

Entrega 2

A)

a)

$$\hat{y} = \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_0$$

$$y_i = \beta_1 x_i + \beta_0 + \epsilon$$

$$sq = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\frac{dsq}{da} = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{dsq}{d\hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0 x_i) = 0$$

$$\frac{-2 \sum_{i=1}^n y_i}{2n} + \frac{2 \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_1}{2n} + \frac{2 \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0 x_i}{2n} = \frac{0}{2n}$$

$$-\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\beta}_1}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0 x_i}{n} = 0$$

$$\downarrow$$

$$-\bar{y} + \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_0 \bar{x} = 0$$

$$\boxed{\hat{\beta}_1 = \bar{y} - \hat{\beta}_0 \bar{x}}$$

$\bar{y} = \text{média amostral}$
 $\bar{x} = \text{média amostral}$

$$\textcircled{1} \frac{dsq}{da} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y} + \hat{\beta}_0 \bar{x} - \hat{\beta}_0 x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i (y_i - \bar{y}) + x_i \hat{\beta}_0 (\bar{x} - x_i)) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y}) + \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i (\bar{x} - x_i) = 0$$

$$\boxed{\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i (\bar{x} - x_i)}}$$

B) É possível supor que os erros e_i na resolução acima possui uma distribuição normal padrão de média μ / valor esperado igual à 0. Além disso, os erros possuem variância σ^2 desconhecida e constante (existe homoscedasticidade) e não possuem correlação, ou seja, $Corr(X, Y) = Cov \frac{(X, Y)}{(DP(X)DP(Y))} = 0$. É possível checar, na prática, que tais suposições são verdadeiras fazendo a análise dos resíduos, verificando se esta possui σ^2 constante, é linear, não possui pontos fora da curva (outlier), ou que possui alguma independência.

C) Os testes de hipótese ficam desta forma:

$$H_0: \beta_1 = 0 \rightarrow \text{não há relação entre } x \text{ e } y$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \rightarrow \text{há relação entre } x \text{ e } y$$

A rejeição de H_0 mostra que existe uma relação entre x e y . A não rejeição, por outro lado, mostra que não existe uma relação entre x e y .

D) Sim, é possível fazer uma regressão múltipla (regressão com mais de duas variáveis explicativas). A equação que descreve a regressão múltipla é:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i1} - \beta_2 x_{i2} \dots \beta_p x_{ip})^2$$

Quanto as suposições: elas são exatamente iguais às da regressão linear simples.

No caso da regressão múltipla, é feito um teste de hipótese para cada variável explicativa.