UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Listado 4 : Cálculo I (527140

1.- Determinar la ecuación del lugar geométrico (L.G.) de un punto que se mueve de tal manera que:

(a) se conserva siempre a 2 unidades a la izquierda del eje Y.
(b) está siempre a igual distancia de los ejes coordenados.
(c) su abscisa es siempre igual al doble de su ordenada..
(d) siempre equidista de los puntos $A(-1,2)$ y $B(4,-1)$.
(e) su distancia al eje Y es siempre igual a su distancia del punto $A(4,0)$.
(f) la suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos $A(3,5)$ y $B(-4,2)$ es siempre igual a 30.

2.- Determine la ecuación del lugar geométrico de todos los puntos P del plano en el primer cuadrante que satisfacen:

$$2 \leq d(P,L_1) + d(P,L_2) \leq 4$$

siendo $L_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = y\}$ y $L_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = -x\}$. Represente gráficamente la región encontrada y determine su área.

3.- Determine la ecuación de la recta L que:

(a) pasa por el punto $A(1,2)$ y tiene pendiente -1.
(b) pasa por los puntos $C(-1,2)$ y $D(2,1)$.
(c) pasa por el punto $B(2,5)$ y que es perpendicular a la recta $L_1 : 2x + 3y = 1$.

4.- Determinar el valor de k para que la recta $L : 4x + 5y + k = 0$ forme con los ejes coordenados un triángulo rectángulo de área $\frac{5}{2}$ unidades cuadradas.

5.- Hallar la distancia entre las rectas paralelas $L_1 : x + 2y - 12 = 0$ y $L_2 : x + 2y + 6 = 0$.

6.- Determinar el coeficiente de posición de la recta que divide el área del triángulo formado por los vértices $A(0,0)$, $B(1,2)$ y $C(0,4)$ sabiendo que la recta pasa por $B(1,2)$.

7.- Determine la ecuación de la circunferencia C, tal que:

(a) su centro es el punto $A(1,2)$ y que pasa por el punto $B(5,5)$.
(b) su centro es el punto de intersección entre las rectas $L_1 : 2x + y - 8 = 0$ y $L_2 : 3x - 2y + 9 = 0$ y de radio 4.
(c) pasa por los puntos $A(0,5)$ y $B(2,1)$, y cuyo centro está sobre la recta $L : x + y - 1 = 0$.
(d) cuyo centro es el punto $D(0,-2)$ y es tangente a la recta $L : 5x - 12y + 2 = 0$.
(e) cuyo radio es $\sqrt{13}$ y es tangente a la circunferencia $C_1 : x^2 + y^2 - 4x + 2y - 47 = 0$ en el punto $A(6,5)$.

8.- Decidir si los puntos $A(1,2)$ y $B(3,4)$ son interiores o exteriores a la circunferencia que pasa por los puntos $C(1,4), D(-1,2)$ y $E(3,2)$.

9.- Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $C : x^2 + y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$ y que tiene pendiente 1.

Respuestas

1.- (a) $LG = \{(-2, y) \in \mathbb{R}^2\}$
   (b) $LG = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| = |y|\}$
   (c) $LG = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2y\}$
   (d) $LG = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 5x - 3y - 6 = 0\}$
   (e) $LG = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - 8x + 16 = 0\}$
   (f) $LG = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 2y^2 + 2x - 14y + 24 = 0\}$

2.- Área$(R) = 6$ u^2.

3.- (a) $L : x + y - 3 = 0$
   (b) $L : x + 3y - 5 = 0$
   (c) $L : 2y - 3x - 4 = 0$

4.- $k = -10$ ó $k = 10$.

5.- $d(L_1, L_2) = \frac{161}{20} = 8,05$

6.- El coeficiente pedido es -4 (la recta es $-y = 2x + 4$).

7.- (a) $C : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$
   (b) $C : (x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 16$
   (c) $C : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 10$
   (d) $C : x^2 + (y + 2)^2 = 2$
   (e) $C : (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 13$ y $C' : (x - 8)^2 + (y - 8)^2 = 13$

8.- $A(1, 2)$ punto interior y $B(3, 4)$ punto exterior.

9.- $L : y = x - 10$ y $L' : y = x - 2$