

# अंकीय तर्क विधि

गाडेपल्लि वेंकट विश्वनाथ शर्मा \*

Contents	Reduced Seven Segment Display Table	समानायनिक सप्तांश प्रदर्शी
नामकरण	1	सारणी
1 सप्तांश प्रदर्शी	1	सत्य सारणी
2 परवर्ती गूढवाचक	1	चर
3 प्रदर्शी गूढवाचक	2	सत्यापित
4 कार्नो मानचित्र	3	
4.1 परवर्ती गूढवाचक . . . . .	3	
4.2 प्रदर्शी गूढवाचक . . . . .	4	
5 अचिन्त्य अवस्था	6	
5.1 परवर्ती गूढवाचक . . . . .	6	

सार—यह आलेख पाठकों को एक सरल विधि से अंकीय तर्क से अवगत करने का प्रयास है।

a	b	c	d	e	f	g	decimal
1	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	0	2

TABLE 1.2.1

नामकरण	
Axiom	अभिगृह
Binary	द्विआधारी
Boolean Algebra	बूलीय बीजगणित
Code	गूढ
Cominational Logic	संयोजक तर्क
Decoder	गूढवाचक
Derive	व्युत्पन्न
Equation	समीकरण
Execute	निष्पादित
Expression	व्यंजक
Figure	आकृति
Implicant	विवक्षक
Incrementing	परवर्ती
Input	आगत
Karnaugh Map	कार्नो मानचित्र
LED	प्रकाश उत्सर्जक यंत्र
Minimize	कनिष्ठीकरण
Output	निर्गत
Program	प्रोग्रामन

## 2 परवर्ती गूढवाचक

- 2.1. परवर्ती गूढवाचक में आगत दशमलव अंक 0, 1, ..., 9 द्वारा धारणी संख्या रूप में हैं एवं परवर्ती संख्या निर्गत है। सारणी 2.1.1 में अनुरूप सत्य सारणी उपलब्ध है।
- 2.2. सारणी 2.1.1 में निर्गत चर A, आगत शब्द ZYXW = 0000, 0010, 0100, 0110, 1000 के लिए सत्य हैं।
- 2.3. बूलीय तर्कानुसार सारणी 2.1.1 में निर्गत चर A, B, C एवं D को आगत चर W, X, Y, Z के द्वारा निम्न रूप से व्यक्त किया जा सकता है

$$A = W'X'Y'Z' + W'XY'Z' + W'X'YZ' + W'XYZ' + W'X'Y'Z \quad (2.3.1)$$

$$B = WX'Y'Z' + W'XY'Z' + WX'YZ' + W'XYZ' \quad (2.3.2)$$

$$C = WXY'Z' + W'X'YZ' + WX'YZ' + W'XYZ' \quad (2.3.3)$$

$$D = WXYZ' + W'X'Y'Z \quad (2.3.4)$$

\*रचयिता भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, हैदराबाद, 502205 के विद्युत अभियान्त्रिकी विभाग में कार्यरत हैं, ईमेल: gadepalli@ee.iith.ac.in। यह आलेख मुक्त स्रोत विचारधारा के अनुरूप है।

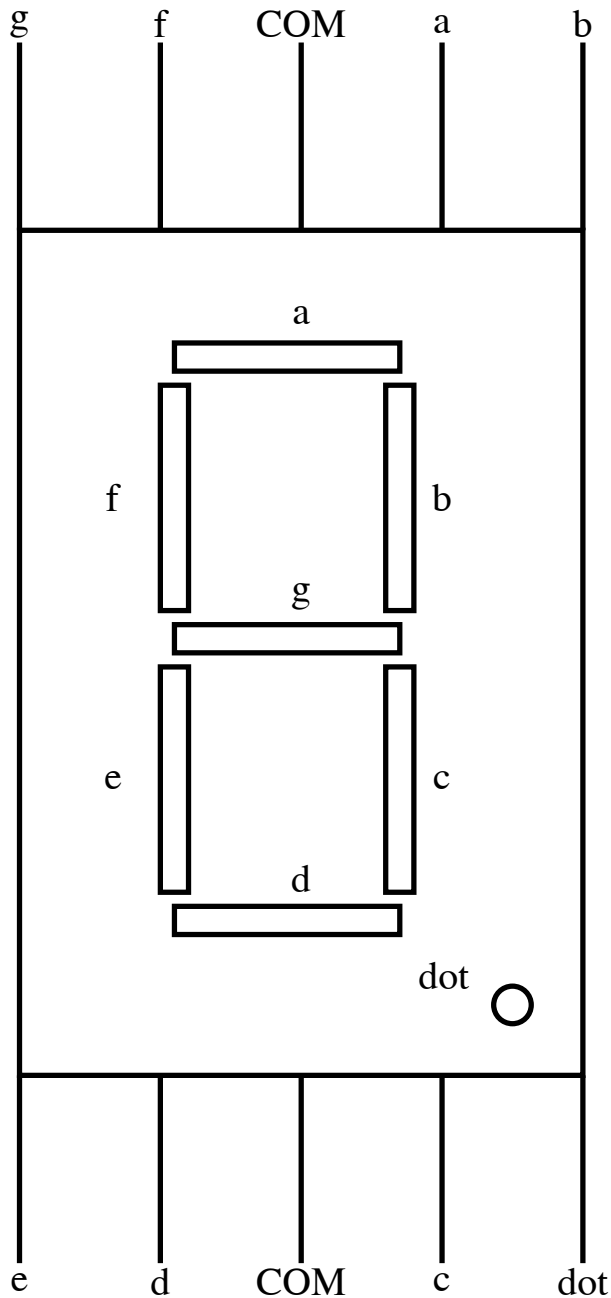


Fig. 1.1.1

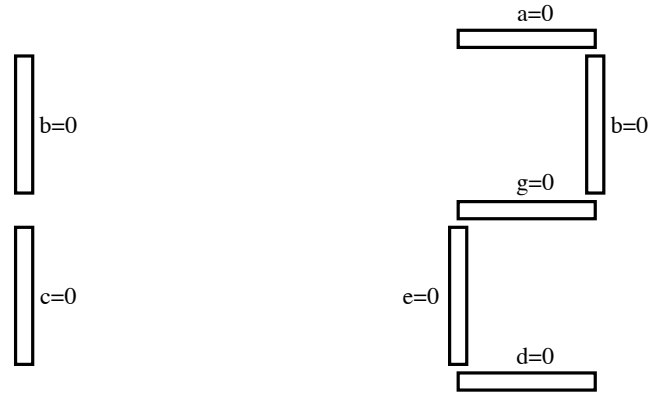


Fig. 1.2.1

Z	Y	X	W	D	C	B	A
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0

TABLE 2.1.1: परवर्ती गूढ़वाचक की सत्य सारणी ।

W	W'
0	1
1	0

TABLE 2.4.1: पूरक चर ।

2.4. पूरक चर की परिभाषा सारणी 2.4.1 में उपलब्ध है ।  
 $W$  का पूरक  $W'$  है ।

2.5. निम्न समीकरण बूलीय बीजगणित का मूल अभिगृह है।

$$\begin{aligned} X + X' &= 1 \\ XX' &= 0, \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

2.6. निम्न गूढ़ को भिन्न भिन्न आगत मूल्यों के लिये निष्पादित कर (2.3.1)-(2.3.4) को सत्यापित करें ।

codes/inc\_decode.c

### 3 प्रदर्शी गूढ़वाचक

3.1. निम्न समीकरण में सारणी 3.1.1 के निर्गत चर  $a, b, c, d, e, f, g$  की अभिव्यक्ति आगत चर

D	C	B	A	a	b	c	d	e	f	g	Decimal
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	2
0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	3
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	4
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	5
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	6
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	7
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	9

TABLE 3.1.1: प्रदर्शी गूढवाचक की सत्य सारिणी ।

$A, B, C, D$  के द्वारा की गयी है

$$a = AB'C'D' + A'B'CD' \quad (3.1.1)$$

$$b = AB'CD' + A'BCD' \quad (3.1.2)$$

$$c = D'C'BA' \quad (3.1.3)$$

$$d = AB'C'D' + A'B'CD' + ABCD' + AB'C'D \quad (3.1.4)$$

$$e = AB'C'D' + ABC'D' + A'B'CD' + AB'CD' + ABCD' + AB'C'D \quad (3.1.5)$$

$$f = AB'C'D' + A'BC'D' + ABC'D' + ABCD' \quad (3.1.6)$$

$$g = A'B'C'D' + AB'C'D' + ABCD' \quad (3.1.7)$$

3.2. निम्न गूढ को अलग अलग आगत मूल्यों के लिये निष्पादित कर (3.1.1)-(3.1.7) को सत्यापित करें ।

codes/disp\_decode.c

#### 4 कार्नो मानचित्र

##### 4.1 परवर्ती गूढवाचक

4.1.1.  $A$  का क-मानचित्र: (2.3.1) में प्रदत्त व्यंजक के कनिष्ठ मान की गणना आकृति 4.1.2.1 में उपलब्ध क-मानचित्र से संभव है । आकृति 4.1.2.1 में कोष्ठ 0,2,4,6 के विवक्ष से व्यंजक  $W'Z'$  प्राप्त होता है एवं कोष्ठ 0,8 के विवक्ष से  $W'X'Y'$ . अतः, आकृति. 4.1.1.1, (2.3.1) की सहायता से कनिष्ठीकरण के पश्चात निम्न समीकरण प्राप्त होता है

$$A = W'Z' + W'X'Y' \quad (4.1.1.1)$$

4.1.2. 2.5.1 एवं (2.3.1) के द्वारा (4.1.1.1) को बूलीय बीजगणित से प्राप्त करें ।

		$XW$			
		00	01	11	10
$ZY$	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	0

Fig. 4.1.2.1:  $A$  का क-मानचित्र ।

4.1.3. आकृति 4.1.3.1 के द्वारा  $A$  के विवक्षकों की क-मानचित्र में स्थितिबद्धता का अनुमान लगाया जा सकता है ।

		$XW$			
		00	01	11	10
$ZY$	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

Fig. 4.1.3.1: क-मानचित्र का विश्लेषण ।

4.1.4.  $B$  का क-मानचित्र : सारणी 2.1.1 एवं बूलीय तर्क से, आकृति 4.1.4.1 के द्वारा दर्शाये कि (2.3.2) का समानायनिक रूप

$$B = WX'Z' + W'XZ' \quad (4.1.4.1)$$

है ।

4.1.5. बूलीय बीजगणित विधि एवं (2.5.1) के द्वारा (2.3.2) से (4.1.4.1) को प्राप्त करें ।

ZY \ XW	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Fig. 4.1.4.1: B का क-मानचित्र ।

से निम्न समीकरण प्राप्त होता है

$$D = WXYZ' + W'X'Y'Z \quad (4.1.8.1)$$

ZY \ XW	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	0

Fig. 4.1.8.1: D का क-मानचित्र

4.1.6. C का क-मानचित्र : बूलीय तर्क, आकृति 4.1.6.1 एवं सारणी 2.1.1 के द्वारा दर्शाये कि (2.3.3) का

ZY \ XW	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Fig. 4.1.6.1: C का क-मानचित्र ।

समानायनिक रूप

$$C = WXY'Z' + X'YZ' + W'YZ' \quad (4.1.6.1)$$

है ।

4.1.7. बूलीय बीजगणित विधि एवं (2.5.1) के द्वारा (4.1.6.1) 4.2.2. से (2.3.3) प्राप्त करें ।

4.1.8. D का क-मानचित्र । बूलीय तर्क एवं सारणी 2.1.1,

4.1.9. आकृति 4.1.8.1 से (4.1.8.1) को प्राप्त करें।

4.1.10. 2.6 में उल्लेख C प्रोग्रामन को संशोधित कर क-मानचित्र द्वारा उपलब्ध A,B,C एवं D के समीकरण (4.1.1.1), (4.1.4.1), (4.1.6.1) एवं (4.1.8.1) को सत्यापित करें ।

## 4.2 प्रदर्शी गूढ़वाचक

निम्न चरणों में सारणी 3.1.1 एवं के-मानचित्र के द्वारा  $a, b, c, d, e, f, g$  के न्यूनतम व्यंजक को व्युत्पन्न किया जाएगा.

4.2.1. आकृति 4.2.1.1 के द्वारा  $a$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें.

हल:

$$a = AB'C'D' + A'B'CD' \quad (4.2.1.1)$$

$$= B'D'(AC' + A'C) \quad (4.2.1.2)$$

$$= B'D'(A \oplus C) \quad (4.2.1.3)$$

⊕ संक्रिया की परिभाषा सारणी 4.2.1.1 में उपलब्ध है.

4.2.2. आकृति 4.2.2.1 के द्वारा  $b$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें.

हल:

DC \ BA	BA			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Fig. 4.2.1.1:  $a$  का क-मानचित्र.

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	1

Fig. 4.2.2.1:  $b$  का क-मानचित्र।

A	C	$A \oplus C$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

TABLE 4.2.1.1:  $\oplus$  की परिभाषा.

DC \ BA	BA			
	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Fig. 4.2.3.1:  $c$  का क-मानचित्र।

$$b = AB'CD' + A'BCD' \quad (4.2.2.1)$$

$$= CD' (A \oplus B) \quad (4.2.2.2)$$

4.2.3. आकृति 4.2.3.1 के द्वारा  $c$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें।

हल:

$$c = A'BC'D' \quad (4.2.3.1)$$

4.2.4. आकृति 4.2.4.1 के द्वारा  $d$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें।

हल:

$$d = AB'C' + A'B'CD' + ABCD' \quad (4.2.4.1)$$

$$e = AD' + B'CD' + AB'C' \quad (4.2.5.1)$$

4.2.6. आकृति 4.2.6.1 के द्वारा  $f$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें।

$$f = BC'D' + AB'C'D' + AB'CD \quad (4.2.6.1)$$

4.2.5. आकृति 4.2.5.1 के द्वारा  $e$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें।

4.2.7. आकृति 4.2.7.1 के द्वारा  $g$  के व्यंजक को व्युत्पन्न करें।

DC	BA			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	0	1	0
11	0	0	0	0
10	0	1	0	0

Fig. 4.2.4.1:  $d$  का क-मानचित्र।

AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	0	0
10	1	0	1	0

Fig. 4.2.6.1:  $f$  का क-मानचित्र।

AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	0
11	1	0	0	1
10	1	1	0	1

Fig. 4.2.5.1:  $e$  का क-मानचित्र।

DC	BA			
	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Fig. 4.2.7.1:  $g$  का क-मानचित्र।

करें।

$$g = B'C'D' + ABCD'$$

(4.2.7.1) 5.1.2. Obtain the expression for  $C$  using Fig. 5.1.2.1

$$C = Y'X + W'XZ' + YX' \quad (5.1.2.1)$$

where  $\oplus$  denotes the XOR operation.

## 5 अचिन्त्य अवस्था

## 5.1 परवर्ती गूढवाचक

5.1.1. Obtain the expression for  $B$  using Fig. 5.1.1.1  
हल:

$$B = W'X + WX'Z' \quad (5.1.1.1)$$

ZY \ XW				
	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	-	-	-	-
10	0	0	-	-

Fig. 5.1.1.1: K-map for  $B$ .

ZY \ XW				
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	X	X	X	X
10	0	0	X	X

Fig. 5.1.2.1: K-map for  $C$ .