

Física II - 510150

Seminario 3: Rotación en torno de un eje fijo

1. Situaciones para análisis

Situación para análisis 1

Un disco rota en torno a un eje central tal como un carrusel. ¿Cuáles de los siguientes pares de valores para su posición angular inicial y final, (θ_i, θ_f) ,

- (a) $(-3 \text{ rad}, +5 \text{ rad})$ (b) $(-3 \text{ rad}, -7 \text{ rad})$ (c) $(7 \text{ rad}, -3 \text{ rad})$

dan un desplazamiento angular negativo?

R: (b) y (c).

Situación para análisis 2

Un objeto rígido rota en dirección anti-horaria en torno de un dado eje fijo. Cada uno de los siguientes pares de posiciones angulares (θ_i, θ_f) representa una posición angular inicial y una posición angular final, respectivamente, del objeto rígido:

- (I) $(3.00 \text{ rad}, 6.00 \text{ rad})$. (II) $(-1.00 \text{ rad}, 1.00 \text{ rad})$ (III) $(1.00 \text{ rad}, 5.00 \text{ rad})$

- (a) ¿Cuál de los conjuntos *sólo* puede ocurrir si el objeto rígido rota a través de más de 180° ?
(b) Suponga que el cambio en la posición angular para cada uno de esos pares se presenta en 1.00 s.
¿Cuál opción representa la rapidez angular promedio más baja?

R: (a) Opción III; (b) Opción (II).

Situación para análisis 3

En cuatro situaciones, un dado cuerpo en rotación en torno a un eje fijo tiene posición angular $\theta(t)$ dada por

- (a) $3t - 4$. (b) $-5t^3 + 4t^2 + 6$ (c) $2/t^2 - 4/t$ (d) $5t^2 - 3$

¿En cuál(les) situación(es) al cuerpo en rotación se le pueden aplicar las ecuaciones para un movimiento rotacional con aceleración angular constante?

R: (a) y (d).

Situación para análisis 4

Una cucaracha está quieta en el borde de un carrusel. ¿Si la rapidez angular de este sistema (*carrusel más cucaracha*) es constante, la cucaracha tiene (a) componente de aceleración radial y (b) componente de aceleración tangencial? ¿Si la rapidez angular del sistema está disminuyendo, la cucaracha tiene (c) componente de aceleración radial y (d) componente de aceleración tangencial?

R: (a) Solo componente radial; (b) Ambas componetes.

Situación para análisis 5

Suponga que el DVD del Ejercicio 7 estaba girando originalmente al doble de la tasa (55.0 rad/s en vez de 27.5 rad/s) y que frenó con el doble de la aceleración angular (-20.0 rad/s^2 en vez de -10.0 rad/s^2)

(a) En comparación con la situación del Ejercicio 7, ¿cuánto tiempo t le tomaría al DVD llegar al reposo?

- I) t . II) $2t$ III) $4t$ IV) $\frac{1}{2}t$ V) $\frac{1}{4}t$

(b) En comparación con la situación del Ejercicio 7, ¿cuántas revoluciones $\Delta\theta$ giraría el DVD antes de detenerse?

- I) $\Delta\theta$. II) $2\Delta\theta$ III) $4\Delta\theta$ IV) $\frac{1}{2}\Delta\theta$ V) $\frac{1}{4}\Delta\theta$

R: (a) Alternativa I; (b) Alternativa II.

Situación para análisis 6

La Fig.1 muestra tres esferas que rotan alrededor de un eje vertical. La distancia perpendicular entre el eje y el centro de cada esfera es dada. Ordene de mayor a menor los momentos de inercia de las esferas alrededor del eje vertical.

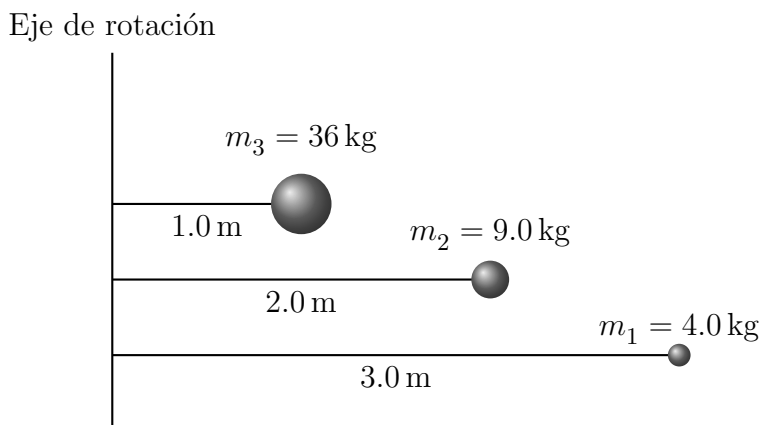


Figura 1: Tres esferas rotando alrededor de un eje vertical.

R: $I_3 = I_2 = I_1 = 36 \text{ kg m}^2$.

Situación para análisis 7

La Fig.2 muestra un objeto en forma de libro (uno de los lados es mayor que el otro) y cuatro alternativas para el eje de rotación, todos ellos perpendiculares a la cara del objeto. Ordene, de mayor a menor, las alternativas de los momentos de inercia del objeto en torno de los ejes.

R: $I_A > I_B > I_D > I_C = I_{\text{cm}}$.

Situación para análisis 8

Un taco de billar es una varilla de madera con una composición uniforme y que se estrecha de un diámetro grande en un extremo, hacia uno pequeño en el otro extremo. Utilice el teorema de los ejes paralelos para decidir si un taco tiene un momento de inercia mayor (a) para un eje que pasa por el extremo más grueso de la varilla y perpendicular a la longitud de ella, o (b) para un eje que pasa por el extremo más delgado de la varilla y es perpendicular a la longitud de ella.

R: (b).

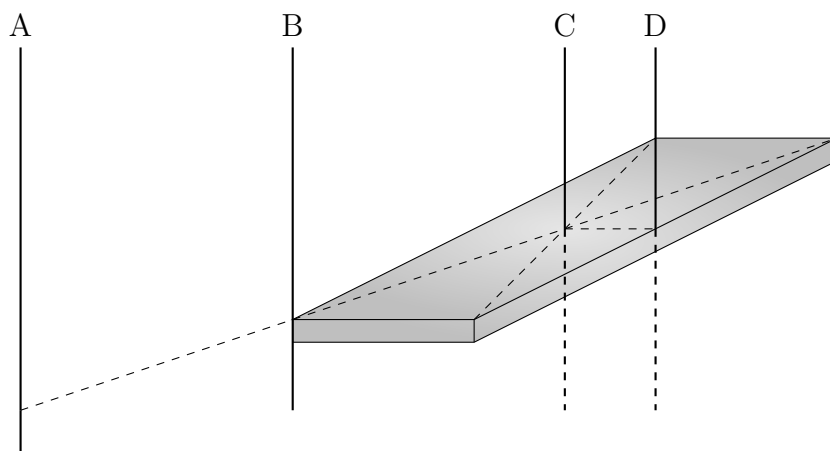


Figura 2: Objeto rectangular en forma de libro.

Situación para análisis 9

Dos cilindros huecos tienen los mismos radios internos y externos, así como la misma masa; sin embargo, tienen longitudes diferentes. Uno está hecho de madera de baja densidad y el otro de plomo de alta densidad. ¿Cuál cilindro tiene el mayor momento de inercia alrededor de su eje de simetría? (a) El cilindro de madera. (b) El cilindro de plomo. (c) Ambos cilindros tienen momento de inercia iguales.

R: (c).

Situación para análisis 10

Una sección de tubería hueca y un cilindro sólido tienen los mismos radio, masa y longitud. Ambos dan vueltas en torno a su largo eje central con la misma rapidez angular. ¿Cuál objeto tiene la mayor energía cinética rotacional? (a) La tubería hueca. (b) El cilindro sólido. (c) Tienen la misma energía cinética rotacional. (d) Es imposible de determinar.

R: (a).

Situación para análisis 11

Enciende un taladro eléctrico. La broca alcanza una rapidez angular ω y apaga el taladro. Descubre que el intervalo de tiempo para que la broca giratoria llegue al reposo debido al momento de torsión friccionante en el taladro es Δt . Sustituye la broca por una de diámetro mayor, que resulta en la duplicación del momento de inercia de todo el mecanismo giratorio del taladro. Cuando la broca de mayor diámetro da vueltas a la misma rapidez angular que la broca más chica y el taladro se apaga, el momento de torsión friccionante permanece igual que para la situación previa. Si el intervalo de tiempo para que la primera broca llegue al reposo es Δt , ¿Cuál es el intervalo de tiempo para que la segunda broca llegue al reposo?

- (a) $2\Delta t$ (b) Δt (c) $\frac{1}{2}\Delta t$ (d) No se puede determinar.

R: (a).

Situación para análisis 12

La Fig. 3 es una vista frontal de una regla métrica que puede pivotear en torno de un punto en la posición marcada 20 (para 20 cm). Las cinco fuerza están en el plano horizontal y tienen la misma magnitud. Ordene de mayor a menor la magnitud del torque que ellas producen.

Respuesta: $\tau_1 = \tau_3 > \tau_4 > \tau_2 = \tau_5$.

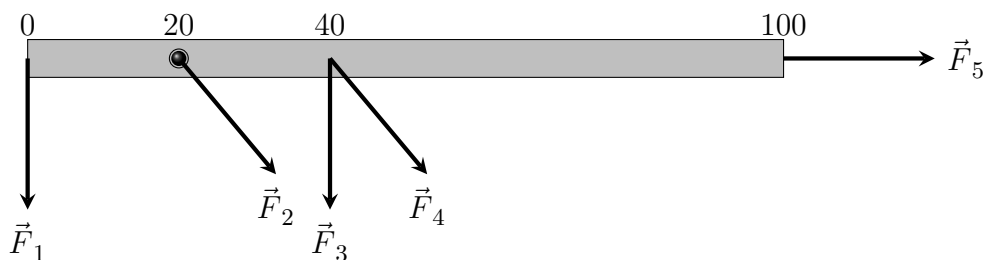


Figura 3: Torque sobre una regla métrica.

Situación para análisis 13

La Fig. 4 es una vista frontal de una regla métrica que puede pivotar en torno del punto indicado, el que se encuentra a la izquierda del punto medio de la regla. Dos fuerzas en el plano horizontal, \vec{F}_1 y \vec{F}_2 son aplicadas sobre la regla. Sólo la fuerza \vec{F}_1 es mostrada. La fuerza \vec{F}_2 es perpendicular a la barra y es aplicada en el extremo derecho. Si la regla no gira, (a) ¿cuál debería ser la dirección de \vec{F}_2 ? y (b) ¿debería F_2 ser mayor, menor o igual a F_1 .

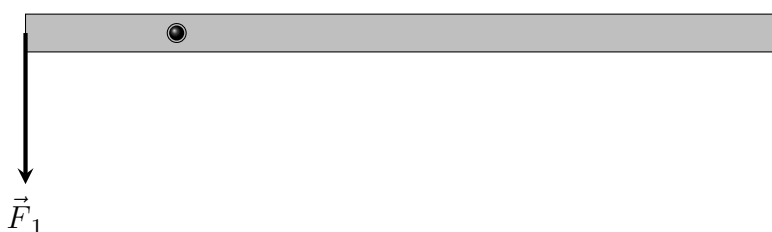


Figura 4: Torque sobre una regla métrica.

R: (a) La misma dirección de \vec{F}_1 . (b) De menor magnitud.

Situación para análisis 14

- (I) Si usted intenta aflojar un obstinado tornillo de una pieza de madera con un destornillador y fracasa, ¿debe usar un destornillador con un mango (a) más largo, o (b) más gordo?
- (II) Si intenta aflojar el mismo tornillo terco desde una pieza de metal con una llave y fracasa, ¿debe usar una llave con un mango (a) más largo, o (b) más gordo?

R: (I) (b) Más gordo. (II) (a) Más largo.

Situación para análisis 15

La Fig. 5 muestra una fuerza \vec{P} vertical que se aplica al extremo de una palanca de longitud L . ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión o torque de esa fuerza en torno a un eje que pasa por el punto A y es perpendicular al plano de la página?

- (a) $PL \sin \theta$ (b) $PL \cos \theta$ (c) $PL \tan \theta$

R: $PL \cos \theta$.

Situación para análisis 16

Se aplican torques iguales a dos cilindros sólidos distintos, uno de los cuales tiene un momento de inercia dos veces mayor que el del otro. Los dos cilindros están inicialmente en reposo. Después de una rotación completa, ¿cuál cilindro tiene mayor energía cinética? (a) El cilindro con el momento

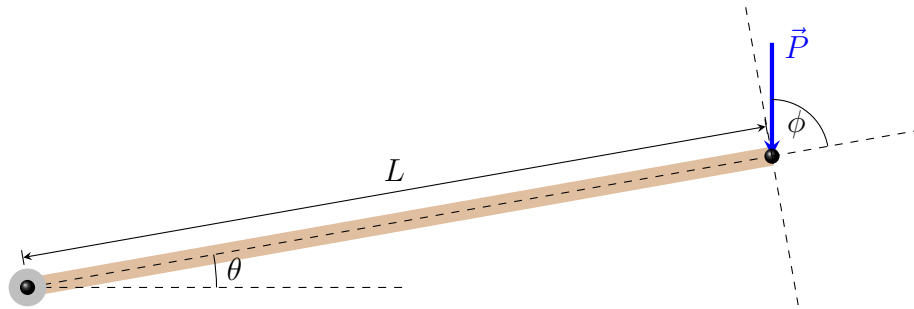


Figura 5: Fuerza de magnitud P actuando sobre el extremo libre de una palanca.

de inercia mayor; (b) el cilindro con el momento de inercia menor; (c) ambos cilindros tienen la misma energía cinética.

R: (c) Ambos cilindros tienen la misma energía cinética.

2. Ejercicios

Ejercicio 1

Un CD-ROM está girando a $3.00 \times 10^3 \text{ rev/min}$. ¿Cuál es la rapidez angular en radianes por segundo?

R: $\omega = 314 \text{ rad/s}$.

Ejercicio 2

Un disco compacto gira a partir del reposo hasta 500 rev/min en 5.50 s . (a) ¿Cuál es su aceleración angular, supuesta constante? (b) ¿Cuántas revoluciones da en 5.50 s ? (c) Que distancia recorre un punto de la periferia del disco situado a 6.00 cm del centro durante los 5.50 s que tarda en alcanzar las 500 rev/min .

R: (a) $\alpha = 9.51 \text{ rad/s}^2$; (b) $\Delta\theta = 22.9 \text{ rev}$; (c) $\Delta s = 8.64 \text{ m}$.

Ejercicio 3

La posición angular $\theta(t)$ de un volante de vehículo está dada por

$$\theta(t) = (2.0 \text{ rad/s}^3) t^3.$$

El diámetro del volante es de 0.36 m .

- (a) Calcule el ángulo θ , en radianes y en grados, en $t_1 = 2.0 \text{ s}$ y $t_2 = 5.0 \text{ s}$.
- (b) Calcule la distancia que recorre una partícula en el borde del volante durante ese intervalo de tiempo.
- (c) Calcule la rapidez angular promedio, en rad/s , en rev/s y rev/min (rpm), entre $t_1 = 2.0 \text{ s}$ y $t_2 = 5.0 \text{ s}$.
- (d) Encuentre la expresión para la rapidez angular del volante en cualquier instante t y evalúe la rapidez angular instantánea en $t = t_2 = 5.0 \text{ s}$.
- (e) Calcule la aceleración angular promedio entre $t_1 = 2.0 \text{ s}$ y $t_2 = 5.0 \text{ s}$.
- (f) Encuentre la expresión para la aceleración angular del volante en cualquier instante t y evalúe la aceleración angular instantánea en $t = t_2 = 5.0 \text{ s}$.

R: (a) $\theta_1 = 16 \text{ rad}$ (9.2×10^2)° y $\theta_2 = 2.5 \times 10^2 \text{ rad} = (1.4 \times 10^4)$ °; (b) $\Delta s = 42 \text{ m}$; (c) $\omega_{\text{prom}} = 78 \text{ rad/s} = 12 \text{ rev/s} = 745 \text{ rev/min}$; (d) $\omega_2 = 1.5 \times 10^2 \text{ rad/s}$; (e) $\alpha_{\text{prom}} = 42 \text{ rad/s}^2$; (f) $\alpha_2 = 60 \text{ rad/s}^2$.

Ejercicio 4

Una piedra de molino (Fig. 6) rota con aceleración angular constante $\alpha = 0.35 \text{ rad/s}^2$. En el tiempo $t = 0$, tiene una rapidez angular $\omega_0 = -4.6 \text{ rad/s}$ y una línea de referencia sobre su eje horizontal, en la posición angular $\theta_0 = 0$.

- (a) ¿En qué tiempo después de $t = 0$ la línea de referencia está en la posición $\theta = 5.0 \text{ rev}$?
- (b) ¿En qué tiempo t la piedra de molino está momentáneamente detenida?

R: (a) $t = 32 \text{ s}$; (b) $t = 13 \text{ s}$.

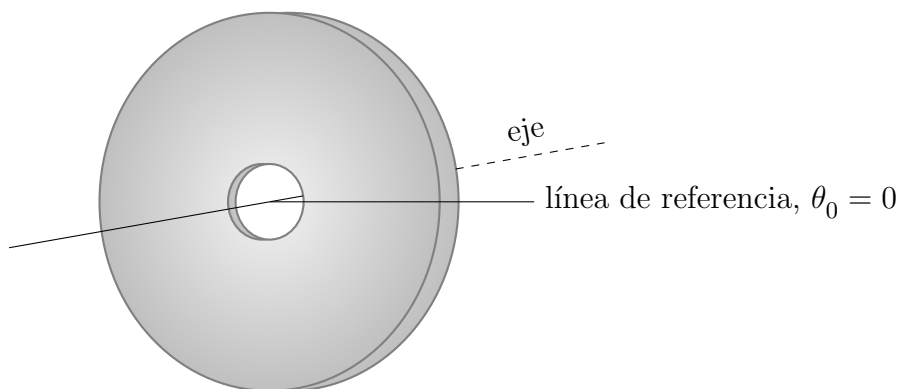


Figura 6: Una piedra de molino.

Ejercicio 5

Mientras Ud. está operando un Rotor (un cilindro grande y vertical encontrado en parques de diversión), usted divisa a uno de los pasajeros en evidente mareo y disminuye la rapidez angular del cilindro desde 3.40 rad/s a 2.00 rad/s en 20.0 rev a aceleración constante.

- (a) ¿Cuál es la aceleración angular constante durante la disminución de la rapidez angular?
- (b) ¿En cuánto tiempo se realizó la disminución de la rapidez angular?

R: $\alpha = -0.0300 \text{ rad/s}^2$; (b) $t = 46.5 \text{ s}$.

Ejercicio 6

Un lanzador del disco gira el disco con su mano extendida en un círculo de 80 cm de radio. En cierto instante, el lanzador gira con rapidez angular de 10 rad/s y la rapidez angular está aumentando a 50 rad/s^2 . Calcule las componentes de aceleración tangencial y centrípeta del disco en ese instante, así como la magnitud de esa aceleración.

R: $a_t = 40 \text{ m/s}^2$; $a_r = 80 \text{ m/s}^2$; $a = 89 \text{ m/s}^2$.

Ejercicio 7

Imagine que acaba de ver una película en DVD y el disco se está deteniendo.

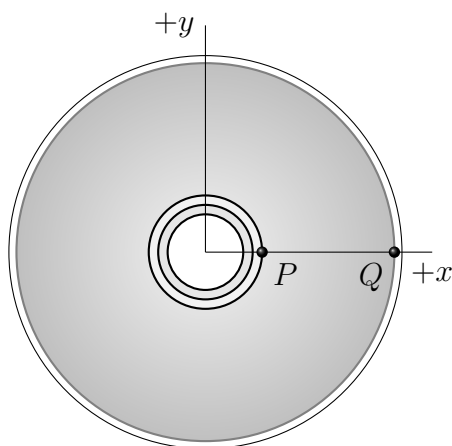


Figura 7: Un disco DVD girando y la línea PQ de referencia.

La rapidez angular del disco en $t = 0$ es de 27.5 rad/s y su aceleración constante es de -10.0 rad/s^2 . Una línea PQ en la superficie del disco está a lo largo del eje- $(+x)$ en $t = 0$ (vea la Fig. 7).

- (a) ¿Cuál es la rapidez angular del disco en $t = 0.300 \text{ s}$?

(b) ¿Cuál es el ángulo formado por la línea PQ con el eje- $(+x)$ en ese instante?

R: $\omega(0.300 \text{ s}) = +24.5 \text{ rad/s}$; (b) $\theta(0.300 \text{ s}) = 7.80 \text{ rad}$.

Ejercicio 8

En la Fig.8(a) se muestra un cuerpo rígido que consiste de dos partículas de masa m conectadas entre sí por una barra de longitud L y masa despreciable.

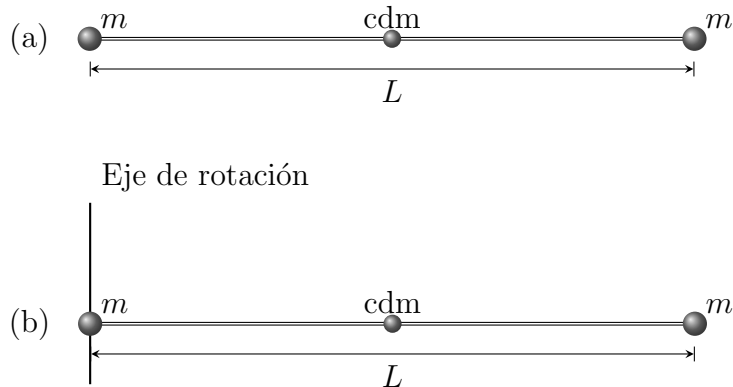


Figura 8: Cuerpo rígido formado por dos partículas y una barra.

(a) ¿Cuál es el momento de inercia I_{cdm} en torno de un eje que pasa a través del centro de masa, perpendicular a barra?

(b) ¿Cuál es el momento de inercia I del cuerpo en torno a un eje a través del extremo izquierdo de la barra y paralelo al eje que pasa por el centro de masa [vea la Fig. 8(b)]?

R: (a) $I_{\text{cdm}} = \frac{1}{2}mL^2$; (b) $I = mL^2$.

Ejercicio 9

Un ingeniero está diseñando una pieza mecánica formada por tres conectores esféricos unidos por barras ligeras (masas despreciables) como mostrado en la Fig.9.

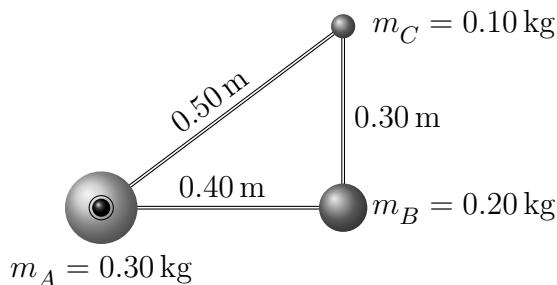


Figura 9: Pieza mecánica diseñada por un ingeniero.

(a) ¿Cuál es el momento de inercia de esa pieza con relación a un eje que pasa por el centro del cuerpo A y es perpendicular al plano del diagrama?

(b) ¿Cuál es el momento de inercia de esa pieza con relación a un eje que pasa por los centros de los cuerpos B y C?

(c) Si la pieza gira sobre el eje que pasa por A y es perpendicular al plano de la figura, con rapidez angular $\omega = 4.0 \text{ rad/s}$, ¿qué energía cinética rotacional tiene?

R: (a) $I_A = 0.057 \text{ kg m}^2$; (b) $I_{BC} = 0.048 \text{ kg m}^2$; (c) $K_A = 0.46 \text{ J}$.

Ejercicio 10

En un *sistema de prueba de giro* de componentes de maquinarias que son sometidos a rotaciones prolongadas y de altísima rapidez un rotor de acero sólido (un disco) de masa $M = 272 \text{ kg}$ y radio $R = 38.0 \text{ cm}$ alcanzó una rapidez angular $\omega = 14000 \text{ rev/min}$. ¿Cuál fue la energía cinética rotacional alcanzada por el rotor en esta prueba de giro?

R: $K_{\text{rot}} = 2.12 \times 10^7 \text{ J}$.

Ejercicio 11

Una pieza de un acoplamiento mecánico, vea la Fig.10, tiene una masa de 3.6 kg .

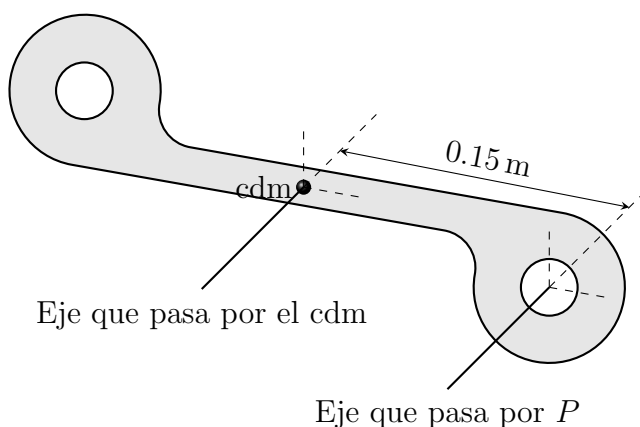


Figura 10: Pieza de un acoplamiento mecánico para el Ejercicio 11.

Su momento de inercia alrededor de un eje que pasa a 0.15 m de su centro de masa es $I_P = 0.132 \text{ kg m}^2$. Calcule el momento de inercia I_{cdm} alrededor de un eje paralelo que pasa por el centro de masa.

R: $I_{\text{cdm}} = 0.051 \text{ kg m}^2$.

Ejercicio 12

Una pelota de tenis posee una masa de 57 g y un diámetro de 7.0 cm . Calcular el momento de inercia de la pelota de tenis alrededor de un eje que pasa por su diámetro. Suponer que la pelota es una esfera hueca de paredes delgadas.

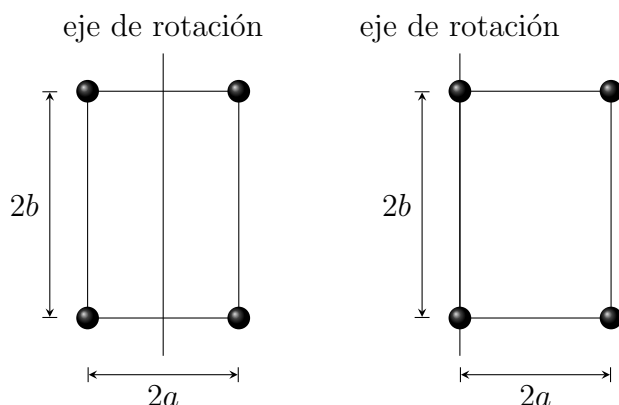
R: $I = 4.6 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$.

Ejercicio 13

Un objeto consiste de cuatro partículas, cada una de masa m , unidas mediante varillas ligeras de masas despreciables que forman un rectángulo de lados $2a$ y $2b$, como mostrado en la figura adjunta (izquierda).

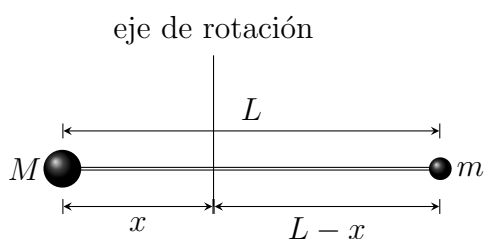
El sistema gira con una rapidez angular ω alrededor de un eje situado en el plano de la figura, pasando por el centro. (a) Determinar la energía cinética rotacional del objeto. (b) Determinar la energía cinética rotacional del mismo sistema si la rotación se produce alrededor de un eje paralelo al del ítem (a), pero que pasa a través de dos de las partículas, como mostrado en la figura adjunta (derecha).

R: $K_{\text{rot}} = 2ma^2\omega^2$; (b) $K_{\text{rot}} = 4ma^2\omega^2$



Ejercicio 14

Dos bolas de masas M y m se conectan mediante una barra rígida de longitud L y masa despreciable, como se muestra en la figura adjunta. Para un eje perpendicular a la barra, muestre que el sistema tiene el momento de inercia mínimo cuando el eje pasa a través del centro de masa. Muestre que este momento de inercia es $I = \mu L^2$, donde $\mu = mM/(m + M)$.



Ejercicio 15

Un cable ligero, flexible y que no se estira está enrollado varias vueltas alrededor de un cilindro sólido de masa $M = 50 \text{ kg}$ y diámetro $D = 0.12 \text{ m}$, el cual gira en torno de un eje fijo horizontal montado en cojinetes sin fricción (vea la Fig. 11).

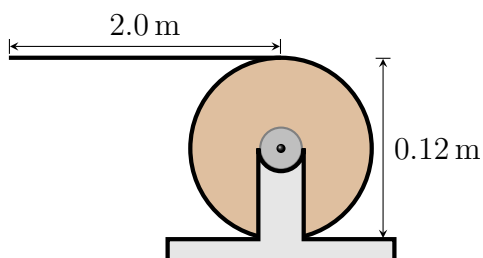


Figura 11: Vista frontal de un cable enrollado alrededor de un cilindro.

Una fuerza de magnitud constante $F = 9.0 \text{ N}$ jala del extremo libre del cable a lo largo de una distancia de 2.0 m . El cable no resbala y hace girar al cilindro cuando se desenrolla. Si el cilindro estaba inicialmente en reposo, calcule (a) la rapidez angular final del cilindro y (b) la rapidez final del cable.

R: (a) $\omega = 20 \text{ rad/s}$; (b) $v = 1.2 \text{ m/s}$.

Ejercicio 16

Se enrolla un cable ligero y flexible alrededor de un cilindro sólido de masa M y radio R . El cilindro gira con fricción despreciable sobre un eje horizontal fijo. Al extremo libre del cable se

ata un bloque de masa m y se suelta desde el reposo desde una altura h , medida desde el piso. A medida que el bloque cae el cable se desenrolla sin estirarse ni resbalar, haciendo girar al cilindro. Encuentre una expresión para la rapidez del bloque que cae y la rapidez angular del cilindro, justo cuando el bloque llega al piso.

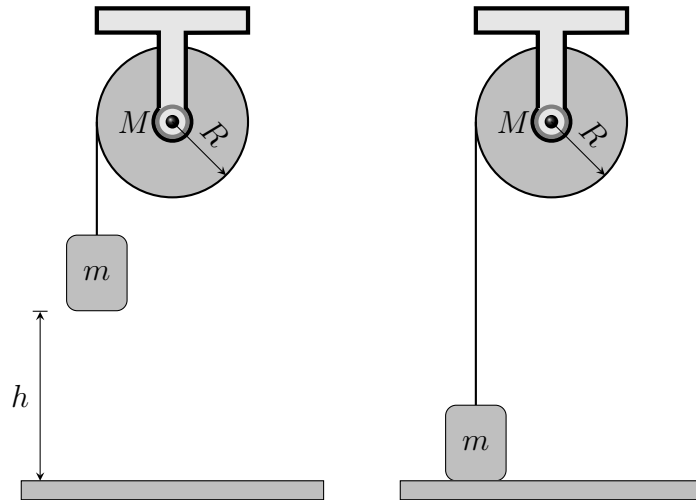


Figura 12: Vista frontal de un cable enrollado alrededor de un cilindro.

R: $\omega = \sqrt{4mgh/[(2m + M)R^2]}$

Ejercicio 17

La Fig. 13 muestra un disco uniforme, de masa $M = 2.5 \text{ kg}$ y radio $R = 20 \text{ cm}$, montado sobre un eje de rotación. Un bloque de masa $m = 1.2 \text{ kg}$ cuelga de una cuerda de masa despreciable enrollada alrededor del borde del disco. Encuentre (a) la magnitud de la aceleración del bloque que cae, (b) la magnitud de la aceleración angular del disco y (c) la magnitud de la tensión en la cuerda. La cuerda no desliza y no existe fricción en el eje de rotación. Haga diagramas de cuerpo libre para el bloque y el punto de contacto sobre el disco.

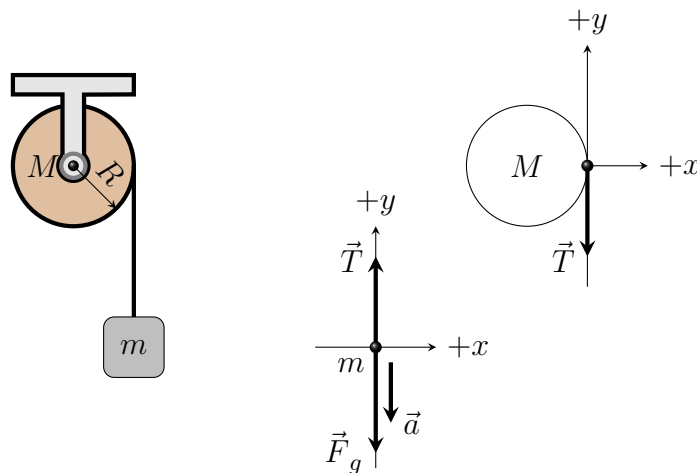


Figura 13: Disco giratorio y bloque que cae y sistemas de coordenadas.

R: $a = 4.8 \text{ m/s}^2$; $\alpha = 24 \text{ rad/s}^2$; $T = 6.0 \text{ N}$.

Ejercicio 18

A 3700 rev/min , el torque máximo que produce el motor 8.0L V10 de un Dodge Viper 2002 es de 675 Nm . Determinar la potencia de salida del motor si opera en estas condiciones de torque máximo.

R: $\mathcal{P} = 2.61 \times 10^5 \text{ W}$.

Ejercicio 19

La potencia máxima producida por el motor Viper del Ejercicio 18 es de 450 caballos de vapor (CV) ($1 \text{ CV} = 735.5 \text{ W}$) a 5200 rev/min . ¿Cuál es el torque cuando el motor opera a su potencia máxima?

R: $\tau = 608 \text{ Nm}$.

Ejercicio 20

En un vehículo convencional cada vez que se accionan los frenos para detenerlo, la energía cinética del vehículo se disipa en forma de calor. En un vehículo híbrido, el mecanismo de frenado transforma la energía cinética de traslación del movimiento del vehículo en energía rotacional en un cilindro inercial muy pesado. Cuando el vehículo recupera su velocidad de cruce esta energía se transforma de nuevo en energía cinética de traslación del vehículo. El cilindro inercial tiene una masa $M = 100 \text{ kg}$, radio interior $R_1 = 25.0 \text{ cm}$, radio exterior $R_2 = 40.0 \text{ cm}$ y una rapidez máxima de rotación de $3.00 \times 10^4 \text{ rev/min}$. Una noche, al vehículo se le agota la bencina a 22.5 km de casa, cuando el cilindro inercial estaba girando a su máxima rapidez. (a) Calcule la energía almacenada en el cilindro inercial. (b) Cuando el vehículo se mueve a la rapidez mínima permitida de 60.0 km/h la resistencia del aire y el rozamiento por rodadura disipan energía a 10.0 kW ; calcule la energía disipada en el recorrido que falta.

R: (a) $E_R = 54.7 \text{ MJ}$; (b) $E_{dis} = 13.5 \text{ MJ}$.
