रेखीय बीजगणित

गाड़ेपल्लि वेंकट विश्वनाथ शर्मा *

विषय-सूची

सार—यह लेख लेटक के द्वारा देवनागरी में वैज्ञानिक कृतियों के लेखनविधि से आरम्भकर्ताओं को परिचित कराने का प्रयास है ।

नामकरण

Angle	कोण
Matrix	आव्यूह
Parallelogram	समांतर चतुर्भुज
Point	बिंदु
Quadrilateral	चतुर्भुज
Rectangle	समचतुर्भुज
Scalar Product	अदिश गुणनफल
Square	वर्ग
Vector	सदिश

1 बिंदु एवं सदिश

1.1. निम्न बिंदु किस चतुर्भुज के शीर्ष हैं? कारण सहित अपने उत्तर की पुष्टि करें ।

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{R} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.1.1}$$

हल: आकृति 1.1.1 में

$$\mathbf{P} - \mathbf{S} = \mathbf{Q} - \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \tag{1.1.2}$$

$$\mathbf{R} - \mathbf{S} = \mathbf{Q} - \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \tag{1.1.3}$$

$PQRS$ की सम्मुख भुजायें समांतर हैं । अतः वह एक समांतर चतुर्भुज है । इसके अतिरिक्त

$$\|\mathbf{P} - \mathbf{S}\| = \|\mathbf{Q} - \mathbf{R}\| \tag{1.1.4}$$

$$= \|\mathbf{R} - \mathbf{S}\| = \|\mathbf{Q} - \mathbf{P}\| = 2\sqrt{2} \tag{1.1.5}$$

$\because$ चतुर्भुज की समस्त भुजायें समान हैं, समांतर चतुर्भुज एक समचतुर्भुज है । PS एवं RS से कृत कोण

$$\cos\theta = \frac{(\mathbf{S} - \mathbf{P})^\top (\mathbf{S} - \mathbf{R})}{\|\mathbf{S} - \mathbf{P}\|^\top \|\mathbf{S} - \mathbf{R}\|} \tag{1.1.6}$$

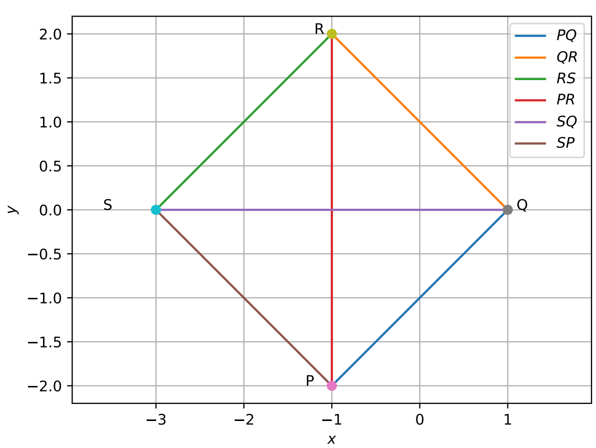
$\because$

$$(\mathbf{S} - \mathbf{P})^\top (\mathbf{S} - \mathbf{R}) = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \tag{1.1.7}$$

उपरोक्त समीकरण में $^\top$ अदिश गुणनफल का चिन्ह है. (1.1.2) का (1.1.3) में प्रतिस्थापन पर

$$\cos\theta = 0 \implies PS \perp RS \tag{1.1.8}$$

अतः समचतुर्भुज मूलतः एक वर्ग है।



आकृति. 1.1.1: प्रदत्त बिंदुओं से एक वर्ग का निर्माण होता है।

*रचयिता भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, हैदराबाद,५०२२८५ के विद्युत अभियान्त्रिकी विभाग में कार्यरत हैं, ईमेल:gadepall@ee.iith.ac.in। यह लेख मुक्त स्रोत विचारधारा के अनुरूप है।