TD Matrices

Exercice 1 :

Effectuer les produits matriciels suivants :

1. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 1 & b & b \\ 1 & c & a \end{pmatrix}$ avec $a, b, c \in \mathbb{R}$

Exercice 2 :

Déterminer la forme générale des matrices X qui commutent avec la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :

Déterminer le rang des matrices suivantes :

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 et A^3
2. Montrer qu'il existe trois nombres $\alpha, \beta\ et\ \gamma$ tel que $A^3 = \alpha I + \beta A + \gamma A^2$ (I matrice unité d'ordre 3)