



Listado 7

Funciones/Números Enteros

1. Haciendo uso del hecho que la función exponencial y logarítmica son crecientes/decrecientes (dependiendo de su base) resuelva las siguientes inecuaciones:

a) $e^{3x} + 2e^{2x} - 8e^x \leq 0$

b) $5^{x^2+3} \left(\frac{1}{25}\right)^x \geq \left(\frac{1}{25}\right)^{x-3}$ (P)

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-2} \leq 1$ (P)

d) $7^{x^2+5x} \geq \frac{1}{2401}$

e) $2^x - 2^{-x} \geq 3(1 + 2^{-x})$

f) $\log_{1/5}(5x - 6) \leq \log_{1/5}(x^2)$

g) $\log_{1/3}(x) + \log_{1/3}(x - 4) < \log_{1/3}(2)$ (P)

h) $-2 + \log_5(4x + 2) > \log_5(2 - 8x)$

i) $\log_4(2x + 1) - \log_4(x) > \log_4(3)$ (P)

2. Determine los valores de $x \in [-\pi, \pi]$ para los cuales se cumple que:

a) $4\operatorname{sen}^2(x) - 8\operatorname{sen}(x) + 3 = 0$ (P)

e) $\operatorname{sen}^2(x)(5 - 4\operatorname{sen}^2(x)) = 1$

b) $2\operatorname{sen}(x)\cos^2(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(x)$

f) $\operatorname{sen}(2x)\cos(x) = 0$ (P)

c) $3\cos^2(x) - \cos(2x) = 1$

g) $\operatorname{sen}(x)\cos(x) = \operatorname{sen}^2(x)$

d) $\cos(2x) + 3\cos(x) - 1 = 0$

h) $\operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}^2(x) = -\cos^2(x)$

3. Resuelva:

a) Demuestre que $\log_{10}(3) \notin \mathbb{Q}$.

d) Demuestre que $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$. (P)

b) Demuestre que $\log_{10}(7) \notin \mathbb{Q}$. (P)

e) Demuestre que si p es primo y divide a n^2 entonces p también divide a n .

c) Demuestre que $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.