

Cálculo III (521227)  
Práctica 10

## Integrales de Línea.

1. Calcular las integrales de línea  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  para los siguientes campos  $\mathbf{F}$  y curvas  $C$ .
  - (a)  $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ , y  $C$  es la curva parametrizada por  $\vec{r}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2, \vec{r}(t) = (t, t)$ .
  - (b)  $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ , y  $C$  es la curva parametrizada por  $\vec{r}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2, \vec{r}(t) = (t, t^2)$ .
  - (c)  $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ , y  $C$  es la curva parametrizada por  $\vec{r}: [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2, \vec{r}(t) = (\cos^2 t, 1 - \sin^2 t)$ .
  - (d)  $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ , y  $C$  es la curva parametrizada por  $\vec{r}: [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}^2, \vec{r}(t) = (\sin 2t, 1 - \cos 2t)$ .
2. Calcular las siguientes integrales de línea
  - (a)  $\int_C xy^3 dx$ , donde  $C$  es el círculo unitario  $x^2 + y^2 = 1$ , orientado en sentido anti-horario.
  - (b)  $\int_C z dx + x dy + y dz$ , donde  $C$  es el segmento de línea, del punto  $(0, 1, 2)$  a  $(1, -1, 3)$ .
  - (c)  $\int_C y dx$ , donde  $C$  es la curva dada por la intersección de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  y el plano  $x + y + z = 0$ , orientado en sentido anti-horario visto desde arriba.
  - (d)  $\int_C y dx + z dy + x dz$ , donde  $C$  es la curva dada por la intersección de la semi esfera superior  $x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0$  y el cilindro  $x^2 + y^2 = 2x$ , orientado en sentido anti-horario visto desde arriba.

## Campos conservativos.

3. Encontrar una función de potencial para los siguientes campos vectoriales:
  - (a)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, 3y, 4z)$ .
  - (b)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z})$ .
  - (c)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y \sin z, x \sin z, xy \cos z)$ .
  - (d)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (\ln x + \sec^2(x + y), \sec^2(x + y) + \frac{y}{y^2+z^2}, \frac{z}{y^2+z^2})$ .