SERIGNE DAME GADIAGA MAM3 2023/202

TP MATLAB

Exo 1

4-a)

$$y_{n+1} = y_n + h f(t_n, y_n)$$

On a $f(t_n, y_n) = -150 y_n + 30$

d'où $y_{n+1} = y_n + h(-150 y_n + 30)$

b)

$$x_n = y - 1/5 \Rightarrow$$

$$x_{n+1} = y_n + h(-150 y_n + 30) - \frac{1}{5}$$

$$= (1 - 150h)\left(y_n - \frac{1}{5}\right) = (1 - 150h)\, x_n$$

Ainsi on a une suite (x_n) géométrique de raison $(1-150h)$ tel que $x_n = (1-150h)^n x_0$

$$\Rightarrow y_n = (1-150h)^n \left(y_0 - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{5}$$

$$= (1-150h)^n \left(\varepsilon + \frac{1}{5} - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{5}$$

$$y_n = \varepsilon (1-150h)^n + \frac{1}{5}$$

c)

$$\left|y_N - \frac{1}{5}\right| = \left|\varepsilon (1-150h)^N\right|$$

$\Rightarrow$ l'amplification de ε est $|(1-150h)^N|$ $h = 0{,}02$ et $N =$

d) $\max_{0 \le n \le N} \left| y_n - \frac{1}{5} \right| \le \varepsilon \iff \max_{0 \le n \le N} \left| 2(1-150h)^n \right| \le \varepsilon$

$\Rightarrow \left|1 - 150h\right|^N \le 1 \Rightarrow \left|1 - 150h\right|^{1/h} = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{h} \ln\left|(1-150h)^N\right| \le 0 \iff \ln(1-150h) \le 0$

$\exp(\ln(1-150h)) \le 1 \Rightarrow |1-150h| \le 1$

$\Rightarrow 0 \le 150h \le 2 \Rightarrow 0 \le h \le \frac{1}{45}$

La condition est que $h \in \left]0 ; \frac{1}{45}\right]$

Partie II :

1) $A = -150$ et $b = 30$.

3-a)

On a $(1+150h)\, y_{n+1} = y_n + 30h$

$$y_{n+1} = \frac{1}{1+150h}(y_n + 30h)$$

b)

$$x_{n+1} = y_{n+1} - \frac{1}{5} = \frac{y_n}{1+150h} + \frac{30h}{1+150h} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{y_n}{1+150h} + \frac{150h - 1 - 150h}{5(1+150h)}$$

$$= \frac{1}{1+150h}\left(y_n - \frac{1}{5}\right) \quad \text{or} \quad x_n = y_n - \frac{1}{5}$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{1+150h} x_n$$

$$x_n = \frac{1}{(1+150h)^n} x_0$$

$$y_n = \varepsilon \left(\frac{1}{1+150h}\right)^n + \frac{1}{5}$$

c)

$$\text{I.d)} \Rightarrow \frac{1}{|1-150h|} \leq 1 \Rightarrow |1-150h| \geq 1$$

$$\Rightarrow 150h \geq 0 \Rightarrow h \geq 0$$

tjour vrai

$\Rightarrow$ Il y'a pas de condition sur h