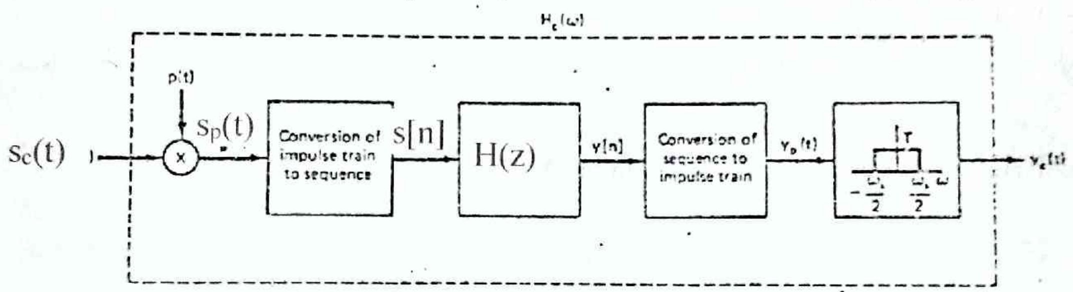
Processamento de Sinal

Engas. Biomédica e Física 3º teste 2015-2016

1. Considere o sistema de processamento discreto de sinais contínuous mostrado na figura seguinte com o qual se pretende fazer um sistema rudimentar de deteção de patologias cardíacas com base na análise dos segmentos silenciosos do fonocardiograma. Pretende-se analisar o segmento silencioso que segue o 2º som cardíaco (S2, diástole) onde é possível detetar a estenose mitral e insuficiência aórtica. Um estudo clínico revela que a estenose mitral apresenta componentes de frequência entre 20 e 400 Hz, enquanto a insuficiência aórtica apresenta componentes de 300-1000Hz. Pretende-se detectar a patologia pela análise da saída yc(t). Pretende-se que H(z) seja tal que a saída yc(t) seja uma sinusoide na presença de estenose mitral, outra sinusoide na presença de insuficiência aórtica e uma soma de 2 sinusoides na presença simultânea de ambas as patologias.



a) Esta aplicação requer que o fonocardiograma seja segmentado e apenas os intervalos entre S2 e S1 (silêncios) sejam aplicados ao sistema. Explique como poderia fazer esta segmentação.

b) Considere uma frequência de amostragem de 3kHz e esboce nestas condições os espectros de sp(t) e s[n]. Justifique.

c) Considere que a resposta impulsional de H(z) é $h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(n-15k)$ e determine nestas condições $Y(\Omega)$. Justifique.

d) Considere que aplica y[n] calculado na alínea anterior a um filtro passa-baixo ideal a $\pi/2$. Determine a resposta em frequência de um filtro rejeita-banda ideal a colocar em cascata com este filtro passa-baixo ideal cujo conjunto consiga efectuar o pretendido, gerando uma sinusoide de 200Hz em yc(t) na presença de estenose mitral, de frequência 600Hz na presença de insuficiência aórtica e a soma das 2 na presença de ambas as patologias. Determine a resposta impulsional do filtro rejeita-banda que projectou.

e) Aproxime o sistema usado na alínea anterior (cascata dos 2 filtros) por um sistema de 3ª ordem em z (H(z)) causal e estável e com ganho unitário à frequência de 400Hz. Faça o diagrama de polos e zeros do sistema e assinale a ROC.

f) Determine, usando a transformada-z a resposta do filtro que calculou na alínea anterior à entrada $x[n]=\delta[n]-\delta[n-2]$.

g) Considere y[n] obtido por acção dos filtros propostos nas alíneas c) e d). Mostre que amostrando y[n] por um trem de impulsos discreto de periodo 2 obtem em yc(t) uma sinusoide de frequência 400Hz na presença de estenose mitral, e uma sinusoide de frequência 1200Hz na presença de insuficiência aórtica. Se o período do trem de impulsos for 3 que frequências obterá em yc(t) para ambas as patologias? Justifique.

2. Justifique a utilidade e descreva o mais detalhadamente possível o algoritmo de Pan-Tompkins. Apresente o diagrama de blocos do algoritmo, descreva e justifique a função de cada bloco.

3. Determine, sem recorrer à definição, o conjunto de sinais cuja FFT é dada por

$$X(k) = \frac{1}{16} \sum_{k=0}^{15} \frac{sen\left(7k \frac{2\pi}{16} \frac{1}{2}\right)}{sen\left(k \frac{2\pi}{16} \frac{1}{2}\right)}$$

Justifique convenientemente a sua resposta.

3º Teste 2015-2016 — Eng. Biomédica e Física

1.

S_2 - diástole : 2º som cardíaco

deteta estenose mitral componentes 20 Hz — 400 Hz

" insuficiência aórtica 300 — 1000 Hz

a)

Localizar S_1 : ocorre simultaneamente com o início da onda R, é a contração ventricular, podemos localizar também através do algoritmo de Pan Tompkin.

Localizar S_2 : ocorre em simultâneo com a onda T do ECG, mas não é perceptível, por isso utilizamos o pulso da carótida.

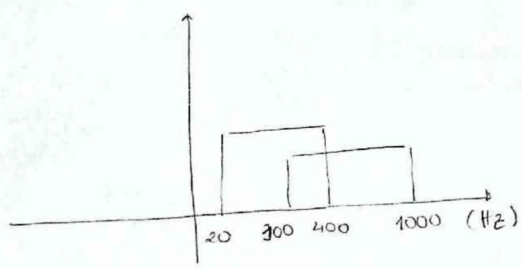
b)

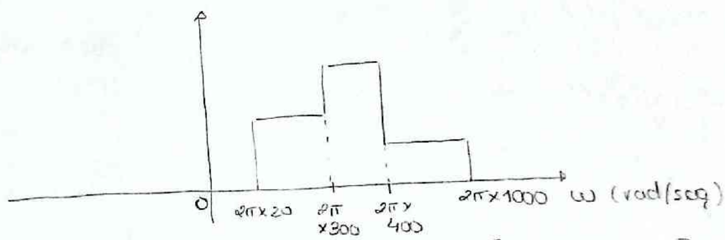
$f_s = 3000$ Hz

$S_p(\omega) = ?$

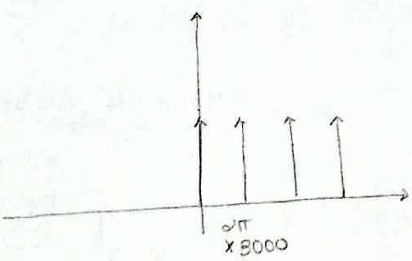
$S(\omega) = ?$

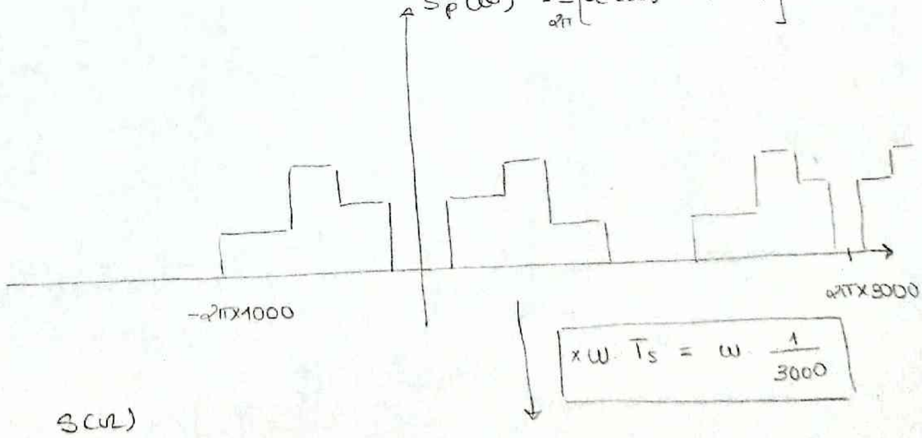
$s_c(t)$ — intervalo silencioso entre S_2 e S_1





$S_p(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left[S_c(\omega) * P(\omega)\right]$



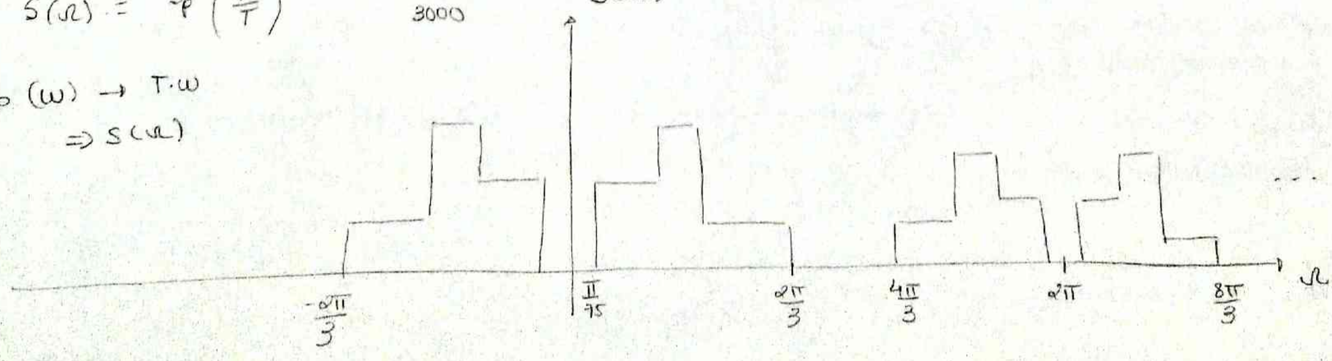


$\boxed{\times\,\omega \cdot T_s = \omega \cdot \frac{1}{3000}}$

$S(\Omega) = S_p\left(\frac{\Omega}{T}\right)$ $T = \frac{1}{3000}$ s

$S_p(\omega) \rightarrow T\cdot\omega$

$\Rightarrow S(\Omega)$

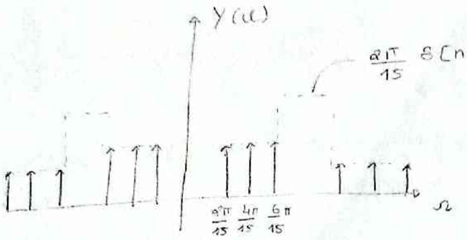


$$h[n] = \sum_{K=-\infty} \delta(n-15K) \longleftrightarrow H(\Omega) = \frac{2\pi}{15} \sum_{K=-\infty} \delta\left(\Omega - K\frac{2\pi}{15}\right)$$

$H(z)$

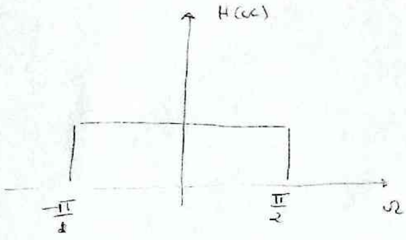
$Y(\Omega) = ?$

$$Y(\Omega) = S(\Omega) \cdot H(z) = S(\Omega)\, H(\Omega)$$

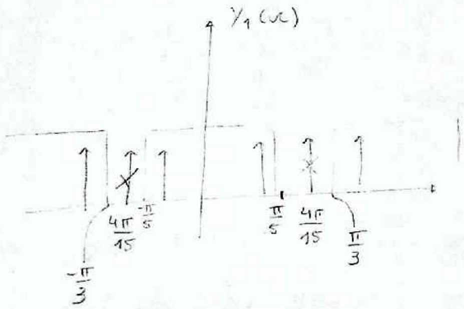


1)

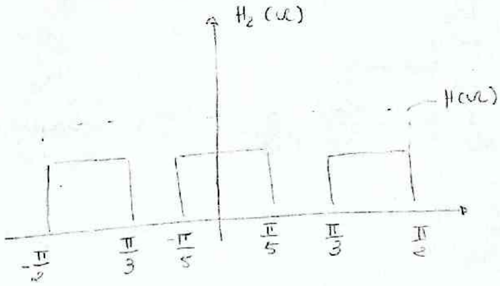
Filtro passa baixo $H(\Omega)$



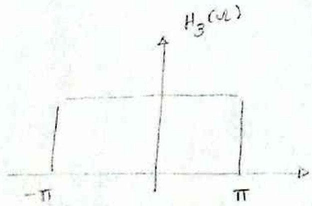
Determinar filtro passa banda a adicionar em cascata para gerar sinusóide em 200 Hz e 600 Hz.



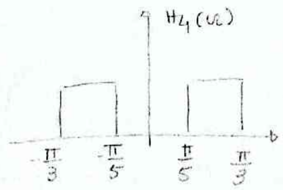
Quero um passa banda



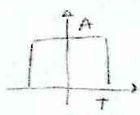
$H_2(\Omega) \Rightarrow$



$-$

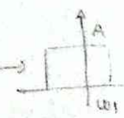


Não existe dualidade



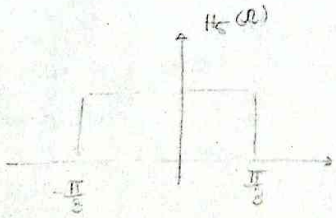
$\longleftrightarrow 2AT\text{sinc}($

$$\frac{A\omega_1}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{t_1 \omega_1}{\pi}\right) \longleftrightarrow$$

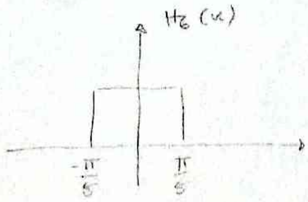


$$\boxed{\frac{A\,\Omega_1}{\pi} \text{sinc}\left(n\frac{\Omega_1}{\pi}\right)}$$

$H_4(\Omega) \Rightarrow$



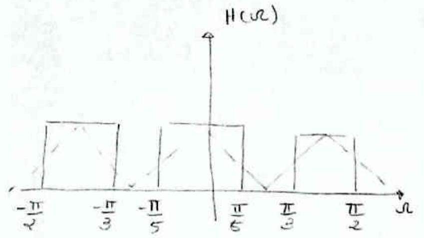
$-$



$A = 1$

$$h_2[n] = \text{sinc}(n) - \left(\frac{1}{3}\text{sinc}\left(\frac{n}{3}\right) - \frac{1}{5}\text{sinc}\left(\frac{n}{5}\right)\right) = \delta[n] - \frac{1}{3}\text{sinc}\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{1}{5}\text{sinc}\left(\frac{n}{5}\right)$$

Sistema de 3ª ordem $\underbrace{\quad}_{3\text{ pólos}}$ $H(z)$ $\underbrace{\text{causal}}_{\text{a ROC não conter pólos}}$ e $\underbrace{\text{estável}}_{\text{os pólos estarem dentro do círculo de raio unitário}}$ e com $\underbrace{\text{ganho unitário}}$ à frequência de 400 Hz.



queremos aumentar o pico!

para isso temos pólos em 0, entre $\left(-\frac{\pi}{2} \text{ e } -\frac{\pi}{3}\right)$ e $\left(\frac{\pi}{3} \text{ e } \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\frac{\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{5\pi}{12}$$

Polos $\rightarrow$ freq. que queremos elevar

$$H(\Omega) = \frac{K}{(1-\alpha e^{-j\Omega})(1-\beta e^{-j\Omega})(1-\gamma e^{-j\Omega})}$$

$$1-\alpha e^{-j\Omega}\Big|_{\Omega=-\frac{5\pi}{12}} = 0 \Leftrightarrow 1-\alpha e^{j\frac{5\pi}{12}} = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{e^{j\frac{5\pi}{12}}} = e^{-j\frac{5\pi}{12}}$$

$$1-\beta . e^{-j\Omega}\Big|_{\Omega=0} = 0 \Leftrightarrow \beta = 1$$

$$1-\gamma . e^{-j\Omega}\Big|_{\Omega=\frac{5\pi}{12}} = 0 \Leftrightarrow \gamma = e^{j\frac{5\pi}{12}}$$

$$H(\Omega) = \frac{K}{(1-e^{-j\frac{5\pi}{12}}.e^{-j\Omega})(1-e^{-j\Omega})(1-e^{j\frac{5\pi}{12}}.e^{-j\Omega})}$$

Ganho unitário na freq de 400 Hz:

K tal que

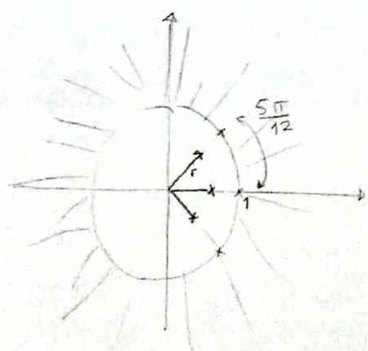
$$\left|H\left(\frac{4\pi}{15}\right)\right| = 1 \Leftrightarrow K = \left|(1-e^{-j\frac{5\pi}{12}}.e^{-j\Omega})(1-e^{-j\Omega})(1-e^{j\frac{5\pi}{12}}.e^{-j\Omega})\right| = \sqrt{\text{real}^2 + \text{imaginário}^2} = A$$

$$H(z) = H(r.e^{j\Omega})$$

$$H(z) = \frac{K}{(1-z_1.z^{-1})(1-z^{-1})(1-z_2.z^{-1})}$$

$z_1 = r.e^{j\theta}$

$z_2 = r.e^{-j\theta}$



assim seria instável, para ser estável multiplicamos por um raio $r < 1$

Para ser causal os pólos não podem pertencer à ROC

$|z| > r$

· sequência → direita

f) $x[n] = \delta[n] - \delta[n-2]$

$X(z) = 1 - z^{-2}$

$Y(z) = X(z) \cdot H(z) = (1 - z^{-2})\, H(z) = H(z) - H(z) \cdot z^{-2}$

$y[n] = h[n] - h[n-2]$

$$H(\Omega) = \frac{A}{\left(1 - e^{-j\frac{5\pi}{12}} e^{-j\Omega}\right)} + \frac{B}{\left(1 - e^{-j\Omega}\right)} + \frac{C}{\left(1 - e^{j\frac{5\pi}{12}} \cdot e^{-j\Omega}\right)}$$

$$A \left(1 - e^{-j\Omega}\right)\left(1 - e^{-j\frac{5\pi}{12}} \cdot e^{-j\Omega}\right) \Big|_{\Omega = -\frac{5\pi}{12}} = K$$

$$B \left(1 - e^{-j\frac{5\pi}{12}} e^{-j\Omega}\right)\left(1 - e^{-j\Omega}\right) \Big|_{\Omega = 0} = K$$

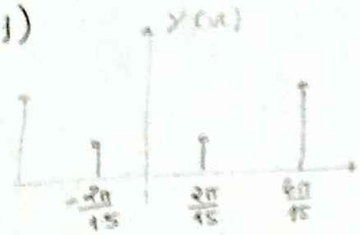
$$\left(1 - e^{-j\frac{5\pi}{12}} e^{-j\Omega}\right)\left(1 - e^{j\frac{5\pi}{12}} \cdot e^{-j\Omega}\right) \Big|_{\Omega = \frac{5\pi}{12}} = K$$

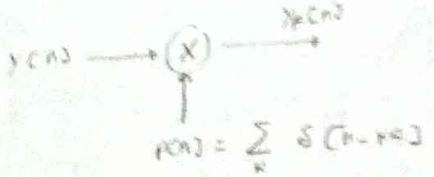
$$h[n] = A \left(r e^{-j\frac{5\pi}{12}}\right)^n u[n] + B (r)^n u[n] + C \left(r \cdot e^{j\frac{5\pi}{12}}\right)^n \cdot u[n]$$

$\downarrow$

$y[n] = h[n] + h[n-2]$

j)



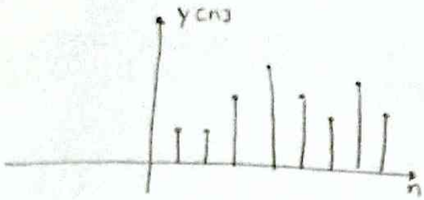


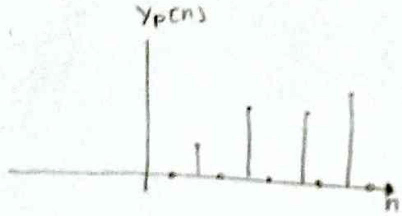
$$y_p[n] = y[n] \cdot p[n] = \frac{1}{2\pi} \left[Y(\Omega) * P(\Omega) \right]$$

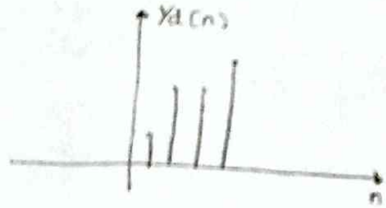
$$P(\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_k \delta\left(\Omega - k\frac{2\pi}{T}\right) \Big|_{T=2} = \pi \sum_K \delta(\Omega - K\pi)$$

$$Y_p(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \left[Y(\Omega) * \pi \sum_K \delta(\Omega - K\pi) \right] = \frac{1}{2} \sum_K Y(\Omega - K\pi)$$

...imação (amostragem período 2)
$x_N = x_2$







$$Y(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] \cdot e^{-j\Omega n}$$

$$Y_d(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_d[n]\; e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[2n] \cdot e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n]\; e^{-j\frac{\Omega}{2}n} \Rightarrow Y_d(\Omega) = Y\left(\frac{\Omega}{2}\right) \Rightarrow = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y(\Omega) \cdot e^{\dots}$$

$\boxed{\text{Algoritmo de Pan-Tompkins}}$

(Filtro passa-baixo + filtro passa-banda + derivada + quadrado + integração)

Filtro passa baixo: deixa passar as baixas frequências

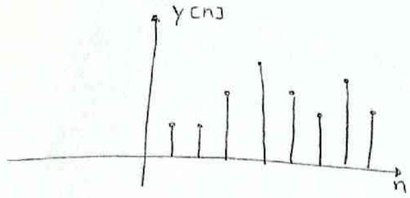
Filtro passa alto: deixa passar as frequências dentro da banda (seleciona frequências)

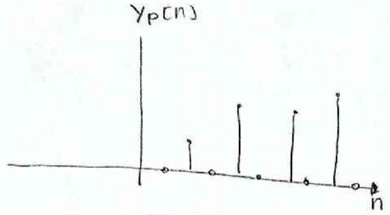
erivada: as baixas freq. das ondas P e T são suprimidas e o ganho sobe com a frequência enfatizando QRS.

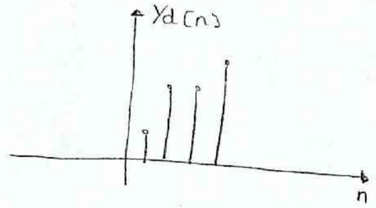
adrado: torna o resultado todo positivo e enfatiza diferenças grandes do QRS. As pequenas diferenças P e T são suprimidas.

egração: elimina múltiplos picos dentro do QRS.

...cimação (amostragem período 2)
$x N = x 2$







$$Y(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] \cdot e^{-j\Omega n}$$

$$Y_d(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_d[n] \cdot e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[2n] \cdot e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y[n] \cdot e^{-j\frac{\Omega}{2}n} \Rightarrow Y_d(\Omega) = Y\left(\frac{\Omega}{2}\right) \Rightarrow = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y(\Omega) \cdot e^{-j}$$

2. $\boxed{\text{Algoritmo de Pan-Tompkins}}$

(Filtro passa-baixo + filtro passa-banda + derivada + quadrado + integração)

1.º Filtro passa baixo: deixa passar as baixas frequências

2.º Filtro passa alto: deixa passar as frequências dentro da banda (seleciona frequências)

3.º Derivada: as baixas freq. das ondas P e T são suprimidas e o ganho sobe com a frequência enfatizando QRS.

4.º Quadrado: torna o resultado todo positivo e enfatiza diferenças grandes do QRS. As pequenas diferenças P e T são suprimidas.

5.º Integração: elimina múltiplos picos dentro do QRS.