

रेखीय बीजगणित

गाडेपल्लि वेंकट विश्वनाथ शर्मा *

सार—यह लेख लेटक के द्वारा देवनागरी में वैज्ञानिक कृतियों के लेखनविधि से आरम्भकर्ताओं को परिचित कराने के प्रयास है।

1 बिंदु एवं सदिश

1.1. निम्न बिंदु किस चतुर्भुज के शीर्ष हैं? कारण सहित अपने उत्तर की पुष्टि करें।

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{R} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.1.1)$$

हल: आकृति 1.1 में

$$\mathbf{P} - \mathbf{S} = \mathbf{Q} - \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (1.1.2)$$

$$\mathbf{R} - \mathbf{S} = \mathbf{Q} - \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (1.1.3)$$

$PQRS$ की सम्मुख भुजायें समांतर हैं। अतः वह एक समांतर चतुर्भुज है। इसके अतिरिक्त

$$\|\mathbf{P} - \mathbf{S}\| = \|\mathbf{Q} - \mathbf{R}\| \quad (1.1.4)$$

$$= \|\mathbf{R} - \mathbf{S}\| = \|\mathbf{Q} - \mathbf{P}\| = 2\sqrt{2} \quad (1.1.5)$$

∴ चतुर्भुज का समस्त भुजायें समान हैं, समांतर चतुर्भुज एक समचतुर्भुज है। PS एवं RS से कृत कोण

$$\cos \theta = \frac{(\mathbf{S} - \mathbf{P})^T (\mathbf{S} - \mathbf{R})}{\|\mathbf{S} - \mathbf{P}\| \|\mathbf{S} - \mathbf{R}\|} \quad (1.1.6)$$

∴

$$(\mathbf{S} - \mathbf{P})^T (\mathbf{S} - \mathbf{R}) = \begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \quad (1.1.7)$$

(1.1.2) का (1.1.3) में प्रतिस्थापन पर

$$\cos \theta = 0 \implies PS \perp RS \quad (1.1.8)$$

अतः समचतुर्भुज असल में एक वर्ग है।

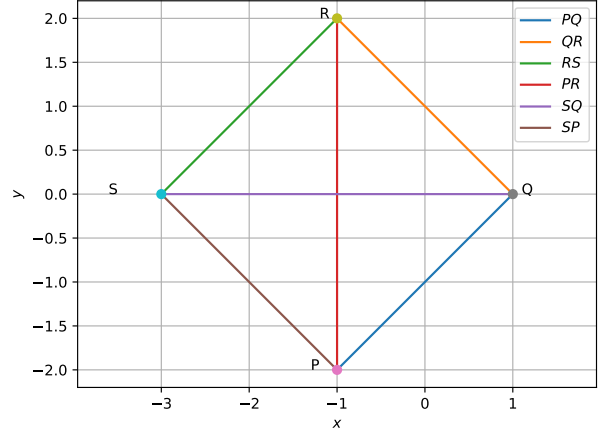


Fig. 1.1. The given points form a square

*रचयिता भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, हैदराबाद, ५०२२८५ के विद्युत अभियान्त्रिकी विभाग में कार्यरत हैं, ईमेल: gadepall@ee.iith.ac.in। यह आलेख मुक्त स्रोत विचारधारा के अनुरूप है।