

Quantum Annealing e Simulated Annealing

Confronto tra meta-euristica classica e fenomeno quantistico

Gabriele Brizio
Domanda 3.2
Algoritmi e Complessità

Obiettivo del confronto

Analizzare la relazione tra:

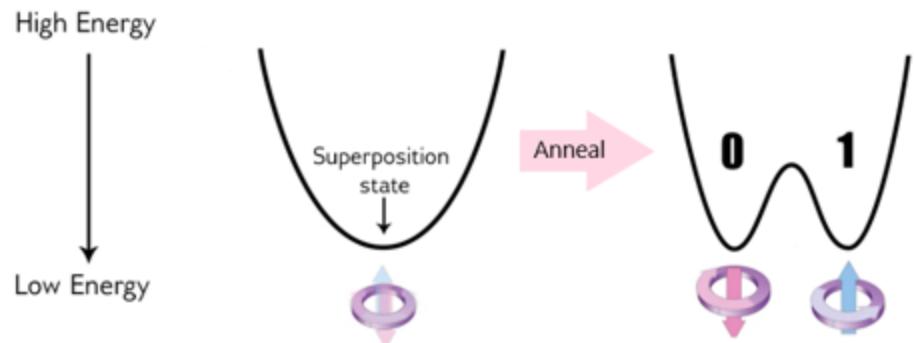
1. **Simulated Annealing (SA)**: Una meta-euristica classica eseguita su architetture standard (von Neumann)
2. **Quantum Processing Unit (QPU)**: Un dispositivo fisico che computa sfruttando il fenomeno del Quantum Annealing (QA)

Punto di contatto:

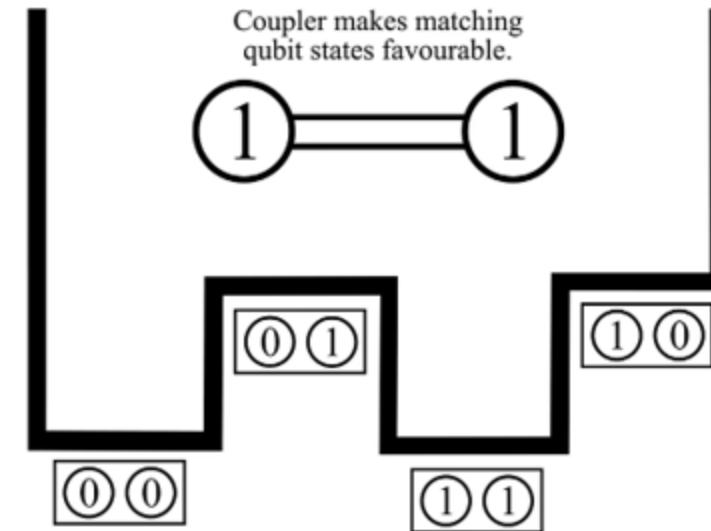
Entrambi i metodi cercano il minimo globale in un **Energy Landscape** complesso (spazio delle soluzioni), ma utilizzano meccanismi fisici e matematici radicalmente diversi per esplorarlo ed evitare i minimi locali

QuBit

All'inizio del processo, il qubit si trova in uno stato di **sovraposizione**. Quando il processo procede viene sollevata una barriera energetica che separa l'energia minima singola in due valli.



Si collegano i qubit insieme in maniera tale che essi possano influenzarsi a vicenda, attraverso un **accoppiatore**.



Simulated Annealing (SA)

L'analogia termica

Il SA simula il processo di raffreddamento lento di un metallo (ricottura) per raggiungere una struttura cristallina ordinata (minima energia).

Il meccanismo è un **random walk** (cammino casuale) nello spazio degli stati:

- Esiste una "Temperatura" T che decresce nel tempo ($T \rightarrow 0$).
- Se un vicino n migliora l'energia ($E(n) < E(x)$), viene accettato.
- Se n peggiora l'energia ($E(n) > E(x)$), può essere comunque accettato con probabilità:

$$P = e^{-\frac{E(n)-E(x)}{t}}$$

Scopo: Accettare stati peggiori permette di "risalire la collina" per uscire da minimi locali.

QPU & Quantum Annealing (QA)

Computazione-come-Hamiltoniana

In una QPU, il calcolo non è un algoritmo discreto, ma l'evoluzione fisica di un sistema descritto da una **Hamiltoniana** dipendente dal tempo $t \in [0, 20\mu s]$:

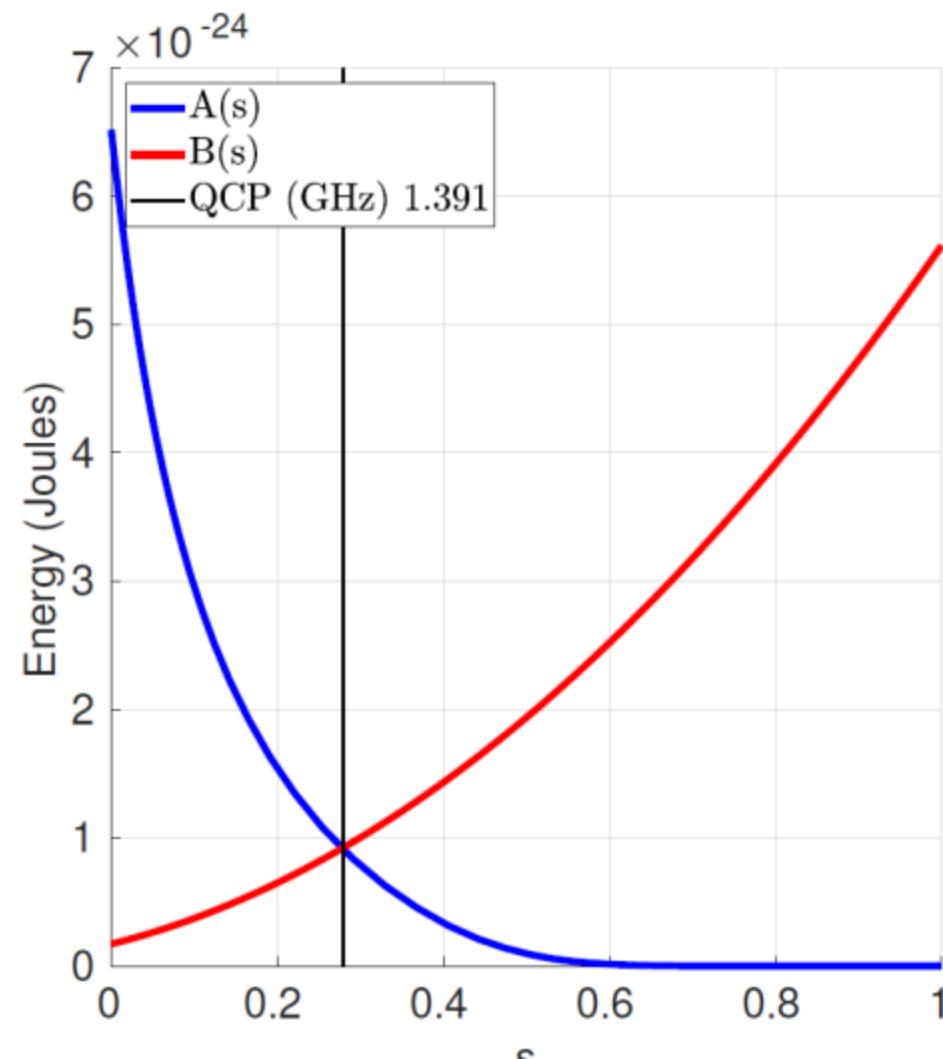
$$H(t) = A(t) \cdot H_{init} + B(t) \cdot H_{problem}$$

- H_{init} (Tunneling): Crea uno stato di **superposition** equiprobabile (tutti gli stati sovrapposti).
- $H_{problem}$ (Problema): Codifica il problema (es. QUBO/Ising) e definisce il panorama energetico finale.
- $A(t)$ e $B(t)$: Funzioni di controllo che gestiscono la transizione.

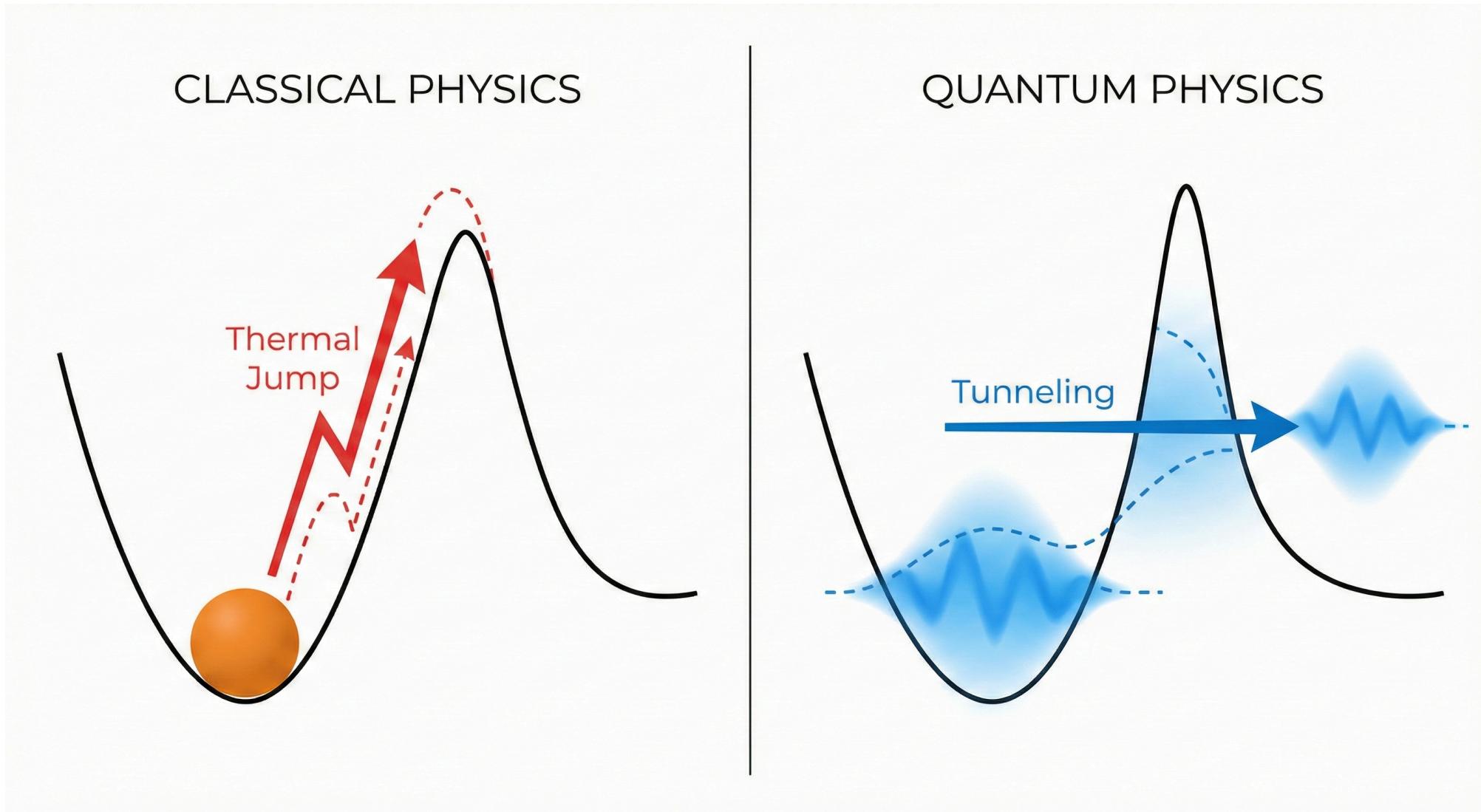
L'evoluzione dell'annealing quantistico

Al tempo $t = 0$, domina $A(t)$: il sistema è in uno stato "neutro" e delocalizzato (sovraposizione quantistica).

Al tempo $t = \text{fine}$, domina $B(t)$: il sistema collassa in uno stato classico (bit 0 o 1) che rappresenta la soluzione.



Differenze: superamento delle barriere



Thermal Jump vs. Quantum Tunneling

Come fa il sistema a sfuggire a un minimo locale (una "buca" nell'energy landscape) per raggiungere il minimo globale?

Simulated Annealing (Classico)

Salto Termico: Deve avere abbastanza energia ("temperatura") per scavalcare la barriera di potenziale.

Lento su barriere alte e strette.

Quantum Annealing (QPU)

Tunneling Quantistico: Attraversa la barriera "passandoci attraverso". La probabilità di tunneling dipende dall'ampiezza e non (solo) dall'altezza della barriera.

Efficace su barriere alte e strette ("spikes").

Differenze: esplorazione dello spazio

Random Walk vs. Superposition

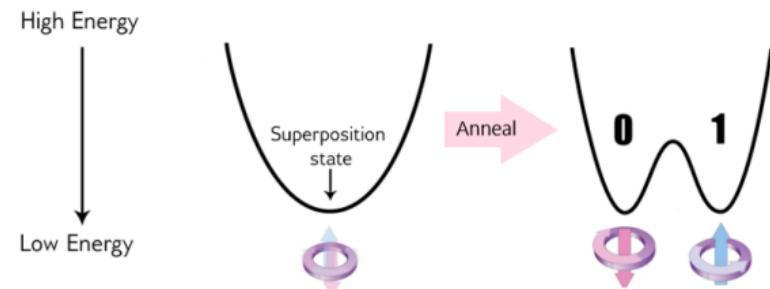
Simulated Annealing:

Processo sequenziale. Esamina un vicino alla volta. Il "punto" che esplora il grafico si muove passo dopo passo.

Quantum Annealing:

Processo parallelo (intrinseco). Grazie alla superposition (sovraposizione), lo stato iniziale del sistema (definito da H_{init}) "occupa" simultaneamente tutti i possibili stati con equa probabilità.

L'evoluzione simultanea di n qbit fortemente connessi esplora 2^n configurazioni classiche.



Relazione formale SA - QA

Possiamo vedere il SA come una simulazione "semplificata" del QA:

1. Inizializzazione:

- QA: H_{init} pone il sistema in sovrapposizione equiprobabile ($1/\sqrt{2^n}$ ampiezza per ogni stato).
- SA: La scelta casuale del nodo di partenza approssima questa equiprobabilità.

2. Evoluzione:

- QA: Transizione fluida guidata da $A(t)$ e $B(t)$.
- SA: Random walk sul grafo completo degli stati. Il decrescere della temperatura T simula la dominanza progressiva di $H_{problem}$ su H_{init} .

Implementazione pratica (Ocean SDK)

Dal punto di vista dello sviluppatore, la differenza è astratta dal framework D-Wave Ocean. Lo stesso modello **BQM** (Binary Quadratic Model) può essere risolto da entrambi:

- **SimulatedAnnealingSampler** : Esegue l'algoritmo classico (CPU). Utile per debug e confronto.
- **DWaveSampler** : Invia il problema alla QPU fisica (Quantum). Sfrutta il minor-embedding per mappare il grafo logico sui qbit fisici.

I risultati sono confrontabili in termini di energia minima trovata, ma ottenuti attraverso processi fisici totalmente diversi.

Conclusioni

SA è una euristica che sfrutta il "rumore termico" simulato per non rimanere "intrappolati".

QA sfrutta la meccanica quantistica (Tunneling + Superposition) per filtrare lo spazio delle soluzioni.

La QPU opera come un "setaccio": parte da tutto lo spazio possibile e, attraverso il controllo dei campi magnetici ($H_{problem}$), rende progressivamente più probabili gli stati a bassa energia.