Universidade do Minho
Escola de Ciências

Departamento de Matemática

Cálculo para Engenharia

Licenciatura em Engenharia Biomédica

Teste 1 A :: 2 de dezembro de 2021

Nome ____________________ Número __________

I

As respostas às questões deste grupo devem ser convenientemente justificadas.

Questão 1. [2.5 valores] Considere o conjunto $A = \left\{x \in \mathbb{R}^+ : \left|\frac{2x+1}{x-1}\right| \geq 1\right\}$.

a) Represente o conjunto A na forma de intervalo ou união de intervalos.

b) Indique, caso existam, o mínimo e o supremo do conjunto A.

c) Apresente, caso exista, um ponto de acumulação de A que não pertença a A.

Questão 2. [4.5 valores] Considere a função $f : [-2, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura anexa. No intervalo $[0, 3[$ o gráfico da função é um arco da circunferência centrada em $(2, 0)$ de raio 2, cuja equação é $(x-2)^2 + y^2 = 4$.

a) Indique o contradomínio de f.

b) Classifique a função f quanto à injetividade.

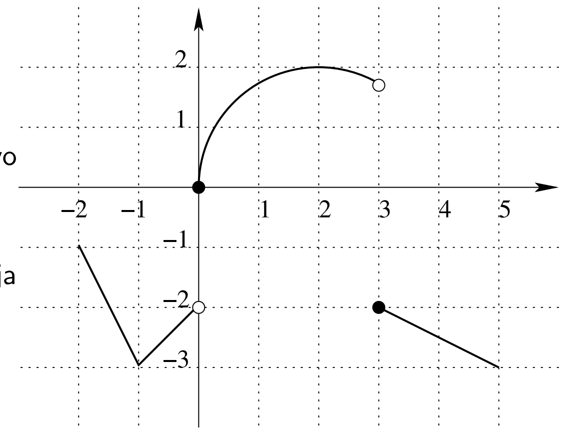
c) Determine $f^{-1}([-2, -1])$.

d) Indique os pontos de máximo local de f, e o respetivo valor de f.

e) Indique os pontos onde f é descontínua.

f) Indique o maior valor positivo para δ de modo a que seja verdadeira a implicação seguinte:

$$|x - 2| < \delta \Rightarrow |f(x) - 2| < 1.$$



g) Determine uma equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1,

Questão 3. [2 valores] Calcule $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{2 - x - \ln(x-1)}{x^3 - 3x^2 + 4}$.

Questão 4. [3 valores] Considere as funções f e g definidas por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0 \\ 1 - x, & x > 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \in \mathbb{Z} \\ 1 - x, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Identifique os pontos onde cada uma das funções f e g é contínua.

b) Calcule $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} f(x)$ e $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} g(x)$.

Em cada uma das questões seguintes, assinale neste enunciado, a afirmação verdadeira. não deve apresentar qualquer justificação.
Cada resposta certa vale 1 valor e cada resposta errada desconta 0,25 valores.

Questão 1. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{\cos x}$. Então:

- ○ f é par e limitada.
- ○ f é monótona e tem máximo.
- ○ f é injetiva e crescente.
- ○ f é não limitada e não monótona.

Questão 2. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função bijetiva. Consequentemente, a função f pode ser:

- ○ par.
- ○ limitada.
- ○ ímpar.
- ○ periódica.

Questão 3. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função estritamente crescente e limitada. Então $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

- ○ é $+\infty$.
- ○ é o $\max f(\mathbb{R}^+)$.
- ○ é o $\sup f(\mathbb{R})$.
- ○ não existe.

Questão 4. Seja $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ uma função bijetiva. Então:

- ○ f é contínua.
- ○ f é invertível.
- ○ f é monótona.
- ○ $\lim\limits_{x\to 1} |f(x)| = +\infty$.

Questão 5. Seja $f : \mathbb{R}^+ \to]0,1]$ tal que $f(x) = \dfrac{1}{\operatorname{ch} x}$, uma função bijetiva:

- ○ $f^{-1}(x) = \operatorname{ch} x$.
- ○ $f^{-1}(x) = \ln \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$.
- ○ $f^{-1}(x) = \operatorname{ch} \frac{1}{x}$.
- ○ f não é invertível.

Questão 6. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x$. Então

- ○ f anula-se em pelo menos um ponto.
- ○ f é sobrejetiva.
- ○ f é crescente.
- ○ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

Questão 7. O valor de $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(2x+h) - \operatorname{sen}(2x)}{h}$ é:

- ○ $\cos x$.
- ○ zero.
- ○ $\cos(2x)$.
- ○ não existe.

Questão 8. O valor de $\operatorname{arcsen}\left(\operatorname{sen} \frac{4\pi}{3}\right)$ é:

- ○ $\frac{4\pi}{3}$.
- ○ $-\frac{\pi}{3}$.
- ○ $\frac{\pi}{3}$.
- ○ $-\frac{4\pi}{3}$.