

Cálculo III (521227)  
Práctica 1

## Topología.

1. Considerar las siguientes funciones:

- i.  $f(x, y) = \sqrt{y - x}$
- ii.  $f(x, y) = \arccos(y - x^2)$
- iii.  $f(x, y) = \frac{1}{\ln(4 - x^2 - y^2)}$
- iv.  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2} + \sqrt{9 - y^2}$
- v.  $f(x, y) = \frac{(y-1)(x+2)}{(y-x)(y-x^3)}$

Para cada una de las funciones de i. a v.

- a. Encontrar el interior y la frontera de su dominio.
  - b. Determinar si el dominio es un conjunto abierto o cerrado.
  - c. Determinar si el dominio es un conjunto acotado o no acotado.
2. Sea  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \setminus \bigcup_{n=1}^{\infty} \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = \frac{1}{n}\}$
- a. Encontrar el interior, la frontera y los puntos de acumulación de  $A$ .
  - b. Determinar si  $A$  es abierto o cerrado.

## No existencia de límites.

3. Encontrar dos trayectorias donde los límites difieren, para demostrar que los siguientes límites no existen.
- a.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y^4}{(x^4 + y^4)^3}$
  - b.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{1+xy}{x^2 - y^2}$
  - c.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x^4 + y^4}$
  - d.  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,0,0)} \frac{xyz}{x^2 + y^4 + z^4}$