

H

2012 (I)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

विषय कोड पुस्तिका कोड

4

A

समय : 3:00 घंटे

पूर्णांक : 200 अंक

अनुदेश

1. आपने हिन्दी को सम्प्रथम चुना है। इस परीक्षा पुस्तिका में एक सौ दीज (20 भाग 'A' से + 40 भाग 'B' + 60 भाग 'C' में) बहुल विकल्प प्रश्न (MCQ) दिए गए हैं। आपको भाग 'A' में से अधिकतम 15 और भाग 'B' में 25 प्रश्नों तथा भाग 'C' में से 20 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। यदि अतिरिक्त से अधिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए तब केवल पहले भाग 'A' से 15, भाग 'B' से 25 तथा भाग 'C' से 20 उत्तरों की जांच की जाएगी।
2. उत्तर पत्र अलग से दिया गया है। अपना सोल नम्बर और कॉन्फ का नाम लिखने से पहले यह जांच लीजिए कि पुस्तिका में पृष्ठ पूरे और सही हैं तथा कहीं से कटे-फटे नहीं हैं। यदि ऐसा है तो आप इन्हिजीलेटर से पुस्तिका बदलने का निवेदन कर सकते हैं। इसी तरह से उत्तर पत्र को भी जांच लें। इस पुस्तिका में एक काम करने के लिए अतिरिक्त पन्ने तलान हैं।
3. उत्तर पत्र की पृष्ठ 1 में दिए गए स्थान पर अपना सोल नम्बर नाम, अपना पता तथा इस परीक्षा पुस्तिका का क्रमांक लिखिए। आपके हस्ताक्षर भी जरूरी हैं।
4. आप अपनी ओ.एन.आर. उत्तर पुस्तिका में सोल नम्बर, विषय कोड, पुस्तिका कोड और कॉन्फ कोड से संबंधित सम्पूर्ण को अवश्य काला कर दें। यह एक मात्र परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह उत्तर पुस्तिका में दिए गए निर्देशों का पूरी सावधानी से पालन करें, ऐसा न करने पर कम्प्यूटर विवरणों का सही तरीके से अकूटिट नहीं कर पाएगा, जिससे अंततः आपको क्षणि, जिससे आपकी उत्तर पुस्तिका की अस्वीकृति भी शामिल हो सकती है।
5. भाग 'A' में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक, भाग 'B' में प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक तथा भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न 4.75 अंक का है। प्रत्येक गलत उत्तर का क्रणात्मक मूल्यांकन भाग 'A' में @ 0.5 अंक तथा भाग 'B' में @ 0.75 अंक से किया जाएगा। भाग 'C' के उत्तरों के लिए क्रणात्मक मूल्यांकन नहीं है।
6. भाग 'A' तथा भाग 'B' के प्रत्येक प्रश्न के नीचे धार विकल्प दिए गए हैं। इनमें से केवल एक विकल्प ही "सही" अवश्य "सर्वात्मम हल" है। आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अधिकारीताम हल बूढ़ना है। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या "एक से अधिक" विकल्प सही हो सकते हैं। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न के सभी विकल्पों का सही वर्णन करने पर ही क्रेडिट ग्राप्त होगा। सब सही विकल्पों का वर्णन नहीं करने पर कोइ आंशिक क्रेडिट नहीं दिया जाएगा।
7. नकल करते हुए या अनुचित तरीकों का प्रयोग करते हुए या जाने वाले अभ्यासियों का इन और अन्य भावी परीक्षाओं के लिए अयोग्य हठसाधा जा सकता है।
8. अभ्यासियों को उत्तर या एक पन्नों के अतिरिक्त कहीं और कुछ भी नहीं लिखना चाहिए।
9. परीक्षा समाप्त हो जाने पर परीक्षा पुस्तिका और उत्तर पत्र को इन्हिजीलेटर को अवश्य रखें दीजिए।
10. केलकूलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
11. किसी प्रश्न में विसंगति के सामने में अंग्रेजी संस्करण प्रबल होगा।

सोल नम्बर

नाम

अभ्यासी द्वारा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ।

इन्हिजीलेटर के हस्ताक्षर

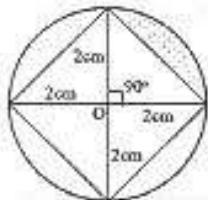
AH



S/07 RD/12—4 AH—1B

भाग A

1. छायित क्षेत्र का क्षेत्रफल सेमी² में है

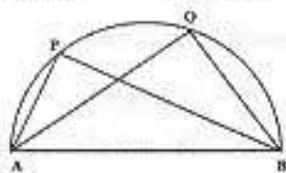


1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$

2. एक सरकोण बिल्डिंग की ऊंचाई के वाग के कोण समांतर श्रेणी में है और सबसे छोटी भुजा 10.00 मीटर है। वाग की वाह की कुल लंबाई मीटर में है?

1. 60.00 2. 47.32
3. 12.68 4. 22.68

3. निचे में दर्शाये अनुसार किसी आधुनिक का व्यास AB है। यदि $AQ = 2AP$ तो निम्न में से कौनसा विकल्प सही है?



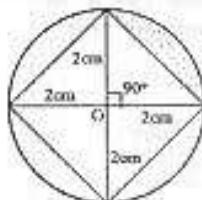
1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
3. $\angle APB = \angle AQB$
4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$

4. खरगोशों के एक समूह A की जनसंख्या 25% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ती है जबकि समूह B की युक्ति इस 50% प्रतिवर्ष है। यदि समूह A और B की वर्तमान जनसंख्याएँ समान हैं तो दो वर्ष पश्चात समूह B और समूह A के खरगोशों की संख्या का अनुपात होगा:

1. 1.44 2. 1.72
3. 1.90 4. 1.25

PART A

1. The area of the shaded region in cm² is

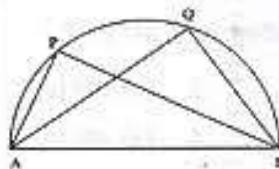


1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$

2. The angles of a right-angled triangle shaped garden are in arithmetic progression and the smallest side is 10.00 m. The total length of the fencing of the garden in m is

1. 60.00 2. 47.32
3. 12.68 4. 22.68

3. AB is the diameter of the semicircle as shown in the diagram. If $AQ = 2AP$ then which of the following is correct?



1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
3. $\angle APB = \angle AQB$
4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$

4. The rabbit population in community A increases at 25% per year while that in B increases at 50% per year. If the present populations of A and B are equal, the ratio of the number of the rabbits in B to that in A after 2 years will be

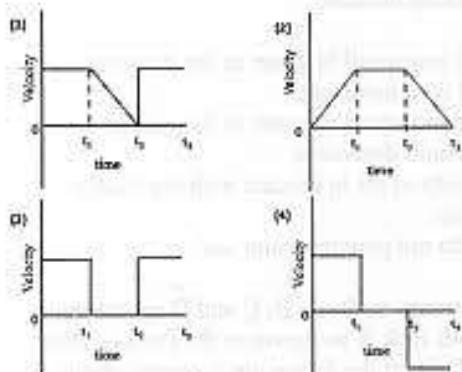
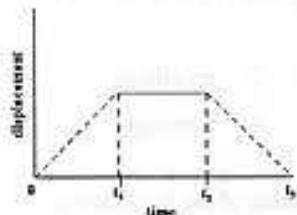
1. 1.44 2. 1.72
3. 1.90 4. 1.25

5. O_2 व H_2 प्रत्येक की दो मोल मात्रा समान आयातन पाले हो पात्रों में $150^\circ C$ और 1 बायोग्रॉवलीय दाब पर है : ये दोनों गैस एक तीसरे पात्र में किया कर तब तक वाष्प बनाते हैं जब तक कि H_2 पूर्ण रूप से खुक नहीं जाती। जब तीसरे पात्र के मिश्रण का तापमान $150^\circ C$ से फ़र लगा जाता है तो इसका दाब 1 बायोग्रॉवल हो जाता है । तीसरे पात्र का आयातन होना चाहिए
1. V_0
 2. $5V_0/4$
 3. $3V_0/2$
 4. $2V_0$
6. हीलियम व अर्गन गैसें दो अलग पात्रों में समान तापमान पर हैं । अब इनके वर्ग-माध्य-मूल वेग का मान भी दियें हैं : ये दोनों गैस एक तीसरे पात्र में उसी तापमान पर मिलाई जाती है निश्चय की हीलियम परमाणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग होगा
1. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे ज्यादा
 2. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे कम
 3. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उसके साथ
 4. मिश्रण के अंगैन परमाणुओं के वेग के समान
7. तात्काल भू उद्यान में शिलखड़ी छनिज का उपयोग किया जाता है क्योंकि यह
- उत्पाद का परिमाण बढ़ाता है
 - जीवाणुओं को नाशा है
 - सुगंध देता है
 - तुलायन है और त्वचा को बर्हाता नहीं है
- उपर्युक्त में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं ?
1. (d)
 2. (a) और (c)
 3. (a) और (b)
 4. (a) और (d)
8. 100 ग्राम अकार्बनिक यौगिक $X \cdot 5H_2O$ को जिसमें एक धार्यशील अणुष्ठि है, एक घटटी में $150^\circ C$ से पर 60 मिनट तक रखा गया । यह करने के पश्चात अवशेष का भार 8 ग्राम रहता है । X में अणुष्ठि यों प्रतिशतता थी
1. 10
 2. 8
 3. 20
 4. 80
9. एक विशेष सात्रि में शुक्लपक्षीय चंद्र एक अर्ध-चंद्र था । उस गाय सात्रि को चंद्र
1. पूर्वी लिंगिज पर होगा
 2. पूर्वी लिंगिज की 45° लोणीय ऊर्ध्वाहि पर होगा
 3. आकाश के शिलोदिश पर होगा
 4. परिष्कारी लिंगिज पर होगा
5. Two moles each of O_2 and H_2 are in two separate containers, each of volume V_0 and at $150^\circ C$ and 1 atmosphere. The two are made to react in a third container to form water vapour until H_2 is exhausted. When the temperature of the mixture in the third container was restored to $150^\circ C$, its pressure became 1 atmosphere. The volume of the third container must be
1. V_0
 2. $5V_0/4$
 3. $3V_0/2$
 4. $2V_0$
6. Helium and argon gases in two separate containers are at the same temperature and so have different root-mean-square (r.m.s.) velocities. The two are mixed in a third container keeping the same temperature. The r.m.s. velocity of the helium atoms in the mixture is
1. more than what it was before mixing.
 2. less than what it was before mixing.
 3. equal to what it was before mixing.
 4. equal to that of argon atoms in the mixture.
7. The mineral talc is used in the manufacture of soap because it
- gives bulk to the product
 - kills bacteria
 - gives fragrance
 - is soft and does not scratch the skin
- Which of the above statements is/are correct?
1. (d)
 2. (a) and (c)
 3. (a) and (b)
 4. (a) and (d)
8. 100 g of an inorganic compound $X \cdot 5H_2O$ containing a volatile impurity was kept in an oven at $150^\circ C$ for 60 minutes. The weight of the residue after heating is 8 g. The percentage of impurity in X was
1. 10
 2. 8
 3. 20
 4. 80
9. On a certain night the moon in its waning phase was a half-moon. At midnight the moon will be
1. on the eastern horizon.
 2. at 45° angular height above the eastern horizon.
 3. at the zenith.
 4. on the western horizon.

10. नाभिकीय रिएक्टर में एक रत्न को 5 दिन तक विकिरणित किया जाता है। विकिरण के 10 दिन बाद रत्न के रेडियो समस्थानिक रॉमियन की सक्रियता 600 विघटन प्रति घंटे है। किरण के 5 दिन बाद रेडियोरॉमियन की सक्रियता कितनी होगी यदि इसकी अर्धायु 5 दिन है?

1. 300 2. 150
 3. 2400 4. 1200

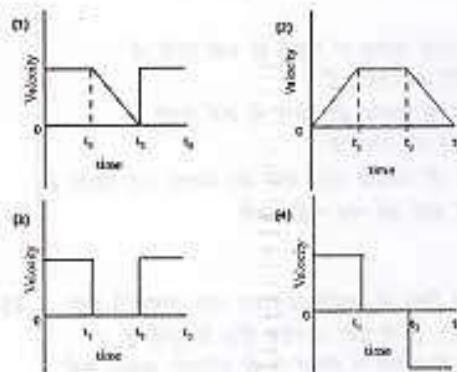
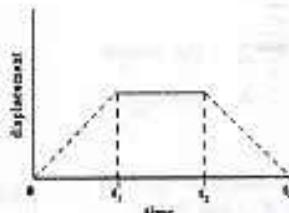
11. एक पिण्ड के सरकान विरुद्ध समय का एक चित्र में दर्शाये गये है। उस ग्राफ को चुनिये जो कि इस पिण्ड के देग का समय के साथ परिवर्तन सही भावे दर्शाता है



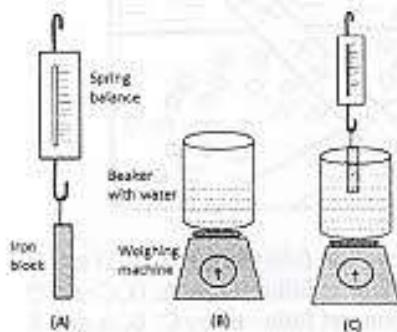
10. A gemstone is irradiated in a nuclear reactor for 5 days. Ten days after irradiation, the activity of the chromium radioisotope in the gemstone is 600 disintegrations per hour. What is the activity of chromium radioisotope 5 days after irradiation if its half life is 5 days?

1. 300 2. 150
 3. 2400 4. 1200

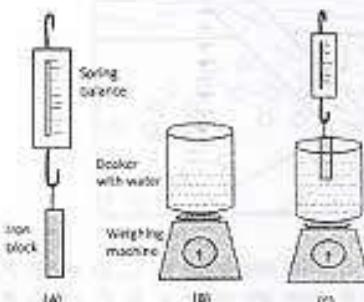
11. Displacement versus time curve for a body is shown in the figure. Select the graph that correctly shows the variation of the velocity with time



12.



12.



(A) (B)

(C)

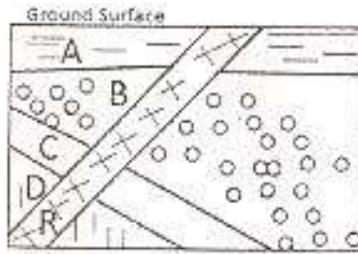
मित्र A की रसायनीदार तुला 0.5 किं.ग्र. दर्शाती है तथा मित्र
B की पतलेदार तुला 3.0 किं.ग्र. दर्शाती है। क्रमानीदार तुला
ने लटकता थोड़ा छाप दिया C के बीच ले जानी से आरंभिक
रूप से तुलया जाता है। क्रमानीदार तुला अब 0.4 किं.ग्र.
दर्शाती है। वित्र में पतलेदार तुला दर्शायी।

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. 3.0 किं.ग्र. | 2. 2.9 किं.ग्र. |
| 3. 3.1 किं.ग्र. | 4. 3.5 किं.ग्र. |

13. एक रसायी के दोनों तिरों को अलग खुट्टी ने इस तरह बढ़े
जाते हैं कि रसायी पवांत चौड़ी जाती है। एक पेंसिल कुस
पस्ती से इस तरह बढ़ा कर तुमारे जाती है कि जाती होना लंबा
नहीं रहे। पेंसिल को तुमाने से बनने वाली अवृत्ति किसीकी
अरा नहीं ?

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1. एक त्रिभुज | 2. एक त्रिवृत्त |
| 3. एक वर्ग | 4. एक लिम्बुज |
14. वर्फ पर स्केटिंग के दौरान थार्फ स्केटर के जूतों की
परिचयी वर्फ पर दबाव लालती है। वर्फ स्केटर
निम्नान्तापूर्वक रोकट कर सकता है क्योंकि

- | |
|--|
| 1. लगने वाले दबाव के बढ़ने से वर्फ जानी से
परिवर्तित हो जाता है |
| 2. लगने वाले दबाव के बढ़ने से वर्फ जानी से
परिवर्तित हो जाता है |
| 3. परिचयी के सम्पर्क वाले धर्या का घनत्व घट जाता है |
| 4. परिचयी वर्फ को नियंत्रित नहीं जाती |
15. अनुप्रस्थकाट वित्र में दर्शाये अनुलार चार तस्तुकी रैखें
A, B, C और D में एक अग्नेय झील R मुस्ती है।
इनकी आयु को संदर्भ में निम्न में से कौनसा कथन सही
है ?



1. A तस्तुतम् है उसके बाद क्रमशः B, C, D और R है।
2. R तस्तुतम् है उसके बाद क्रमशः A, B, C और D है।
3. D तस्तुतम् है उसके बाद क्रमशः C, B, A और R है।
4. A तस्तुतम् है उसके बाद क्रमशः R, B, C और D है।

The spring balance in Fig. A reads 0.5 kg and the pan balance in Fig. B reads 3.0 kg. The iron block suspended from the spring balance is partially immersed in the water in the beaker (Fig. C). The spring balance now reads 0.4 kg. The reading on the pan balance in Fig. C is

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 3.0 kg | 2. 2.9 kg |
| 3. 3.1 kg | 4. 3.5 kg |

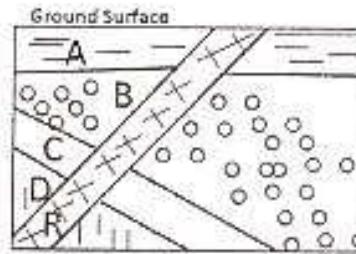
13. The ends of a rope are fixed to two pegs, such that the rope remains slack. A pencil is placed against the rope and moved, such that the rope always remains taut. The shape of the curve traced by the pencil would be a part of

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. a circle | 2. an ellipse |
| 3. a square | 4. a triangle |

14. During ice skating, the blades of the ice skater's shoes exert pressure on the ice. Ice skater can efficiently skate because

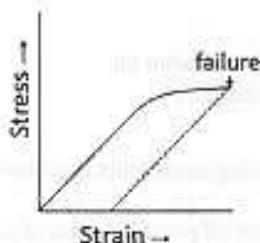
1. ice gets converted to water as the pressure exerted on it increases.
2. ice gets converted to water as the pressure exerted on it decreases.
3. the density of ice in contact with the blades decreases.
4. blades do not penetrate into ice.

15. Four sedimentary rocks A, B, C and D are intruded by an igneous rock R as shown in the cross-section diagram. Which of the following is correct about their ages?



1. A is the youngest followed by B, C, D and R.
2. R is the youngest followed by A, B, C and D.
3. D is the youngest followed by C, B, A and R.
4. A is the youngest followed by R, B, C and D.

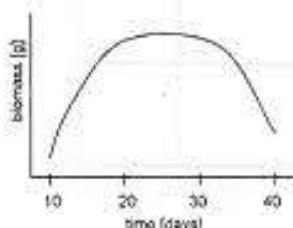
16. एक ठोस पदार्थ के कि समानांग तनाव में हुए उसकी टान सतलान पिच में अधिकतर की गई है।



निन्हें ने से कौनसा कथन सत्य है?

- विफलता बिन्दु तक ठोका प्रत्यासंतारपूर्वक विकृत होता है।
- विफलता बिन्दु तक ठोका प्लास्टिकता पूर्वक विकृत होता है।
- विफलता होने पर ठोका अपने शूल आकार व स्वरूप में आ जाता है।
- विफलता होने पर ठोका हैक्सा के लिये विकृत हो जाता है।

17. एक जीव की वृद्धि जिसे कि समय के नियत अंतरालों पर जांचा गया था नीचे दिये गये ग्राफ में दर्शाया गया है। किस समय के दौरान वृद्धि दर शून्य है?

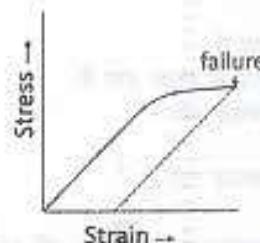


- दसवें दिन के आरपास
- 20 वें दिन
- 20 से 30 दिनों के बीच
- 30 से 40 दिनों के बीच

18. लाल (R) बीजों वाले एक लंबे (T) पीढ़ी (दोनों प्रमुख विशेषताएँ) को एक सफेद (t) बीजों वाले बीने (t) पीढ़ी से संकरित किया गया था। यदि पृथक्कारी सतति ने समान संख्या में लंबे लाल व बीने सफेद पीढ़ी पैदा किये तो उनके जनकों का जीन प्रकार होगा?

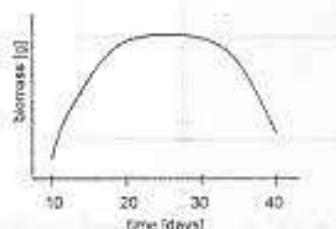
- TtRr × TtRR
- TtRr × ttrr
- TTRR × ttrr
- TTRR × TtRr

16. The strain in a solid subjected to continuous stress is plotted.



Which of the following statements is true?

- The solid deforms elastically till the point of failure.
 - The solid deforms plastically till the point of failure.
 - The solid comes back to original shape and size on failure.
 - The solid is permanently deformed on failure.
17. Growth of an organism was monitored at regular intervals of time, and is shown in the graph below. Around which time is the rate of growth zero?



- Close to day 10
 - On day 20
 - Between days 20 and 30
 - Between days 30 and 40
18. A *Tall* plant with *Red* seeds (both dominant traits) was crossed with a *dwarf* plant with *white* seeds. If the segregating progeny produced equal number of tall red and dwarf white plants, what would be the genotype of the parents?

- TtRr × TtRR
- TtRr × ttrr
- TTRR × ttrr
- TTRR × TtRr

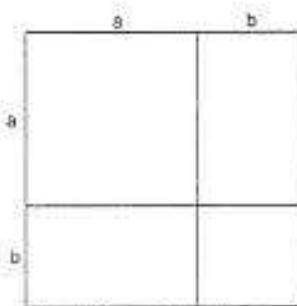
19. तीन सूखाकृती पौधों को नीचे दर्शायी गयी परिस्थितियों में
खला पड़ा था।

पौधा A : निश्चल हवा में
पौधा B : स्पष्टरण लगते प्रकृत्या हवा में
पौधा C : अंदरे व निश्चल हवा में

मिन में से कौनसा कथन सही है ?

1. पौधे B की पारश्वरण दर > पौधे A की दर से
2. पौधे A की पारश्वरण दर > पौधे B की दर से
3. पौधे C की पारश्वरण दर = पौधे A की पारश्वरण दर
4. पौधे C की पारश्वरण दर > पौधे A की पारश्वरण दर > पौधे B की पारश्वरण दर

20. सत्तान् वित्र के द्वारा मिन में से कौनसा कुंगिन होता है



1. $a + ab + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b|<1$
2. $a > b$ से तात्पर्य $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ से तात्पर्य $-a < -b$

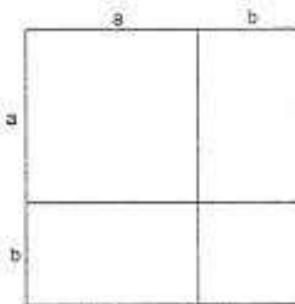
19. Three sunflower plants were placed in conditions as indicated below.

Plant A : still air
Plant B : moderately turbulent air
Plant C : still air in the dark

Which of the following statements is correct?

1. Transpiration rate of plant B > that of plant A.
2. Transpiration rate of plant A > that of plant B.
3. Transpiration rate of plant C = that of plant A.
4. Transpiration rate of plant C > that of plant A > that of plant B.

20. Which of the following is indicated by the accompanying diagram?



1. $a + ab + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b|<1$
2. $a > b$ implies $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ implies $-a < -b$

भाग B

21. शब्द 'MATHEMATICS' के अक्षरों के प्रयोग से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

- 1. 5040
- 2. 4989600
- 3. 11!
- 4. 8!

22. 50,000 के धनात्मक भाजक कितने हैं ?

- 1. 20
- 2. 30
- 3. 40
- 4. 50

23. मानें कि A व B दो $n \times n$ कालायिक आवृद्ध हैं। निन्हें कथनों में कौन सही है ?

1. जाति $(A+B) = \text{जाति } (A) + \text{जाति } (B)$.
2. जाति $(A+B) \leq \text{जाति } (A) + \text{जाति } (B)$.
3. जाति $(A+B) = \text{न्यूनतम } \{\text{जाति } (A), \text{जाति } (B)\}$.
4. जाति $(A+B) = \text{महत्तम } \{\text{जाति } (A), \text{जाति } (B)\}$.

24. मानें कि

$$f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases}$$

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$, $[0, 1]$ पर संतुत कलन की परिभाषा करता है।
2. $\{f_n\}$, $[0, 1]$ पर एकत्रणान् अभिसरित होता है।
3. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ है।
4. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ का अस्तित्व नहीं है।

25. संख्या $\sqrt{2}e^{i\pi}$ एक

1. परिमेय संख्या है।
2. अभिगमनात्मक है।
3. अपरिमेय संख्या है।
4. अधिकलिपित संख्या है।

PART B

21. The number of words that can be formed by permuting the letters of 'MATHEMATICS' is

- 1. 5040
- 2. 4989600
- 3. 11!
- 4. 8!

22. The number of positive divisors of 50,000 is

- 1. 20
- 2. 30
- 3. 40
- 4. 50

23. Let A, B be $n \times n$ real matrices. Which of the following statements is correct?

1. $\text{rank } (A+B) = \text{rank } (A) + \text{rank } (B)$.
2. $\text{rank } (A+B) \leq \text{rank } (A) + \text{rank } (B)$.
3. $\text{rank } (A+B) = \min \{\text{rank } (A), \text{rank } (B)\}$.
4. $\text{rank } (A+B) = \max \{\text{rank } (A), \text{rank } (B)\}$.

24. Let $f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases}$

Then

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ defines a continuous function on $[0, 1]$.
2. $\{f_n\}$ converges uniformly on $[0, 1]$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ for all $x \in [0, 1]$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ exists for all $x \in [0, 1]$.

25. The number $\sqrt{2}e^{i\pi}$ is

1. a rational number.
2. a transcendental number.
3. an irrational number.
4. an imaginary number.

26. यदि कि ζ एक का आदिस छन्दूल है / A की परिभाषा है :

$$A = \begin{pmatrix} \zeta^{-1} & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}.$$

मानदिश $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ के लिये $|v|_A$ की परिभाषा है $\sqrt{|vAv^T|}$ जहाँ v^T , v का परिवर्त है / अगर $w = (1,1,1)$ तो $|w|_A$

1. 0 के समान है /
2. 1 के समान है /
3. -1 के समान है /
4. 2 के समान है /

27. यदि $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$. M के अवयवों की संख्या है

- | | |
|-------|-------|
| 1. 8 | 2. 9 |
| 3. 10 | 4. 12 |

28. $(38)^{2011}$ का अंतिम अंक है /

- | | |
|------|------|
| 1. 6 | 2. 2 |
| 3. 4 | 4. 8 |

29. वास्तविक प्रविष्टि व शून्य अनुरेख वाले $n \times n$ ($n \geq 2$) कोहि के सभी समाप्त आवृत्ति $A = (a_{ij})$, $a_{11} = 0$ के संदर्भ में वी दिया है :

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $(n^2+n-4)/2$ | 2. $(n^2-n+4)/2$ |
| 3. $(n^2+n-3)/2$ | 4. $(n^2-n+3)/2$ |

30. यदि $I = [0,1] \subset \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ के लिये नदि $\phi(x) = \inf_{y \in I} (x-y) : y \in I\}$, तो

1. \mathbb{R} पर वी $\phi(x)$ असंतुल है /
2. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ संतुल है परन्तु उथारण $x = 0$ पर असंतुलनीय नहीं है /
3. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ संतुल है परन्तु उथारण $x = 0$ और $x = 1$ पर असंतुलनीय नहीं है /
4. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ असंतुलनीय है /

26. Let ζ be a primitive cube root of unity. Define

$$A = \begin{pmatrix} \zeta^{-1} & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}.$$

For a vector $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ define

$|v|_A = \sqrt{|vAv^T|}$ where v^T is transpose of v . If $w = (1,1,1)$ then $|w|_A$ equals

1. 0
2. 1
3. -1
4. 2

27. Let $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$. Then the number of elements in M is

- | | |
|-------|-------|
| 1. 8 | 2. 9 |
| 3. 10 | 4. 12 |

28. The last digit of $(38)^{2011}$ is

- | | |
|------|------|
| 1. 6 | 2. 2 |
| 3. 4 | 4. 8 |

29. The dimension of the vector space of all symmetric matrices $A = (a_{ij})$ of order $n \times n$ ($n \geq 2$) with real entries, $a_{11} = 0$ and trace zero is

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $(n^2+n-4)/2$ | 2. $(n^2-n+4)/2$ |
| 3. $(n^2+n-3)/2$ | 4. $(n^2-n+3)/2$ |

30. Let $I = [0,1] \subset \mathbb{R}$. For $x \in \mathbb{R}$, let $\phi(x) = \text{dist}(x, I) = \inf \{|x-y| : y \in I\}$. Then

1. $\phi(x)$ is discontinuous somewhere on \mathbb{R} .
2. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$.
3. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$ and at $x = 1$.
4. $\phi(x)$ is differentiable on \mathbb{R} .

31. मानें कि $a_n = \sin \pi/n$ / फ़ॉर a_1, a_2, \dots तिए उत्तरका । 31. Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence a_1, a_2, \dots the supremum is

1. ० है यह प्राप्त होता है ।
2. ० है यह प्राप्त नहीं होता ।
3. १ है यह प्राप्त होता है ।
4. १ है यह प्राप्त नहीं होता ।

32. तथा $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ का उपयोग करके

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ का मूल्य होगा :

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{\pi^2}{12}$ | 2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$ |
| 3. $\frac{\pi^2}{8}$ | 4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$ |

33. मानें कि $f(x,y) = u(x,y) + i v(x,y)$ का एक लम्बशक्ती फलन $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ है ।
मानें कि $u(x,y) = 3x^2y$, तो

1. \mathbb{C} पर v के किसी भी वरण पर f होलोमार्फिक नहीं हो सकता ।
2. \mathbb{C} पर v के उचित वरण पर f होलोमार्फिक होगा ।
3. \mathbb{C} पर v के सभी वरण पर f होलोमार्फिक होगा ।
4. u अवकलनीय नहीं है ।

34. मानें कि $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ एक द्विलेखिक प्रतिपित्र है, अर्थात् उस चर में अलग से रेखिक है । तो $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ के लिये $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ पर मूल्यांकित अवकलज $Df(V, W)$ निम्न से दिया जाता है :

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. अधिकतम 3 चात वाले सभी वास्तविक बहुपदों की समिश्र लगाएं N मान जाये । $S: N \rightarrow N$ की परिभाषा है $(Sp)(x) = p(x+1)$, $p \in N$ । तो $\{1, x, x^2, x^3\}$ जो सभी समिश्र के रूप में है, इस अव्याप्ति में S का आव्यूह, इस प्रकार दिया जाता है :

31. Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence a_1, a_2, \dots the supremum is

1. 0 and it is attained.
2. 0 and it is not attained.
3. 1 and it is attained
4. 1 and it is not attained.

32. Using the fact that

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{\pi^2}{12}$ | 2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$ |
| 3. $\frac{\pi^2}{8}$ | 4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$ |

33. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a complex valued function of the form $f(x,y) = u(x,y) + i v(x,y)$.

Suppose that $u(x,y) = 3x^2y$.

Then

1. f cannot be holomorphic on \mathbb{C} for any choice of v .
2. f is holomorphic on \mathbb{C} for a suitable choice of v .
3. f is holomorphic on \mathbb{C} for all choices of v .
4. u is not differentiable.

34. Let $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be a bilinear map, i.e., linear in each variable separately. Then for $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$, the derivative $Df(V, W)$ evaluated on $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ is given by

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. Let N be the vector space of all real polynomials of degree at most 3. Define

$$S: N \rightarrow N \text{ by } (Sp)(x) = p(x+1), \quad p \in N.$$

Then the matrix of S in the basis $\{1, x, x^2, x^3\}$, considered as column vectors, is given by:

1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 4.	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 4.	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

36. माने कि F , 8 अवयव वाला एक क्षेत्र है एवं $A = \{x \in F \mid x^7 = 1 \text{ और } x^k \neq 1, k < 7\}$ काले सभी प्राकृतिक अंकों के लिये । तो A के अवयवों की संख्या है :

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. धूत शब्दी $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ तभी असेसिल होती है जब

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. उन्नह $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ के बारे में विचारें जहाँ \mathbb{Q} पर \mathbb{Z} का गणना परियोग व दूर्घ अंकों के समूह है । माने कि n एक धनात्मक संख्या है । तो व्या कोिि n का एक छोटी उपसमूहिय है ?

1. आवश्यक नहीं ।
2. ही, एक अनन्य ।
3. ही, परन्तु अनन्य होने की आवश्यकता नहीं ।
4. कठीन नहीं ।

39. माने कि $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ एवं $g(x) = 2x^2 + x + 2$ वे $\mathbb{Z}_{(3)}$ पर

1. $f(x)$ व $g(x)$ असमूहिय हैं ।
2. $f(x)$ अलघुकरणीय है परन्तु $g(x)$ नहीं ।
3. $g(x)$ अलघुकरणीय है परन्तु $f(x)$ नहीं ।
4. न तो $f(x)$ या, न तो $g(x)$ अलघुकरणीय हैं ।

36. Let F be a field of 8 elements and $A = \{x \in F \mid x^7 = 1 \text{ and } x^k \neq 1 \text{ for all natural numbers } k < 7\}$. Then the number of elements in A is

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ converges if

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. Consider the group $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ where \mathbb{Q} and \mathbb{Z} are the groups of rational numbers and integers respectively. Let n be a positive integer. Then is there a cyclic subgroup of order n ?

1. not necessarily.
2. yes, a unique one.
3. yes, but not necessarily a unique one.
4. never

39. Let $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ and $g(x) = 2x^2 + x + 2$. Then over $\mathbb{Z}_{(3)}$,

1. $f(x)$ and $g(x)$ are irreducible
2. $f(x)$ is irreducible, but $g(x)$ is not.
3. $g(x)$ is irreducible, but $f(x)$ is not.
4. neither $f(x)$ nor $g(x)$ is irreducible.

- | | |
|--|---|
| <p>40. $\mathbb{Z}_{(12)}$ से $\mathbb{Z}_{(28)}$ तक के अनुच्छ गलव समाकारिता की संख्या है :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 1 2. 3 3. 4 4. 7 <p>41. प्रारंभिक मान समस्या $y'(t) = f(t)$, $y(0) = 1$ जहाँ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ सेवा है, पर विचारें। तो इस प्रारंभिक मान समस्या के</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. कुछ f के लिये अनंत बहुत हल होते हैं। 2. \mathbb{R} पर एक अनन्य हल होता है। 3. \mathbb{R} पर कुछ f के लिये कोई हल नहीं होता। 4. 0 को अनाविष्ट करते एक अंतराल में एक हल होता है, परन्तु कुछ f के लिये इस पर नहीं। <p>42. माने कि तापाण्ण अवकल समीकरण $u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0$, $t \in \mathbb{R}$ के सभी परिवर्त हलों का समुच्चय V है। तो V</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. विषा 2 की एक वास्तविक सदिश समाप्ति है। 2. विषा 1 की एक वास्तविक सदिश समाप्ति है। 3. फैल एक तुव्व फलन $u \equiv 0$ को अनाविष्ट करता है। 4. ठीक-ठीक दो ही फलनों को अनाविष्ट करता है। <p>43. फलन $u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4t}}, & t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$ जहाँ समीकरण का, विषा अंतराल में, एक हल है :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$. 2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ परन्तु समुच्चय $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$ में नहीं। 3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0,0)\}$. 4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$. | <p>40. The number of non-trivial ring homomorphisms from $\mathbb{Z}_{(12)}$ to $\mathbb{Z}_{(28)}$ is</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 1 2. 3 3. 4 4. 7 <p>41. Consider the initial value problem</p> $y'(t) = f(t), \quad y(0) = 1$ <p>where $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous. Then this initial value problem has</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. infinitely many solutions for some f. 2. a unique solution in \mathbb{R}. 3. no solution in \mathbb{R} for some f. 4. a solution in an interval containing 0, but not on \mathbb{R} for some f. <p>42. Let V be the set of all bounded solutions of the ODE</p> $u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0, t \in \mathbb{R}$ <p>Then V</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. is a real vector space of dimension 2. 2. is a real vector space of dimension 1. 3. contains only the trivial function $u \equiv 0$. 4. contains exactly two functions. <p>43. The function</p> $u(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{\frac{-x^2}{4t}}, & t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$ <p>is a solution of the heat equation in</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$. 2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ but not in the set $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$. 3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0,0)\}$. 4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$. |
|--|---|

44. हूलरी कोटि के अंतिम अवकल समीकरण

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3u = 0$$

है :

1. जबकि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ और लिये दीर्घकालीय है।
2. जबकि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ और लिये परवलयिक है।
3. जबकि $x \in \mathbb{R}, y < 0$ और लिये दीर्घकालीय है।
4. जबकि $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये अतिपरवलयिक है।

45. दूसरी कोटि के एक साधारण अवकल समीकरण उसके परिसर अंतर निरूपण के बारे में विचारें। निम्न में से एक सही कथन को पड़वारें।

1. परिसर अंतर निरूपण अनन्य है।
2. कुछ साधारण अवकल समीकरणों के लिये परिसर अंतर निरूपण अनन्य है।
3. साधारण अवकल समीकरणों के लिये कोई अनन्य परिसर अंतर निरूपण नहीं है।
4. परिसर अंतर अधियोजन की अनन्यता निर्धारित नहीं हो सकती।

46. फलनक

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x-y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \quad y(1)=1$$

के वर्णनानुकरण की विवरणी समस्या का

1. एक अनन्य हल होता है।
2. दो-दो हल होते हैं।
3. अनन्य संख्या के हल होते हैं।
4. कोई हल नहीं होता।

47. श्रेष्ठ समाकल समीकरण $\phi(x) = x + \int_0^{x^2} \phi(\xi) d\xi$,

के लिये साधक अदिट $R(x, \xi; 1)$ है :

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. एक गतिकीय राज की हाँगिलनी $H = pq - q^2$ दी जाती है, तो जब $t \rightarrow \infty$,

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

44. The second order PDE

$$u_{yy} - yu_{xx} + x^3u = 0$$

is

1. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. parabolic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
3. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.
4. hyperbolic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.

45. Consider a second order ordinary differential Equation (ODE) and its finite difference representation. Identify which of the following statements is correct.

1. The finite difference representation is unique.
2. The finite difference representation is unique for some ODE.
3. There is no unique finite difference scheme for the ODE.
4. The uniqueness of a finite difference scheme can not be determined.

46. The variational problem of extremizing the functional

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x-y)dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \quad y(1)=1$$

has

1. a unique solution.
2. exactly two solutions.
3. an infinite number of solutions.
4. no solution.

47. For the linear integral equation

$$\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi) d\xi,$$

the resolvent kernel $R(x, \xi; 1)$ is

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. If the Hamiltonian of a dynamical system is given by $H = pq - q^2$, then as $t \rightarrow \infty$

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

49. संघीय वर्टन कलन $F_1(t)$ व $F_2(t)$ एवं प्रायिकता घनत्व कलन $f_1(t)$ व $f_2(t)$ के दो जीवनकाल वर T_1 व T_2 की जांचित् गतियाँ इसपर हैं : $h_1(t) = 3t^2$ व $h_2(t) = 4t^3$, $t > 0$ हैं। तो

1. यदि $t > 0$ के लिये $F_1(t) \geq F_2(t)$.
2. यदि $t > 1$ के लिये $F_1(t) < F_2(t)$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. यदि $t > 0$ के लिये $f_1(t) < f_2(t)$.

50. मानें कि $X_1, X_2, \dots, N(1,1)$ के अनुसार संरख्यात्मक स्थान स्वप्न से बहित् यादृच्छिक वर हैं। मानें कि $n \geq 1$ के लिये $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ है, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{प्रतरण}(S_n)}{n}$ का मूल्य है :

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 6 |
| 3. 1 | 4. 0 |

51. मानें कि $\{X_n : n \geq 0\}$ एक समिति अवधारणा समाप्ति S पर स्तब्ध संकेषण प्रायिकता आवृह नाला एक मार्कोव मंखला है। मानें कि अवधारणा अलभुकरणीय नहीं है। तो यह मार्कोव मंखला

1. के अन्तर यहुत स्तब्ध वर्टन ग्राह्य है।
2. का एक ही अन्यथा स्तब्ध वर्टन ग्राह्य है।
3. का कोई भी स्तब्ध वर्टन ग्राह्य नहीं है।
4. के ठीक-ठीक दो स्तब्ध वर्टन ग्राह्य नहीं हैं।

52. मानें कि X व Y दो स्वतंत्र यादृच्छिक वर हैं, जहाँ 0 के दोनों तरफ Y समाप्ति है। मानें कि $U = X + Y$ व $V = X - Y$ तो

1. U व V उपेशा स्वतंत्र हैं।
2. U व V दोनों का वर्टन समान है।
3. U उपेशा 0 के दोनों तरफ समाप्ति है।
4. V उपेशा 0 के दोनों तरफ समाप्ति है।

53. एक चुनाव में दो राजनीतिक पक्षों के प्रति मतदाताओं की पसंद की जावृतियाँ निम्न 2×2 तालिका ने सिंगानुसार वर्गीकृत ही यदी हैं। तभी कथन को पठकाने :

लिंग	पक्ष B	पक्ष C	कुल
पुरुष	200	400	600
स्त्री	100	300	400
कुल	300	700	1000

49. The hazard rates of two life time variables T_1 and T_2 with respective c.d.f.s $F_1(t)$ and $F_2(t)$ and p.d.f.s $f_1(t)$ and $f_2(t)$, are $h_1(t) = 3t^2$ and $h_2(t) = 4t^3$, $t > 0$ respectively. Then

1. $F_1(t) \geq F_2(t)$ for all $t > 0$.
2. $F_1(t) < F_2(t)$ for all $t > 1$.
3. $E(T_1) < E(T_2)$.
4. $f_1(t) < f_2(t)$ for all $t > 0$.

50. Let X_1, X_2, \dots be i.i.d. $N(1,1)$ random variables. Let $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ for $n \geq 1$. Then $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(S_n)}{n}$ is

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 6 |
| 3. 1 | 4. 0 |

51. Let $\{X_n : n \geq 0\}$ be a Markov chain on a finite state space S with stationary transition probability matrix. Suppose that the chain is not irreducible. Then the Markov chain

1. admits infinitely many stationary distributions.
2. admits a unique stationary distribution.
3. may not admit any stationary distribution.
4. cannot admit exactly two stationary distributions.

52. Suppose X and Y are independent random variables where Y is symmetric about 0. Let $U = X + Y$ and $V = X - Y$. Then

1. U and V are always independent.
2. U and V have the same distribution.
3. U is always symmetric about 0.
4. V is always symmetric about 0.

53. Consider the following 2×2 table of frequencies of voter preferences to two parties classified by gender, in an election. Identify the correct statement:

Gender	Party B	Party C	Total
Male	200	400	600
Female	100	300	400
Total	300	700	1000

- | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|--|-----|-----|-----|-----|
| <p>1. अगर पक्ष व दिन के बीच कोई सम्बन्ध नहीं है तो
असंबंधित अवृत्तियाँ होंगी।</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">180</td> <td style="text-align: center;">420</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">120</td> <td style="text-align: center;">280</td> </tr> </table> <p>2. तत्त्व की अनुपस्थिति के परीक्षण हेतु काइ-टॉ
प्रतिशत 0 है।</p> <p>3. लिख व पक्ष संसारित नहीं है।</p> <p>4. पुरुष व जबड़े दोनों समाज के पक्ष C को पसंद करते
हैं।</p> <p>54. मान दिए X_1, X_2, \dots, X_n, $n (\geq 2)$, $N(\mu, \sigma^2)$ वर्टें गे
सर्वात्मक स्वतंत्र रूप से बिट घेणे हैं, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ अज्ञात प्राथमिक हैं। मान दिए
$\hat{\sigma}_{MLE}^2$ एवं $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ क्रमशः σ^2 के अधिकतम संभावित व
एवं तमाम स्वतंत्र प्रतरण अनुमित्त आकाल हैं। सही
कथन को पहचानें।</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रतरण $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ के प्रतरण के समान
है। 2. $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रतरण अधिक
है। 3. $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का तुरंत वर्ग सामान
कम है। 4. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ एवं $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ दोनों के तुरंत वर्ग सामान
हैं। <p>55. मान दिए हमारे पास X_1, X_2, \dots, X_n एक प्रसारणात्मक वर्टें
गाले सर्वात्मक स्वतंत्र रूप से बिट घेणे हैं। इसके
अतिरिक्त मान दिए हमारे पास उत्ती प्रसारणात्मक वर्टें गाले
स्वतंत्र घेणे समुच्चय Y_1, Y_2, \dots, Y_n भी हैं जो भी
सर्वात्मक स्वतंत्र रूप से बिट हैं। मान दिए $R_X = X$ व
Y दोनों के युग्मी समुच्चय वे Xओं की जातियाँ (किन्तु)
का लोगफल हैं एवं $R_Y = Y$ युग्मी समुच्चय में Yओं की
जातियाँ का लोगफल हैं। तो</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$. 2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$. 3. $E(R_X) = E(R_Y)$. 4. $P(R_Y = R_X) = 1$. <p>56. एक साधारण समाक्षयात्रा में $Y = \beta X + \varepsilon$ वर्ता
रियारे। मान दिए $\hat{Y}_0, X = x_0$ पर n घोषणाएँ $(Y_i, X_i), i = 1, \dots, n$ एवं $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ एवं अधारित Y का
स्वतंत्र वर्ग प्राप्यकर्ता है। तो प्राप्यकर्ता \hat{Y}_0 की वानक
तुरंत।</p> | 180 | 420 | 120 | 280 | <p>1. If there is no association between party and gender, the expected frequencies are</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">180</td> <td style="text-align: center;">420</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">120</td> <td style="text-align: center;">280</td> </tr> </table> <p>2. The chi-square statistic for testing no association is 0.</p> <p>3. Gender and party are not associated.</p> <p>4. Both males and females equally prefer party C.</p> <p>54. Let X_1, X_2, \dots, X_n be $n (\geq 2)$ i.i.d. observations from
$N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and
$0 < \sigma^2 < \infty$ are unknown parameters. Let
$\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ denote the maximum likelihood
and uniformly minimum variance unbiased estimates of σ^2 respectively. Identify the correct
statement:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has the same variance as that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$. 2. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has larger variance than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$. 3. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has smaller mean squared error than that
of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$. 4. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ have the same mean squared
error. <p>55. Suppose that we have i.i.d. observations $X_1, X_2, \dots,$
X_n with a normal distribution. Suppose further that
we have an independent set of observations Y_1, Y_2, \dots, Y_n which are also i.i.d. with the same normal
distribution. Let R_X = the sum of the ranks of the
X's when they are ranked in the combined set of X
and Y values, and R_Y = the sum of the ranks of the
Y's in the combined set. Then</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $P(R_X - R_Y > 0) > \frac{1}{2}$. 2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$. 3. $E(R_X) = E(R_Y)$. 4. $P(R_Y = R_X) = 1$. <p>56. Consider a simple linear regression model
$Y = \beta X + \varepsilon$. Let \hat{Y}_0 be the least squares predictor of
Y at $X = x_0$ based on n observations $(Y_i, X_i), i = 1, \dots, n$ and $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.
Then the standard error of the predictor \hat{Y}_0</p> | 180 | 420 | 120 | 280 |
| 180 | 420 | | | | | | | | |
| 120 | 280 | | | | | | | | |
| 180 | 420 | | | | | | | | |
| 120 | 280 | | | | | | | | |

1. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो कम होती है।
 2. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो अधिक होती है।
 3. जब 0 के पास x_0 आता है तो अधिक होती है।
 4. जब 0 के पास x_0 आता है तो कम होती है।
57. एक बक्टो में 1, 2, ..., N संख्यावाले N टिकट अंतर्भूत हैं / N का मूल्य तथापि अज्ञात है / बक्टो में से यामन रखे बिना एक सामान्य यादृच्छिक n टिकटों का प्रतिदर्श निकाला गया / मानें कि X_1, X_2, \dots, X_n टिकटों पर दिये गये संख्या हैं जो क्रमशः पहले, दूसरे, ..., n वें बार निकालने में पाये जाते हैं / निम्न में से कौन N का अनमित आकाल है ?
1. $2\bar{X}-1$ जहाँ $\bar{X}=\frac{1}{N}(X_1+\dots+X_n)$
 2. $2\bar{X}+1$
 3. $2\bar{X}+\frac{1}{2}$
 4. $2\bar{X}-\frac{1}{2}$
58. यह देखने के लिए कि यदा दो अलग घर्म क्रीम A व B मानव शरीर पर अलग परिणाम देते हैं, एक नैदानिक परीक्षण किया गया जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने n व्यक्ति शामिल किये गये / क्रीम A हर व्यक्ति के यादृच्छिक रूप से चुनी गयी एक मुजा में लगाया गया, व क्रीम B दूसरी मुजा में / मानें कि भाषी गयी प्रतिक्रिया एक संतत चर है / अंतर के परीक्षण हंतु किस सांखिकीय परीक्षण का उपयोग करना चाहिये ?
1. अगर प्रसाधान्यता नानी जा सकती है तो दो -प्रतिदर्श टी-परीक्षण
 2. अगर प्रसाधान्यता नानी जा सकती है तो मुगल टी -परीक्षण
 3. दो प्रतिदर्श कोल्मोगोरोव-स्मिर्नोव परीक्षण
 4. यादृच्छिकता का परीक्षण
59. मानें कि चर $x_1 \geq 0$ व $x_2 \geq 0$ व्यवरोध $x_1+x_2 \geq 3$ व $x_1+2x_2 \geq 4$ का लमाधान करते हैं / तो निम्न में से कौन सा सही है ?
1. $5x_1+7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका कोई परिमित न्यूनतम नहीं है /
 2. $5x_1+7x_2$ का न्यूनतम मूल्य 17 है व उसका कोई परिमित उच्चतम नहीं है /
 3. $5x_1+7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका न्यूनतम मूल्य 17 है /
 4. $5x_1+7x_2$ का न तो कोई परिमित न्यूनतम है न तो उच्चतम /
1. decreases as x_0 moves away from \bar{X} .
 2. increases as x_0 moves away from \bar{X} .
 3. increases as x_0 moves closer to 0.
 4. decreases as x_0 moves closer to 0.
57. A box contains N tickets which are numbered 1, 2, ..., N. The value of N is however, unknown. A simple random sample of n tickets is drawn without replacement from the box. Let X_1, X_2, \dots, X_n be numbers on the tickets obtained in the 1st, 2nd, ..., nth draws respectively. Which of the following is an unbiased estimator of N?
1. $2\bar{X}-1$ where $\bar{X}=\frac{1}{N}(X_1+\dots+X_n)$
 2. $2\bar{X}+1$
 3. $2\bar{X}+\frac{1}{2}$
 4. $2\bar{X}-\frac{1}{2}$
58. In a clinical trial n randomly chosen persons were enrolled to examine whether two different skin creams, A and B, have different effects on the human body. Cream A was applied to one of the randomly chosen arms of each person, cream B to the other arm. Which statistical test is to be used to examine the difference? Assume that the response measured is a continuous variable.
1. Two-sample t-test if normality can be assumed.
 2. Paired t-test if normality can be assumed.
 3. Two-sample Kolmogorov-Smirnov test.
 4. Test for randomness.
59. Suppose that the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfy the constraints $x_1+x_2 \geq 3$ and $x_1+2x_2 \geq 4$. Which of the following is true?
1. The maximum value of $5x_1+7x_2$ is 21 and it does not have any finite minimum.
 2. The minimum value of $5x_1+7x_2$ is 17 and it does not have any finite maximum.
 3. The maximum value of $5x_1+7x_2$ is 21 and its minimum value is 17.
 4. $5x_1+7x_2$ neither has a finite maximum nor a finite minimum.

60. अगमन गति $\lambda > 0$ व सेवा गति $\mu > 0$ के एक M/M/1 कलर प्रणाली में माने कि $X(t)$ आवकों की संख्या है। प्रक्रिया $X(t)$ एक

1. गति $\lambda - \mu$ का पासंग प्रक्रिया है।
2. जनन गति $\lambda - \mu$ की तुल्य जनन प्रक्रिया है।
3. जनन गति λ व सरण गति μ की जनन-सरण प्रक्रिया है।
4. जनन गति $\frac{1}{\lambda}$ व सरण गति $\frac{1}{\mu}$ की जनन-सरण प्रक्रिया है।

60. Let $X(t)$ be the number of customers in an M/M/1 queuing system with arrival rate $\lambda > 0$ and service rate $\mu > 0$. The process $X(t)$ is a

1. Poisson process with rate $\lambda - \mu$.
2. pure birth process with birth rate $\lambda - \mu$.
3. birth and death process with birth rate λ and death rate μ .
4. birth and death process with birth rate $\frac{1}{\lambda}$ and death rate $\frac{1}{\mu}$.

माना/Part C

एकक I/Unit I

61. फलन $f(x) = \cos(|x - 5|) + \sin(|x - 3|) + |x + 10|^3 - (|x| + 4)^2$ पर विचार कीजिए। f निम्न विन्दुओं में कहूँ अवकलनीय नहीं है ?

1. $x = 5$ 2. $x = 3$ 3. $x = -10$ 4. $x = 0$

61. Consider the function

$$f(x) = \cos(|x - 5|) + \sin(|x - 3|) + |x + 10|^3 - (|x| + 4)^2.$$

At which of the following points is f not differentiable?

1. $x = 5$ 2. $x = 3$ 3. $x = -10$ 4. $x = 0$

62. \mathbb{R}^2 के निम्न उपसमुच्चयों में कौन से सुसज्जत है ?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
 3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

62. Which of the following subsets of \mathbb{R}^2 are compact?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
 3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

63. भूमि में कौन से $C = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ जो एक सतत फलन है}\}$ में दृश्यक है ?

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\},$
 2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\},$
 3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx,$
 4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx.$

63. Which of the following are metrics on $C = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ is a continuous function}\}$

1. $d(f, g) = \sup \{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}.$
2. $d(f, g) = \inf \{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}.$
3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx.$
4. $d(f, g) = \sup \{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx.$

64. यदि $j = 1, 2, 3, \dots$ के लिए बने हों A_j , एवं परिसीत समुच्चय है जिसमें कम से कम दो अवयव हैं। तो

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ अणुनीय समुच्चय है।
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n A_j$ अणुनीय है।
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ अणुनीय है।
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ अणुनीय है।

64. For each $j = 1, 2, 3, \dots$, let A_j be a finite set containing at least two distinct elements. Then

1. $\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$ is a countable set.
2. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \prod_{j=1}^n A_j$ is uncountable.
3. $\prod_{j=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.
4. $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_j$ is uncountable.

65. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

65. Which of the following is/are correct?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.
4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

66. निन्म में से कौन सही है/हैं ?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ यदि $x, y > 0$ के लिये ।
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ यदि $x, y > 0$ के लिये ।
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ यदि $x, y > 0$ के लिये ।
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ यदि $x, y > 0$ व यदि $k \geq 1$ के लिये ।

66. Which of the following is/are true?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ for all $x, y > 0$.
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ for all $x, y > 0$.
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ for all $x, y > 0$.
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ for all $x, y > 0$ and all $k \geq 1$.

67. $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ एक सेव फलन है, तो कठीन-कठीन सर्वत्र

1. यदि $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो $f=0$ है ।
2. यदि $a \leq c \leq b$ के लिए अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो $f=0$ है ।
3. यदि $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f=0$ हो ।
4. यदि $a \leq c \leq b$ के लिए अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f=0$ हो ।

67. Let $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a measurable function. Then

1. If $\int_c^d f(x) dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$ then $f=0$ a.e.
2. If $\int_a^c f(x) dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$, then $f=0$ a.e.

3. If $\int_c^d f(x)dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$, does not necessarily imply that $f = 0$ a.e.
4. If $\int_a^c f(x)dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$ does not necessarily imply that $f = 0$ a.e.

68. \mathbb{R}^n में $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ और $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, $1 \leq p < \infty$ के लिये माने कि

$$d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \quad \text{और } d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \dots, n\}$$

$B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p \leq \infty$. निम्न से तीनों सा/से जहाँ कौन सा/से जहाँ ठीक है?

- | | |
|--|--|
| 1. d_∞ -दूरीक में B_1 विशुल्ख है। | 2. d_∞ -दूरीक में B_2 विशुल्ख है। |
| 3. d_2 -दूरीक में B_1 विशुल्ख नहीं है। | 4. d_2 -दूरीक में B_2 विशुल्ख नहीं है। |

68. For $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ in \mathbb{R}^n let $d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p}$ for $1 \leq p < \infty$,
 and $d_\infty(x, y) = \max \{|x_j - y_j| : j = 1, 2, \dots, n\}$.
 Let $B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p \leq \infty$.
 Which of the following are correct?

- | | |
|---|--|
| 1. B_1 is open in the d_∞ -metric. | 2. B_1 is open in the d_n -metric. |
| 3. B_1 is not open in the d_2 -metric. | 4. B_2 is not open in the d_2 -metric. |

69. $f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4)$ द्वारा परिभिरत प्रतिशिक्षण $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ पर विचार, तो

1. $(0, 0)$ पर f असंतत है।
2. $(0, 0)$ पर f संतत है एवं $(0, 0)$ पर नक्षी दिक्क-अवकलज के अस्तित्व है।
3. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलज $Df(0, 0)$ ब्रूकमणीय नहीं है।
4. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलज $Df(0, 0)$ ब्रूकमणीय है।

69. Consider the map $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ defined by

$$f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4).$$

Then

1. f is discontinuous at $(0, 0)$.
2. f is continuous at $(0, 0)$ and all directional derivatives exist at $(0, 0)$.
3. f is differentiable at $(0, 0)$ but the derivative $Df(0, 0)$ is not invertible.
4. f is differentiable at $(0, 0)$ and the derivative $Df(0, 0)$ is invertible.

70. [0, 1] पर संतत फलनों की समाप्ति $C[0, 1]$ निम्न मानक के विषय में पूर्ण है :

1. $\|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}.$
2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx.$
3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|.$
4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}.$

70. The space $C[0, 1]$ of continuous functions on $[0, 1]$ is complete with respect to the norm

1. $\|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}.$
2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx.$
3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|.$
4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}.$

71. यदि $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2\} \subset \mathbb{R}^2$ निम्न उपसमुच्चयों में कौन सा/से संबद्ध है/हैं?

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$ | 2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$ |
| 3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$ | 4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$ |

71. Let $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2\}$. Which of the following subsets of \mathbb{R}^2 are connected?

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$ | 2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$ |
| 3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$ | 4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$ |

72. यदि $X = \{x \in [0, 1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ दिया गया उपसमुच्चित सास्थितिकी है, तो

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1. X संबद्ध है परन्तु सहत नहीं है। | 2. X न हो संबद्ध है, न हो सहत। |
| 3. X संबद्ध व सहत है। | 4. X सहत है, परन्तु संबद्ध नहीं। |

72. Let $X = \{x \in [0,1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ be given the subspace topology. Then
1. X is connected but not compact.
 2. X is neither compact nor connected.
 3. X is compact and connected.
 4. X is compact but not connected.
73. निम्न आव्यूहों में से कौन से धारात्मक-विभिन्नत है ?
- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ | 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ | 4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ |
73. Which of the following matrices are positive definite?
- | | |
|---|---|
| 1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ | 2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ | 4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ |
74. यदि n -विमीय वास्तविक समिश्र सापेट V में A एक यूनिवर संगत लपातरण है ; यदि कि उपसमाप्त $V_0 \subset V$, A के अलगत V का प्रतिबिन्दि है ; यदि कि $k = \dim(V_0) < n$ एवं यदि कि युक्त $\lambda \in \mathbb{R}$ के लिये $A^2 = \lambda A \cdot I$ तो
1. $\lambda = 1$.
 2. सारणिक $A = |\lambda|^n$.
 3. λ , A का एक यात्र अभिलक्षणिक सारण है ;
 4. एक असूक्ष उपसमाप्त $V_1 \subset V$ है ताकि सभी $x \in V_1$ के लिये $Ax = 0$.
74. Let A be a non-zero linear transformation on a real vector space V of dimension n . Let the subspace $V_0 \subset V$ be the image of V under A . Let $k = \dim V_0 < n$ and suppose that for some $\lambda \in \mathbb{R}$, $A^2 = \lambda A$. Then
1. $\lambda = 1$.
 2. $\det A = |\lambda|^n$.
 3. λ is the only eigenvalue of A .
 4. There is a nontrivial subspace $V_1 \subset V$ such that $Ax = 0$ for all $x \in V_1$.

75. यदि C एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है। यदि फिर $W = \{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$ हाँगा विस्तृत एक सदिश समुच्छित है। सदिश समुच्छित W की विमा है :

- | | |
|----------|----------------------|
| 1. $2n$ | 2. अधिक से अधिक n |
| 3. n^2 | 4. अधिक से अधिक $2n$ |

75. Let C be a $n \times n$ real matrix. Let W be the vector space spanned by $\{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$. The dimension of the vector space W is

- | | |
|----------|-----------------|
| 1. $2n$ | 2. at most n |
| 3. n^2 | 4. at most $2n$ |

76. यदि फिर V_1 और V_2 एक सदिश समुच्छित V की उपसमानितयाँ हैं। निम्न में से कौन आवश्यकता V की उपसमानित है?

- | | |
|---|--|
| 1. $V_1 \cap V_2$. | 2. $V_1 \cup V_2$. |
| 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$. | 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \notin V_2\}$. |

76. Let V_1, V_2 be subspaces of a vector space V . Which of the following is necessarily a subspace of V ?

- | | |
|---|--|
| 1. $V_1 \cap V_2$. | 2. $V_1 \cup V_2$. |
| 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$. | 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \notin V_2\}$. |

77. यदि N एक 3×3 शून्यतर आव्यूह है जिसका गुण है $N^2 = 0$. निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?

1. N एक विकर्ण-आव्यूह से समलूप नहीं है।
2. N एक दिकर्ण-आव्यूह से समलूप है।
3. N का एक शून्यतर अभिलक्षणिक सदिश है।
4. N के तीन ऐसिकी रूपतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं।

77. Let N be a nonzero 3×3 matrix with the property $N^2 = 0$. Which of the following is/are true?

1. N is not similar to a diagonal matrix.
2. N is similar to a diagonal matrix.
3. N has one non-zero eigenvector.
4. N has three linearly independent eigenvectors.

78. यदि $x, y \in \mathbb{C}^n$ फिर $f(x, y) = \sup_{\theta, \phi} \left\{ \|e^{i\theta}x + e^{i\phi}y\|^2 : \theta, \phi \in \mathbb{R} \right\}$ यह विकारें। निम्न में से कौन-सा/से सही है/हैं ?

- | | |
|---|---|
| 1. $f(x, y) \leq \ x\ ^2 + \ y\ ^2 + 2 \langle x, y \rangle $. | 2. $f(x, y) = \ x\ ^2 + \ y\ ^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$. |
| 3. $f(x, y) = \ x\ ^2 + \ y\ ^2 + 2 \langle x, y \rangle $. | 4. $f(x, y) > \ x\ ^2 + \ y\ ^2 + 2 \langle x, y \rangle $. |

78. Let $x, y \in \mathbb{C}^n$. Consider $f(x, y) = \sup_{\theta, \varphi} \left\{ \|e^{i\theta}x + e^{i\varphi}y\|^2 : \theta, \varphi \in \mathbb{R}\right\}$. Which of the following is/are correct?

1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$.
3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.
4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$.

एकांक II/Unit II

79. निन्हे दी गई कोन-से समुच्चय $C[0, 1]$ में सदृश है? (उच्चतर-मानक सार्वस्थितिकी के विषय में $[0, 1]$ पर वास्तविक मूल्यांक संतत फलनों की समस्या)

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ एक अकृपक है}\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x)dx = 5\}$

79. Which of the following sets are dense in $C[0, 1]$ (the space of real valued continuous functions on $[0, 1]$ with respect to sup-norm topology)?

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ is a polynomial}\}$
2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$
4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x)dx = 5\}$

80. यदि $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $n \geq 1$ वाले निये $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ का व्यापारन करता हुआ एक मेरोमोर्फिक फलन है जो 0 पर विशेषण है।

1. $f(0) = 1/2$
2. $z = -2$ पर f' का एक साधारण अनंतक है।
3. $f(2) = 1/4$
4. ऐसा कोई मेरोमोर्फिक फलन का अस्तित्व नहीं है।

80. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a meromorphic function analytic at 0 satisfying $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ for $n \geq 1$. Then

1. $f(0) = 1/2$
2. f' has a simple pole at $z = -2$
3. $f(2) = 1/4$
4. no such meromorphic function exists

81. माने कि f एक सर्वत्र पैशलोडिक फलन है। अगर f का अधिकालिपा भाग ≥ 0 , तो
1. f का वास्तविक भाग स्थिर है।
 2. f स्थिर है।
 3. $f = 0$.
 4. f' एक शून्यतरा त्रिभासक है।
81. Let f be an entire function. If $\operatorname{Im} f \geq 0$, then
1. $\operatorname{Re} f$ is constant
 2. f is constant
 3. $f = 0$
 4. f' is a nonzero constant
82. माने कि $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ $f(0) = 0$ और $f(1/2) = 0$ वाली होलोमोर्फिक है, जहाँ $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$. निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
 2. $|f'(0)| \leq 1$
 3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
 4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$
82. Let $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ be holomorphic with $f(0) = 0$ and $f(1/2) = 0$, where $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$. Which of the following statements are correct?
1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
 2. $|f'(0)| \leq 1$
 3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
 4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$
83. $z = x + iy$ रूप के $z \in \mathbb{C}$ के लिये परिभाषित करें :
- $$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$
- $$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$
- $$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$
- $$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$
- फलन $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$
1. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^- के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।
 2. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^+ के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।
 3. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^- के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।
 4. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^- के ऊपर प्रतिचिह्नित करता है।

83. For $z \in \mathbb{C}$ of the form $z = x + iy$, define

$$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

The function $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$

1. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{H}^+ and \mathbb{H}^- onto \mathbb{H}^- .
2. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{H}^- and \mathbb{H}^- onto \mathbb{H}^+ .
3. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{L}^+ and \mathbb{H}^- onto \mathbb{L}^- .
4. maps \mathbb{H}^+ onto \mathbb{L}^- and \mathbb{H}^- onto \mathbb{L}^+ .

84. $z = 0$ पर फलन $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - \cos z}\right)$ का

1. एक अपनेय विचित्रता है।
2. एक अनंतक है।
3. एक अनिवार्य विचित्रता है।
4. $z = 0$ के आस पास $f(z)$ के लॉरेंट सिस्टमिकरण के अनंततः बहुत धनात्मक एवं ऋणात्मक घात z के हैं।

84. At $z = 0$, the function $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - \cos z}\right)$ has
1. a removable singularity.
 2. a pole.
 3. an essential singularity.
 4. the Laurent expansion of $f(z)$ around $z = 0$ has infinitely many positive and negative powers of z .

85. माना $R = Q[x]/I$ जहाँ $I = 1 + x^2$ द्वारा जनित एक आदर्श है। माने कि R में x का गणनाप्रयत्न y है। तो R पर अव्युक्तिहीन है

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1. $y^2 + 1$ | 2. $y^2 + y + 1$ |
| 3. $y^2 - y + 1$ | 4. $y^3 + y^2 + y + 1$ |

85. Let $R = Q[x]/I$ where I is the ideal generated by $1 + x^2$. Let y to the coset of x in R . Then
- | | |
|--|--|
| 1. $y^2 + 1$ is irreducible over R . | 2. $y^2 + y + 1$ is irreducible over R , |
| 3. $y^2 - y + 1$ is irreducible over R . | 4. $y^3 + y^2 + y + 1$ is irreducible over R . |

86. निम्न में से कौन-सा सही है ?
1. $\sin^7 \theta, \mathbb{Q}$ पर वीजीय है ।
 2. $\cos \pi/17, \mathbb{Q}$ पर वीजीय है ।
 3. $\sin^{-1} 1, \mathbb{Q}$ पर वीजीय है ।
 4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}, \mathbb{Q}(\pi)$ पर वीजीय है ।
86. Which of the following is true?
1. $\sin^7 \theta$ is algebraic over \mathbb{Q} .
 2. $\cos \pi/17$ is algebraic over \mathbb{Q} .
 3. $\sin^{-1} 1$ is algebraic over \mathbb{Q} .
 4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}$ is algebraic over $\mathbb{Q}(\pi)$.
87. यहाँ कि $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$ वर्ग $g(x) = x^3 + 1$ / तो $\mathbb{Q}[x]$ में
1. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x + 1$.
 2. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
 3. लघुत्तम राशीप्रबल्त्य $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
 4. लघुत्तम समापकल्य $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.
87. Let $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$ and $g(x) = x^3 + 1$. Then in $\mathbb{Q}[x]$,
1. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x + 1$.
 2. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
 3. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^3 + x^2 + 1$.
 4. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$.
88. कोटि 36 के कोई समूह G व उसके उपसमूह H जो G कोटि 4 के लिये
1. $H \subset Z(G)$.
 2. $H = Z(G)$.
 3. $G \ncong H$ प्रसामान्य है ।
 4. H एक अबेली समूह है ।
88. For any group G of order 36 and any subgroup H of G order 4,
1. $H \subset Z(G)$.
 2. $H = Z(G)$.
 3. H is normal in G .
 4. H is an abelian group.
89. यहाँ कि G समूह $S_4 \times S_3$ का निर्दिष्ट करता है । तो
1. G का 2-सेलो उपसमूह प्रसामान्य है ।
 2. G का 3-सेलो उपसमूह प्रसामान्य है ।
 3. G का एक अनुच्छ प्रसामान्य उपसमूह है ।
 4. G का एक प्रसामान्य उपसमूह कोटि 72 का है

89. Let G denote the group $S_4 \times S_3$. Then
1. a 2-Sylow subgroup of G is normal.
 2. a 3-Sylow subgroup of G is normal.
 3. G has a nontrivial normal subgroup.
 4. G has a normal subgroup of order 72.
- 90 माने कि X एक प्रसामाना छायाचारक समूह है। माने कि A_1, A_2, A_3, X के लंबत उपरमूह हैं जो युग्मत अलगुका हैं। तो X पर एक सतत वास्तविक मूल्याना फलन f हमेशा रखता है ताकि $f(x) = a_i$ कहि $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$.
1. यदि a_i या तो 0 या 1 होने पर ही।
 2. यदि से कम a_1, a_2, a_3 में कोई भी दो संख्याओं के समान होने पर ही।
 3. a_1, a_2, a_3 के सभी वास्तविक मूल्यों के लिये।
 4. तभी जब सभी अंकों A_1, A_2 एवं A_3 से से एक रिका हो।
- 90 Let X be a normal Hausdorff space. Let A_1, A_2, A_3 be closed subsets of X which are pairwise disjoint. Then there always exists a continuous real valued function f on X such that $f(x) = a_i$ if $x \in A_i$, $i = 1, 2, 3$
1. iff each a_i is either 0 or 1.
 2. iff at least two of the numbers a_1, a_2, a_3 are equal.
 3. for all real values of a_1, a_2, a_3 .
 4. only if one among the sets A_1, A_2 and A_3 is empty.

एकांक III/Unit III

91. यद्यपि अपकल रणनीकरण प्राप्ति $\frac{d}{dx} Y = AY$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, पर बिहारी वर्ग $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ तो
- $$Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix} \text{ तो}$$
1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ तथा $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
 2. $y_1(x) \rightarrow 0$ तथा $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
 3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ तथा $y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.
 4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.
91. Consider the system of ODE
- $$\frac{d}{dx} Y = AY, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$
- where $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ and $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$. Then
1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.
 2. $y_1(x) \rightarrow 0$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.

3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.
 4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.
92. परिसीमा गान समस्या $y'' + \lambda y = 0$; $y(0) = 0$, $y(1) = 0$, के लिये ऐसा एक अनिवार्यक मान λ का अस्तित्व है, जिसके $(0, 1)$ में एक अनिवार्यक फलन राखा गया है, जो
1. शिख नहीं बदलता /
 2. शिख बदलता है /
 3. घनातक है /
 4. अघातक है /
92. For the boundary value problem
- $$y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0,$$
- there exists an eigenvalue λ for which there corresponds an eigenfunction in $(0, 1)$ that
1. does not change sign.
 2. changes sign.
 3. is positive.
 4. is negative.
93. परिसीमा मान समस्या $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ का हल है :
1. अवकृत
 2. उत्कृष्ट
 3. अव्याप्तक
 4. व्याप्तक
93. The solution of the boundary value problem $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$
 $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ is
1. convex
 2. concave
 3. negative
 4. positive
94. कठीनी रासायनिक $\begin{cases} xu_x + yu_y = 0 \\ u(x, y) = x, \quad x^2 + y^2 = 1 \text{ के } \end{cases}$ कुपर] का
1. यदि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये एक हल है /
 2. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अनन्य हल है /
 3. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक परिवर्त्त हल है /
 4. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अनन्य हल है, यद्यपि हल अपरिवर्त्त है /

94. The Cauchy problem

$$\left. \begin{array}{l} xu_x + yu_y = 0 \\ u(x, y) = x, \quad \text{on } x^2 + y^2 = 1 \end{array} \right\}$$

has

1. a solution for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
3. a bounded solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
4. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$, but the solution is unbounded.

95. यात्रे कि u गण विकल्प

$$\left. \begin{array}{l} u_t - u_{xx} = 0, \quad 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x + \sin 2x, \quad 0 \leq x \leq \pi \end{array} \right\}$$

मत एवं इस ने / नहीं

1. यदि $x \in (0, \pi)$ और लिये $u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
2. यदि $x \in (0, \pi)$ और लिये $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
3. $x \in (0, \pi), t > 0$ के लिये $e^t u(x, t)$ एक विशेष फलन है।
4. यदि $x \in (0, \pi)$ और लिये $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$

95. Let u be a solution of the heat equation

$$\left. \begin{array}{l} u_t - u_{xx} = 0, \quad 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x + \sin 2x, \quad 0 \leq x \leq \pi \end{array} \right\}$$

Then

1. $u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
2. $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
3. $e^t u(x, t)$ is a bounded function for $x \in (0, \pi), t > 0$.
4. $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.

96. यात्रे कि u विशेष गान चमक्या

$$\left. \begin{array}{l} u'' + \frac{1}{t} u' = f(t), \quad t \in (0, 1) \\ u'(0) = a, \quad u(1) = b \end{array} \right\}$$

का डल है / $x^2 + y^2 \leq 1$ के लिये परिभाषित करें कि $v(x, y) = u\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$ एवं $g(x, y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$, तो v असेक्युलर समीकरण

$$\begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g && \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 < 1 \right\} \text{ if } \\ v(x, y) &= 0 && \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 = 1 \right\} \text{ पर } \end{aligned}$$

का डल तब होगा यदि

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $a > 0$ एवं $b > 0$ | 2. $a > 0$ एवं $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ एवं $b = 0$ | 4. $a < 0$ एवं $b = 0$ |

96. Let u be a solution of the boundary value problem

$$\left. \begin{array}{l} u'' + \frac{1}{t}u' = f(t), \quad t \in (0, 1) \\ u'(0) = a, \quad u(1) = b \end{array} \right\}$$

Define for $x^2 + y^2 \leq 1$, $v(x, y) = u\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$ and $g(x, y) = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$, then v is a solution of the PDE

$$\begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g && \text{in } \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 < 1 \right\} \\ v(x, y) &= 0 && \text{on } \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 = 1 \right\} \end{aligned} \text{ if }$$

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $a > 0$ and $b > 0$ | 2. $a > 0$ and $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ and $b = 0$ | 4. $a < 0$ and $b = 0$ |

97. यह दिया हुआ है कि एक उपरि त्रिग्रनुज आवृह (UTM) युक्तमयीय तभी है जब उसके तभी विकर्णी अवयव शून्य से भिन्न हैं ; तिन रेखिक प्रणाली पर-विचारे ।

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

ती प्रणाली (1)

1. एक UTM में लपात्तरित की जा सकती है, परन्तु यह युक्तमयीय नहीं है क्योंकि उसके विकर्णी प्रणिटियाँ शून्य से भिन्न नहीं हैं ।
2. युक्तमयीय है हालांकि UTM में लपात्तरित की नहीं जा सकती ।

3. UTM से लपान्तरित की जा सकती है व्योंगि सभी उपरि विकल्पों प्रश्नों में से एक है।
 4. UTM से लपान्तरित की जा सकती है एवं UTM का हल (1) का भी हल है।
97. Given that an upper triangular matrix (UTM) is invertible if and only if all its diagonal elements are different from zero, consider the linear system

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Then system (1)

1. can be transformed into an UTM but is not invertible because the diagonal entries of the UTM are not different from zero.
 2. is invertible though cannot be transformed into an UTM.
 3. can be transformed into an UTM because above diagonal entries are all different from zero.
 4. can be transformed into an UTM and the solution of the UTM is the solution of (1).
98. अवलम्बन $f(x) = x^2 - x - 2 = 0, \dots (i)$ के बारे में विचार / यद्यपि $x = g(x)$ ताकि $g(x)$ एक कोई नहीं निश्चित हो-गा (1) के लिए दो / दो $g(x)$ के समावय वर्णन हैं।

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}, m \in [-a, a]$ एक समावय परिणाम है जहाँ a एक धनात्मक निश्चित है।
2. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ समावय परिणाम हैं।
3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}, K \neq 0, K \in \mathbb{R}$ यह समावय परिणाम है।
4. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ एक समावय समावय नहीं है।

98. Consider the function

$$f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \quad (1)$$

Let $x = g(x)$, so that any fixed point of $g(x)$ is a solution of (1). Then

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}, m \in [-a, a]$ is a possible choice where a is positive constant.
2. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are possible choices.
3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}, K \neq 0, K \in \mathbb{R}$ is a possible choice.
4. $g(x) = x^2 - 2, g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are the only possible choices.

99. समाकल समीकरण $\phi(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$

जहाँ λ एक प्राचल है,

$$\text{एवं } K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$$

इस परिसीमा मान समस्या $\phi'(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0, \phi(\pi) = 0, \phi(0) = 0$ की ओर ले जाता है। जहाँ $f(\lambda)$ शांत है। तो इस परिसीमा मान समस्या का

- 1. यदि $f(\lambda) = 0$, एक अनन्य हल है।
- 2. यदि $f(\lambda) > 0$, अनगत संख्या के हल हैं।
- 3. यदि $f(\lambda) < 0$, कोई हल नहीं।
- 4. यदि $\lambda > 1$, एक अनन्य हल है।

99. The integral equation

$$\phi(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$$

where λ is a parameter, and $K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$

leads to a boundary value problem $\phi'(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0, \phi(\pi) = 0, \phi(0) = 0$, where $f(\lambda)$ is known. Then the boundary value problem has

- 1. a unique solution when $f(\lambda) = 0$.
- 2. infinite number of solutions when $f(\lambda) > 0$.
- 3. no solution when $f(\lambda) < 0$.
- 4. a unique solution when $\lambda > 1$.

100. कलनिक $I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy$ जहाँ D एक छोटा है, जिसकी परिसीमा पर $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, एवं $z = 0$ है, के वरप्रमाणीकरण की समस्या का सामिकारित हल $z = z_0(x, y)$ दूष रूप में है।

- 1. $z_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x, y)$, जहाँ α_i स्थिरांक हैं एवं D पर कलनी ϕ_i एकधाराता त्वतंत्र हैं।
- 2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, जहाँ α_1 एवं α_2 स्थिरांक हैं एवं ϕ_1 व ϕ_2 की संतान आंशिक अवकलज द्वारा हैं।
- 3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ जहाँ α स्थिरांक है एवं D पर ϕ संतत है।
- 4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

100. An approximate solution $z = z_0(x, y)$ to the problem of extremizing the functional

$$I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy,$$

where D is the square, $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, and $z = 0$ on the boundary of the square, is of the form

1. $z_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x, y)$, where α_i are constants and functions ϕ_i are linearly independent in D .
2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, where α_1 and α_2 are constants, and ϕ_1 and ϕ_2 have continuous partial derivatives.
3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ where α is a constant and ϕ is continuous in D
4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

101. किस ग्रन्ति का नियम है/होता है ?

1. हीपिटन नियम डिस्करेट सिस्टम का अनुगामी है।
2. जब एक व्यापकीय निर्देशक के अवकलों के बीच के संबंध दिया नहीं जाता, हीपिटन नियम लांगारिक व्यापकीय के लिये लागू नहीं होता।
3. हीपिटन नियम लांगारिक अवीकरणों का अनुगामी है।
4. न्यूटन का हितीय नियम हीपिटन नियम का अनुगामी है।

101. Which of the following is/are correct?

1. Hamilton's principle follows from the D'Alembert's principle.
2. Hamilton's principle is not usually applicable to nonholonomic system, unless a relation connecting the differentials of generalized coordinates is given.
3. Hamilton's principle follows from Lagrange's equations.
4. Newton's second law of motion follows from the Hamilton's principle.

102. यदि L एक प्राकृति की लगावी है, तो

1. लगावी समीकरणों मेंीय अपेक्षित अवकल समीकरण हैं।
2. समीकरणों की भूत सभी व्यापकीय निर्देशकों की लगावी की समान है।
3. लगावी L अपने कलनिक रूप में जाता नहीं है, यसके लगावी यहि समीकरणों की कलन का परिक्षण संन्यास है।
4. यह लगावी उपस्थिति है, जिसकी कलन व्यापकीय यहि का एक हितीय कलन है।

102. Let L denote the Lagrangian of a system. Then the

1. Lagrange's equations are second order differential equations.
2. Total number of equations is equal to the number of generalized coordinates.
3. Lagrangian L is not unique in its functional form, but the form of the Lagrange's equation of motion can be preserved.
4. Lagrangian function is a quadratic function of generalized velocity when the potential exists.

एकक / Unit IV

103. यदि $F(x, y), G(x)$ व $H(y)$ क्रमशः (X, Y) का समुक्त जबरी बटन कलन, X का उपर्यात सचरी बटन कलन एवं Y का उपर्यात सचरी बटन कलन हैं। परिगणित करें कि

$$U = \begin{cases} 1 & \text{यदि } X \leq a \\ -1 & \text{यदि } X > a \end{cases} \quad \text{एवं} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{यदि } Y \leq b \\ -1 & \text{यदि } Y > b \end{cases}$$

जहाँ a व b नियत वास्तविक अंक हैं। तो

1. अगर सहप्रसारण $(U, V) = 0$ तो सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x) H(y)$
2. अगर सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x) H(y)$ तो सहप्रसारण $(U, V) = 0$
3. अगर U व V स्वतंत्र हैं तो X व Y स्वतंत्र हैं।
4. अगर X व Y स्वतंत्र हैं तो U व V स्वतंत्र हैं।

103. Let $F(x, y)$, $G(x)$ and $H(y)$ be the joint c.d.f. of (X, Y) , marginal c.d.f. of X and marginal c.d.f. of Y respectively.
 Define

$$U = \begin{cases} 1 & \text{if } X \leq a \\ -1 & \text{if } X > a \end{cases} \quad \text{and} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{if } Y \leq b \\ -1 & \text{if } Y > b \end{cases}$$

where a and b are fixed real numbers. Then

1. If $\text{Cov}(U, V) = 0$ then $F(x, y) = G(x) H(y)$ for all x and y .
2. If $F(x, y) = G(x) H(y)$ for all x and y then $\text{Cov}(U, V) = 0$.
3. If U and V are independent then X and Y are independent.
4. If X and Y are independent then U and V are independent.

104. निम्न में से कौन से प्रतिवध यादृच्छिक चर X व Y की स्वतंत्रता की ओर संकेत करते हैं?

1. सभी $a \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y > a) = P(X > a)$
2. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y < b) = P(X > a)$
3. X व Y सहसंबंधित नहीं हैं।
4. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a) E(Y - b)$

104. Which of the following conditions imply independence of the random variables X and Y ?

1. $p(X > a | Y > a) = P(X > a)$ for all $a \in \mathbb{R}$.
2. $p(X > a | Y < b) = P(X > a)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

3. X and Y are uncorrelated.
 4. $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)E(Y - b)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.
105. अवस्था समेत $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ एवं संतुलित प्रायिकता P जो नीचे दिया गया है, ताले एक मात्रावाली पर बनाइँ।

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

ताले कि $p_{ij}^{(n)}, P^n$ कि (i, j) घटना अवयप्त है। तो

1. $\sum_{i=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ii}^{(n)} = 1$.
 2. साक्षर अवयता कि लिये $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ एक संतुलित बटन है।
 3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty$.
 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{14}^{(n)} = 1/3$
105. Consider a Markov chain with state space $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and stationary transition probability matrix P given by

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Let $p_{ij}^{(n)}$ be the (i, j) th element of P^n .

Then

1. $\sum_{i=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ii}^{(n)} = 1$.
2. $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ is a stationary distribution for the Markov chain.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} p_{33}^{(n)} < \infty,$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{14}^{(n)} = 1/3.$

106. $x \in \mathbb{R}$, के लिये माने कि $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ एवं \mathbb{R} पर u एक इस प्रकार का सतत फलन है :

(i) यदि $x \in \mathbb{R}$ एवं यू-प्रतीक u के लिये $u(-x) = -u(x)$

(ii) $x \notin (-1, 1)$ के लिये $u(x) = 0$

(iii) यदि $x \in \mathbb{R}$ के लिये $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$

माने कि यदि $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f(x) = g(x) + u(x)$, तो

1. f अव्याप्तिक सूच्य ले सकता है।

2. यदि x के लिये $f(x) > 0$ एवं f अव्याप्तिकीय है।

3. \mathbb{R} पर f एक प्रायिकता मन्त्र फलन है।

4. f एक समाकलनीय फलन है।

106. Let $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ for $x \in \mathbb{R}$ and u be a continuous function on \mathbb{R} such that

(i) $u(-x) = -u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$, and u non-zero

(ii) $u(x) = 0$ for $x \notin (-1, 1)$,

(iii) $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$, for all $x \in \mathbb{R}$.

Let $f(x) = g(x) + u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$. Then

1. f can take negative values.

2. $f(x) > 0$ for all x and f is not integrable.

3. f is a probability density function on \mathbb{R} .

4. f is an integrable function.

107. माने कि X_1, X_2, \dots स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जहाँ $X_n, n \geq 3n$ ($n = 1, 2, \dots$) के बीच में एक समानता गटिय है। माने कि $N = 1, 2, \dots$ के लिये $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ एवं S_N का घटन फलन F_N है। तथा माने कि Φ एक यानक प्रसाधान्य यादृच्छिक चर के घटन फलन को निर्दिष्ट करता है। तिन्ह में से कौन-सा/से सही है/हैं?

1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$

2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$

3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$

4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$

107. Let X_1, X_2, \dots be independent random variables with X_n being uniformly distributed between $-n$ and $3n$, $n = 1, 2, \dots$

Let $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ for $N = 1, 2, \dots$ and let F_N be the distribution function of S_N . Also let Φ

denote the distribution function of a standard normal random variable. Which of the following is/are true?

1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$

2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$

3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$

4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$

108. माने कि X_1 और X_2 स्वतंत्र हैं एवं उनके घनत्व क्रमांक $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ एवं

$$f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$$

1. $X_1 + X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त हैं।

2. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त हैं।

3. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये पूर्ण हैं।

4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2), \theta$ के लिये अनप्रियता है।

108. Suppose X_1 has density $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ and X_2 has density $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ and X_1, X_2 are independent. Then

1. $X_1 + X_2$ is sufficient for θ .

2. $X_1 + 2X_2$ is sufficient for θ .

3. $X_1 + 2X_2$ is complete for θ .

4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2)$ is unbiased for θ .

109. माने कि दोहरे पास n (≥ 2) एकलमानतः घनत्व रूप से बटित प्रेक्षण X_1, X_2, \dots, X_n हैं। इस एक प्रकार आन

$$N(\mu, \sigma^2)$$
 घटन के साथ जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ दोनों अज्ञात हैं। तो

1. σ^2 का अधिकतम संभाविता आकलन σ^2 का अनप्रियता आकलन है।

2. σ^2 का एकलमानतः घनत्व प्रतरण अनप्रियता आकलन की σ^2 की अधिकतम संभाविता आकलन की तुलना में कम दर्श तुष्टि होती है।

3. σ^2 का अधिकतम संभाविता आकलन एवं एकलमानतः घनत्व प्रसरण आकलन, दोनों उपरान्ती संगत आकलन हैं।

4. σ^2 की किसी भी अनप्रियता आकलन के लिये σ^2 का एक दूसरा आकलन है जिसकी दर्श साध्य त्रुटि कम है।

109. Suppose that we have n (≥ 2) i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n each with a common $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are both unknown. Then

1. the maximum likelihood estimate of σ^2 is an unbiased estimate for σ^2 .
2. the uniformly minimum variance unbiased estimate of σ^2 has smaller mean squared error than the maximum likelihood estimate of σ^2 .
3. both the maximum likelihood estimate and the uniformly minimum variance estimate of σ^2 are asymptotically consistent estimates.
4. for any unbiased estimate of σ^2 , there is another estimate of σ^2 with a smaller mean squared error.

110. माने कि X_1, X_2, \dots, X_{25} अंतराल $[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]$ में एक एकलमात्र घटन से प्रेषण है, जहाँ $-\infty < \theta < \infty$ एक अज्ञात प्राचल है। तो

1. प्रतिदर्श माध्य, \bar{X} का अनमिनत आकलन है।
2. प्रतिदर्श मधिका, $\hat{\theta}$ का अनमिनत आकलन है।
3. प्रतिदर्श माध्य, \bar{X} का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनमिनत आकलन नहीं है।
4. प्रतिदर्श मधिका, $\hat{\theta}$ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनमिनत आकलन नहीं है।

110. Let X_1, X_2, \dots, X_{25} be i.i.d. observations from a uniform distribution on the interval $[\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}]$ where $-\infty < \theta < \infty$ is an unknown parameter. Then the

1. sample mean is an unbiased estimate for θ .
2. sample median is an unbiased estimate for θ .
3. sample mean is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .
4. sample median is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .

111. माने कि X का घनत्व है $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, जहाँ $\lambda > 0$ अज्ञात है। जब $k < X \leq k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$ है, X की विविक्तीकरण से $Y = k$ निलंबा है। Y के घटन से Y_1, Y_2, \dots, Y_n एक यादृच्छिक प्रतिदर्श प्राप्त होता है। माने कि $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ । तो λ का आधूर्ण विधि आकलक $\hat{\lambda}$ है :

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. अधिकतम संभावित आकलक के समान।

111. Suppose X has density $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$, where $\lambda > 0$ is unknown. X is discretized to give $Y = k$ if $k < X \leq k+1$, $k = 0, 1, 2, \dots$. A random sample Y_1, Y_2, \dots, Y_n is available from the distribution of Y . Let $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Then the method of moments estimator $\hat{\lambda}$ of λ is

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{Y}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{Y} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{Y}\right)$
4. the same as the maximum likelihood estimator

112. सभी वास्तविक x के लिये 0 के आसपास समेत, जार्थीत $f(x - \theta) = f(\theta - x)$, एक संतुलित प्रायिकता घनत्व फलन f से निकाले गये एक समानता व्याप्ति का से शादी प्रक्षण है X_1, X_2, \dots, X_n / परीक्षण $H_0: \theta = 0$ का

$$H_A: \theta > 0 \text{ एवं } \text{निक्षिप्त परीक्षण प्रतिवर्त्तन } S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i), \text{जहाँ}$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \quad \text{यदि } x \neq 0 \\ -1, & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

क्या कि Z_α मानक प्रसामान्य बंटन का उपरी $100(1 - \alpha)$ वाँ घटावक है, जहाँ $0 < \alpha < 1$ / तो निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं?

1. यदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
2. यदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$
3. यदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
4. यदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$

112. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. observations from a distribution with continuous probability density function f which is symmetric around θ i.e.

$f(x - \theta) = f(\theta - x)$ for all real x .

Consider the test $H_0: \theta = 0$ vs $H_A: \theta > 0$ and the sign test statistic $S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i)$ where

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

Let z_α be the upper $100(1 - \alpha)$ th percentile of the standard normal distribution where $0 < \alpha < 1$. Which of the following is/are correct?

1. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$.
2. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$.

3. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\right\} = 1$.

4. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\right\} = \alpha$.

113. यदि X_1, X_2, \dots, X_{10} निम्न परिवर्तन का एक सम्पूर्ण घटना है, तो θ का पूर्वी प्रतिदर्श $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$ से निकाला गया एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। θ का पूर्वी प्रतिदर्श $N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$ पर विचारें। यदि $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$ तो θ के उत्तर घटन का बहुलक ढूँढ़ता है:

1. $\hat{\theta} = \bar{X}$

2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$

3. $\hat{\theta} \leq \bar{X}$ if $\bar{X} \geq 0$

4. $\hat{\theta} \geq \bar{X}$ if $\bar{X} \leq 0$

113. Suppose X_1, X_2, \dots, X_{10} is a random sample from $N(\theta, \sigma^2)$, $\sigma^2 = 10$. Consider the prior for θ , $\theta \sim N(0, \tau^2)$, $\tau^2 = 20$. Let $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$. Then the mode $\hat{\theta}$ of the posterior distribution for θ satisfies:

1. $\hat{\theta} = \bar{X}$

2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$

3. $\hat{\theta} \leq \bar{X}$ if $\bar{X} \geq 0$

4. $\hat{\theta} \geq \bar{X}$ if $\bar{X} \leq 0$

114. (X, Y) पर किये गये निम्न पौँछ फ़ैलाने पर विचारें : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ / तभी

1. X एवं Y का लघुतन-वर्ग सेखिक समाधारण है $Y = \frac{9}{5}X$

2. Y एवं X का लघुतन-वर्ग सेखिक समाधारण है $X = 2$

3. X एवं Y के बीच का सहसंबंध गुणाक 0 है।

4. X एवं Y के बीच का सहसंबंध गुणाक +1 है।

114. Consider the following five observations on (X, Y) : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$. Then

1. The least-square linear regression of Y on X is $Y = \frac{9}{5}X$.

2. The least-square linear regression of X on Y is $X = 2$.

3. The correlation coefficient between X and Y is 0.

4. The correlation coefficient between X and Y is +1.

115. यदि $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ एक समानसूची स्वतंत्र रूप से $N(0, \sigma^2)$ के अनुसार वर्गित हैं। Y_1, Y_2, \dots, Y_n के बारे में विवरण जो नीचे दर्शायी गये हैं :

$$Y_i = \mu + \varepsilon_i, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1-\rho^2} \varepsilon_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1 /$$

तब यदि $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ एवं $0 < \rho < 1$ एवं $\sigma^2 > 0$ / तो $n \geq 2$ के लिए

- | | |
|--|--|
| 1. T एक प्रसाधनाच्च वर्टन है । | 2. T का माध्य μ एवं वर्तन σ^2/n है । |
| 3. $E(T) = \mu, \text{var}(T) > \sigma^2/n.$ | 4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ जहाँ $\delta^2 > \sigma^2/n.$ |

115. Suppose $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ are i.i.d. $N(0, \sigma^2)$. Consider Y_1, Y_2, \dots, Y_n defined by

$$Y_1 = \mu + \varepsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1-\rho^2} \varepsilon_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1.$$

Let $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Suppose $0 < \rho < 1$ and $\sigma^2 > 0$. Then for $n \geq 2$

- | | |
|--|---|
| 1. T has a normal distribution. | 2. T has mean μ and variance $\sigma^2/n.$ |
| 3. $E(T) = \mu, \text{var}(T) > \sigma^2/n.$ | 4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ where $\delta^2 > \sigma^2/n.$ |

116. एक चुनाव में एक राजनीतिक पक्ष को गिल सकने वाले मतों की अनुपात p के आकलन हेतु किये गये एक सर्वेक्षण में दो सांखिकीयित A एवं B अलग-अलग प्रतिवर्द्धी युक्तियाँ अपनाते हैं :

Sांखिकीयित A: 200 निवासियों से एक सामान्य यादृच्छिक प्रतिवर्द्धी विना वापस किये चुनता है (SRSWOR). पाता है कि उनमें से x उस पक्ष के लिये मत देंगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है :

$$p_1 = \frac{x}{200}$$

Sांखिकीयित B: निवासियों की सूची को पुरुष एवं स्त्री सूचियों में विभाजित करता है, और सूची से 100 को SRSWOR रूपीय से चुनता है, पाता है कि फ़र्माते x_1 व x_2 उसी पक्ष को मत देंगे, एवं p का उस प्रकार आकलन करता है : $p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$

दोनों सूचियों में मतदाताओं की संख्या लगान है : तो

- | | |
|--|---|
| 1. p_1 एक अनभिन्न आकलन है, परन्तु p_2 नहीं । | 2. p_1, p_2 दोनों अनभिन्न आकलन हैं । |
| 3. p_1, p_2 दोनों अनभिन्न आकलन हैं, परन्तु p_2 का प्रचारण p_1 की तुलना में या तो कम या समान है । | 4. उत्तर पक्ष को मत देने वाले पुरुष व स्त्री मतदाताओं की अनुपात लगान होने पर ही p_1 व p_2 के प्रचारण लगते हैं । |

116. In a survey to estimate the proportion p of votes that a party will poll in an election, statisticians A and B follow different sampling strategies as follows:

Statistician A: Selects a simple random sample without replacement (SRSWOR) of 200 voters, finds that x of them will vote for the party and estimates p by

$$p_1 = \frac{x_1}{200},$$

Statistician B: Divides the voters' list into Male and Female lists, selects 100 from each list by SRSWOR, finds that x_1, x_2 respectively will vote for the party and estimates p by

$$p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}.$$

The number of voters in the two lists are the same. Then

1. p_1 is an unbiased estimate but p_2 is not.
2. p_1 and p_2 are both unbiased estimates.
3. p_1 and p_2 are both unbiased estimates, but p_2 has a smaller variance than p_1 , or the same variance as p_1 .
4. Variances of p_1, p_2 are the same only if the proportions of male and female voters who vote for the party are the same.

117. 1, 2, ..., 5 से आकिता 5 उपचार पुक्ता यो खण्ड गले निम्न खण्ड अभिकलना पर विचारें :

खण्ड I : {1, 2, 3}; खण्ड II : {1, 4, 5}

निम्न में कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

1. अभिकलना संबद्ध है।
2. जहाँ σ^2 एक प्रेशण का प्रतरण है, एक प्रारम्भिक उपचार पिष्ठता के श्रेष्ठतम् रैखिक अनमिनेट आवालक का प्रतरण या तो $2\sigma^2$ या $4\sigma^2$ है।
3. अभिकलना, जिसकी प्रत्यारा शून्य से सर्वथासन है, द्वारा एकत्रित ऐसा कोई अतुच्छ रैखिक कलन नहीं है।
4. त्रुटि के साथ सहचारी त्वतंत्रता कोटि शून्य है।

117. Consider the following block design involving 5 treatments, labelled 1, 2, ..., 5, and two blocks:

Block I: {1, 2, 3}; Block II: {1, 4, 5}.

Which of the following statements is/are true?

1. The design is connected.
2. The variance of the best linear unbiased estimator of an elementary treatment contrast is either $2\sigma^2$ or $4\sigma^2$, where σ^2 is the variance of an observation.
3. There is no non-trivial linear function of observations collected through the design whose expectation is identically equal to zero.
4. The degrees of freedom associated with the error is zero.

118. माने कि हमारे पास एक आकड़ा समुच्चय है जिसमें 25 प्रवर्ण हैं, जिसका हर एक का मूल्य 0 या 1 है।

1. आकड़ों का माध्य उनके प्रतरण से अधिक नहीं हो सकता।
2. आकड़ों का माध्य उनके प्रतरण से कम नहीं हो सकता।
3. यदि माध्य एवं प्रतरण समान हैं, इसका मतलब हुआ कि माध्य शून्य है।
4. प्रतरण शून्य तभी होगा यदि माध्य 0 या 1 होगा।

118. Suppose that we have a data set consisting of 25 observations, where each value is either 0 or 1.

1. The mean of the data cannot be larger than the variance.
2. The mean of the data cannot be smaller than the variance.
3. The mean being same as the variance implies that the mean is zero.
4. The variance will be 0 if and only if the mean is either 1 or 0.

119. व्यक्तिघें $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ एवं $4x_2 - x_1 \leq 15$ को तुल करते थाले यदि $x_1 \geq 0$ एवं $x_2 \geq 0$ एवं विचारें। निम्न में से कौन सा/से कथन सही है/हैं?

- | | |
|--|---|
| 1. $3x_1 + 2x_2$ का अधिकतम मान है 25। | 2. $3x_1 + 2x_2$ का न्यूनतम मान है 11। |
| 3. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिसीट अधिकतम नहीं है। | 4. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिसीट न्यूनतम नहीं है। |

119. Consider the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfying the constraints $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ and $4x_2 - x_1 \leq 15$. Which of the following statements is/are correct?

- | | |
|---|---|
| 1. The maximum value of $3x_1 + 2x_2$ is 25 | 2. The minimum value of $3x_1 + 2x_2$ is 11 |
| 3. $3x_1 + 2x_2$ has no finite maximum | 4. $3x_1 + 2x_2$ has no finite minimum |

120. एक सेवक द्वाले एक प्रणाली में माने कि ग्राहक घासों गति, प्रति 12 मिनट में एक व्यक्ति, से आते हैं एवं उनकी सेवा घासों गति, प्रति 8 मिनट में एक सेवा से की जाती है। यदि आगमन गति 20% बढ़ती है तो, उपर्युक्ती अवस्था में-

1. प्रणाली में ग्राहकों की गत्य संख्या में बढ़त 2 है।
2. प्रणाली में ग्राहकों की गत्य संख्या में बढ़त 4 है।
3. प्रणाली में ग्राहक द्वारा विताया गया मात्रा समय में बढ़त 16 मिनट है।
4. प्रणाली में ग्राहक द्वारा विताया गया मात्रा समय में बढ़त 24 मिनट है।

120. In a system with a single server, suppose that customers arrive at a Poisson rate of 1 person every 12 minutes and are serviced at the Poisson rate of 1 service every 8 minutes. If the arrival rate increases by 20% then in the steady state

1. the increase in the average number of customers in the system is 2.
2. the increase in the average number of customers in the system is 4.
3. the increase in the average time spent by a customer in the system is 16 minutes.
4. the increase in the average time spent by a customer in the system is 24 minutes.