



Listado 4

Funciones

1. Grafique las siguientes relaciones y determine los conjuntos imagen y pre-imagen para los elementos que se indican.

- a) $R_1 = \{(a, b) \mid \{1, 2, 3, 4\} \times \{3, 5, 7, 9\} : a + b > 9\}$. Calcule $R_1(1)$, $R_1(4)$, $R_1^{-1}(7)$.
b) $R_2 = \{(a, b) \in \{1, 2, 3, 4\}^2 : (\exists k \in \mathbb{Z}) a - b = 2k\}$. Calcule $R_2(1)$, $R_2(4)$, $R_2^{-1}(1)$, $R_2^{-1}(4)$.
c) $R_3 = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R} : a^2 = b + 1\}$. Calcule $R_3(1)$, $R_3^{-1}(3)$, $R_3^{-1}(4)$.
d) **(P)** $R_4 = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : a^2 = 1\}$. Calcule $R_4(1)$, $R_4(2)$, $R_4^{-1}(4)$.

2. Determine cuales de las relaciones anteriores son funcionales. Para aquellas que no lo sean, determine, si es posible, otro conjunto de partida para que si sea funcional.

3. Considere la relación \mathcal{R} definida por $x\mathcal{R}y \iff y = 8 - 2x$, determine si \mathcal{R} es función cuando:

- a) $\mathcal{R} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. b) **(P)** $\mathcal{R} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$. c) $\mathcal{R} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$. d) **(P)** $\mathcal{R} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

Cuando sea función determine su recorrido.

4. Determine cuales de las siguientes funciones son inyectivas y cuales son sobreyectivas.

- a) $f_1 : \{-1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 1$.
b) $f_2 : \{-1, 0, 1\} \rightarrow \{1, 2\}$ definida por $f(x) = x^2 + 1$.
c) **(P)** $f_3 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \setminus \{1\}$ definida por $f(x) = x + 1$.
d) $f_4 : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ definida por $f(x) = \sin(x)$.
e) **(P)** $f_5 : \mathbb{N} \rightarrow P$, con P el conjunto de los naturales pares, definida por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \text{ es par} \\ 2x & \text{si } x \text{ no es par} \end{cases}$$

5. Si es posible, determine una función inyectiva y una función sobreyectiva de A a B para los conjuntos que se especifican a continuación. Justifique si no es posible.

- a) $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$.
b) **(P)** $A = \mathbb{R}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$.
c) $A = \mathbb{Z}$ y $B = \mathbb{N}$.
d) **(P)** $A = \mathbb{N}$ y $B = \mathbb{Z}$.