

Listado 7 : Cálculo I (527140)

- 1.- Utilizar el teorema del sandwich o acotamiento para mostrar que el limite de las siguientes funciones es igual a cero.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{2}{x}\right)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{6x^2 + 5} \quad (\mathbf{P})$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \sin\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad (\mathbf{F})$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x^2 + 5/2)}{|x|} \left| \sin\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right) \right| \quad (\mathbf{P})$

- 2.- Dada $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x < 2 \\ 1 - \frac{x}{2} & , x \geq 2 \end{cases}$$

Calcular, si existen $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. Luego graficar la función

- 3.- Dada las siguientes funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-1}{\sqrt[6]{x-2}-1} & , x < 3 \\ x^2 \sin\left(\frac{x\pi}{2}\right) & , x \geq 3 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{x|x^2-1|}{x-1}$$

(a) Calcular, si existe, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(b) Calcular, si existen, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) \quad (\mathbf{F})$

- 4.- Calcular los siguientes límites. En caso que no existan, justificar.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(3x)}{5x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos(x)}}{\sin^2(x)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sin(3x)}{x(3x - \pi)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(2x)} \quad (\mathbf{P})$

(d) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{tg}(x)$

(f) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\pi - 2x) \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(6x)} \quad (\mathbf{P})$

- 5.- Analizar si las siguientes funciones son continuas en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{(2x^2+1)} - \sqrt{3x^2-3}}{1 - \frac{2}{x}} & , x < 2 \\ -4/3 & x = 2 \\ \frac{2\sqrt[3]{4x-4}}{x-2} - 2 & , x > 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{6-x}-2}{2-x} & , x < 2 \\ \frac{3-x^3}{x+1} - 2 & , x \geq 2 \end{cases} \quad (\mathbf{P})$$

- 6.- Calcular, si es posible, los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ tal que la función h sea continua en $x = -1$ y $x = 5$ a la vez, donde $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ está definida por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{x+1} & , x < -1 \\ ax^2 + b & , -1 \leq x \leq 5 \\ \frac{4x^2 - 40x + 100}{x^2 + 3x - 10} & , x > 5 \end{cases}$$