

Listado 5 : Cálculo I (527140)

- 1.- Considere la parábola $P : y^2 - 2x = 0$, hallar los valores de k para los cuales las rectas de la familia $L_k : x + 2y + k = 0$
 - (a) cortan a P en dos puntos diferentes. **(F)**
 - (b) son tangentes a P **(P)**
 - (c) no intersectan a P en ningún punto.
- 2.- Determine la ecuación y los principales elementos de la elipse E :
 - (a) de centro $C(0, 0)$, foco $F_1(2, 0)$ y vértice $V_1(3, 0)$.
 - (b) de centro $C(0, 0)$, vértice $V_1(2, 0)$ y eje menor de longitud 3.
 - (c) de focos $F_1(-2, 0)$ y $F_2(2, 0)$, eje mayor de longitud 8. **(P)**
- 3.- Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes trazadas del punto $A(5, 0)$ a la elipse dada por $E : 4x^2 + 9y^2 = 36$.
- 4.- Determine la ecuación y los principales elementos de la hipérbola H :
 - (a) de vértices $V_1(0, 3)$ y $V_2(0, -3)$, y focos $F_1(0, 5)$ y $F_2(0, -5)$.
 - (b) de centro $C(0, 0)$, un vértice $V_1(6, 0)$ y una de sus asíntotas esta dada por $L : 4x - 3y = 0$.
 - (c) cuyos focos son $F_1(0, 3)$ y $F_2(0, -3)$, y pasa por el punto $\left(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{22}}{2}\right)$.
- 5.- Encuentre el área del rectángulo generado por las asíntotas de la hipérbola $9y^2 - 169x^2 = 1521$ tal que dos de los lados de dicho rectángulo sean tangente a los vértices de dicha hipérbola.
- 6.- Determine la ecuación de la parábola P .
 - (a) cuyo vértice es el punto $V(4, 2)$ y su foco el punto $F(1, 2)$. **(P)**
 - (b) cuyo vértice es el punto $V(3, 1)$ y su directriz la recta $L : y = -1$.
- 7.- **(F)** Dada la parábola $P : x^2 - 6x - 4y + 17 = 0$. Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes trazadas del punto $A(2, -4)$ a la parábola P .
- 8.- Considere la elipse $E : x^2 + 3y^2 + 3x - 4y - 3 = 0$, hallar los valores de k para los cuales las rectas de la familia $L_k : 5x + 2y + k = 0$
 - (a) cortan a E en dos puntos diferentes.
 - (b) son tangentes a E
 - (c) no intersectan a E en ningún punto.
- 9.- Determine la ecuación y los principales elementos de la hipérbola H con centro $C(-4, 1)$, un vértice en $V_1(2, 1)$ y semieje imaginario igual 4. **(P)**
- 10.- Determine si la ecuación dada es la ecuación de una cónica. En caso de serlo, identifíquela y determine sus principales elementos.

(a) $y^2 - 6y - 8x = -17$	(c) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} - \frac{4x}{9} + 2y - \frac{149}{9} = 0$. (P)
(b) $x^2 + y^2 - 4x - 32y + 264 = 0$	(d) $9x^2 + 9y^2 + 16x - 16y + 11 = 2y - 2x$
- 11.- Realice un bosquejo de las siguientes regiones del plano \mathbb{R}^2 :
 - (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq |x| + |y| \leq 4\}$
 - (b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x < 4 \wedge 0 \leq y \leq x\}$
 - (c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2y \leq 3\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4y^2 > x^2\}$
 - (d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4 \vee x^2 - 2y^2 \geq 4\}$ **(P)**

12.- Resuelva los siguientes problemas.

- (a) **(F)** Un túnel de una carretera tiene la forma de un arco parabólico, que tiene 5 metros de ancho y 4 metros de altura, ¿cuál es la altura máxima que puede tener un vehículo de transporte de 3 metros de ancho para poder pasar por el túnel?
- (b) Suponga que un chorro de agua que sale del extremo de un tubo horizontal sigue un arco parabólico con vértice en el extremo del tubo. El tubo está a una altura de 20 metros de la tierra. En un punto a dos metros por debajo del final del tubo, la distancia horizontal horizontal del agua hasta la línea vertical que contiene el final del tubo es de 4 metros. ¿Dónde golpea el agua a la tierra?
- (c) Una rueda de la fortuna tiene un diámetro de 18 metros y su centro se encuentra a 10 metros sobre el nivel del suelo. ¿Cuál es la altura de la canastilla que se encuentra a 3 metros de la izquierda del centro? ¿A qué distancia horizontal de la base se puede encontrar una canastilla que está a 12 metros de altura?