

Física II

Seminario # 5: Gravitación Universal

1 Situaciones para análisis

Situación para análisis 1

Suponga que el Sol se contrae de tal manera que se convierte en un agujero negro, en este caso el agujero negro tendría un radio de 2964.44 m, conservando la masa solar intacta. ¿Que pasaría, gravitacionalmente, con los planetas?

R: Los planetas seguirían orbitado alrededor de él como lo hacen ahora.

Situación para análisis 2

Alguien le pregunta por la existencia del planeta Vulcano. Este sería un planeta pequeño que se encuentra muy cerca del sol, además no podemos verlo desde la tierra ya que se encuentra siempre detrás del sol, pues tiene el mismo período orbital que la tierra. ¿Que podría decirle usted a esa persona sobre la existencia de ese planeta?

R: Ese planeta no existiría; no cumple las leyes de Kepler.

Situación para análisis 3

Un planeta tiene dos satélites naturales de igual masa. La luna 1 está en una órbita circular de radio r . La luna 2 está en órbita circular de radio $\frac{r}{2}$. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza gravitacional que ejerce el planeta sobre la luna 2, comparada con la que ejerce sobre la luna 1?

- (a) Cuatro veces mayor que sobre la luna 1.
- (b) Dos veces mayor que sobre la luna 1.
- (c) La mitad de la ejercida sobre la luna 1.
- (d) Un cuarto de la ejercida sobre la luna 1.

R: (a)

Situación para análisis 4

Superman está de pie en lo alto de una montaña muy alta y lanza una pelota de baseball horizontalmente con una rapidez tal que la pelota entra en una órbita circular alrededor de la Tierra. Mientras la pelota está en órbita, ¿cuál es la magnitud de la aceleración gravitacional de la pelota?

- (a) Depende de que tan rápido se lance la pelota.
- (b) Es cero porque la pelota no cae el suelo.
- (c) Es ligeramente menor que 9.80 m/s^2 .
- (d) Es igual a 9.80 m/s^2 .

R: (c)

Situación para análisis 5

El satélite 1 está en una cierta órbita circular de radio R alrededor de un planeta, mientras que el satélite 2 está en una órbita circular $2R$ alrededor del mismo planeta. ¿Cuál satélite tiene (a) el período más largo (b) la mayor rapidez tangencial?

R: (a) Satélite 2; (b) Satélite 1.

Situación para análisis 6

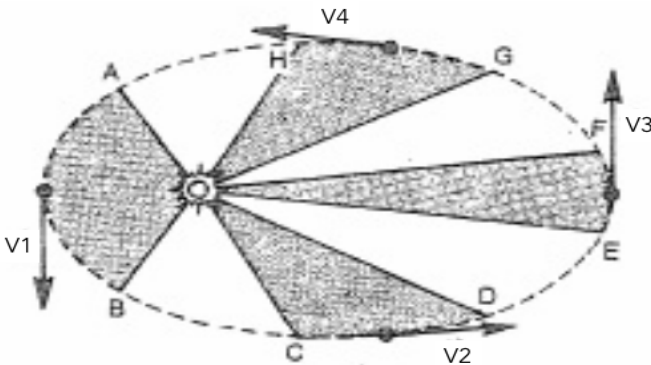
En ocasiones el desconocimiento de las leyes de la física provoca que las personas digan expresiones como estas:

- (a) La fuerza de atracción de la tierra sobre un satélite es nula por que está muy alejado del centro del planeta.
- (b) Un cohete no experimenta la atracción gravitacional de la tierra una vez que ha dejado la atmósfera

¿Qué opina usted sobre estas afirmaciones?

Situación para análisis 7

Suponga que la elipse que se muestra en la figura representa la órbita seguida por júpiter en torno al sol. Todas las áreas sombreadas son iguales entre sí y además el planeta se demora un año en moverse desde A hasta B, responda:



- (a) ¿Cuál será el tiempo que tarda en recorrer cada uno de los arcos CD , EF , GH ?
- (b) Sean $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4$ las velocidades mostradas en la figura. Ordénalas en orden decreciente de sus magnitudes.

R: Iguales; (b) $V_1 > V_2 = V_4 > V_3$

Situación para análisis 8

La magnitud de la fuerza de atracción que el sol ejerce sobre la tierra es F . Suponiendo que:

- (a) la masa de la tierra fuera 3 veces mayor,
- (b) la masa del sol fuera dos veces menor,
- (c) la distancia entre la tierra y el sol fuera dos veces mayor.

En términos de F , ¿cuál sería la magnitud de la fuerza de atracción del sol sobre la tierra?

R: (a): $F_a = 3F$; (b): $F_b = \frac{F}{2}$ y (c): $F_c = \frac{F}{4}$

2 Ejercicios

Ejercicio 1

¿Cuál es la magnitud de la aceleración en caída libre g de un objeto ubicado a la altura de la órbita del transbordador espacial, unos 400 km por encima de la superficie de la tierra?

R: $g = 8.71 \text{ m/s}^2$.

Ejercicio 2

La tercera *Ley de Kepler* afirma lo siguiente: **Los cuadrados de los períodos de revolución de un planeta son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las respectivas órbitas**, es decir, $T^2 \propto a^3$.

Ahora, considere que la distancia entre la tierra y el sol es, aproximadamente igual a 150 millones de kilómetros (1.00 UA) y, sabiendo que el período de revolución, aproximado, del planeta saturno es de 29.5 años terrestres, calcule la distancia del semieje mayor a_s de la órbita del planeta saturno.

R: $a_s = 9.56 \text{ UA}$.

Ejercicio 3

La Estación Espacial Internacional se mueve en una órbita prácticamente circular alrededor de la tierra, a 385 km por encima de la superficie de esta. En un lugar determinado de la tierra, calcular cuánto tiempo hay que esperar entre dos avistamientos consecutivos de la estación. (Suponer que puede despreciar la resistencia del aire.)

R: $T_{es} = 91.7 \text{ días}$.

Ejercicio 4

Una astronauta de 1.70 m de altura está de pie en el interior de una nave espacial a la distancia $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m}$ lejos del centro de la tierra.

- (a) ¿Cuál es la diferencia en la aceleración gravitacional entre sus pies y su cabeza?
- (b) Si la astronauta está ahora de pie a la misma distancia orbital $r = 6.77 \times 10^6 \text{ m}$ en torno de un agujero negro de masa $M_h = 1.99 \times 10^{31} \text{ kg}$ (10 veces la masa de nuestro Sol), cuál es la diferencia en la aceleración gravitacional entre sus pies y su cabeza? El agujero negro tiene una superficie matemática (*horizonte de evento*) de radio $R_h = 2.95 \times 10^4 \text{ m}$. Nada, ni siquiera la luz, puede escapar de esa superficie o desde cualquier punto dentro de ella. Note que la astronauta está bien lejos de esa superficie (en $r = 229R_h$).

R: (a): $\Delta a_g = -4.37 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$; (b) $\Delta a_g = -14.5 \text{ m/s}^2$.

Ejercicio 5

El cometa Halley orbita alrededor del Sol con un período de 76 años. En el año 1986 tuvo su menor distancia al Sol, su *distancia de perihelio* R_p de $8.9 \times 10^{10} \text{ m}$ (entre las órbitas de Mercurio y Venus).

- (a) ¿Cuál es la mayor distancia a la que se encuentra el cometa Halley del Sol, la cual es llamada su *distancia de afelio* R_a ?
- (b) ¿Cuál es la excentricidad e de la órbita del cometa Halley?

R: (a) $R_a = 5.3 \times 10^{12} \text{ m}$; (b) $e_{Halley} = 0.97$.

Ejercicio 6

Considerando la *Segunda ley de Newton*, calcule el período orbital T de la tierra para una órbita circular. Considere el valor de la constante de gravitación universal, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ y la masa del Sol $M = 2.00 \times 10^{30} \text{ kg}$.

R: $T = 3.17 \times 10^7 \text{ s} \approx 367 \text{ días}$.

Ejercicio 7

En el centro de nuestra galaxia se encuentra un agujero negro super masivo denominado Sagitario A*. Evidentemente, no podemos observar el agujero negro de manera directa, pero si podemos ver estrellas masivas orbitando a su alrededor y produciendo orbitas cerradas en escalas humanas, debido a esto podemos inferir datos del agujero negro.

Una de las estrellas, llamada Sgt, orbita al agujero negro a una distancia de 980 UA y completa un período en 15.2 años terrestres. Estime la masa del agujero negro, suponiendo que la estrella Sgt orbita e una órbita circular de radio r .

R: 3.80×10^6 masas solares.

Ejercicio 8

Considere al Principito sobre el más grande de sus planetas, es decir, el que tiene un radio $r = 50 \text{ m}$ y una masa $M = 1.5 \times 10^{14} \text{ kg}$. Él le dice a su rosa que creará un cometa, y con toda su fuerza lanza una piedra radialmente hacia afuera del pequeño planeta. ¿Cuál debería ser la velocidad de la piedra para abandonar el planeta?



R: $v_i = 20 \text{ m/s}$.

Ejercicio 9

Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba desde la superficie de la tierra con una rapidez inicial $v_i = 8.00 \text{ km/s}$. Despreciando los efectos de la resistencia del aire, determinar la altura máxima, con respecto a la superficie de la tierra, que alcanza.

R: $h = r_f - R = 2.04R - R = 1.04R = 6.62 \times 10^6 \text{ m}$.

Ejercicio 10

Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba desde la superficie de la tierra con una rapidez inicial $v_i = 15.0 \text{ km/s}$. Determinar la rapidez del proyectil cuando está muy lejos de la tierra (desprecie los efectos de la resistencia del aire).

R: $v_f = 1.01 \times 10^4 \text{ m/s} = 10.1 \text{ km/s}$

Ejercicio 11

Un planeta, cuyo núcleo está vacío, consiste de una corteza esférica gruesa de masa M de radio exterior R y de radio interior $R/2$.

- (a) ¿Qué masa M' hay entre el centro del planeta y $\frac{3}{4}R$?
- (b) ¿Cuál es la magnitud del campo gravitatorio, el valor de g , a una distancia $\frac{3}{4}R$ del centro del planeta?

R: (a) $M' = \frac{19}{56}M$; (b) $g = \frac{38}{63} \frac{GM}{R^2}$.
