

Listado 12: Cálculo I (527140)

1.- Determine el si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso

- a) El valor de $x = \frac{1}{2}$ satisface el teorema del valor medio para la función real $f(x) = x^2 + 2x - 1$ en el intervalo $[0, 1]$.
- b) El valor de $x = -\sqrt[3]{2}$ satisface el teorema del valor medio para la función real $f(x) = \frac{1}{x^2}$ en el intervalo $[-1, 2]$.
- c) Utilizando el teorema de rolle se garantiza que para todo intervalo de la forma $[-k, k]$, con $k > 0$, la función $f(x) = |x - 1|$ tiene al menos un punto crítico. **(P)**

2.- **(P)** Determinar el valor de c que satisface el teorema del valor medio en el intervalo $[0, 2]$ para la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + a & , x \leq 1 \\ bx + 2 & , x > 1 \end{cases}$$

3.- **(P)** Mostra que la ecuación $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$ tiene una única raíz .

4.- **(F)** Dado $c \in \mathbb{R}$. Sea f una función a valores reales definida por $f(x) = 6x^3 + 2x + c$. Demostrar que existe al menos un valor de c que garantiza la existencia de solo una raíz de $f(x) = 0$ en el intervalo $[-1, 1]$

5.- Para las siguientes funciones determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos críticos y clasificarlos, intervalos de concavidad y puntos de inflexión. Realizar un pequeño bosquejo de la gráfica

a) $f(x) = 2x^3 - 2x + 6$

c) $f(x) = \frac{2x}{1 - x^2}$

b) $f(x) = x^4 - \frac{1}{x}$ **(P)**

d) $f(x) = x^{2x}$, $x > 0$