

## Лабораторная работа № 7

### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ

**Цель:** используя пакет **Octave**, найти приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) первого порядка с помощью методов Эйлера, Эйлера – Коши и Рунге – Кутты четвертого порядка. Сравнить точности решений.

**Задача № 1.** Найти приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad t \in [t_0, T],$$

$$y(t_0) = y_0$$

и оценить погрешность решения задачи.

#### Порядок выполнения работы

1. Найти решение задачи Коши аналитически.
2. Написать скрипт, вычисляющий приближенное решение задачи Коши по явному методу Эйлера.
3. Написать скрипт, вычисляющий решение задачи Коши с шагами по методу Эйлера – Коши.
4. Используя встроенную функцию, найти приближенное решение задачи Коши по методу Рунге – Кутты четвертого порядка точности.
5. На одном чертеже построить графики приближенных и точного решений.
6. Оценить погрешность всех приближенных решений двумя способами:

по формуле  $\varepsilon = \max_{0 \leq i \leq N} |y(t_i) - y_i|$ , где  $y(t_i)$  и  $y_i$  – значения точного и приближенного решений в узлах сетки  $t_i, i=1, \dots, N$ .

по правилу Рунге,

$\varepsilon = \max \frac{|y_{2i}^h - y_i^{2h}|}{2^{p-1}}, i = \overline{1, N/2}, \quad y_{2i}^h$  – приближенное решение с шагом  $h=0.1$ ,  $y_i^{2h}$  – приближенное решение с шагом  $h=0.2$ ,  $p$  – порядок метода,  $h=0.1$ .

Таблица 1

## Варианты заданий

N	$f(t,y)$	$t_0$	$T$	$y_0$	N	$f(t,y)$	$t_0$	$T$	$y_0$
1	$y/t + t^2$	1	2	0	16	$-y/t + 3t$	1	2	1
2	$yctgt + 2t \sin t$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} + 1$	0	17	$\frac{2ty}{1+t^2} + 1 + t^2$	1	2	3
3	$-y \cos t + \frac{\sin(2t)}{2}$	0	1	0	18	$\frac{2t-1}{t^2} y + 1$	1	2	1
4	$-ytgt + \cos^2 t$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} + 1$	0.5	19	$-\frac{3y}{t} + \frac{2}{t^3}$	1	2	1
5	$\frac{y}{t+2} + t^2 + 2t$	-1	0	1.5	20	$-2ty - 2t^3$	1	2	$e^{-1}$
6	$\frac{y}{t+1} + e^t(t+1)$	0	1	1	21	$y/t - 2/t^2$	1	1	1
7	$y/t + t \sin t$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} + 1$	1	22	$-ty - t^3$	0	1	3
8	$-y/t + \sin t$	$\pi$	$\pi + 1$	$\frac{1}{\pi}$	23	$\frac{2}{t+1} y + e^t(t+1)^2$	0	1	1
9	$-\frac{y}{2t} + t^2$	1	2	1	24	$-2ty + te^{-t^2} \sin t$	0	1	1
10	$-\frac{2t}{1+t^2} y + \frac{2t^2}{1+t^2}$	0	1	$\frac{2}{3}$	25	$\frac{2y}{t+1} + (t+1)^3$	0	1	0.5
11	$\frac{2t-5}{t^2} y + 5$	2	3	4	26	$y \cos t - \sin 2t$	0	1	3
12	$-y/t + \frac{t+1}{t} e^t$	1	2	$e$	27	$4ty - 4t^3$	0	1	-0.5
13	$y/t - 2 \ln t / t$	1	2	1	28	$y/t - \ln t / t$	1	2	1
14	$y/t - 12/t^3$	1	2	4	29	$3t^2 y + t^2(1+t^3)/3$	0	1	0
15	$-2y/t + t^3$	1	2	$-\frac{5}{6}$	30	$y \cos t + \sin 2t$	0	1	-1