UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Listado 1 - Cálculo II

(527150-S2)

1. Calcular la integral $\int x^3\sqrt{x^2+9}dx$ considerando:
   (a) La sustitución $z = x^2 + 9$.
   (b) (A) La sustitución trigonométrica $x = 3\tan(\theta)$.

2. Utilizar sustitución trigonométrica para evaluar las siguientes integrales:
   (a) (A) $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$.
   (b) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+9}}dx$.
   (c) $\int \frac{1}{x^2+2x+10}dx$.
   (d) (A) $\int \frac{x}{\sqrt{3-2x-x^2}}dx$.

3. Usar descomposición en suma de fracciones parciales para calcular:
   (a) $\int \frac{x}{x^2-2x-3}dx$
   (b) (A) $\int \frac{1}{x^3-3x+2}dx$
   (c) (A) $\int \frac{x^3}{x^2-2x+1}dx$
   (d) $\int \frac{2x+2}{(x^2+1)(x-1)}dx$
   (e) $\int \frac{x^4+81}{x(x^2+9)^2}dx$
   (f) $\int \frac{x^2}{(x-1)(x^2+2x+1)}dx$

4. Calcular las siguientes integrales:
   (a) (A) $\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}dx$
   (b) $\int \sec^4(x)dx$
   (c) $\int \cos^4(x)dx$
   (d) $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^6}}dx$
   (e) $\int \frac{1}{x^7+x}dx$
   (f) $\int \sin(\ln(x))dx$
   (g) $\int \frac{\sin(x)\cos(x)}{\sqrt{1+3\sin^2(x)}}dx$
   (h) (A) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^6}}dx$
   (i) $\int \frac{x^3e^{x^2}}{(x^2+1)^2}dx$
   (j) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x}dx$
   (k) $\int e^{2x}\sin(3x)dx$
   (l) (A) $\int \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx$

5. (A) Aproximar el valor de la integral $\int_{-1}^{3}|x|dx$, calculando $\underline{\mathcal{S}}(f,\mathcal{P})$ y $\overline{\mathcal{S}}(f,\mathcal{P})$, utilizando la partición $\mathcal{P} = \{-1, -1/2, 0, 1/2, 3/2, 2, 5/2, 3\}$.

6. En cada caso evaluar la integral definida, considerando la partición indicada.

   (a) $\displaystyle\int_0^b x^2dx$, $\mathcal{P} = \left\{i\frac{b}{n} : i = 0, 1, \dots, n\right\}$

   (b) (A) $\displaystyle\int_1^4 f(x)dx$, $\mathcal{P} = \left\{-1 + i\frac{5}{n} : i = 0, 1, \dots, n\right\}$, donde $f(x) = \begin{cases} 2x & , x < 0 \\ x^2 & , 0 \le x \le 4 \end{cases}$

7. (A) Usando el hecho que $x_{i-1} < x_i \Longrightarrow x_{i-1}^2 < \frac{1}{3}(x_i^2 + x_{i-1}x_i + x_{i-1}^2) < x_i^2$, mostrar que, para $0 < a < b$,
$$\int_a^b x^2dx = \frac{1}{3}(b^3 - a^3).$$

8. Utilizar el Teorema del Valor Medio para intrgrales para calcular $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ donde $n \in \mathbb{N}$, si

   (a) (A) $a_n = 2n\displaystyle\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} (1 - \cos(x^2))dx$

   (b) $a_n = \frac{1}{n}\displaystyle\int_n^{2n} \frac{\sin(x)}{x+1}dx$

23/08/2021