

Темы курсовых работ по предмету «Численные методы».

1. Метод конечных разностей решения линейной двухточечной краевой задачи для ОДУ второго порядка.

Цель: Описать постановку линейной двухточечной краевой задачи для ОДУ второго порядка с разными граничными условиями. Указать условия разрешимости краевой задачи. Описать метод конечных разностей для решения этой задачи. Реализовать в **Octave** алгоритм решения краевой задачи **методом конечных разностей** для одномерного стационарного уравнения теплопроводности

$$-\frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{du}{dx} \right) + q(x)u = f(x), a < x < b$$

(вид непрерывных функций $k(x) \neq \text{const}$, $q(x) \neq \text{const}$, $f(x) \neq \text{const}$ выбрать самостоятельно) с точностью 10^{-4} . Оценить погрешность по Рунге.

Провести вычислительные эксперименты с различными краевыми условиями. Построить графики решения и график погрешности

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа
А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченкова, Вычислительные методы для инженеров.

Мудров А.Е., Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль.

А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

2. Решение линейной двухточечной краевой задачи для ОДУ второго порядка методом Галеркина.

Цель: Описать постановку линейной двухточечной краевой задачи для ОДУ второго порядка с разными граничными условиями. Указать условия разрешимости краевой задачи. Описать метод Галеркина для решения этой задачи. Реализовать в **Octave** алгоритм решения краевой задачи **методом Галеркина** (вид непрерывных функций $g(x), k(x), q(x), f(x)$ выбрать самостоятельно).

$$g(x) \frac{d^2 u}{dx^2} + k(x) \frac{du}{dx} + q(x)u = f(x), a < x < b$$

Провести вычислительные эксперименты с различными краевыми условиями. Вычислить невязку. Построить графики точного и численного решений, а также график невязки.

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа.
А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова, Вычислительные методы для инженеров.

А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

3.Метод стрельбы для решения двухточечной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений второго порядка.

Цель: Описать постановку линейной двухточечной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений второго порядка. Рассмотреть различные краевые условия. Описать метод стрельбы. Реализовать в **Octave** алгоритм решения системы **методом стрельбы**. Для определения угла вылета использовать **метод секущих**.

Провести вычислительные эксперименты для разных граничных условий. Найти точное решение. Построить график приближенного и точного решений.

Примерная литература:

Мудров А.Е., Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль.

А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова, Вычислительные методы для инженеров.

Дж. Ортега, У.Пул, Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений.

Н.Н. Калиткин, Численные методы.

4.Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом Монте-Карло.

Цель: Привести постановку внутренней задачи Дирихле для однородного и неоднородного граничного условия. Рассмотреть различные формы границы (прямоугольник, треугольник, круг, эллипс). Указать единственность и кор-

ректность задачи. Описать метод Монте-Карло. Реализовать в **Octave** алгоритм решения внутренней задачи Дирихле **методом Моте-Карло** для уравнения Лапласа

$$\Delta u = 0$$

$$x^2 + y^2 = 16 \quad \text{граница}$$

$$u(x, y) = x^2 y^2$$

Точное решение $u(x, y) = x^2 y^2 + \frac{1}{8}(256 - (x^2 + y^2)^2)$

Провести вычислительный эксперимент. Построить графики приближенного и точного решения.

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа
А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

5.Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом Ритца.

Цель: Привести постановку внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона для однородного и неоднородного граничного условия. Рассмотреть различные формы границы (прямоугольник, треугольник, круг, эллипс). Указать единственность и корректность задачи. Дать вариационную постановку. Описать метод Ритца. Реализовать в **Octave** алгоритм решения внутренней задачи Дирихле **методом Ритца** для уравнения Пуассона с известным точным решением.

Провести вычислительный эксперимент. Построить графики приближенного и точного решения.

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа
А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

Г.А.Троценко, О.Г.Жукова, М.В.Мендзив, Практикум по уравнениям математической физики.

Бицадзе А. В., Калиниченко Д. Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1985.

Владимиров В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1974.

6. Поиск минимума функции двух переменных методом Хука – Дживса

Цель: Привести постановку задачи минимизации функции многих переменных. Описать метод Хука-Дживса. В **Octave** реализовать процедуру поиска минимума функции двух переменных **методом Хука-Дживса**.

Самостоятельно выбрать функцию двух переменных и провести вычислительный эксперимент. Найти точное решение и сравнить с приближенным.

Примерная литература:

Б.Банди, Методы оптимизации.

А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова, Вычислительные методы для инженеров.

7. Решение интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода методом конечных сумм.

Цель: Дать определение интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода. Привести условия существования решения. Описать метод конечных сумм. В **Octave** реализовать процедуру решения уравнение Вольтерра 2-го рода. Вид ядра выбрать самостоятельно. Найти точное решение.

Провести вычислительный эксперимент с конкретными числовыми данными. Сравнить приближенное и точное решение.

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа.

А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

Г.А.Троценко, О.Г.Жукова, М.В.Мендзив, Практикум по уравнениям математической физики.

8. Решение линейной двухточечной краевой задачи для ОДУ второго порядка методом коллокации.

Цель: Описать постановку линейной двухточечной краевой задачи для ОДУ второго порядка с разными граничными условиями. Указать условия разрешимости краевой задачи. Описать метод коллокации. В **Octave** реализовать процедуру решения уравнения методом коллокации.

Провести вычислительный эксперимент с конкретными числовыми данными. Найти точное решение. Сравнить приближенное и точное решение. Построить график приближенного и точного решения.

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа.
Дж. Ортега, У.Пул Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений.

А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

9.Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона с использованием БФП(Быстрого преобразования Фурье)

Цель: Привести постановку внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона для однородного и неоднородного граничного условия. Рассмотреть различные формы границы (прямоугольник, треугольник, круг, эллипс). Указать единственность и корректность задачи. Дать определение БФП(Быстрого преобразования Фурье) . Описать метод Фурье решения задачи с использованием БФП. В **Octave** реализовать процедуру решения **уравнения Пуассона с использованием БФП.**

Провести вычислительный эксперимент с конкретными числовыми данными. Найти точное решение. Сравнить приближенное и точное решение. Построить график приближенного и точного решения.

Примерная литература:

А.А. Самарский, А.В. Гулин., Численные методы

А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

А.А. Самарский, Введение в численные методы.

Бицадзе А. В., Калиниченко Д. Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1985.

Владимиров В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1974.

10. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом Галеркина.

Цель: Привести постановку внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона для однородного и неоднородного граничного условия. Рассмотреть различные формы границы (прямоугольник, треугольник, круг, эллипс). Указать единственность и корректность задачи. Дать вариационную постановку. Описать метод Галеркина. Реализовать в **Octave** алгоритм решения внутренней задачи Дирихле **методом Галеркина** для уравнения Пуассона с известным точным решением.

Провести вычислительный эксперимент. Построить графики приближенного и точного решения.

Примерная литература:

Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова, Численные методы анализа
А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская, Задачи и упражнения по численным методам.

Г.А.Троценко, О.Г.Жукова, М.В.Мендзив, Практикум по уравнениям математической физики.

Бицадзе А. В., Калиниченко Д. Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1985.

Владимиров В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1974.

11. Итерационные методы нахождения собственных значений.

Привести постановку задачи. Привести примеры использования собственных значений для решения различных задач. Провести обзор итерационных методов нахождения собственных значений.

Примерная литература:

А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова, Вычислительные методы для инженеров.

Н.Н. Калиткин, Численные методы.

А.А. Самарский, А.В. Гулин., Численные методы

12. Вариационные методы решения краевых задач математической физики

Привести постановки краевых задачи для гиперболического, параболического и эллиптического уравнений. Дать определение вариационного метода

решения. Привести вариационные постановки. Провести обзор вариационных методов решения.

13. Конечно-разностные методы решения задач математической физики.

Привести постановки краевых задачи для гиперболического, параболического и эллиптического уравнений. Дать определение конечно-разностного метода решения. Сделать обзор конечно-разностных методов решения для разных типов уравнений.

14. Методы интерполяции сплайнами.

Дать определение сплайна в одномерном и двумерном случаях. Привести постановки задач интерполяции. Сделать обзор по различным видам интерполяционных сплайнов в том числе и параметрическим.

15. Методы аппроксимации сплайнами.

Дать определение сплайна в одномерном и двумерном случаях. Привести постановки задач аппроксимации. Сделать обзор по различным видам аппроксимационных сплайнов в том числе и параметрическим.