Electromagnetismo
543201 Guía de Problemas #5
Corriente eléctrica y resistencia

1. Considerar una batería de auto de **12 [V]** y 100 **[Ah]**. Esta batería puede suministrar una corriente de **100 [A]**
durante una hora.

a. ¿Cuánta carga puede suministrar esta batería?
b. ¿Cuál debe ser el área de un condensador de placas paralelas que pueda almacenar la misma cantidad de carga si las placas están separadas por una distancia **d = 0.01 [mm]** y entre las placas se tiene un dieléctrico de permitividad **$\varepsilon = 4\varepsilon_o$**?

a. Nótese la unidad de medida que se entrega respecto de la batería: 100[Ah]. Como ya deberíamos saber, la unidad de medida [A] corresponde a [C/s] y se usa para medir corriente, la cual se refiere a la cantidad de carga que se mueve en un determinado tiempo. Así:

$$100[\mathrm{Ah}] = 100\left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\cdot \mathrm{h}\right]$$

Luego, haciendo la conversión de horas a minutos se tiene que la carga que puede suministrar la batería cuando está completamente cargada corresponde a:

$$100[\mathrm{Ah}] = 100\left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{3600\mathrm{s}}{1\mathrm{h}}\right] = 3.6\cdot 10^5[\mathrm{C}]$$

b. Suponiendo que la diferencia de potencial entre las placas del capacitor también es de 12[V], entonces la distancia entre las placas para cumplir la condición requerida está determinada por la siguiente relación:

$$C = \frac{Q}{|\Delta \mathrm{V}|} \to \frac{k\varepsilon_0 A}{d} = \frac{Q}{|\Delta \mathrm{V}|}$$

Luego, despejando:

$$A = \frac{Qd}{k\varepsilon_0|\Delta \mathrm{V}|} = \frac{3.6\cdot 10^5\cdot 0.01\cdot 10^{-3}}{4\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 12} = 8.47\cdot 10^9[\mathrm{m}^2]$$

Increíblemente extensa debe ser el área de las placas de este capacitor para igual la capacidad en carga de una batería de auto.

2. El viento solar consiste en un flujo de partículas, principalmente protones, emitidas por el sol como parte de su reacción normal. Dichas partículas se mueven a una velocidad de **500 [km/s]**. Al llegar a la órbita terrestre la densidad de partículas es de alrededor de **10^6** protones por m^3. La mayoría de estos protones son absorbidos en la atmosfera superior y nunca alcanzan la superficie de la tierra.

a. Tomando el radio de la tierra como **6400 [km]** y la carga de un protón **$1.6\ 10^{-19}$ [C]**, calcular la corriente interceptada por el globo terráqueo si las cargas no fueran absorbidas por la atmosfera.

b. Durante una tormenta solar el viento solar se torna más intenso. La velocidad de las partículas puede llegar hasta **1000 [km/s]** y el número de partículas en la órbita terrestre aumenta hasta **10^7** protones por m^3. Calcular la corriente en este caso.

La corriente eléctrica puede definirse en función del flujo de partículas a través de:

$$I = nqv_dA$$

donde n es la densidad de portadores de carga, expresado en $[C/m^3]$, q es el valor de las cargas móviles, v_d es la velocidad de deriva (velocidad a la que se mueven las cargas) y A el área de la sección transversal que es atravesada por el flujo de partículas. En este caso, podríamos considerar que el flujo de partículas penetra a un área correspondiente al círculo del diámetro ecuatorial de la tierra, tal como se muestra en la Figura A.

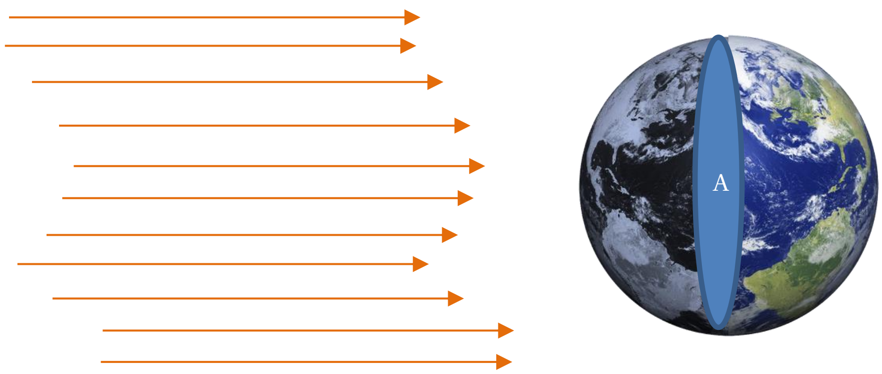


Figura A

Luego, en este caso el área de penetración del flujo de partículas provocado por el viento solar está dado por:

$$A = \pi {r_{tierra}}^2 = 1.28 \cdot 10^{14} [m^2]$$

Con ello, puede determinarse la corriente que llegaría al globo terráqueo si es que la atmósfera no absorbiera el flujo de partículas:

Conversión de km/h a m/s

$$I = 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{500}{3.6} \cdot 1.28 \cdot 10^{14} [\mathrm{A}] \approx 2.84 [\mathrm{kA}]$$

De la misma manera, si se considera el caso de una tormenta solar, entonces:

$$I = 10^7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{1000}{3.6} \cdot 2.57 \cdot 10^{14} [\mathrm{A}] \approx 56.89 [\mathrm{kA}]$$

3. La densidad de electrones libres en el cobre es de **8×10^{28}** electrones/m^3. Un conductor de **3 [mm]** de diámetro lleva una corriente de **50 [A]**. Encontrar la velocidad de deriva de los electrones en el conductor de cobre.

La relación entre la corriente en un material y la velocidad de deriva de los electrones corresponde a:

$$I = nqv_dA$$

Luego, despejando la velocidad de deriva:

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{50}{8 \cdot 10^{28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \cdot (1.5 \cdot 10^{-3})^2} \approx 5.53 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

4. Un conductor de cobre con conductividad **σ = 5.7 10⁷ [S/m]** lleva una corriente de **10 [A]**. Si el conductor tiene un diámetro de **2 [mm]** calcular:

   a. La intensidad de campo eléctrico dentro del conductor
   b. La velocidad promedio de deriva de los electrones en el conductor asumiendo que la densidad de electrones libres en el cobre es de **8x10²⁸** electrones/m³.

a. El campo eléctrico se relaciona con la corriente a través de la forma puntual de la ley de Ohm, la cual dice:

$$J = \sigma E$$

donde J es la densidad de corriente y E es la magnitud del campo eléctrico. Luego, despejando:

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{\sigma A} = \frac{10}{5.7 \cdot 10^{7} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2} \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right] \approx 0.056 \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]$$

b. Ya sabemos que la relación entre la velocidad de deriva y la corriente en un material corresponde a:

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

Luego, evaluando:

$$v_d = \frac{10}{8 \cdot 10^{28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] = 2.49 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

5. Un haz de electrones cilíndrico consiste en una densidad de carga volumétrica moviéndose a velocidad axial constante **v_o = 5 10⁶ [m/s]**. La corriente total del haz es de **I_o = 5 [mA]** y su radio es **1 [mm]**. Asumiendo que la carga está distribuida uniformemente dentro del volumen, calcular la intensidad de campo eléctrico dentro del haz de electrones.

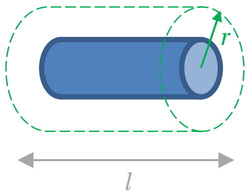
En primera instancia, puede determinarse la densidad de electrones libres a través de la siguiente ecuación:

$$I = nqv_dA$$

Despejando y evaluando:

$$n = \frac{I}{v_d qA} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{6} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2} \left[\frac{\text{electrones}}{\mathrm{m}^3}\right] \approx 2 \cdot 10^{15} \left[\frac{\text{electrones}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Ahora bien, para determinar la intensidad de campo eléctrico dentro del haz de electrones es conveniente ocupar la ley de Gauss para campos eléctricos. En el manto de este haz cilíndrico se tiene que:



$$E A_{gauss} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

donde A_{gauss} es el área gaussiana (manto del cilindro verde). Luego:

$$E = \frac{Q_{enc}}{A_{gauss}\varepsilon_0}$$

Ahora bien, la carga encerrada por la superficie gaussiana está dada por la densidad de partículas y la carga de dichas partículas, es decir:

$$Q_{enc} = \rho V = n \cdot e \cdot \pi a^2 l$$

Así:

$$E = \frac{n \cdot e \cdot \pi a^2 l}{A_{gauss}\varepsilon_0}$$

Evaluando justo para la superficie del cilindro, esto es, para cuando $r = a$

$$E \approx \frac{2 \cdot 10^{15} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi(1 \cdot 10^{-3})^2 l}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot l \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right] \approx 1.8 \cdot 10^4 \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]$$

6. Un semiconductor de potencia está hecho de silicio y lleva una corriente de **100 [A]**. El tamaño del semiconductor es **10 [mm] x 10 [mm]** y tiene un espesor de **1 [mm]**. La caída de potencial entre los extremos del semiconductor es de **0.6 [V**].

   a. ¿Cuál es la conductividad del silicio utilizado?
   b. ¿Si la velocidad de los portadores es de **2000 [m/s]**, cuantas cargas libres (electrones) deben estar presentes dentro del material en todo momento?

a. El campo eléctrico se relaciona con la corriente a través de la forma puntual de la ley de Ohm, la cual dice:

$$J = \sigma E$$

Ahora bien, el campo eléctrico al interior de este material es uniforme. Luego, puede expresarse el campo eléctrico en función de la diferencia de potencial dado que:

$$E = \frac{\Delta V}{l}$$

Luego:

$$J = \sigma \frac{\Delta V}{l}$$

Despejando:

$$\sigma = \frac{I}{A}\frac{l}{\Delta V}$$

Luego, evaluando:

$$\sigma = \frac{100}{(10 \cdot 10^{-3})^2}\frac{1 \cdot 10^{-3}}{0.6} \approx 1.67 \cdot 10^3 \left[\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}\right]$$

b. Sabemos que

$$I = nqv_d A$$

Luego, podemos despejar la densidad de electrones libres despejando y evaluando:

$$n = \frac{I}{v_d q A} = \frac{100}{2000 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2}\left[\frac{\text{electrones}}{\mathrm{m}^3}\right] \approx 3.125 \cdot 10^{21}\left[\frac{\text{electrones}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Por último, la cantidad de electrones libres se puede obtener a través de:

$$\text{Cantidad electrones} = n \cdot \text{Volumen} \approx 3.125 \cdot 10^{21} \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Cantidad electrones} \approx 3.125 \cdot 10^{14}$$

7. En un cable coaxial de largo **"L"**, el radio del conductor interno es **"a"** y el radio del conductor externo **"b"**, los que están separados por un dieléctrico con pérdidas de permitividad **ε** y conductividad $\boldsymbol{\sigma}$. Si una fuente de potencial **V** se conecta de modo que su terminal positivo está conectado al conductor externo.; despreciando los efectos en los extremos del cable determinar:
   a. La intensidad de campo eléctrico en el dieléctrico.
   b. La densidad de corriente en el dieléctrico.
   c. La corriente total fluyendo desde el conductor exterior al interior.
   d. La resistencia entre los conductores interior y exterior.

a. En primera instancia, hay que recordar el cálculo de capacitancia de un condensador cilíndrico, esta vez considerando que entre los cuerpos conductores hay un material dieléctrico. En la Figura B se puede ver un esquema del corte transversal del dispositivo:

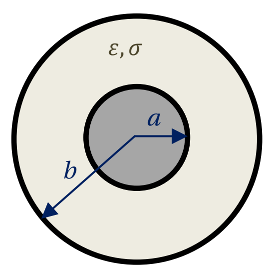


Figura B

Luego, y según lo que se ha trabajado en guías anteriores, el campo eléctrico (por ley de Gauss) que se desarrolla para $a < r < b$, considerando una carga -Q en la esfera conductora interior, corresponde a:

$$\vec{E} = -\frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0}\hat{r} \tag{1}$$

A partir de ello, puede definirse la diferencia de potencial a partir de este campo eléctrico a través de:

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot ds$$

Lo cual, considerando la simetría del dispositivo y del campo eléctrico, se convierte en:

$$V = \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{2}$$

A partir de la ecuación 2, puede despejarse la carga en función del potencial impuesto por la fuente de tensión conectada al dispositivo:

$$\frac{V 2\pi l \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = Q$$

Reemplazando esta expresión en (1), se tiene que:

$$\vec{E} = -\frac{V}{r\ln\left(\frac{b}{a}\right)}\hat{r}$$

En definitiva, la magnitud del campo magnético en el dieléctrico está dada por:

$$E_d = \frac{V}{r\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

b. A partir del campo eléctrico determinado en el ítem anterior, es posible determinar la densidad de corriente impuesta en el dieléctrico a partir de la siguiente ecuación:

$$J = \sigma E$$

Luego, la densidad de corriente en el dieléctrico está dada por:

$$J_d = E_d = \frac{\sigma V}{r\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Notar que la densidad de corriente dependerá de la distancia r medida respecto al eje del cable coaxial.

c. La corriente total fluyendo desde el conductor exterior al interior se puede obtener al considerar que:

$$I_d = J_d A$$

En este caso, el área de la corriente corresponde a un casquete cilíndrico imaginario de radio r, por lo que $A = 2\pi r l$.

Luego:

$$I_d = \frac{\sigma V}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \cdot 2\pi r l = \frac{\sigma V \cdot 2\pi l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

d. Por último, la resistencia entre los conductores interior y exterior se puede determinar al aplicar la ley de Ohm a la corriente que circula entre dichos conductores, tal que:

$$R_d = \frac{V}{I_d}$$

Luego, evaluando los resultados obtenidos en ítems anteriores:

$$R_d = \frac{V}{\frac{\sigma V \cdot 2\pi l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}} = \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{\sigma \cdot 2\pi l}$$

8. La conductividad del cobre varía en función de la temperatura de acuerdo con

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha(T - T_0)},$$

donde $\alpha = \mathbf{0.0039[C^{-1}]}$, $\boldsymbol{T}$ es la temperatura y $\boldsymbol{T_0}$ la temperatura a la que $\boldsymbol{\sigma_0}$ es conocida (habitualmente a 20[ºC]. Un conductor cilíndrico de radio **10[mm]** y largo **0.3[mm]** pasa a través de una pared. La temperatura a un lado de la pared es mantenida constante a **25[ºC]**, y la temperatura al lado contrario de la pared varía entre 30[ºC] en verano hasta **-10[ºC]** en invierno. Como se conoce que la conductividad del cobre es **5.7x10^7 [S/m]** a **20** grados Celsius y que la distribución de temperatura en la barra varía en forma lineal.

a. ¿Cuál es la resistencia de la barra de cobre en el verano?
b. ¿Cuál es la resistencia de la barra de cobre en invierno?

En primer lugar, podríamos hacer un dibujo representativo de la situación en la que se encuentra el conductor cilíndrico inserto en la pared, tal como se muestra en la Figura C:

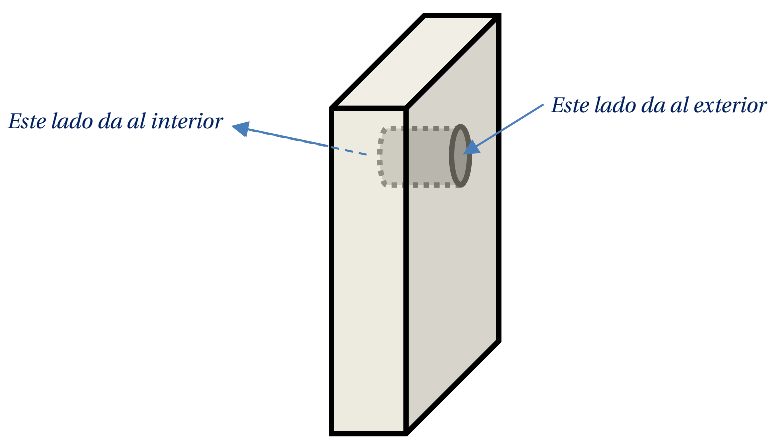
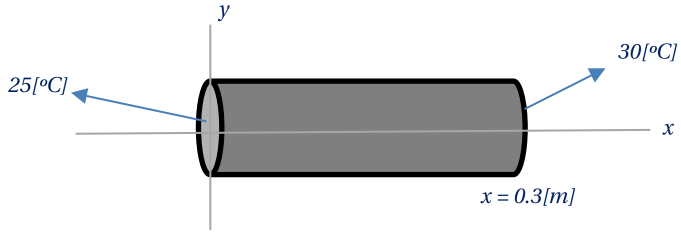


Figura C

Ello permite ver que la cara del cilindro que da al interior está a 25[ºC], mientras que la cara que da al exterior estará a una temperatura definida por la estación del año.

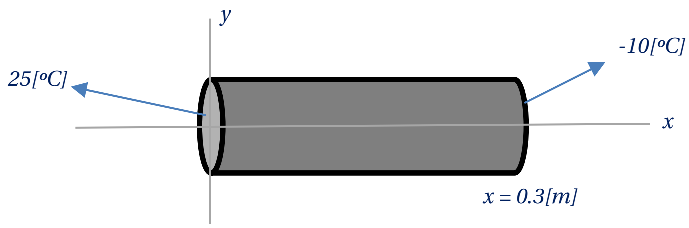
Luego, como se especifica que la distribución de temperatura en el conductor varía de manera lineal, entonces pueden definirse dos expresiones para la temperatura según la posición axial: una para verano y otra para invierno:

Para verano:



$$T_v(x) = 25[°\mathrm{C}] + \frac{x}{0.3[\mathrm{m}]} \cdot 5[°\mathrm{C}]$$

Para invierno:



$$T_i(x) = 25[°\mathrm{C}] - \frac{x}{0.3[\mathrm{m}]} \cdot 35[°\mathrm{C}]$$

Con ello, pueden obtenerse las dos expresiones de conductividad del cobre en función de *x*: una para verano y otra para invierno.

Para verano:

$$\sigma_v(x) = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha(T_v(x) - T_0)}$$

$$\sigma_v(x) = \frac{5.7 \cdot 10^7}{1 + 0.0039\left(25 + \frac{x}{0.3} \cdot 5 - 20\right)}$$

$$\sigma_v(x) = \frac{5.7 \cdot 10^7}{1 + 0.0039\left(5 + \frac{x}{0.3} \cdot 5\right)} = \frac{5.7 \cdot 10^7}{1.0195 + 0.065x}$$

Para invierno:

$$\sigma_i(x) = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha(T_i(x) - T_0)}$$

$$\sigma_i(x) = \frac{5.7 \cdot 10^7}{1 + 0.0039\left(25 - \frac{x}{0.3} \cdot 35 - 20\right)}$$

$$\sigma_i(x) = \frac{5.7 \cdot 10^7}{1 + 0.0039\left(5 - \frac{x}{0.3} \cdot 35\right)} = \frac{5.7 \cdot 10^7}{1.0195 - 0.325x}$$

Con ello, se pueden calcular las resistencias del conductor tanto para verano como para invierno:

Para verano:

$$R_v = \int \frac{dl}{\sigma_v \cdot A}$$

donde dl es un elemento diferencial de longitud del conductor, y A es el área de la sección transversal del conductor. Luego:

$$R_v = \int_0^{0.3} \frac{dx}{\frac{5.7 \cdot 10^7}{1.0195 + 0.065x} \cdot \pi \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{1}{5.7 \cdot 10^7 \cdot \pi \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2} \int_0^{0.3} (1.0195 + 0.065x)\, dx$$

Resolviendo la integral:

$$R_v \approx 1.7 \cdot 10^{-5} [\Omega]$$

Asimismo, para invierno:

$$R_i = \int \frac{dl}{\sigma_i \cdot A}$$

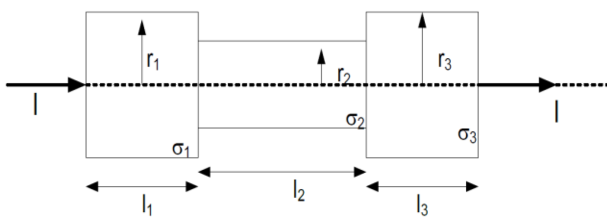
donde dl es un elemento diferencial de longitud del conductor, y A es el área de la sección transversal del conductor. Luego:

$$R_i = \int_0^{0.3} \frac{dx}{\frac{5.7 \cdot 10^7}{1.0195 - 0.325x} \cdot \pi \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{1}{5.7 \cdot 10^7 \cdot \pi \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2} \int_0^{0.3} (1.0195 - 0.325x)\, dx$$

Resolviendo la integral:

$$R_i \approx 1.6 \cdot 10^{-5} [\Omega]$$

9. Los tres cilindros en la figura tienen conductividades distintas $\boldsymbol{\sigma_1}$, $\boldsymbol{\sigma_2}$ **y** $\boldsymbol{\sigma_3}$**.** Si una corriente **I[A]** pasa por ellos, calcular la diferencia de potencial en los tres cilindros.



Como se puede ver desde la figura, los tres cilindros están en el mismo camino de corriente, lo cual significa que los tres cilindros están conectados en serie. Si se asigna un valor de resistencia a cada uno de los cilindros, entonces se tendría un esquema circuital como el mostrado en la Figura D:

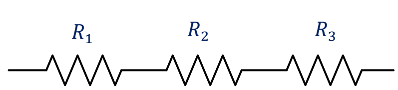


Figura D

Luego, la diferencia de potencial en cada uno de los conductores puede calcularse a partir de la diferencia de potencial en cada una de las resistencias de la figura D.

Para el caso del primer cilindro, se tiene que su resistencia R_1 corresponde a:

$$R_1 = \frac{l_1}{\sigma_1 \cdot A_1} = \frac{l_1}{\sigma_i \cdot \pi(r_1)^2}$$

Luego, la diferencia de potencial del primer cilindro corresponde a:

$$\Delta V_1 = IR_1 = I\frac{l_1}{\sigma_1 \cdot \pi(r_1)^2}$$

Por otro lado, para el segundo cilindro, se tiene que su resistencia R_2 corresponde a:

$$R_2 = \frac{l_2}{\sigma_2 \cdot A_2} = \frac{l_2}{\sigma_2 \cdot \pi(r_2)^2}$$

Luego, la diferencia de potencial del segundo cilindro es:

$$\Delta V_2 = IR_2 = I\frac{l_2}{\sigma_2 \cdot \pi(r_2)^2}$$

Por último, la resistencia R_3 del tercer cilindro está dada por:

$$R_3 = \frac{l_3}{\sigma_3 \cdot A_3} = \frac{l_3}{\sigma_3 \cdot \pi(r_3)^2}$$

Por lo cual, la diferencia de potencial entre sus terminales es:

$$\Delta V_3 = IR_3 = I\frac{l_3}{\sigma_3 \cdot \pi(r_3)^2}$$

10. Si un alambre de aluminio de **15 [m]** de largo debe llevar una corriente de **25 [A]** con una caída de potencial no superior a **5 [V]**; ¿Cuánto debe ser su diámetro mínimo?

La resistencia del alambre de aluminio está dada por la siguiente expresión:

$$R_{al} = \frac{l}{\sigma_{al} \cdot A}$$

donde l corresponde al largo del alambre, σ_{al} a la conductividad eléctrica del aluminio y A al área de su sección transversal. Considerando que $\sigma_{al} = 3.78 \cdot 10^7$ para 20[ºC], entonces:

$$R_{al} = \frac{15}{3.78 \cdot 10^7 \cdot \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

Ahora bien, para que al llevar una corriente la caída de potencial no sea mayor a 5[V] se debe cumplir, por ley de Ohm, que:

$$R_{al} > \frac{5[\mathrm{V}]}{25[\mathrm{A}]} > 0.2[\Omega]$$

Para que esto ocurra, debe cumplirse que:

$$\frac{15}{3.78 \cdot 10^7 \cdot \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2} > 0.2[\Omega]$$

Luego, despejando apropiadamente D, se llega a que el diámetro mínimo del cable para que la resistencia del alambre sea de al menos 0.2[Ω] y, por tanto, la caída de tensión sea de 5[V] máxima es:

$$D \approx 1.6[\mathrm{mm}]$$

11. Un condensador plano tiene armaduras de **8x10^{-2} [m^2]** las que están separadas mediante una plancha de polietileno de **1x10^{-4} [m]** de espesor. Si la diferencia de potencial entre las armaduras es de **2x10^4 [V]**, ¿Cuánto valdrá la intensidad de corriente que fluye a través del polietileno si su resistividad es de $\boldsymbol{\rho_{poly} = 2x10^{11}}$ **[$\boldsymbol{\Omega - m}$].**

Dibujemos un esquema de la situación, tal como se muestra en la Figura E:

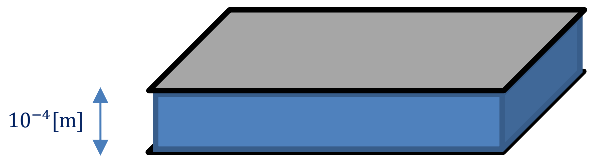


Figura E

A partir de los ejercicios de guías pasadas con los que trabajamos con capacitores de placas paralelas, se tiene que la relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial entre las placas de un condensador de placas paralelas corresponde a:

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

Donde E corresponde a la magnitud del campo eléctrico, ΔV a la diferencia de potencial y d a la distancia entre las placas. Luego, como se conoce que la diferencia de potencial entre las placas es de $2 \cdot 10^4$[V], entonces:

$$E = \frac{2 \cdot 10^{-4}[\mathrm{V}]}{1 \cdot 10^4[\mathrm{m}]} = 2 \cdot 10^8 \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]$$

Ahora bien, a partir de la intensidad de campo eléctrico entre las placas se puede determinar la densidad de corriente presente entre las placas, a través de la siguiente relación:

$$J = \sigma E = \frac{E}{\rho}$$

En consecuencia:

$$J_{\text{politetileno}} = \frac{2 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{11}} \left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right] = 10^{-3} \left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

Por último, se puede determinar la corriente que fluye a través del polietileno a partir de $J_{\text{politetileno}}$:

$$I_{\text{politetileno}} = J_{\text{politetileno}} \cdot A,$$

donde A es la sección transversal del polietileno, que coincide con el área de las placas. Luego:

$$I_{\text{politetileno}} = 10^{-3} \left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right] \cdot 8 \cdot 10^{-2}[\mathrm{m}^2]$$

$$I_{\text{politetileno}} = 8 \cdot 10^{-5}[\mathrm{A}] = 80[\mu\mathrm{A}]$$

12. Un alambre de latón y un alambre de hierro tienen el mismo diámetro y largo, y están conectados en paralelo. Si por el conjunto pasa una corriente de **6 [A]**; ¿Cuánto valdrá la intensidad de corriente que circula por cada uno de los alambres?

$(\rho_{latón} = 0.7x10^{-7}\ [\Omega - m]$ y $\rho_{fierro} = 1x10^{-7}\ [\Omega - m]\ )$

Dibujemos un esquema de la situación, tal como se muestra en la Figura F:

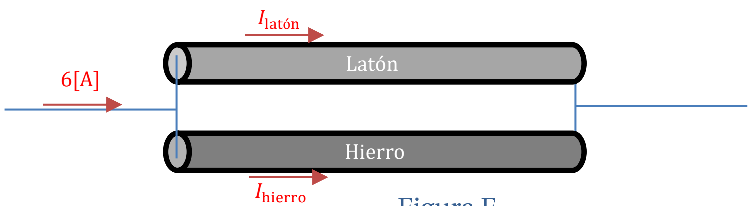


Figura F

Como están conectados en paralelo, entonces la diferencia de potencial entre los extremos del alambre de latón y el de hierro deben ser iguales, con lo que:

$$\Delta V_{\text{latón}} = \Delta V_{\text{hierro}}$$

A partir de la ley de Ohm, se sabe que la diferencia de potencial en un resistor está dado por el producto entre el valor de su resistencia y la corriente circulando a través de él, con lo cual:

$$I_{\text{latón}} \cdot R_{\text{latón}} = I_{\text{hierro}} \cdot R_{\text{hierro}} \qquad (3)$$

Luego, es necesario determinar la resistencia de ambos alambres. Para el caso del alambre de latón, se tiene que:

$$R_{\text{latón}} = \frac{\rho_{\text{latón}} \cdot l}{A}$$

donde l y A son el largo y el área de la sección transversal del conductor. Evaluando la resistividad del latón en la ecuación anterior, se tiene que:

$$R_{\text{latón}} = \frac{0.7 \cdot 10^{-7} \cdot l}{A}$$

Asimismo, aplicando la misma metodología para el alambre de hierro, se tiene que:

$$R_{\text{hierro}} = \frac{10^{-7} \cdot l}{A}$$

Reemplazando las resistencias en la ecuación (3), se tiene que:

$$I_{\text{latón}} \cdot \frac{0.7 \cdot 10^{-7} \cdot l}{A} = I_{\text{hierro}} \cdot \frac{10^{-7} \cdot l}{A}$$

Reduciendo, simplificando y despejando:

$$I_{\text{hierro}} = 0.7 I_{\text{latón}} \qquad (4)$$

Ahora bien, a partir de la Figura F se puede ver que la corriente que entra a ambos conductores es 6[A]. Luego:

$$6 = I_{\text{hierro}} + I_{\text{latón}} \qquad (5)$$

Evaluando la relación encontrada en la ecuación (4):

$$6 = 0.7 I_{\text{latón}} + I_{\text{latón}} = 1.7 I_{\text{latón}}$$

$$I_{\text{latón}} \approx 3.53[\Omega]$$

Al reemplazar esta corriente en (5) se puede determinar la corriente que circula a través del alambre de hierro:

$$I_{\text{hierro}} \approx 2.47[\Omega]$$

Como puede verse a partir de los resultados obtenidos, la corriente siempre prefiere el camino de menor resistencia: en este caso, el alambre de latón tiene una resistencia menor a la del alambre de hierro y, por tanto, a través del alambre de latón circula una mayor proporción de corriente.

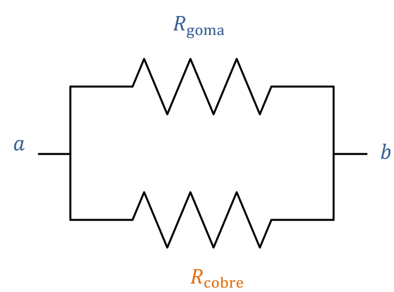
13. Un cable eléctrico de **12 [m]** de largo está formado por un alambre de cobre de **0,3 [cm]** de diámetro cubierto por un envoltorio cilíndrico de goma de **0,1 [cm]** de espesor. Si en los extremos del cable se conecta una diferencia de potencial de **6 [V]**:

    a. ¿Cuánto valdrá la intensidad de corriente en el cobre?
    b. Si se tiene en cuenta la resistividad de la goma ($\rho_{goma} = 1x10^{11}\,[\Omega - m]$); ¿Cuánto valdrá la intensidad de corriente en la goma?

Dibujemos un esquema de la situación, tal como se muestra en la Figura G:

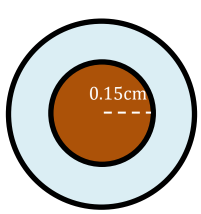
Figura G

Dado que se aplica una diferencia de potencial en los extremos del cable, entonces tendría que circular corriente tanto por el alambre de cobre como por el envoltorio cilíndrico de goma. Sin embargo, como la resistencia del envoltorio de goma es mucho mayor a la del cobre, es fácil suponer que la mayoría de la corriente va a circular a través del alambre de cobre. Para formalizar esto, es necesario considerar un circuito equivalente, tal como se muestra a continuación:



En la figura, a y b corresponden a los extremos del cable. Como tanto al alambre de cobre como al envoltorio de goma se le aplica una misma diferencia de potencial, entonces puede considerarse como si ambos estuvieran en paralelo. Ahora debemos determinar el valor de las resistencias.

Para el alambre de cobre:

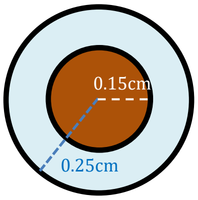


$$R_{\text{cobre}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot l}{A_{cobre}} = \frac{1.7 \cdot 10^{-8} \cdot 12}{\pi(0.15 \cdot 10^{-2})^2} \approx 2.89 \cdot 10^{-2}[\Omega]$$

Luego, por ley de Ohm:

$$I_{\text{cobre}} = \frac{\Delta V}{R_{\text{cobre}}} \approx 208[A]$$

Para el envoltorio de goma:



$$R_{\text{goma}} = \frac{\rho_{\text{goma}} \cdot l}{A_{goma}} = \frac{10^{11} \cdot 12}{\pi(0.25 \cdot 10^{-2})^2 - \pi(0.15 \cdot 10^{-2})^2} \approx 9.55 \cdot 10^{16}[\Omega]$$

Luego, por ley de Ohm:

$$I_{\text{goma}} = \frac{\Delta V}{R_{\text{goma}}} \approx 6.28 \cdot 10^{-17}[\text{A}]$$

14. Una cañería de agua es un tubo de hierro con diámetro externo de **2,5 [cm]** y un diámetro interno de **2 [cm]**. El tubo se usa para "poner a tierra" un electrodoméstico. Si una corriente de **20 [A]** fluye en el tubo desde el electrodoméstico; ¿Qué fracción de esta corriente fluye por el hierro?

$(\rho_{agua} = 0.01\ [\Omega - m])$

Acá se tiene una situación similar a la del ejercicio anterior:

Dibujemos un esquema de la situación, tal como se muestra en la Figura G:

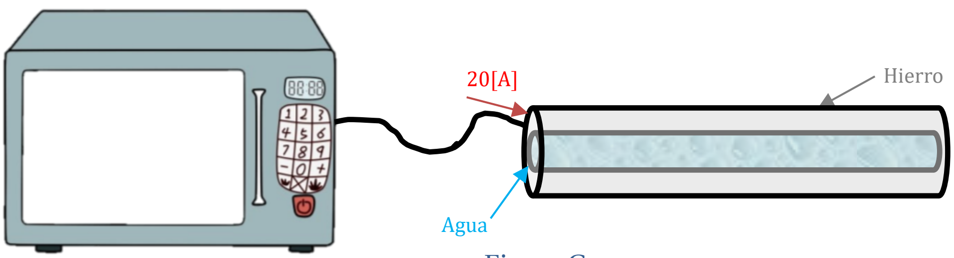


Figura G

Esta situación se puede simplificar a través del circuito equivalente mostrado en la Figura H:

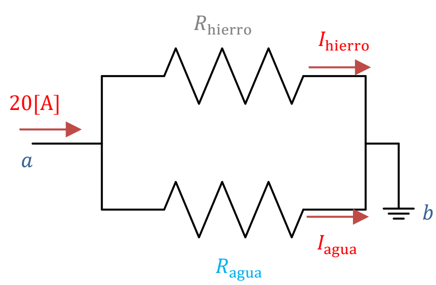


Figura H

Esto debe resolverse de manera similar a lo trabajado en el ejercicio 12. Como tanto la cañería como el agua están "conectados en paralelo", entonces la diferencia de potencial entre los extremos de la cañería de hierro y la porción de agua deben ser iguales, con lo que:

$$\Delta V_{\text{hierro}} = \Delta V_{\text{agua}}$$

A partir de la ley de Ohm, se sabe que la diferencia de potencial en un resistor está dado por el producto entre el valor de su resistencia y la corriente circulando a través de él, con lo cual:

$$I_{\text{hierro}} \cdot R_{\text{hierro}} = I_{\text{agua}} \cdot R_{\text{agua}} \tag{6}$$

Luego, es necesario determinar la resistencia de ambos alambres. Para el caso de la cañería de hierro, se tiene que:

$$R_{\text{hierro}} = \frac{\rho_{\text{hierro}} \cdot l}{A_{\text{hierro}}}$$

Evaluando la resistividad del hierro y el área de la sección transversal útil de la cañería de hierro en la ecuación anterior, se tiene que:

$$R_{\text{hierro}} = \frac{10^{-7} \cdot l_{\text{cañería}}}{\pi(1.25 \cdot 10^{-2})^2 - \pi(1.00 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$R_{\text{hierro}} \approx 5.66 \cdot 10^{-4} \cdot l_{\text{cañería}}$$

Asimismo, aplicando la misma metodología para la columna de agua, se tiene que:

$$R_{\text{agua}} = 31.83 \cdot l_{\text{cañería}}$$

Reemplazando las resistencias en la ecuación (6), se tiene que:

$$I_{\text{agua}} = 1.78 \cdot 10^{-5} I_{\text{hierro}} \tag{7}$$

Ahora bien, a partir de la Figura H se puede ver que la corriente que entra a ambos elementos es 20[A]. Luego:

$$20 = I_{\text{agua}} + I_{\text{hierro}} \tag{8}$$

Evaluando la relación encontrada en la ecuación (7):

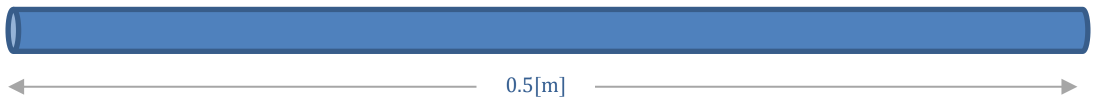
$$20 = 1.78 \cdot 10^{-5} I_{\text{hierro}} + I_{\text{hierro}}$$

$$I_{\text{hierro}} \approx 19.99964437[\text{A}]$$

Ello corresponde a un 99.998% de los 20[A] que entran a la cañería con agua.

15. Un alambre de cobre que tiene un largo de **0.5 [m]** y un diámetro de **0.259 [cm]** se cortó accidentalmente con una sierra. La región del corte tiene un largo de **0.4 [cm]** y en esta región el alambre restante (sin corte) tiene una sección transversal cuya área es semejante solo a ¼ de la sección transversal inicial. ¿Cuánto vale el aumento porcentual de la resistencia del alambre causado por el corte?

Veamos la situación inicial: el cable original sin corte:

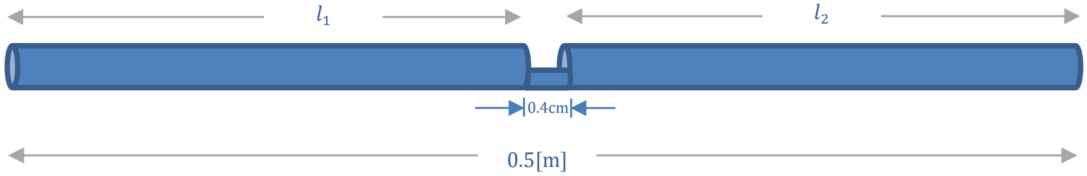


En este caso, tenemos que la resistencia del cable original, antes de que sucediera la tragedia con la sierra, está dada por:

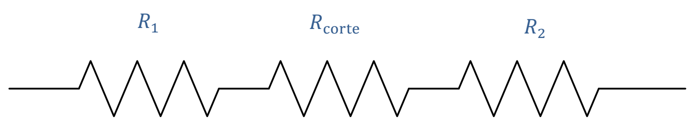
$$R_{\text{original}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot 0.5}{A}$$

Donde ρ_{cobre} es la resistividad del cobre y A es el área de la sección transversal original. Para efectos de simplificar el cálculo, no evaluaremos los valores de ρ_{cobre} ni de A.

Ahora bien, analicemos el caso con el cable con el corte hecho por la sierra:



Este cable puede representarse mediante un circuito equivalente de tres resistencias en serie, tal como se muestra a continuación:



Como puede verse, R_1 está en serie con R_2. Si se juntan estas dos resistencias en una sola (ya que ambas tienen iguales áreas de sección transversal) se tendría el siguiente circuito equivalente:

Ahora debemos determinar el valor de las resistencias $R_{\text{sin corte}}$ y R_{corte}:

$$R_{\text{sin corte}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot (0.5 - 0.004)}{A}$$

$$R_{\text{corte}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot 0.004}{A/4}$$

Luego, la resistencia del alambre con la presencia del corte es:

$$R_{\text{nuevo}} = R_{\text{sin corte}} + R_{\text{corte}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot (0.5 - 0.004)}{A} + \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot 0.004}{A/4}$$

$$R_{\text{nuevo}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot (0.5 - 0.004)}{A} + \frac{4 \cdot \rho_{\text{cobre}} \cdot 0.004}{A}$$

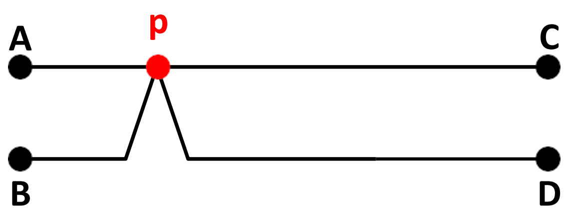
$$R_{\text{nuevo}} = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot (0.5 + 3 \cdot 0.004)}{A}$$

Si se hace el cuociente entre R_{nuevo} y R_{original} se tiene que:

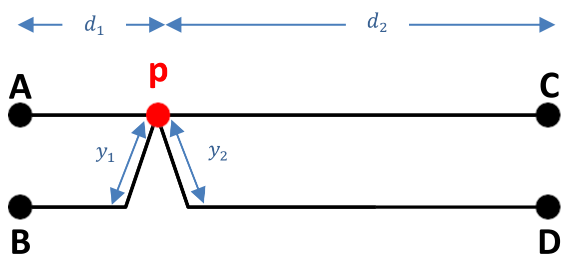
$$\frac{R_{\text{nuevo}}}{R_{\text{original}}} = \frac{\frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot (0.5 + 3 \cdot 0.004)}{A}}{\frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot 0.5}{A}} = \frac{(0.5 + 3 \cdot 0.004)}{0.5} = 1.024$$

Ello significa que $R_{\text{nuevo}} = 1.024 R_{\text{original}}$, con lo que la resistencia aumenta en un 2.4% cuando se le hace el corte al cable.

16. Un cable telefónico subterráneo de **5 [km]** de longitud formado por un par de alambres conductores. Este cable se cortocircuita en un punto **"P"** (ver figura) cuya posición es desconocida. Para descubrir donde se produjo el cortocircuito, un técnico mide primeramente la resistencia entre los puntos **A** y **B**, y después la resistencia entre los puntos **C** y **D**. La primera medición es de **30 [Ω]** y la segunda de **70 [Ω]**. ¿Dónde está el cortocircuito?



Llamemos d_1 a la distancia que hay entre A y P, y d_2 a la distancia que hay entre p y C, tal como se muestra a continuación:



Luego, despreciando la distancia y_1 (asumiendo que los cables son muy largos y están muy cerca, la resistencia entre A y B es:

$$R_{\text{A}-\text{B}} = 30[\Omega] = 2 \cdot \frac{\rho_{\text{cable}} \cdot d_1}{A} \tag{9}$$

Si se determina la resistencia entre C y D, por otro lado, se tiene que:

$$R_{\text{C}-\text{D}} = 70[\Omega] = 2 \cdot \frac{\rho_{\text{cable}} \cdot d_2}{A} \tag{10}$$

Como se sabe que $d_1 + d_2 = 5[\text{km}]$, entonces $d_2 = 5 \cdot 10^3 - d_1$. Reemplazando esto en la ecuación (10):

$$R_{\text{C}-\text{D}} = 70[\Omega] = 2 \cdot \frac{\rho_{\text{cable}} \cdot (5 \cdot 10^3 - d_1)}{A} \tag{11}$$

Por último, resolviendo el sistema de ecuaciones definido por las ecuaciones (9) y (11) se llega a que $d_1 = 1.5[\text{km}]$, lo cual significa que el cortocircuito se encuentra a 1.5[km] del punto A.

17. Un cable conductor flexible para electrodomésticos está formado por **24** hilos delgados de cobre, cada uno con un diámetro de **0.053 [cm]**, los que están un poco retorcidos para que formen un conjunto apretado. ¿Cuánto vale la resistencia de **1 [m]** de cable conductor?

Si el área transversal de uno de los hilos delgados de cobre es A, entonces el área transversal equivalente de 24 hilos de cobre trenzados, despreciando los efectos de compresión, corresponde a 24A. Luego, la resistencia de 1[m] de este cable está dada por la siguiente expresión:

$$R = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot 1}{24 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0.053}{2}\right)^2} = \frac{1.7 \cdot 10^{-8} \cdot 1}{24 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0.053}{2}\right)^2} \approx 3.2[\mathrm{m}\Omega]$$

18. Dos alambres de cobre de **0.26 [cm]** y **0.21 [cm]** de diámetro están conectados en paralelo. ¿Cuánto vale la intensidad de corriente en cada alambre si la intensidad de corriente total es de **18 [A]**?

Dibujemos un esquema de la situación, tal como se muestra en la Figura I:

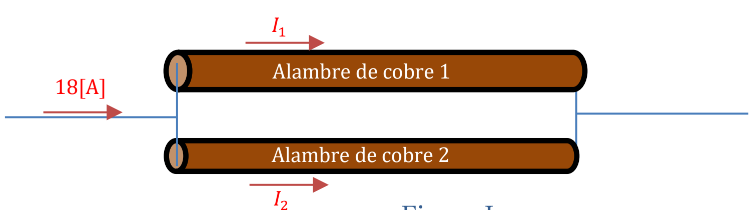


Figura I

Este ejercicio se resuelve de manera similar al ejercicio 12. Como ambos alambres están en paralelo, entonces puede decirse que la diferencia de potencial entre los terminales de cada alambre es la misma. Luego:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

A partir de la ley de Ohm, se sabe que la diferencia de potencial en un resistor está dado por el producto entre el valor de su resistencia y la corriente circulando a través de él, con lo cual:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \tag{12}$$

Luego, es necesario determinar la resistencia de ambos alambres. Para el caso del alambre más largo (1), se tiene que:

$$R_1 = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot l}{\pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2}$$

donde l y A_1 son el largo del primer alambre y el área de su sección transversal. Evaluando A_1 en la ecuación anterior, se tiene que:

$$R_1 = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot l}{\pi \left(\frac{0.26 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2}$$

Asimismo, aplicando la misma metodología para el alambre de hierro, se tiene que:

$$R_2 = \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot l}{\pi \left(\frac{0.21 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2}$$

Reemplazando las resistencias en la ecuación (12), se tiene que:

$$I_1 \cdot \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot l}{\pi \left(\frac{0.26 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2} = I_2 \cdot \frac{\rho_{\text{cobre}} \cdot l}{\pi \left(\frac{0.21 \cdot 10^{-2}}{2}\right)^2}$$

Reduciendo, simplificando y despejando:

$$I_1 = \left(\frac{26}{21}\right)^2 I_2 \tag{13}$$

Ahora bien, a partir de la Figura I se puede ver que la corriente que entra, en total, a ambos conductores es 18[A]. Luego:

$$18 = I_1 + I_2 \tag{14}$$

Evaluando la relación encontrada en la ecuación (13):

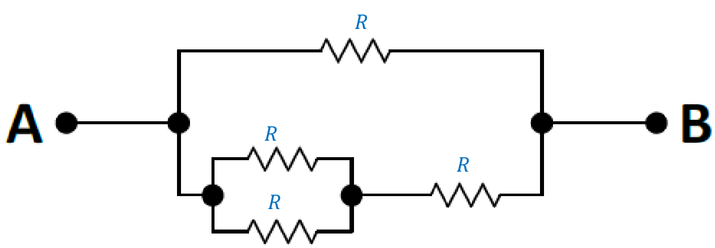
$$18 = \left(\frac{26}{21}\right)^2 I_2 + I_2$$

$$I_2 \approx 7.1[A]$$

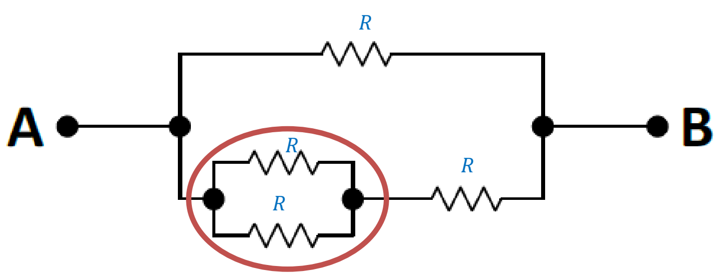
Al reemplazar esta corriente en (14) se puede determinar la corriente que circula a través del alambre de hierro:

$$I_1 \approx 10.9[\mathrm{A}]$$

19. ¿Cuánto vale la resistencia total entre los terminales **A** y **B** resultante de la combinación de cuatro resistores que se muestra en la figura? Considerar para el cálculo que cada uno de los resistores tiene un valor de **3 [Ω]**.



Para resolver este tipo de ejercicios, conviene reducir las resistencias a través del método de simplificación por resistencias equivalentes. Para ello, es necesario identificar la conexión existente entre las distintas resistencias del circuito, yendo desde lo más pequeño a lo más grande. Así, es posible identificar que las siguientes dos resistencias están en paralelo:



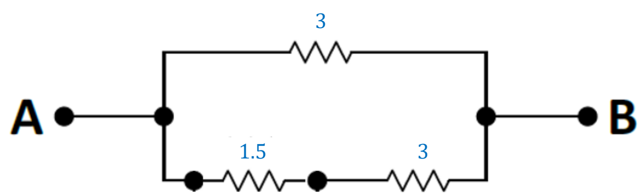
La resistencia equivalente de esas dos resistencias que están conectadas en paralelo está dada por la siguiente expresión:

$$R_{\mathrm{eq1}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}},$$

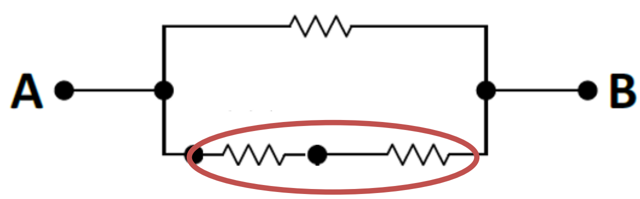
donde R es el valor de cada resistencia en paralelo. Como en este caso $R = 3[\Omega]$, entonces:

$$R_{\mathrm{eq1}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 1.5[\Omega].$$

Así, el circuito reducido en esta primera iteración queda de la siguiente manera:



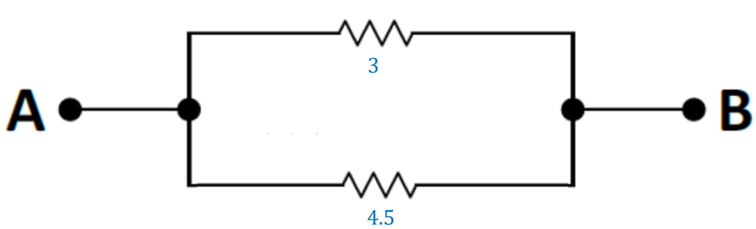
Notar ahora que hay dos resistencias en serie, tal como se muestra a continuación:



La resistencia equivalente de esas dos resistencias que están conectadas en serie está dada por la siguiente expresión:

$$R_{\mathrm{eq2}} = R_{\mathrm{eq1}} + R = 1.5[\Omega] + 3[\Omega] = 4.5[\Omega]$$

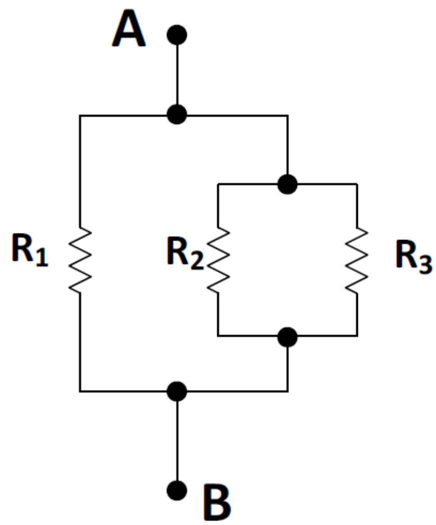
Así, el circuito reducido en esta primera iteración queda de la siguiente manera:



Finalmente, la resistencia equivalente entre A y B está dada por el equivalente entre estas últimas dos resistencias conectadas en paralelo:

$$R_{\mathrm{A-B}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4.5}}[\Omega] = 1.8[\Omega]$$

20. Considérese la combinación de resistores de la figura. Si se quiere que la corriente en el resistor $\mathbf{R_2}$ sea de **6 [A]**; ¿Qué diferencia de potencial deberá aplicarse entre los terminales **A** y **B** del conjunto?



Notar que, a pesar de que se más complicado, las tres resistencias de la figura están en paralelo. Luego, las tres resistencias están a la misma diferencia de potencial: la diferencia de potencial entre A y B.

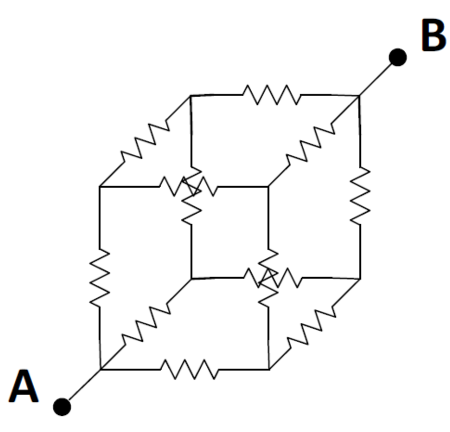
Ahora bien, en la resistencia R_2 se dice que circula una corriente de 6[A]. Ello implica que la diferencia de potencial en dicha resistencia, mediante la ley de Ohm, corresponde a:

$$\Delta V_2 = I_2 R_2 = 6R_2$$

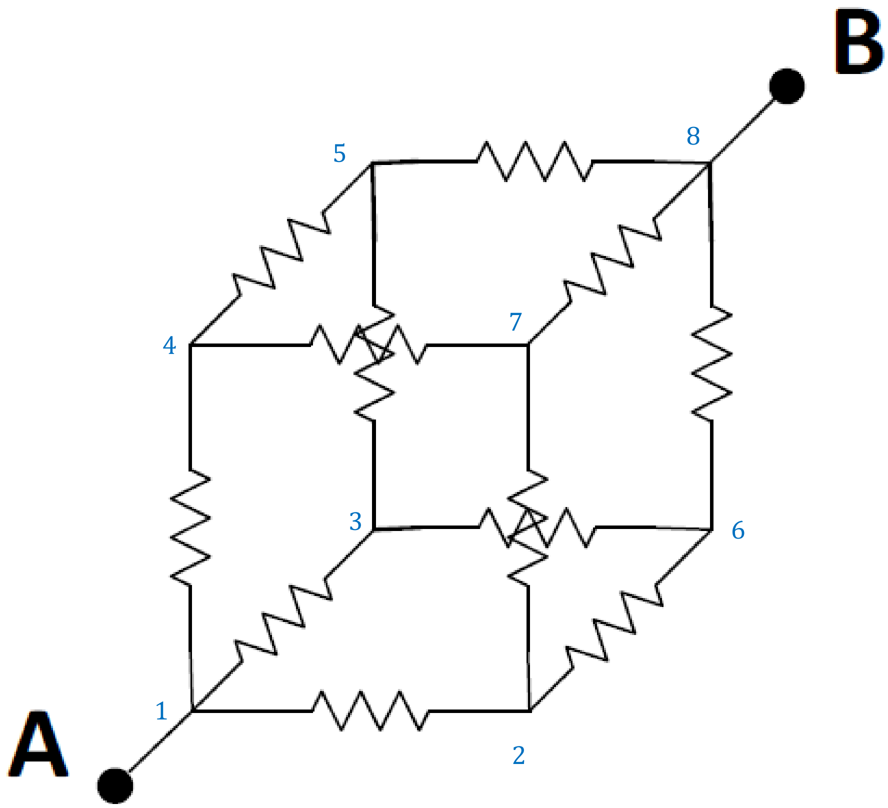
Luego, como $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V_{A-B}$, entonces:

$$\Delta V_{A-B} = 6R_2$$

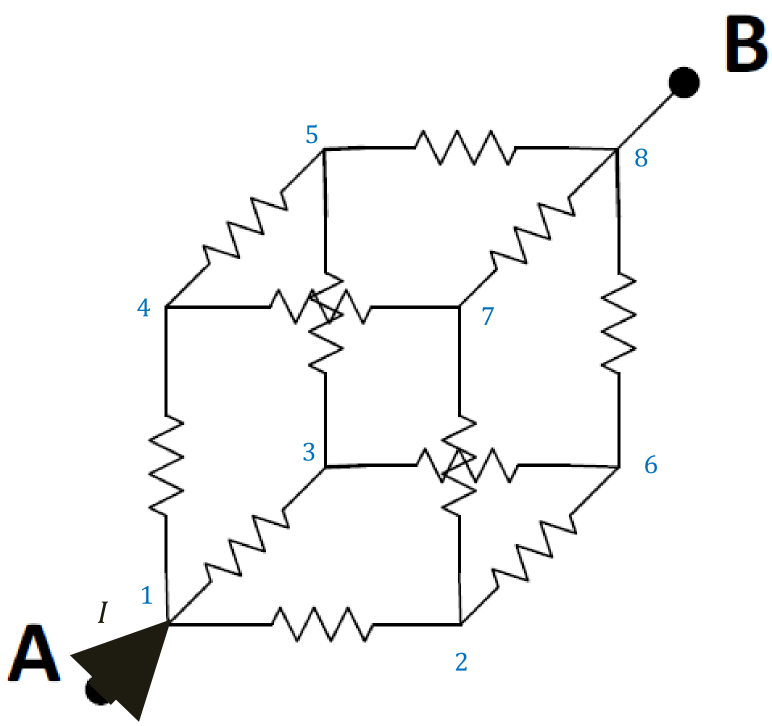
21. Doce resistores, cada uno de resistencia **R**, se conectan para formar el cubo de la figura. ¿Cuánto vale la resistencia entre vértices diagonalmente opuestos?



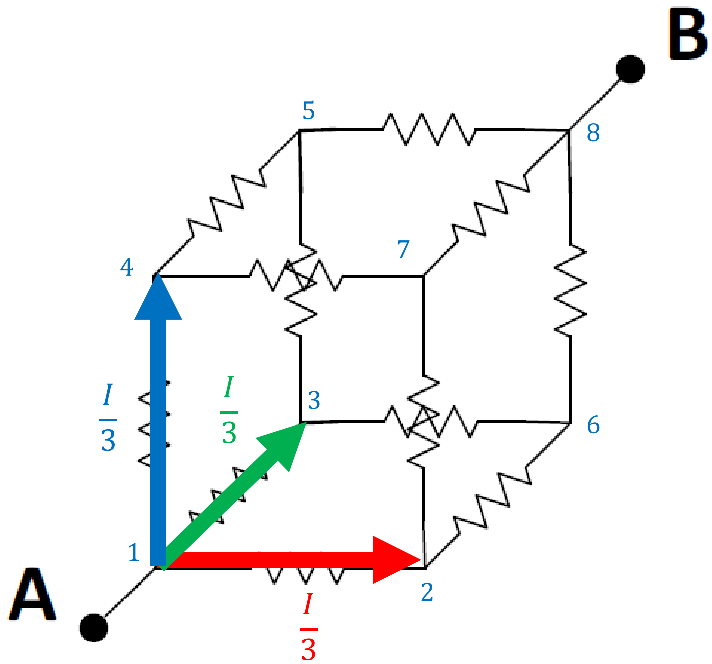
Este ejercicio requiere un poco más de análisis que los anteriores, aunque no hay nada conceptualmente nuevo que aplicar. En primera instancia, nombremos los vértices de este cubo, tal como se muestra a continuación:



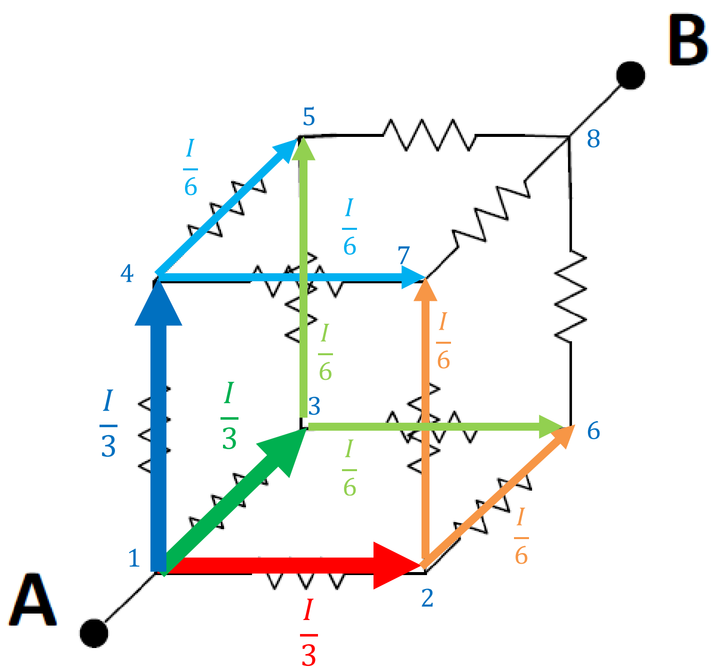
Ahora bien, analicemos la siguiente situación: una corriente I entra al vértice 1, tal como se muestra en la siguiente figura, en la que la corriente se esquematiza con color café.



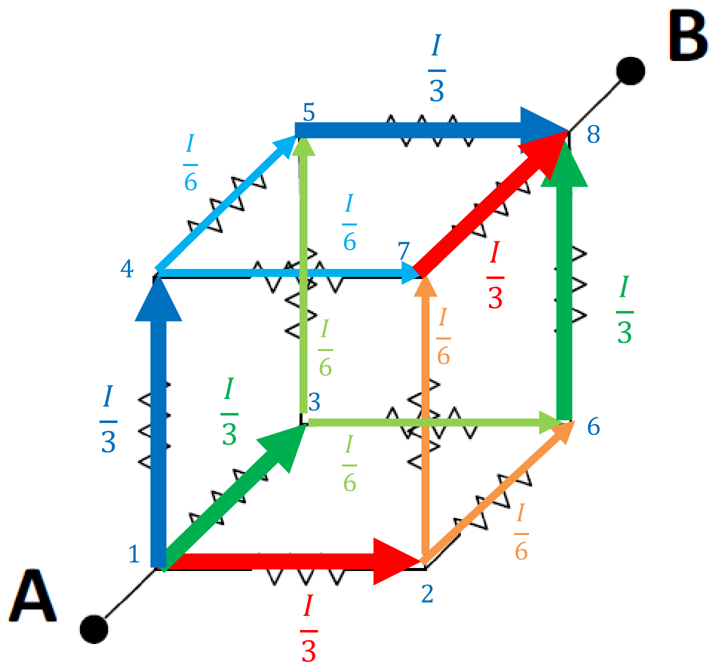
Una vez en este vértice, la corriente puede elegir tres caminos iguales. Ir del vértice 1 al 2, ir del vértice 1 al 3 o ir del vértice 1 al 4, tal como se muestra en los tres caminos de colores de la siguiente figura. Cada uno de estos caminos va a tener un tercio de la corriente que entra al nodo.



Notar que, a pesar de que se más complicado, las tres resistencias de la figura están en paralelo. Luego, las tres resistencias están a la misma. Luego, cada una de estas fracciones de corriente tiene dos posibilidades de avanzar. Como cada camino tiene la misma resistencia, la corriente vuelve a separarse en dos, tal como se esquematiza con colores a continuación:



En los nuevos nodos de avance las corrientes se juntan, por lo que la siguiente etapa de avance será con el doble de la corriente, tal como se muestra a continuación:



En B las corrientes se vuelven a juntar, y la corriente que entra al cubo es la misma que la que sale. En definitiva, la caída de potencial de cualquier camino que uno elija para llegar desde A hasta B implica pasar por tres resistencias, con corrientes I/3, I/6 y I/3 respectivamente, por lo que:

$$\Delta V = \frac{1}{3}IR + \frac{1}{6}IR + \frac{1}{3}IR = \frac{5}{6}IR$$

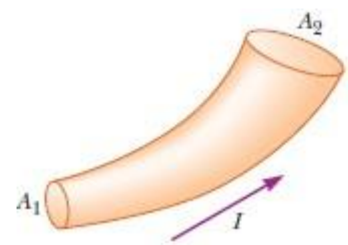
Y, en consecuencia, la resistencia equivalente de este arreglo de resistencias está dado por:

$$R_{\text{eq}} = \frac{\Delta V}{I} = \frac{5}{6}R$$

22. Una barra de cobre tiene una sección transversal de $\mathbf{5.0\ cm \times 15.0\ cm}$ y lleva una densidad de corriente de $\mathbf{2000\ A/m^2}$;

a) ¿Cuál es la corriente total en la barra?
b) ¿Qué cantidad de carga pasa un punto dado en la barra por hora?

23. La siguiente figura representa una sección de un conductor circular de diámetro no uniforme que porta una corriente de $\mathbf{5.00}\ [\boldsymbol{A}]$. Si el radio de la sección transversal $\boldsymbol{A_1}$ es $\mathbf{0.400}\boldsymbol{cm}$:



    a) ¿Cuál es la magnitud de la densidad de corriente a través de $\boldsymbol{A_1}$?
    b) Si el radio en $\boldsymbol{A_2}$ es mayor que el radio en $\boldsymbol{A_1}$; ¿La corriente en A_2 es mayor, menor o igual? ¿La densidad de corriente es mayor, menor o la misma?
    c) Suponga que una de estas dos cantidades es diferente en $\boldsymbol{A_2}$ en un factor de $\mathbf{4}$ de su valor en $\boldsymbol{A_1}$. Especifique la corriente, la densidad de corriente y el radio en A_2.

24. Un conductor con radio uniforme de $\mathbf{1.20}\ [\boldsymbol{cm}]$ lleva una corriente de $\mathbf{3.00}\ [\boldsymbol{A}]$ producida por un campo eléctrico de $\mathbf{120}\ [\frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{m}}]$ ¿Cuál es la resistividad del material?

25. ¿Cuál es el diámetro de un alambre de cobre que tiene una resistencia por unidad de longitud de $\mathbf{3.28 \cdot 10^{-3}}\,[\frac{\boldsymbol{\Omega}}{\boldsymbol{m}}]$ a $\mathbf{20.0}$º $[\boldsymbol{C}]$?

26. Suponga que se desea fabricar un alambre uniforme con $\mathbf{1.00}\ [\boldsymbol{g}]$ de cobre. Si el alambre debe tener una resistencia $\boldsymbol{R} = \mathbf{5.00}\ [\boldsymbol{\Omega}]$ y todo el cobre debe ser utilizado. ¿Cuál será: a) la longitud y b) el diámetro de este alambre?

27. Una batería de $\mathbf{10.0}\ [\boldsymbol{V}]$ se conecta a una resistencia de $\mathbf{120}\ [\boldsymbol{\Omega}]$. Despreciando la resistencia interna de la batería, calcule la potencia disipada en la resistencia

28. Si una resistencia de $\mathbf{45.0}\ [\boldsymbol{\Omega}]$ se etiqueta con una potencia máxima permitida de $\mathbf{125}\ [\boldsymbol{W}]$. ¿Cuál será el máximo voltaje de operación que soportaría?

29. Dos conductores hechos del mismo material están conectados a través de una diferencia de potencial común. El conductor **A** tiene el doble de diámetro y el doble de longitud que el conductor **B**. ¿Cuál es la razón de las potencias entregadas por los dos conductores?

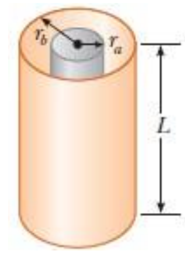
30. Un calentador eléctrico que opera a su máxima potencia consume una corriente de $\mathbf{8.00}\ [\boldsymbol{A}]$ de un circuito de $\mathbf{110}\ [\boldsymbol{V}]$.

    a. ¿Cuál es la resistencia del calentador?
    b. Suponiendo $\boldsymbol{R}$ constante, ¿Cuánta corriente debe consumir el calentador para disipar $\mathbf{750}\ [\boldsymbol{W}]$?

31. La diferencia de potencial a través del filamento de una lámpara se mantiene a un nivel constante mientras alcanza la temperatura de equilibrio. Se observa que la corriente en estado estacionario en la lámpara sólo es un décimo de la que consume al encenderse la lámpara. Si el coeficiente de temperatura de resistividad de la lámpara a $\mathbf{20.0}$º $[\boldsymbol{C}]$ es de $\mathbf{0.0045}$ (º$\boldsymbol{C})^{-\mathbf{1}}$, y si la resistencia aumenta linealmente con la temperatura, ¿Cuál es la temperatura final de operación del filamento?

32. Una placa de cobre ($\boldsymbol{\rho = 1.70 \cdot 10^{-8}}$ $[\boldsymbol{\Omega \cdot m}]$) tiene un espesor de $\mathbf{2.00}$ $[\boldsymbol{mm}]$ y las dimensiones de su superficie son $\mathbf{8.00}\ \boldsymbol{cm} \times \mathbf{24.0}\ \boldsymbol{cm}$. Si se unen los bordes largos para formar un tubo de $\mathbf{24.0}$ $[\boldsymbol{cm}]$ de longitud:
    a. ¿Cuál es la resistencia en los extremos?
    b. ¿Qué masa de cobre se requeriría para fabricar un carrete de cable de cobre $\mathbf{1500}$ $[\boldsymbol{m}]$ y teniendo una resistencia total de $\mathbf{4.5}$ $[\boldsymbol{\Omega}]$?

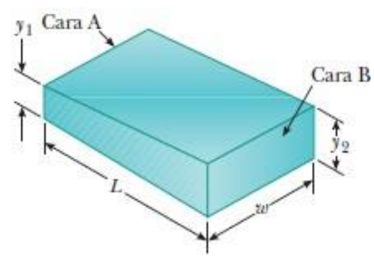
33. Se construye una resistencia con un material de resistividad $\boldsymbol{\rho}$ y con la forma de un cilindro hueco de longitud $\boldsymbol{L}$ cuyos radios interior y exterior son $\boldsymbol{r_a}$ y $\boldsymbol{r_b}$, respectivamente (ver figura). Si al usarlo, se aplica una diferencia de potencial entre los extremos del cilindro produciendo una corriente paralela al eje:



    a. Encuentre una expresión general para la resistencia en términos de $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{r_a}$ y $\boldsymbol{r_b}$,
    b. Obtenga un valor numérico para **R** cuando $\boldsymbol{L} = \mathbf{4.00}$ $[\boldsymbol{cm}]$, $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{3.50 \cdot 10^{5}}$ $[\boldsymbol{\Omega \cdot m}]$, $\boldsymbol{r_a} = \mathbf{0.500}$ $[\boldsymbol{cm}]$ y $\boldsymbol{r_b} = \mathbf{1.20}$ $[\boldsymbol{cm}]$

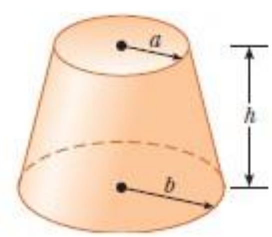
34. Considere el dispositivo descrito en el problema anterior. Suponga ahora que la diferencia de potencial es aplicada entre la superficie interna y la externa así que la corriente resultante fluye radialmente hacia afuera.
    a. Encuentre la expresión general para la resistencia en términos de $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{r_a}$ y $\boldsymbol{r_b}$
    b. Calcule el valor de **R** utilizando los valores dados en b) del problema anterior.

35. Un material con una resistividad uniforme $\boldsymbol{\rho}$ se moldea en forma de cuña como se muestra en la figura. Demuestre que la resistencia entre la cara **A** y la cara **B** de esta cuña es igual a



$$R = \rho \frac{L}{\omega(y_2 - y_1)} \ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right)$$

36. Un material de resistividad $\boldsymbol{\rho}$ se moldea como un cono truncado de altura $\boldsymbol{h}$, según se muestra en la figura. El extremo inferior tiene un radio $\boldsymbol{b}$, en tanto que el extremo superior tiene un radio $\boldsymbol{a}$. Suponga que la corriente está uniformemente distribuida en cualquier sección transversal circular del cono, de forma que la densidad de la corriente no dependerá de la posición radial. (La densidad de corriente variará dependiendo de su posición a lo largo del eje del cono.) Demuestre que la resistencia entre ambos extremos del cono queda descrita mediante la expresión



$$R = \frac{\rho}{\pi}\left(\frac{h}{ab}\right)$$