TD2

Exercice 1 :

Une application linéaire de E vers E est appelée **endomorphisme** de E.

Soit f l'application linéaire de l'ensemble $\mathbb{R}^3$ dans lui-même définie par :

$$f : X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto Y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_3 \\ x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les images par f des vecteurs de la base canonique $\{e_1, e_2, e_3\}$ de $\mathbb{R}^3$.

2. Écrire la matrice A représentant l'endomorphisme f dans cette base.
3. Calculer les images par f des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $et\ v = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
4. Calculer les images par f des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $et\ v = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ en utilisant la matrice A.

Exercice 2 :

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & -1 \\ 4 & 5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$

1. Monter que $AB = I$, où I est la matrice unité d'ordre 2. Peut-on en déduire que A est réversible ?
2. Déterminer la matrice $M = BA$. En déduire M^2. Que peut-on dire sur la matrice M ?

Exercice 3 :

Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ une matrice inversible. Calculer B^{-1}