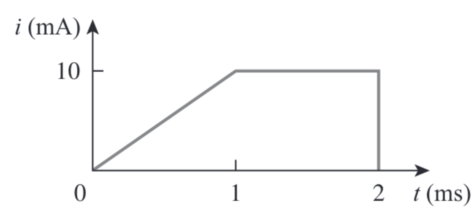

Fig. 8

$$i(t) = \begin{cases} 10t\,\mathrm{mC}, & 0 \le t < 1\,\mathrm{ms} \\ 10\,\mathrm{mC}, & 1 \le t < 2\,\mathrm{ms} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^1 10t\,dt + \int_1^2 10\,dt \\ &= 10\int_0^1 t\,dt + (20 - 10) \\ &= 10\frac{1}{2}\,dt + 10 \\ &= 5\,\mathrm{mC} + 10\,\mathrm{mC} \\ &= 15\,\mathrm{mC} \end{aligned}$$

4) As Figuras 9 e 10 mostram a corrente e a tensão em um dispositivo.

a) Esboce o gráfico da potência liberada para o dispositivo para $t > 0$.

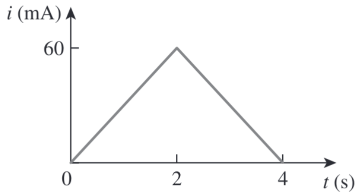

Fig. 9

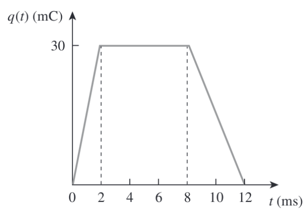

Fig. 10

$\rho(t) = v(t) \cdot i(t)$

Para $0 < t < 2$ s:

$\rho(t) = 5\,\mathrm{V} \times 30t\,\mathrm{mA} = 150t\,\mathrm{mW}$

Potência positiva e linear (dispositivo absorve energia).

Para $2 \leq t \leq 4$ s:

$$
\begin{aligned}
\rho(t) &= -5\,\mathrm{V} \times (120 - 30t)\,\mathrm{mA} \\
&= -600 + 150t\,\mathrm{mW}
\end{aligned}
$$

Potência negativa e linear (dispositivo fornece energia).

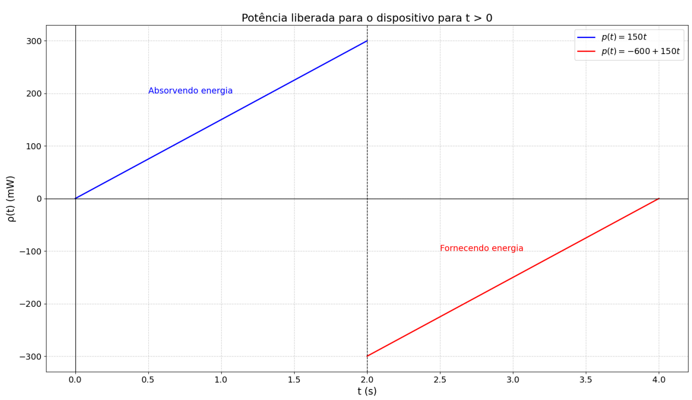

Fig. 11

b) Determine a energia total absorvida pelo dispositivo para o período $0 < t < 4$ s.

$$
\begin{aligned}
W &= \int_0^4 p(t)\,dt \\
&= \int_0^2 150t\,dt + \int_2^4 (-600 + 150t)\,dt \\
&= \left[75t^2\right]_0^2 + \left[-600t + 75t^2\right]_2^4 \\
&= 300\,\mathrm{mJ} - 300\,\mathrm{mJ} \\
&= 0\,\mathrm{mJ}
\end{aligned}
$$

Referências

[1] Charles K. Alexander **and** Matthew N. O. Sadiku. *Fundamentos de circuitos elétricos*. 3 **edition**. São Paulo, SP: McGraw-Hill, 2008, **pages** xxi, 901. ISBN: 9788585804977.

[2] William Hart Hayt Junior, Jack E. Kemmerly **and** Steven M. Durbin. *Análise de circuitos em engenharia*. 7 **edition**. São Paulo, SP: McGraw-Hill, 2008, **pages** xxii, 858. ISBN: 9788577260218.

[3] Robert L. Boylestad. *Introdução à análise de circuitos*. 12 **edition**. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012, **pages** xiii, 962. ISBN: 9788564574205.

[4] James A. Svoboda **and** Richard C. Dorf. *Introdução aos circuitos elétricos*. 9 **edition**. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2016, **pages** xx, 873. ISBN: 9788521630760.

[5] James William Nilsson **and** Susan A. Riedel. *Circuitos elétricos*. 10 **edition**. São Paulo, SP: Pearson Education do Brasil, 2016, **page** 873. ISBN: 9788543004785.

[6] J. David Irwin. *Análise de circuitos em engenharia*. 4 **edition**. São Paulo, SP: Makron Books, 2000, **pages** xvi, 848. ISBN: 8534606935.