

Лабораторная работа № 5

ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Цель: используя пакет **Octave**, построить многочлен наилучшего среднеквадратичного приближения по табличным данным. Определить вид эмпирической зависимости с помощью метода наименьших квадратов.

Задача № 1. Функция $y=f(x)$ задана таблицей значений y_0, y_1, \dots, y_n в точках x_0, x_1, \dots, x_n . Используя метод наименьших квадратов (МНК), найти многочлен $P_m(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$ наилучшего среднеквадратичного приближения степени $m=0, 1, 2, \dots, n-1$.

Задача № 2. Зависимость между величинами x и y описывается функцией $y = f(x, a, b)$, где a и b – неизвестные параметры. Функция $y = f(x, a, b)$ задана таблицей значений y_0, y_1, \dots, y_n в точках x_0, x_1, \dots, x_n . Найти параметры a и b , сведя исходную задачу к линейной задаче метода наименьших квадратов.

Порядок выполнения работы

Задача № 1

1. Написать скрипт, вычисляющий коэффициенты многочлена наилучшего среднеквадратичного приближения можно воспользоваться функцией **polyfit()**.
2. Найти многочлены $P_m(x), m = 0, 1, 2, \dots, n-1$. Вычислить соответствующие им значения среднеквадратичного отклонения $\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n-m} \sum_{k=0}^n (P_m(x_k) - y_k)^2}$.
3. В одной системе координат построить графики многочленов $P_m(x), m = 0, 1, 2, \dots, n-1$, и множество исходных точек.
4. По Величине среднеквадратичного отклонения σ_m определить степень r многочлена наилучшего среднеквадратичного приближения. Найденный многочлен вывести на экран компьютера в виде: $P_r(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_rx^r$, где коэффициенты a_0, \dots, a_r должны иметь числовые значения, найденные в пункте 1.

Задача № 2.

1. Определить замену X и Y , с помощью которой заданную зависимость можно свести к линейной: $Y = aX + b$.
2. Вычислить новые значения X и Y .
3. Определить параметры a и b линейной зависимости, используя встроенную функцию **polyfit()**.
4. В одной системе координат построить график полученной зависимости и множество исходных точек.
5. Найденную зависимость вывести на экран компьютера с найденными в пункте 2 коэффициентами a и b .

Варианты заданий

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5	
х	у	х	у	х	у	х	у	х	у
-1	-2.25	0	4.568	-1	3.614	-0.5	0.72	-2.1	14.1982
-0.7	-0.77	0.375	3.365	-0.74	1.199	-0.25	1.271	-1.8	11.4452
-0.43	0.21	0.563	2.810	-0.48	-0.125	0	1.2	-1.5	9.1586
-0.14	0.44	0.75	2.624	-0.21	-0.5838	0.25	0.7363	-1.2	7.2426
-0.14	0.64	1.125	0.674	0.05	-0.538	0.5	0.24	-0.9	6.3640
0.43	0.03	1.313	0.557	0.31	-0.2855	0.75	-0.175	-0.6	4.8182
0.71	-0.22	1.5	0.384	0.58	0.1111	1	-0.36	-0.3	6.1088
1	-0.84	1.690	-0.566	0.84	0.4529	1.25	-0.328	0	3.9536
1.29	-1.2	1.875	-1.44	1.1	0.6711	1.5	0	0.3	4.6872
1.57	-1.03	2.063	-1.696	1.36	0.6625	1.75	0.3538	0.6	4.7601
1.86	-0.37	2.25	-1.91	1.63	0.4501	2	0.72	0.9	5.8511
2.14	0.61	2.438	-2.819	1.89	0.157	2.25	0.6969	1.2	7.1010
2.43	2.67	2.625	-3.625	2.15	-0.1876	2.5	0	1.5	9.1792
2.71	5.04	2.813	-3.941	2.41	-0.542	2.75	-1.792	1.8	11.421
3	8.90	3	-4.367	2.95	-0.1983	3	-5.16	2.1	14.097
Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
х	у	х	у	х	у	х	у	х	у
0	-0.9	-0.70	-4.152	0	1.019	2.5	6.109	-3.6	-2.397
0.2	-0.6482	-0.41	1.244	0.3	1.4889	2.75	2.615	-3.08	-0.401
0.4	-0.2436	-0.12	3.182	0.6	2.2079	3	-0.157	-2.56	-0.577
0.6	-0.1	0.17	2.689	0.9	3.0548	3.25	-2.010	-2.04	-1.268
0.8	0.0231	0.46	0.950	1.2	3.8648	3.5	-2.697	-1.52	-0.933
1	0.0260	0.75	-2.743	1.5	4.2161	3.75	-3.615	-1	-0.359
1.2	0.0967	1.04	-5.839	1.8	5.1180	4	-3.478	-0.48	1.107
1.4	-0.2203	1.33	-7.253	2.1	5.7661	4.25	-2.250	0.04	1.300
1.6	-0.3230	1.62	-6.100	2.4	6.6720	4.5	0.193	0.56	1.703
1.8	-0.6472	1.91	-2.144	2.7	7.1960	4.75	2.086	1.08	-0.299
2	-0.7630	2.20	6.103	3	7.8551	5	5.882	1.6	-1.417
Вариант 11		Вариант 12		Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	
х	у	х	у	х	у	х	у	х	у
0	2.25	-1	0.192	-0.7	1.04	-3	0.262	-0.7	3.822
0.17	1.106	-0.75	-0.054	-0.5	1.08	-2.55	-1.032	-0.375	-1.498
0.33	0.3951	-0.5	-0.209	-0.3	0.68	-2.1	-1.747	-0.05	-2.419
0.5	-0.0334	-0.25	-0.429	-0.1	0.38	-1.65	-1.981	0.275	-1.292
0.67	-0.20	0	-0.413	0.1	0.07	-1.2	-0.564	0.6	0.828
0.83	-0.1137	0.25	-0.491	0.3	-0.03	-0.75	0.774	0.925	1.963
1	0.0294	0.5	-0.357	0.5	-0.38	-0.3	2.400	1.25	2.401
1.17	0.1008	0.75	-0.434	0.7	-0.22	0.15	2.131	1.575	1.877
1.33	0.3	1	-0.140	0.9	-0.36	0.6	2.2	1.9	2.200
1.5	-0.0021	1.25	-0.130	1.1	-0.33	1.05	-0.393	2.25	-1.378
1.67	-0.3682	1.5	0.142	1.3	-0.28	1.5	-1.815	2.55	-2.395
1.83	-1.119	1.75	0.288	1.5	-0.17	1.95	-0.788	2.875	-1.460

2	-2.226	2	0.876	1.7	0.27	2.4	8.030	3.2	3.604
Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
-3.2	-0.173	-0.7	4.166	2	1.108	6	7.079	-0.7	-12.917
-2.66	-0.574	-0.31	-2.278	2.4	1.832	6.4	-1.509	-0.41	3.619
-2.12	-1.811	0.08	-3.172	2.8	2.413	6.8	-7.654	-0.2	9.586
-1.58	-1.849	0.47	-0.506	3.2	3.656	7.2	-12.211	0.17	7.949
-1.04	0.123	0.86	2.748	3.6	5.126	7.6	-13.941	0.46	1.543
-0.5	1.462	1.25	2.665	4	5.552	8	-15.117	0.75	-8.057
0.04	2.399	1.64	1.353	4.4	6.024	8.4	-13.720	1.04	-16.150
0.58	1.300	2.03	-0.294	4.8	7.202	8.8	-10.702	1.33	-20.562
1.12	1.703	2.42	-1.613	5.2	8.590	9.2	-4.696	1.62	-17.720
1.66	-2.045	2.81	-2.223	5.6	8.953	9.6	3.501	1.91	-6.200
2.2	2.817	3.2	4.04	6	10.046	10	10.572	2.2	18.115
Вариант 21		Вариант 22		Вариант 23		Вариант 24		Вариант 25	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	-2.815	-2	-4.596	-0.5	0.061	5.5	1.542	-1	-5.265
0.25	-2.18	-1.67	-4.216	-0.42	4.185	5.75	0.652	-0.708	-1.994
0.5	-0.225	-1.33	-3.162	-0.33	7.271	6	-0.008	-0.417	0.224
0.75	1.722	-1	-2.459	-0.25	9.683	6.25	-0.620	-0.125	1.146
1	3.492	-0.67	-1.558	-0.17	11.319	6.5	-0.751	0.167	1.552
1.25	3.31	-0.33	-0.876	-0.08	11.469	6.75	-1.183	0.458	-0.148
1.5	2.945	0	-0.168	0	11.324	7	-1.229	0.75	-1.233
1.75	1.449	0.33	0.44	0.08	10.495	7.25	-1.139	1.042	-2.297
2	0.334	0.67	1.715	0.17	9.659	7.5	-0.770	1.333	-2.4
2.25	-1.906	1	2.106	0.25	7.345	7.75	-0.586	1.625	-2.317
2.5	-3.430	1.33	2.845	0.33	5.132	8	-0.066	2.917	-1.223
2.75	-2.983	1.67	3.83	0.42	2.619	8.25	0.633	2.208	2.257
3	0.087	2	4.634	0.5	0.069	8.5	1.542	2.5	7.806
Вариант 26		Вариант 27		Вариант 28		Вариант 29		Вариант 30	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
-1	-5.317	-0.4	0.918	-1.3	-1.762	0	5.241	-0.8	3.503
-0.56	-0.581	-0.05	1.258	-0.85	0.955	0.288	4.892	-0.475	-0.55
-0.13	1.137	0.3	0.685	-0.4	3.614	0.575	3.521	-0.15	-1.681
0.313	0.478	0.65	-1.314	0.05	4.707	0.863	1.121	0.175	-1.263
0.75	-0.790	1	-1.709	0.5	3.721	1.15	-1.357	0.5	0.421
1.188	-2.502	1.35	-3.446	0.95	0.402	1.438	-3.5	0.825	1.301
1.625	-2.482	1.7	-2.473	1.4	-3.101	1.725	-3.528	1.15	2.551
2.063	0.554	2.05	0.084	1.85	-2.489	2.013	0.257	1.475	2.937
2.5	7.904	2.4	6.031	2.3	9.868	2.3	10.515	1.8	2.097

N $f(x,a,b)$	N $f(x,a,b)$	N $f(x,a,b)$	N $f(x,a,b)$	N $f(x,a,b)$
x y	x y	x y	x y	x y
1	2	3	4	5

ae^{bx^2}		$a + \frac{b}{x}$		$a + b \ln x$		$\sqrt{a + bx^2}$		$ae^{b x }$	
-2.5	0.876	0.1	5.53	0.1	0.479	-2.0	1.649	-1.5	0.0829
-2	0.29523	0.3	2.7967	0.2	0.7562	-1.6	1.942	-1.2	0.2192
-1.5	0.75958	0.5	2.25	0.3	0.9184	-1.2	2.142	-0.9	0.5794
-1	1.49184	0.7	2.0157	0.4	1.0335	-0.8	2.274	-0.6	1.5315
-0.5	2.23671	0.9	1.8856	0.5	1.1227	-0.4	2.35	-0.3	4.0481
0	2.56000	1.1	1.8027	0.6	1.1957	0	2.375	0	10.7
0.5	2.23671	1.3	1.7454	0.7	1.2573	0.4	2.35	0.3	4.0481
1	1.49184	1.5	1.7033	0.8	1.3107	0.8	2.274	0.6	1.5315
1.5	0.75958	1.7	1.6712	0.9	1.3579	1.2	2.142	0.9	0.5794
2	0.29523	1.9	1.6458	1.0	1.4	1.6	1.942	1.2	0.2192
2.5	0.0876	2.1	1.6252	1.1	1.4381	2.0	1.649	1.5	0.0829
6		7		8		9		10	
$e^{a+b x }$		$a + b(x+2)^3$		$\sqrt{a + bx} + 2$		$(ax+b)\sin x$		$(ax+b)\cos x$	
-2	8.16617	-4	-6.47	1	4.0199	0.5	1.7499	-1.0	0.756
-1.6	5.92986	-3.2	-3.2086	1.7	3.9404	0.75	2.5732	-0.8	1.0033
-1.2	4.30596	-2.4	-2.3433	2.4	3.8574	1	3.2817	-0.6	1.2215
-0.8	3.12677	-1.6	-2.2767	3.1	3.7706	1.25	3.8197	-0.4	1.4
-0.4	2.27050	-0.8	-1.4114	3.8	3.6793	1.5	4.1396	-0.2	1.5289
0	1.64872	0	1.85	4.5	3.5827	1.75	4.2065	0	1.6
0.4	2.27050	0.8	9.105	5.2	3.4799	2.0	3.5208	0.2	1.6073
0.8	3.12677	1.6	21.951	5.9	3.3693	2.25	2.7829	0.4	1.5474
1.2	4.30596	2.4	41.986	6.6	3.249	2.5	1.8224	0.6	1.4196
1.6	5.92986	3.2	70.806	7.3	3.1158	2.75	0.6915	0.8	1.2262
2	8.16617	4	110.01	8	2.9644	3	0.6915	1.0	0.9725