

# Proposta de um Somador Completo Quântico Fotônico

Orleans C. V. Cardoso<sup>1</sup>, Gabriel M. de Andrade<sup>2</sup> e João Batista R. Silva<sup>3</sup>

**Resumo**— Neste trabalho, propomos a implementação de um somador completo quântico (QFA) em uma arquitetura fotônica baseada em estados coerentes e dispositivos de óptica linear. A proposta se apoia na plataforma reconfigurável *QPU X*, estendendo suas funcionalidades para operações aritméticas reversíveis. O circuito proposto realiza a operação de soma quântica de três qubits de entrada. A probabilidade de sucesso é de até 1/8. Em comparação com propostas anteriores, a solução aqui apresentada demonstra vantagens na simplicidade de implementação, robustez frente a perdas moderadas e compatibilidade com plataformas de óptica integrada, consolidando-se como passo relevante para circuitos aritméticos universais em arquiteturas quânticas fotônicas.

**Palavras-Chave**— Computação quântica fotônica, óptica linear, qubits de estados coerentes, somador completo quântico.

**Abstract**— In this work, we propose the implementation of a quantum full adder (QFA) in a photonic architecture based on coherent states and linear optical devices. The proposal builds upon the *QPU X* reconfigurable platform, extending its functionalities to reversible arithmetic operations. The circuit performs quantum addition of three input qubits, with a success probability of up to 1/8. Compared with previous proposals, the present solution shows advantages in terms of implementation simplicity, robustness against moderate losses, and compatibility with integrated optics platforms, establishing itself as a relevant step toward universal arithmetic circuits in photonic quantum architectures.

**Keywords**— Photonics quantum computing, linear optics, coherent-state qubits, quantum full adder.

## I. INTRODUÇÃO

A construção de somadores completos quânticos (*quantum full adders*, QFAs) é fundamental para circuitos aritméticos e sistemas de computação quântica eficientes, já que tais blocos constituem a base de operações complexas como aritmética modular e algoritmos de criptografia quântica.

Diferentemente dos somadores clássicos, o QFA deve preservar a reversibilidade imposta pela mecânica quântica, sendo geralmente implementado a partir de portas universais como CNOT, Toffoli e Fredkin. As primeiras arquiteturas de somadores quânticos, como os *ripple-carry adders* propostos por [1], [2], estabeleceram parâmetros de referência de complexidade e número de ancillae.

Paralelamente às propostas teóricas, diversas tecnologias físicas têm sido exploradas para implementar QFAs. No contexto de *quantum-dot cellular automata* (QCA), foram apresentados projetos que reduziram significativamente a área, consumo de energia e complexidade [3], [4]. Mais recentemente, abordagens spintrônicas propuseram o uso de uma

Departamento de Engenharia de Teleinformática (DETI), Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza - CE; e-mail: orleanscardoso@outlook.com<sup>1</sup>, gabrielm03@alu.ufc.br<sup>2</sup> e joaobrs@ufc.br<sup>3</sup>.

única porta Toffoli otimizada, aumentando a fidelidade em relação a projetos anteriores [5]. Em pontos quânticos, [6] introduziram QFAs baseados em portas Fredkin reversíveis, explorando maior eficiência energética e viabilidade experimental.

Entretanto, é no campo da fotônica que se encontram algumas das propostas mais promissoras. Em [7] apresentaram um QFA ultracompacto baseado em cavidades plasmônicas, com dimensões inferiores a 15  $\mu\text{m}$  e baixo consumo de potência, enquanto estruturas de cristais fotônicos 2D alcançaram áreas próximas a 72  $\mu\text{m}^2$  e velocidades da ordem de 0,5 THz [8]. Outras propostas exploraram o efeito Kerr em cristais fotônicos não lineares, atingindo tempos de resposta ultrarrápidos ( $\approx$  400 fs) [9], além de resonadores não lineares compactos que demonstraram robustez em faixas espectrais amplas [10]. Em silício fotônico, [11] projetaram um QFA baseado em microanéis resonadores, adequado a taxas de operação de gigabits por segundo.

A implementação de portas fundamentais em óptica linear também avança rapidamente, reforçando a viabilidade de somadores completos fotônicos. Fiurášek [12] propôs esquemas de Toffoli e Fredkin probabilísticos em óptica linear, enquanto Li et al. [13] demonstraram experimentalmente essas portas em chips fotônicos de silício, consolidando o caminho para QFAs integrados. Esses trabalhos mostram que a computação quântica fotônica é uma candidata natural à realização prática de circuitos aritméticos quânticos.

Apesar desses avanços, a maioria das propostas ópticas permanece parcialmente clássica, não explorando totalmente a reversibilidade quântica ou o uso de estados coerentes de luz como codificação [14]. Nesse sentido, a computação baseada em estados coerentes surge como alternativa promissora às implementações com fôtons únicos. Estados coerentes apresentam maior robustez frente a perdas moderadas, podem ser gerados e manipulados de forma mais simples [15] e se integram naturalmente a dispositivos ópticos lineares, como divisores de feixe e moduladores de fase [16].

Neste trabalho, propomos a extensão da arquitetura *QPU X* [17], recentemente introduzida como uma plataforma baseada em estados coerentes e óptica linear, para a implementação de um QFA fotônico. Nossa proposta apresenta um hardware óptico único para realizar a soma quântica de três qubits de entrada e gerar, de forma probabilística, os estados de saída correspondentes à soma (*sum*) e ao *carry-out*. Portanto, este estudo teórico busca contribuir para o avanço da computação quântica fotônica contínua, fornecendo um caminho concreto para a integração de circuitos aritméticos universais em arquiteturas escaláveis.

## II. SOMADOR COMPLETO QUÂNTICO

O somador completo é um componente fundamental da aritmética digital, realizando a soma de dois bits  $A$  e  $B$ , juntamente com o bit de entrada *carry-in* ( $C_{in}$ ). O resultado é composto pelo bit *sum* ( $S$ ) e pelo *carry-out* ( $C_{out}$ ). Em que:

$$S = A \oplus (B \oplus C_{in}), \quad (1)$$

$$C_{out} = A \cdot B + (A \oplus B) \cdot C_{in}. \quad (2)$$

No caso clássico, o circuito não é reversível. Entretanto, para que possa ser implementado em um computador quântico, o somador completo deve ser convertido em uma versão reversível, isto é, todas as entradas devem poder ser recuperadas a partir das saídas [1]. Para isso, introduz-se um registrador auxiliar  $D$  que armazena temporariamente o resultado intermediário da operação.

Uma representação do somador completo quântico (QFA) é mostrado na Figura 1 como uma porta  $4 \times 4$ . E a tabela-verdade correspondente a essa porta é apresentada na Tabela I.

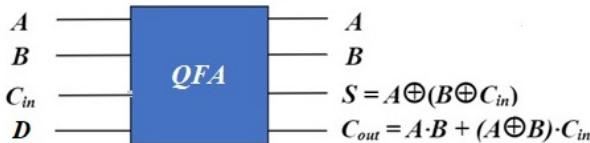


Fig. 1. Representação do somador completo quântico.

TABELA I

TABELA-VERDADE DO SOMADOR COMPLETO QUÂNTICO.

$A$	$B$	$C_{in}$	$D$	$A$	$B$	$S$	$C_{out}$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

A partir desta formulação, o circuito do QFA pode ser implementado utilizando apenas cinco portas controladas, três *C-NOT* e duas *Toffoli*, conforme mostrado na Figura 2. Essa construção é essencial para a expansão em cascata, permitindo conectar diversos somadores completos em série para formar somadores de  $n$  bits, com o transporte final propagado ao último estágio [2].

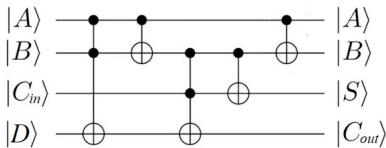


Fig. 2. Circuito equivalente do QFA usando apenas portas *C-NOT* e *Toffoli*.

## III. QUBITS FOTÔNICOS E DISPOSITIVOS BASEADOS EM ÓPTICA LINEAR

Uma maneira utilizada para representar qubits fotônicos é por meio dos estados coerentes da luz. Esses estados possuem

a propriedade fundamental de serem autoestados do operador de aniquilação  $\hat{a}$ , associados a um autovalor complexo  $\alpha$  tal que  $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ . Introduzidos originalmente por R. J. Glauber em 1963 [15], os estados coerentes podem ser expandidos na base de Fock,  $|n\rangle$ , também chamada de base de número de fôtons. Assim, tem-se:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (3)$$

Na computação quântica, os qubits lógicos devem obedecer ao princípio de ortogonalidade, o que assegura a distinguibilidade dos estados e, consequentemente, a fidelidade no processamento da informação. Para estados coerentes  $|\alpha\rangle$  e  $|\beta\rangle$ , a sobreposição é dada por:

$$|\langle \alpha | \beta \rangle|^2 = e^{-|\alpha - \beta|^2}. \quad (4)$$

Portanto, quanto mais próximo de zero for em (4), mais distinguíveis se tornam os estados. Em protocolos de computação com estados coerentes, é comum adotar a codificação lógica  $|0\rangle_L = |- \alpha\rangle$  e  $|1\rangle_L = |\alpha\rangle$ , com  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $|\alpha|^2 \geq 4$  [14].

Sendo assim, quando dois estados coerentes  $|\alpha\rangle$  e  $|\beta\rangle$  passam por um divisor de feixe balanceado (BS), como ilustrado na Fig. 3a, a transformação é descrita por [14]:

$$|\alpha, \beta\rangle_{12} \xrightarrow{BS} \left| \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}}, \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{2}} \right\rangle_{1'2'}. \quad (5)$$

De forma análoga, a interação de um estado coerente com um deslocador de fase  $PS(\phi)$  resulta na adição de uma fase  $\phi$  ao parâmetro coerente, como mostrado na Fig. 3b:

$$|\alpha\rangle_1 \xrightarrow{PS(\phi)} |e^{j\phi}\alpha\rangle_{1'}. \quad (6)$$

Em particular, quando  $\phi = \pi$ , o dispositivo atua como uma porta lógica NOT ( $X$ ) sobre qubits codificados em estados coerentes [14], [17].

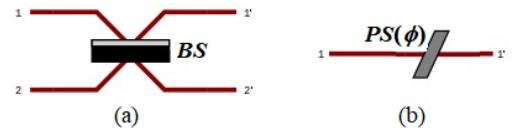


Fig. 3. Dispositivos ópticos: (a) divisor de feixes balanceado (BS) e (b) deslocador de fase (PS).

## IV. HARDWARE ÓPTICO PROPOSTO PARA O QFA

A proposta de hardware óptico capaz de implementar a QFA mostrada na Figura 1, usando apenas dispositivos baseados em óptica linear, é apresentado na Figura 4a e foi obtido a partir de *QPU X* proposto em [17].

Esse sistema óptico é composto por onze BS's onde ocorrem as interferências entre os feixes de luz (estados coerentes), dois PS's e dois fotodetectores ( $D_1$  e  $D_2$ ) que permitirão, conforme as medições realizadas, projetar operações lógicas entre os estados de entradas (0, 1, 4 e 5) nas saídas (0', 1', 2' e 5'). A partir da Figura 4a obtém-se uma porta  $4 \times 4$ , conforme mostrado na Figura 4b que representa o QFA proposto.

Na Figura 4a, as entradas enumeradas por 0, 1, 4 e 5 são, respectivamente, as entradas de informação representadas

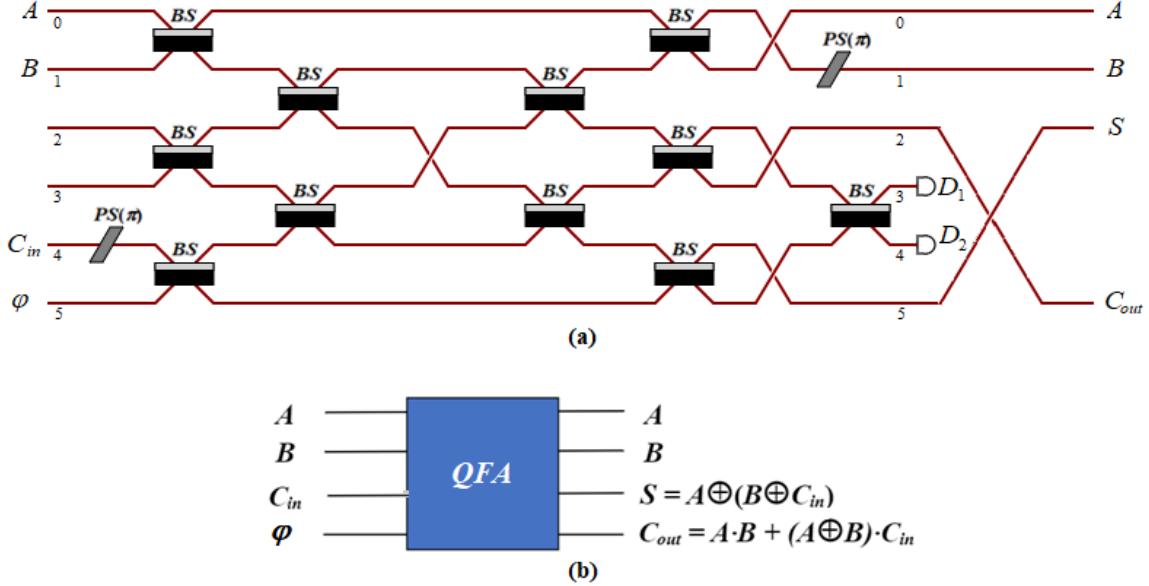


Fig. 4. (a) Sistema óptico proposto do QFA. (b) Representação da porta 4x4 do QFA.

pelos qubits de estados coerentes  $|A\rangle_0 = N_A(a_0|-\alpha\rangle + a_1|\alpha\rangle)$ ,  $|B\rangle_1 = N_B(b_0|-\alpha\rangle + b_1|\alpha\rangle)$ ,  $|C_{in}\rangle_4 = N_C(c_0|-\alpha\rangle + c_1|\alpha\rangle)$  e  $|\varphi\rangle_5 = N(|-\alpha\rangle + |\alpha\rangle)$ , e as demais entradas (2 e 3) são qubits auxiliares do tipo  $|\phi\rangle = N(|-\alpha\rangle + |\alpha\rangle)$ , onde  $N$ 's são as constantes de normalização. Assim, o estado de entrada,  $|\psi_{in}\rangle = |A\rangle_0|B\rangle_1|\phi\rangle_2|\phi\rangle_3|C_{in}\rangle_4|\varphi\rangle_5$ , é dado por:

$$\begin{aligned} |\psi_{in}\rangle = & N_A N_B N_C (a_0 b_0 c_0 |-\alpha, -\alpha, -\alpha\rangle + \\ & a_0 b_0 c_1 |-\alpha, -\alpha, \alpha\rangle + \\ & a_0 b_1 c_0 |-\alpha, \alpha, -\alpha\rangle + \\ & a_0 b_1 c_1 |-\alpha, \alpha, \alpha\rangle + \\ & a_1 b_0 c_0 |\alpha, -\alpha, -\alpha\rangle + \\ & a_1 b_0 c_1 |\alpha, -\alpha, \alpha\rangle + \\ & a_1 b_1 c_0 |\alpha, \alpha, -\alpha\rangle + \\ & a_1 b_1 c_1 |\alpha, \alpha, \alpha\rangle)_{014} |\varphi\rangle_5 |\phi, \phi\rangle_{23}. \end{aligned} \quad (7)$$

Após esse estado (7) evoluir pelo sistema óptico, obtém-se o seguinte estado (não normalizado) na saída (antes das medições), estado  $|\psi_{out}\rangle$ :

$$\begin{aligned} |\psi_{out}\rangle \approx & \frac{1}{2\sqrt{2}} |\psi\rangle_{0'1'2'5'} |0, \pm\sqrt{2}\alpha\rangle_{3'4'} \\ & + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{2}} |\psi_u\rangle_{0'1'2'3'4'5'}, \end{aligned} \quad (8)$$

onde

$$\begin{aligned} |\psi\rangle \approx & a_0 b_0 c_0 |-\alpha, -\alpha, -\alpha, -\alpha\rangle + a_0 b_0 c_1 |-\alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha\rangle \\ & + a_0 b_1 c_0 |-\alpha, \alpha, \alpha, -\alpha\rangle + a_0 b_1 c_1 |-\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha\rangle \\ & + a_1 b_0 c_0 |\alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha\rangle + a_1 b_0 c_1 |\alpha, -\alpha, -\alpha, \alpha\rangle \\ & + a_1 b_1 c_0 |\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha\rangle + a_1 b_1 c_1 |\alpha, \alpha, \alpha, \alpha\rangle \end{aligned} \quad (9)$$

é o estado desejado na saída, obtido após a medição quando houver detecção apenas no detector  $D_2$ . Caso contrário, o

sistema falha e o estado na saída será  $|\psi_u\rangle_{0'1'2'5'}$ . Logo, notase em (8) que a probabilidade de obter o estado (9) é de, aproximadamente, 1/8 e corresponde à saída do QFA conforme mostrado na Tabela I.

Em comparação com as propostas discutidas na Seção I, a arquitetura de QFA aqui apresentada destaca-se por utilizar exclusivamente dispositivos de óptica linear e qubits codificados em estados coerentes, diferentemente de abordagens anteriores baseadas em QCA [3], [4], spintrônica [5] ou pontos quânticos [6], que embora eficientes em termos de área e consumo energético, apresentam limitações de escalabilidade e integração em plataformas fotônicas. No contexto de soluções ópticas, propostas baseadas em cavidades plasmônicas [7], cristais fotônicos [8], [9] e ressonadores não lineares [10], [11] oferecem alta velocidade e compactade, mas dependem de efeitos não lineares difíceis de controlar em larga escala.

Já os esquemas probabilísticos de portas Toffoli e Fredkin em óptica linear [12], posteriormente demonstrados em chips de silício [13], abrem caminho para circuitos quânticos fotônicos reversíveis, mas não exploram diretamente a robustez e simplicidade de manipulação dos estados coerentes.

Assim, a principal vantagem da proposta atual está na natural compatibilidade dos estados coerentes com óptica linear, que possibilita um design mais simples e potencialmente mais robusto frente a perdas moderadas, ainda que à custa de uma eficiência probabilística ( $\approx 1/8$ ) que, embora inferior a alguns esquemas determinísticos, mantém-se competitiva em arquiteturas escaláveis baseadas na *QPU X* [16].

## V. APLICAÇÕES

O QFA possui aplicações relevantes em diferentes áreas da computação quântica e fotônica. Primeiramente, destaca-se sua função como bloco fundamental em circuitos aritméticos quânticos. Ele pode ser utilizado em somadores ripple-carry para operações de  $n$ -bits e como componente em unidades

lógicas aritméticas (ALUs) quânticas, além de possibilitar a construção de multiplicadores e operações mais complexas [1], [2].

Outra aplicação importante ocorre em algoritmos de criptografia quântica e de fatoração. O QFA é essencial para a implementação de operações aritméticas modulares, presentes em protocolos de chave pública e, principalmente, no algoritmo de Shor [18], [19].

No contexto da computação quântica fotônica integrada, o QFA pode ser implementado em plataformas de óptica integrada, favorecendo escalabilidade e integração em processadores quânticos baseados em estados coerentes, bem como em redes distribuídas de informação quântica [20], [21].

Além disso, o QFA encontra aplicações em simulação quântica e cálculos científicos, como em simulações moleculares e algoritmos variacionais para otimização, que demandam operações aritméticas precisas [22], [23].

No processamento de sinais quânticos, o QFA pode ser aplicado na transformada quântica de Fourier (QFT), em filtros quânticos e em protocolos de correção de erros, que utilizam manipulações aritméticas de estados quânticos [24]–[26].

Por fim, destaca-se sua aplicabilidade em arquiteturas híbridas clássico-quânticas, onde o QFA pode servir como interface entre processamento clássico e quântico, com relevância em sistemas neuromórficos quânticos e em algoritmos para a era NISQ (*Noisy Intermediate-Scale Quantum*) [27], [28].

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, propusemos a implementação de um somador completo quântico (QFA) em uma arquitetura fotônica baseada em estados coerentes e dispositivos de óptica linear, estendendo a plataforma QPU X para operações aritméticas reversíveis.

O circuito proposto realiza a soma de três qubits de entrada, alcançando probabilidade de sucesso de até 1/8, o que é compatível com a natureza probabilística de arquiteturas fotônicas lineares.

Em comparação com propostas anteriores baseadas em cavidades plasmônicas, cristais fotônicos, ressonadores não lineares, QCA ou pontos quânticos, a solução aqui apresentada destaca-se pela simplicidade de implementação, pela robustez frente a perdas moderadas e pela compatibilidade natural com tecnologias de óptica integrada.

Além de validar a viabilidade de um QFA em estados coerentes, o presente trabalho contribui para consolidar a aritmética quântica fotônica como elemento fundamental no desenvolvimento de arquiteturas quânticas escaláveis.

Como perspectivas futuras, destacam-se a incorporação de técnicas de feed-forward e multiplexação temporal para aumentar a eficiência, bem como a extensão da abordagem a outros blocos aritméticos, como multiplicadores e unidades lógicas aritméticas quânticas. Dessa forma, este estudo representa um passo relevante em direção à implementação prática de circuitos universais em computação quântica fotônica.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil

(CAPES) - Código de Financiamento 001, do CNPq, da Funcap e do INCT-IQ.

## REFERÊNCIAS

- [1] V. Vedral, A. Barenco, and A. Ekert, “Quantum networks for elementary arithmetic operations,” *Physical Review A*, vol. 54, no. 1, pp. 147–153, 1996.
- [2] S. A. Cuccaro, T. G. Draper, S. A. Kutin, and D. P. Moulton, “A new quantum ripple-carry addition circuit,” *arXiv preprint quant-ph/0410184*, 2004.
- [3] B. Sen, A. Rajoria, and B. K. Sikdar, “Design of efficient full adder in quantum-dot cellular automata,” *The Scientific World Journal*, vol. 2013, no. 1, p. 250802, 2013.
- [4] E. Taherkhani, M. H. Moaiyeri, and S. Angizi, “Design of an ultra-efficient reversible full adder-subtractor in quantum-dot cellular automata,” *Optik*, vol. 142, pp. 557–563, 2017.
- [5] A. Kulkarni, M. Haghparast, and B. K. Kaushik, “Optimization and performance investigation of 1-toffoli gate quantum full adders for spin-torque-based n-qubit architecture,” *Optical and Quantum Electronics*, vol. 56, no. 1, p. 14, 2024.
- [6] J. P. Moutinho, M. Pezzutto, S. S. Pratapsi, F. F. da Silva, S. De Franceschi, S. Bose, A. T. Costa, and Y. Omar, “Quantum dynamics for energetic advantage in a charge-based classical full adder,” *PRX Energy*, vol. 2, no. 3, p. 033002, 2023.
- [7] J. Xie, X. Niu, X. Hu, F. Wang, Z. Chai, H. Yang, and Q. Gong, “Ultracompact all-optical full-adder and half-adder based on nonlinear plasmonic nanocavities,” *Nanophotonics*, vol. 6, no. 5, pp. 1161–1173, 2017.
- [8] A.-M. Vali-Nasab, A. Mir, and R. Talebzadeh, “Design and simulation of an all optical full-adder based on photonic crystals,” *Optical and Quantum Electronics*, vol. 51, no. 5, p. 161, 2019.
- [9] M. Maleki, A. Mir, and M. Soroosh, “Designing an ultra-fast all-optical full-adder based on nonlinear photonic crystal cavities,” *Optical and Quantum Electronics*, vol. 52, no. 4, p. 196, 2020.
- [10] S. Naghizade and H. Saghaei, “A novel design of fast and compact all-optical full-adder using nonlinear resonant cavities,” *Optical and Quantum Electronics*, vol. 53, no. 5, p. 262, 2021.
- [11] F. K. Law, M. R. Uddin, C. C. Teo, and B. Nakarmi, “Digital electro-optic full adder design and simulation,” *Optical and Quantum Electronics*, vol. 52, no. 5, p. 258, 2020.
- [12] J. Fiurášek, “Linear-optics quantum toffoli and fredkin gates,” *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*, vol. 73, no. 6, p. 062313, 2006.
- [13] Y. Li, L. Wan, H. Zhang, H. Zhu, Y. Shi, L. K. Chin, X. Zhou, L. C. Kwek, and A. Q. Liu, “Quantum fredkin and toffoli gates on a versatile programmable silicon photonic chip,” *npj Quantum Information*, vol. 8, no. 1, p. 112, 2022.
- [14] J. B. R. Silva and R. V. Ramos, “Smart generation of a tripartite ghz-type state for coherent state qubit,” *Optics Communications*, vol. 281, no. 9, p. 2705, 2008.
- [15] R. J. Glauber, “The quantum theory of optical coherence,” *Physical Review*, vol. 130, no. 6, p. 2529, 1963.
- [16] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, “A scheme for efficient quantum computation with linear optics,” *Nature*, vol. 409, no. 6816, p. 46, 2000.
- [17] A. F. Aguiar, O. C. V. Gomes, G. F. Leite, and J. B. R. Silva, “Uma proposta de qpu fotônica para qubits de estados coerentes,” *Tecnologia & Cultura (CEFET/RJ)*, vol. 2025, pp. 45–48, 2025.
- [18] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, “Quantum cryptography,” *Reviews of modern physics*, vol. 74, no. 1, pp. 145–195, 2002.
- [19] P. W. Shor, “Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer,” *SIAM review*, vol. 41, no. 2, pp. 303–332, 1999.
- [20] J. Wang, F. Sciarrino, A. Laing, and M. G. Thompson, “Integrated photonic quantum technologies,” *Nature Photonics*, vol. 14, no. 5, pp. 273–284, 2020.
- [21] J. Carolan, C. Harrold, C. Sparrow, E. Martín-López, N. J. Russell, J. W. Silverstone, P. J. Shadbolt, N. Matsuda, M. Oguma, M. Itoh, G. D. Marshall, M. G. Thompson, J. C. Matthews, T. Hashimoto, J. L. O’Brien, and A. Laing, “Universal linear optics,” *Science*, vol. 349, no. 6249, pp. 711–716, 2015.
- [22] A. Aspuru-Guzik, A. D. Dutoi, P. J. Love, and M. Head-Gordon, “Simulated quantum computation of molecular energies,” *Science*, vol. 309, no. 5741, pp. 1704–1707, 2005.

- [23] M. Cerezo, A. Arrasmith, R. Babbush, S. C. Benjamin, S. Endo, K. Fujii, J. R. McClean, K. Mitarai, X. Yuan, L. Cincio, and P. J. Coles, “Variational quantum algorithms,” *Nature Reviews Physics*, vol. 3, no. 9, pp. 625–644, 2021.
- [24] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum computation and quantum information*. Cambridge university press, 2010.
- [25] D. Gottesman, “An introduction to quantum error correction and fault-tolerant quantum computation,” in *Quantum information science and its contributions to mathematics*. American Mathematical Society, 2010, pp. 13–58.
- [26] S. Armaghani and A. Rostami, “Implementation of the quantum full-adder algorithm using integrated optics,” *Optics Express*, vol. 33, no. 12, pp. 26 517–26 528, 2025.
- [27] J. Preskill, “Quantum computing in the nisq era and beyond,” *Quantum*, vol. 2, p. 79, 2018.
- [28] K. Bharti, A. Cervera-Lierta, T. H. Kyaw, T. Haug, S. Alperin-Lea, A. Anand, M. Degroote, H. Heimonen, J. S. Kottmann, T. Menke, W.-K. Mok, S. Sim, D. Stechel, R. Sun, S. Sun, R. Sze, K. C. Tan, S. Tao, P. Thummel, A. Torres, T. Volkoff, N. Yoshioka, and A. Aspuru-Guzik, “Noisy intermediate-scale quantum (nisq) algorithms,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 94, no. 1, p. 015004, 2022.