



Listado 6

Funciones

1. En cada ítem se dará la expresión para la función $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, utilizando los cálculos de dominio y recorrido del listado anterior, determine la inversa de cada una de estas funciones, restringiendo si es necesario.

a) $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$ (**P**)

e) $f(x) = \sqrt{x-3}$ (**P**)

b) $f(x) = x^2 - x - 6$

f) $f(x) = 1 + \frac{3}{2}\sqrt{x+1}$

c) $f(x) = -3|x-6| + 3$ (**P**)

g) $f(x) = \frac{x-1}{x-3}$

d) $f(x) = |x-1| + 3$

2. Dada la función $g : \text{dom}(g) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ (definida en cada ítem). Calcular su dominio, recorrido y determinar si la función es inyectiva y/o sobreyectiva.

a) $g(x) = \frac{2^{2x}}{2^x - 4}$ (**P**)

c) $g(x) = \frac{\log_5(x-1)}{\log_5(2x+3)}$

d) $g(x) = \sqrt{1 - e^{x+2}}$

b) $g(x) = \ln(x) - \ln(1-x)$ (**P**)

e) $g(x) = \log_2(9x^2 - 4)$

3. Dada la función $g : \text{dom}(g) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ (definida en cada ítem). Determine la inversa de cada una de estas funciones, restringiendo si es necesario

a) $g(x) = \frac{2^{2x}}{2^x - 4}$ (**P**)

c) $g(x) = \frac{\log_5(x-1)}{\log_5(2x+3)}$

d) $g(x) = \sqrt{1 - e^{x+2}}$

b) $g(x) = \ln(x) - \ln(1-x)$ (**P**)

e) $g(x) = \log_2(9x^2 - 4)$

4. El valor de reventa de una maquinaria industrial (en dólares) cuando tenga t años será dada por

$$V(t) = 4800e^{-t/5} + 400.$$

- a) ¿Cuál era el valor original de la máquina?
 - b) ¿Cuál será el valor de reventa de la máquina dentro de 10 años?
 - c) Con la ayuda de un esbozo del gráfico de V , señale ¿qué ocurre con el precio de la máquina a medida que aumentan los años de uso?
5. (P) Se ha demostrado de manera experimental que la mayor parte de las sustancias radioactivas se desintegran exponencialmente, de manera que la cantidad de una muestra de tamaño inicial Q_0 , presente después de t años, está dada por una función de la forma,

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-kt}.$$

La constante positiva k mide la tasa de desintegración, que por lo general está dada por la especificación de la cantidad de tiempo t requerida para que se desintegre la mitad de una muestra dada. Este tiempo se llama **vida media** de la sustancia radioactiva. Demostrar que una sustancia radioactiva que se desintegra según la fórmula,

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-kt}$$

tiene una vida media de $\frac{\ln(2)}{k}$.