

# Un modèle bi-niveau pour le problème de la recherche d'une cible dynamique

Carlos Diego Rodrigues<sup>1,2</sup>, Dominique Quadri<sup>1</sup>, Philippe Michelon<sup>1</sup>

1 : Laboratoire Informatique d'Avignon UPRES 4128, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, 84000 Avignon - France.

2 : Universidade Federal do Ceara, Campus do Pici, Fortaleza - Brésil.

Contact : carlos-diego.rodrigues@univ-avignon.fr,  
dominique.quadri@univ-avignon.fr, philippe.michelon@univ-avignon.fr

---

## Résumé

Nous présentons un modèle pour le problème de la détection d'une cible intelligente au moyen de capteurs dont le nombre est limité. Dans la littérature, ce problème se situe dans le domaine de la théorie de la recherche et plusieurs modèles ont été proposés. Toutefois, la modélisation présentée ici est originale et répond à deux difficultés majeures dans le domaine : il s'agit d'un modèle globale utilisant un nombre polynomial de variables et de contraintes.

## Abstract

We present a model for the intelligent target search problem using a limited number of detection resources. This problem resides in the Search Theory field and several mathematical programming models have been proposed over the years. Nevertheless, our original bi-level approach answers to two major difficulties when modeling the problem : it is a global model and it uses a polynomial number of variables and constraints.

**Mots-clés :** théorie de la recherche, programmation bi-niveau, programmation en nombres entiers

**Keywords:** search theory, bi-level programming, integer programming

---

## 1. Introduction

La théorie de la recherche a vu le jour au cours de la deuxième guerre mondiale dans un contexte militaire particulier, à savoir la recherche d'un sous-marin. Cette discipline se propose de chercher un ou plusieurs objets dans un espace et un temps donnés. Il s'agit alors de déterminer la répartition des moyens de recherche pour trouver une cible avec des caractéristiques particulières. Le champ d'applications va de la recherche d'un fugitif par la police, la recherche des survivants dans un milieu inconnu jusqu'à l'éradication d'un virus dans un réseau d'ordinateurs.

Nous proposons un modèle bi-niveau pour le problème de la détection d'une cible dynamique qui peut être appliqué à la plupart des cas apparus dans la littérature. Ce modèle a été conçu en envisageant la résolution des problèmes pratiques de la théorie de la recherche.

### 1.1. Définitions

Nous exposons dans cette sous-section des notations (utilisées tout au long de ce document) et des définitions essentielles à la compréhension du problème traité. Les *acteurs* du problème sont la cible et le chercheur. La cible est l'objet qui doit être trouvé par le chercheur. L'*espace de recherche*  $K$  est l'ensemble de points disponibles pour les acteurs du problème. L'*horizon*  $T$  est le temps maximal dans lequel la recherche est effectuée. Les *capteurs* sont les moyens dont dispose le chercheur pour trouver la cible. Un *plan de recherche* est une triplet  $(x, d, y)$  figurant, dans l'ordre, les déplacements du chercheur, les dépôts des capteurs et les réactivations de ces ressources dans  $K \times [0, T]$ . Une *mission* de la cible est l'objectif que la cible doit accomplir ; cela représente un comportement

attendu de la cible. L'intelligence de la cible est la connaissance qu'elle possède sur les actions du chercheur ; naturellement, une cible intelligente utilisera cette compréhension pour réaliser sa mission. Le *rayon de détection* d'un capteur déposé à la cellule  $k$  est l'ensemble de points  $CH(k) \subseteq K$  tels qu'une fois activé, le capteur est capable de détecter une cible dans  $CH(k)$ . La *portée radio*,  $Port(k) \subseteq K$ , est l'ensemble de points définis à partir d'un point  $k \in K$  tels que si le chercheur est en  $k$ , il pourra activer tous les capteurs dans  $Port(k)$ . Le *rayon de contredétection*  $CD(k) \subseteq K$  est l'ensemble des points tels que la cible en  $k$  peut détecter les capteurs qui sont activés à un moment donné.

## 1.2. L'état de l'art

Nous constatons que dès l'apparition de la théorie de la recherche, le problème de base a évolué vers plusieurs sous catégories. En effet, les problèmes traités dans la littérature peuvent être classés selon les caractéristiques suivantes :

1. la mobilité de la cible : historiquement, le problème est né d'une nécessité de l'armée de trouver des cibles mobiles dans un contexte marin. Néanmoins, le cas de la cible statique [16, 17] a fait objet des premiers études scientifiques [8, 16–18]. La cible mobile permet d'ajouter un niveau de plus de complexité au problème. Selon les hypothèses faites sur le mouvement de la cible, le problème peut devenir plus ou moins difficile. Par exemple, l'hypothèse d'un mouvement markovien garantit qu'une résolution optimale locale à chaque instant de temps permet de résoudre à l'optimum le problème [4, 15].
2. l'espace de recherche : celui-ci peut être divisé entre l'espace du chercheur  $K^p$  et l'espace de la cible  $K^s$ . Si  $K^s \setminus K^p \neq \emptyset$  alors nous disons que le problème possède des zones de sécurité. Une autre variante du problème est le cas unidimensionnel, dans lequel les deux acteurs sont toujours sur la même trajectoire [1, 10].
3. l'horizon de temps : il s'agit de considérer les cas "finis" ou "infinis". Toutefois la convergence vers la détection de la cible n'est pas garantie, même si l'horizon est infini. En effet, selon [22], cette convergence dépendrait également d'autres facteurs.
4. la coopérativité entre les acteurs : le cas coopératif [2, 9], où la cible a tout intérêt à être retrouvée, ou non-coopératif [5, 24].
5. la mission de la cible : elle peut avoir ou pas une mission à accomplir. Nous pouvons mettre en exergue ici le problème *flaming datum*. Dans ce cas, la cible est repérée dans une position initiale. Le chercheur arrive dans l'espace de recherche après un certain temps et doit retrouver la cible. Celle-ci emploie une manœuvre d'évasion. L'autre mission récurrente dans la littérature [2, 19] est : la cible doit traverser une zone dans laquelle le chercheur doit la retrouver.

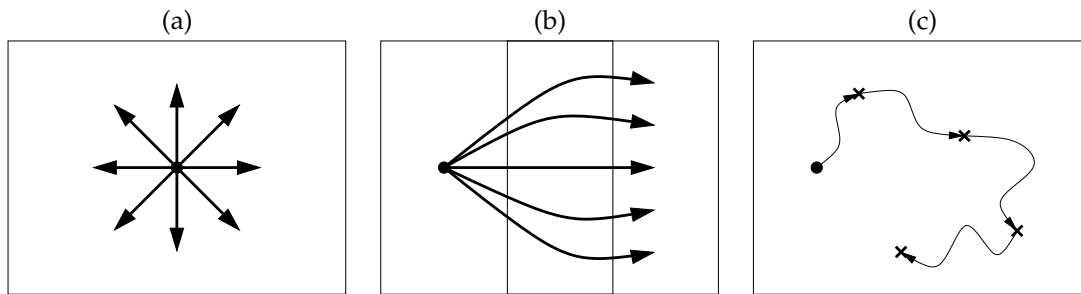


FIG. 1 – Exemples de missions. En (a) la cible doit s'évader d'une position initiale (cf. *flaming datum*). (b) reflète la situation où la cible doit traverser une zone où elle peut être détectée. (c) montre le cas où la cible doit réaliser un parcours en passant par des points prédéfinis.

6. l'intelligence de la cible : la cible peut avoir connaissance des actions menées par le chercheur et utiliser cette information en sa faveur. Aussi, la cible peut connaître toutes les actions de recherche [22] ou cette connaissance peut s'appliquer à un voisinage de sa position dans l'espace de recherche.
7. les ressources utilisées par le chercheur : les capteurs peuvent varier selon l'application et selon le type du chercheur. Initialement la littérature ne considère que des cas avec un seul

capteur ré-activable un certain nombre de fois [3,23]. Plus récemment on s'est intéressé aux capteurs "allouables", c'est-à-dire, qui peuvent être déposés dans l'espace de recherche et ré-activés par le chercheur selon un rayon de portée radio. D'autres caractéristiques peuvent influencer le problème de recherche : le temps d'installation d'un capteur [22], le temps de vie,... Enfin, une difficulté supplémentaire pourrait être l'hétérogénéité des capteurs, autrement dit, les capteurs peuvent présenter chacun des caractéristiques différentes [7].

### 1.3. Présentation du problème

Ce travail se situe dans le cas de la recherche d'une cible mobile, intelligente. Nous faisons l'hypothèse que la cible a peut-être des missions à accomplir. La recherche est faite dans un espace bidimensionnel de format et taille quelconques dans un horizon de temps fini. Le chercheur utilise des ressources identiques qui peuvent être allouables ou pas, qui ont un temps d'installation, une durée de vie et une portée radio définies. Notre modèle peut être, cependant, adapté ou étendu à d'autres cas qui apparaissent dans la littérature, comme par exemple le cas avec limitation d'énergie pour chaque acteur ou les cas où les cas des capteurs hétérogènes.

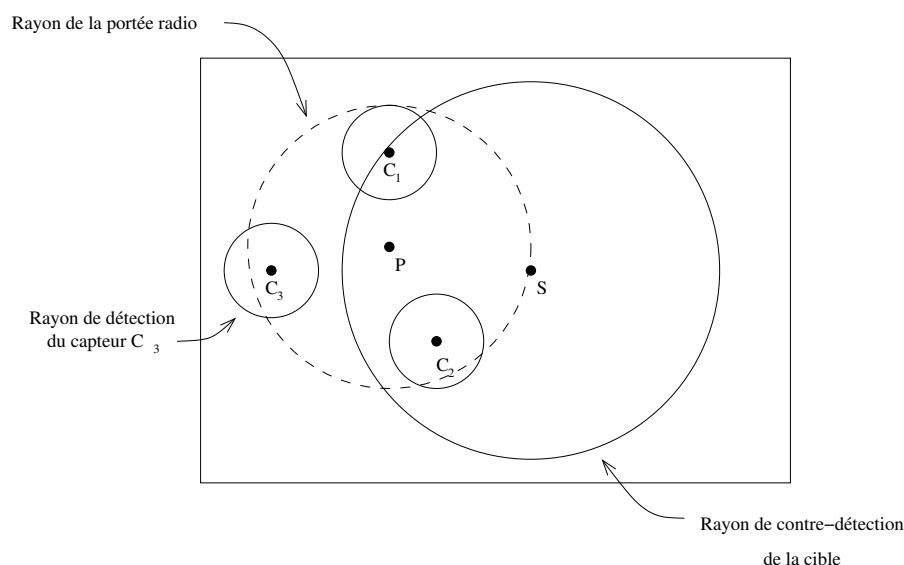


FIG. 2 – Cette figure illustre un chercheur en  $P$  qui a déposé trois capteurs à  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ . La cible est positionnée à  $S$ . Le chercheur  $P$  peut activer tous les capteurs déposés qui sont à sa portée radio. S'il le fait, il sera capable de voir l'aire définie par l'union des cercles centrés à  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ . La cible, de son côté, est capable de contredétecter les capteurs  $C_1$  et  $C_2$ .

Chaque capteur définit un rayon de détection dans lequel il est capable de trouver la cible. D'autre part, la cible est capable de contredétecter les capteurs activés à un instant donné lorsque ceux-ci se trouvent dans le rayon de contredétection de la cible. En général, le rayon de contredétection de la cible est beaucoup plus grand que le rayon de détection des capteurs. Lorsque la cible connaît la position des capteurs, elle a un comportement réactif, étant capable de changer sa route pour contourner les capteurs connus tout en respectant sa mission.

## 2. Un modèle bi-niveau

La programmation bi-niveau s'intéresse aux problèmes d'optimisation dans lequel deux agents doivent maximiser leur propre fonction économique et pour lesquels l'ordre hiérarchique existe. En effet, l'un des agents, appelé ici niveau haut, a l'une de ses contraintes qui correspond à la résolution d'un sous-problème, niveau bas.

$$\begin{aligned}
& \max \quad f(x, y^*) \\
\text{Sujet à :} \quad & \text{Contraintes sur } x \\
& y^* = \arg \max \quad g(x, y) \\
& \text{Sujet à :} \quad \text{Contraintes sur } (x, y)
\end{aligned}$$

Cette approche nous semble très appropriée à la modélisation du problème de recherche d'une cible. Dans notre contexte, le niveau haut représente la décision du chercheur, alors que le niveau bas représente la décision liée à la cible.

## 2.1. Conceptualisation

Bien que dans la littérature des études ont été menées sur des problèmes proches (*search allocation game* [13, 14], *dynamic search game* [4, 22]) les modèles suggérés ne permettent pas une extension à une résolution globale et exacte du problème, dans des temps CPU raisonnables. En effet, ces modélisations utilisent un nombre exponentiel de variables ou alors une approche de résolution locale pour chaque instant de temps.

Notre modèle est basé sur une discrétisation du temps et de l'espace. Du point de vue du chercheur la plus grande difficulté que le problème présente est la modélisation du comportement imprévisible (ou aléatoire) de la cible. Pour surmonter cette difficulté, nous simulons ce comportement ici par un nombre fini de possibilités, pré-calculées. En effet, nous considérons un ensemble de cibles fictives avec un ensemble de transitions préférentielles pré-déterminé comme l'une des données du problème. Ces transitions sont le résultat d'une analyse statistique ou expérimentale préalable qui possède l'utilisateur. Chaque cible est, pourtant, réactive au comportement du chercheur dans le modèle, à savoir, la cible est capable d'abandonner cette préférence pour n'être pas détectée.

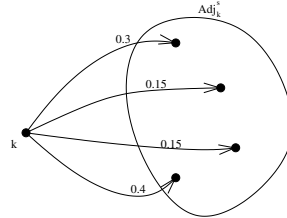


FIG. 3 – Pour modéliser les missions de la cible, le modèle a besoin que chacune des cibles ait un ensemble de transitions préférentielles qui peut évoluer spatio-temporellement. Pour chaque cellule dans l'adjacence d'une cellule  $k$ , les transitions préférentielles déterminent quelle est la cellule la plus intéressante pour la cible.

Soit  $s$  une cible fictive et  $k \in K$ , nous définissons  $Adj_k^s$  l'ensemble des cellules que la cible  $s$  peut atteindre à partir de  $k$ . Une transition préférentielle est une donnée défini pour chaque cellule  $k' \in Adj_k^s$  du problème de façon à mesurer l'intérêt de la cible  $s$  aller à la cellule  $k'$ . La figure 3 illustre cette situation.

Ainsi, l'objectif du chercheur est de capturer (détecter) le maximum de cibles dans l'horizon de temps du problème. De son côté, chaque cible est censée maximiser l'accomplissement de sa mission (autrement dit, maximiser les transitions préférées), sans être détectée.

## 2.2. Le modèle

Nous détaillons dans cette section le modèle proposé. Tout d'abord les données nécessaires sont présentées. Ensuite, les variables de chacun des niveaux sont définies, puis la fonction objectif du chercheur et celle des cibles. Enfin, quelques contraintes sont décrites afin de mettre en exergue le potentiel de représentabilité du modèle.

### 2.2.1. Données

Les données essentielles pour le modèle, détaillées dans les sections 2.1 et 1.1 sont listées ci-dessous :

- $T$  : durée de la mission (en unités d'un temps discrétisé).
- $K$  : l'ensemble de cellules créées dans la zone de recherche.
- $M$  : l'ensemble de cibles fictives.
- $\text{Adj}^p(k)$  : l'ensemble des positions que le chercheur peut atteindre en une unité de temps à partir de  $k$ .
- $\text{Adj}^s(k)$  : l'ensemble des positions que la cible peut atteindre en une unité de temps à partir de  $k$ .
- $\text{Port}(k)$  : portée radio du chercheur.
- $\text{CD}(k)$  : l'ensemble des cellules contredélectable par la cible lorsqu'elle est en position  $k$ .
- $\text{CH}(k)$  : l'ensemble des positions où il est possible de mettre un capteur couvrant  $k$ .
- $\bar{t}_{k',k,t}^s$  : les transitions préférentielles des cibles.

Selon le cas, d'autres données peuvent être introduites dans le modèle, par exemple :

- $\alpha$  : durée nécessaire à l'installation du capteur.
- $D$  : durée de vie du capteur.
- $L$  : limite sur le nombre d'activations par capteur.
- $C$  : nombre total de capteurs disponibles.

### 2.2.2. Variables

Nous définissons les variables constituant le modèle. Dans le niveau haut nous avons le plan de recherche : la distribution spatio-temporelle de la position du chercheur  $x$ , les dépôts des capteurs  $d$  et leur réactivations  $y$ . Dans le niveau bas, nous définissons, pour chaque cible fictive  $s$ , leur position  $w^s$  dans  $K \times [0, T]$  et, au cas des cibles intelligentes, une variable  $u$  qui représente la contredétection des capteurs.

#### Niveau haut :

1. Position du chercheur

$$x_{kt} = \begin{cases} 1 & \text{si le chercheur est en } k \in K \text{ à l'instant } t \in [0, T], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

2. Installation d'un capteur

$$d_{kt} = \begin{cases} 1 & \text{si le checheur dépose un capteur en } k \in K \text{ à l'instant } t \in [0, T], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

3. Activation d'un capteur

$$y_{kt} = \begin{cases} 1 & \text{si le capteur en } k \in K \text{ est activé à l'instant } t \in [0, T], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

#### Niveau bas :

1. Position de la cible

$$w_{kt}^s = \begin{cases} 1, & \text{si la cible } s \in M \text{ est à la position } k \in K \text{ à l'instant } t \in [0, T] \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

2. Contredétection de la cible

$$u_{kt}^s = \begin{cases} 1, & \text{si un capteur est detecté à la position } k \in K \text{ à l'instant } t \in [0, T] \text{ par la cible } s \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

### 2.2.3. Les fonctions objectif

Conformement à ce que nous avons établi lors de la section 2.1 l'objectif du chercheur est de trouver le nombre maximum de cibles. Ainsi, la fonction objectif correspondante sera l'expression du nombre de cibles trouvées. Par ailleurs, l'objectif de la cible est de poursuivre sa mission ou maximiser les transitions préférentielles. Ainsi les fonctions économiques à maximiser sont les suivantes :

#### Niveau haut :

$$\sum_{k \in K} \sum_{k' \in \text{CH}(k)} \sum_{t \in [0, T]} \sum_{s \in M} y_{kt} \cdot w_{k',t}^{s*} \quad (1)$$

#### Niveau bas :

$$\sum_{s \in M} \sum_{k \in K} \sum_{k' \in K} \sum_{t \in [0, T]} w_{kt}^s \cdot w_{k',t+1}^s \cdot \bar{t}_{k',k,t}^s \quad (2)$$

### 2.2.4. Contraintes

Nous exposons maintenant quatre types de contraintes qui pourraient être rajoutées au modèle, selon les besoins. L'objectif ici est de montrer la capacité de représentabilité de la modélisation présentée.

#### Contraintes du chercheur

##### 1. Cinématique du chercheur.

Nous définissons un ensemble  $\text{Adj}^p(k) \subseteq K$  pour chaque cellule  $k$  du problème telle que le chercheur ne peut atteindre qu'une de ces cellules à l'instant  $t + 1$ , étant donné que  $k$  est sa position à l'instant  $t$ .

$$x_{k,t+1} \leq \sum_{k' \in \text{Adj}^p(k)} x_{k',t}, \quad \forall k \in K, t \in [0, T-1] \quad (3)$$

##### 2. Unicité de la position

Une deuxième contrainte souhaitable est l'unicité de la position des acteurs.

$$\sum_{k \in K} x_{kt} = 1, \quad \forall t \in [0, T] \quad (4)$$

Ces deux premières contraintes peuvent être définies également pour la cible, de façon similaire.

#### Contraintes des capteurs

##### 1. Activation au cours du temps de vie.

Supposons  $a$  le temps d'installation des capteurs et  $D$  leur durée de vie. La contrainte essentielle pour les capteurs garantit que l'activation d'un capteur doit être précédée d'une installation de ce capteur et ne peut pas dépasser sa durée de vie :

$$y_{kt'} \leq \sum_{t \in [t'-D-a, t'-a]} d_{kt} \quad \forall k \in K, t' \in [0, T-1] \quad (5)$$

##### 2. Nombre limité de capteurs.

Soit  $C$  le nombre maximal de capteurs que le chercheur peut utiliser. La contrainte qui limite le nombre de ressources utilisées est la (6) :

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in [0, T]} y_{kt} \leq C \quad (6)$$

##### 3. Nombre limité de réactivations par capteur.

Si les ressources utilisées sont limitées à un certain nombre d'utilisations,  $L$ , la contrainte (7) garantit cette situation, étant donnée  $D$ , la durée de vie du capteur :

$$\sum_{t \in [t', t'+D]} y_{kt} \leq L, \quad \forall k \in K, t' \in [0, T] \quad (7)$$

#### Contraintes de liaison chercheur-capteurs

##### 1. Portée radio.

La contrainte (8) garantit que les activations des capteurs ne peuvent être réalisées qu'à partir de ceux qui sont à portée radio du chercheur.

$$y_{kt} \leq \sum_{k' \in \text{Port}(k)} x_{k',t}, \quad \forall k \in K, t \in [0, T] \quad (8)$$

##### 2. Installation du capteur.

Si les capteurs ont un temps d'installation  $a$ , le chercheur est obligé de rester sur 0place pendant la durée de l'installation, selon la contrainte (9) :

$$x_{kt} \geq d_{kt'}, \quad \forall k \in K, t' \in [0, T], t \in [t', t' + a] \quad (9)$$

### Contraintes de la cible

#### 1. Précaution de la cible.

La contrainte (10) garantit que la cible ne rentrera pas dans une zone cherchée tant qu'elle croit qu'il existe un capteur qui pourrait être activé.

$$w_{k,t+1}^s \leq 1 - u_{k',t'}^s, \quad \forall s \in M, k \in K, t' \in [0, T], k' \in CH(k'), t \in [t', t' + D] \quad (10)$$

#### 2. Contre détection des capteurs.

Le système (11)-(13) représente l'intelligence de la cible, c'est-à-dire, la prise de connaissance des activations des capteurs.

$$u_{k',t}^s \geq \sum_{k:k' \in CD(k)} w_{kt}^s + y_{k',t} - 1, \quad \forall s \in M, t \in [0, T], k' \in K \quad (11)$$

$$u_{k',t}^s \leq y_{k',t}, \quad \forall s \in M, t \in [0, T], k' \in K \quad (12)$$

$$u_{k',t}^s \leq \sum_{k:k' \in CD(k)} w_{kt}^s \quad \forall s \in M, t \in [0, T], k' \in K \quad (13)$$

### 2.3. Analyse du modèle

Dans cette section nous établissons une analyse du modèle présenté selon ses propriétés mathématiques. Notons, tout d'abord, que la modélisation proposée s'appuie sur un problème de programmation linéaire bi-niveaux discret, où toutes les variables sont binaires et les fonctions objectif de chaque niveau sont quadratiques. Deuxièmement nous constatons que le modèle donné contient un nombre polynomial de variables et contraintes. En effet, le nombre de variables est  $O(|M| \cdot |K| \cdot T)$  et le nombre de contraintes est  $O(|M| \cdot |K|^2 \cdot T)$ , pour les contraintes présentées. Le tableau 1 regroupe ces caractéristiques.

|                               |                              |
|-------------------------------|------------------------------|
| Nombre de Variables           | $O( M  \cdot  K  \cdot T)$   |
| Nombre de Contraintes         | $O( M  \cdot  K ^2 \cdot T)$ |
| Type des contraintes          | Linéaires                    |
| Type des variables            | Binaires                     |
| Fonction Objectif Niveau Haut | Quadratique                  |
| Fonction Objectif Niveau Bas  | Quadratique                  |

TAB. 1 – Tableau récapitulatif des caractéristiques du modèle

Pour résoudre ce modèle, le premier pas consiste à traiter la partie quadratique. Pour cela, l'utilisation des techniques de linéarisation [11, 12, 20] nous semble judicieuse. Une fois le problème linéarisé, il est possible d'employer les méthodes de résolution des problèmes de programmation linéaire bi-niveau, par exemple [21]. En ce que concerne le niveau bas, nous constatons qu'il s'agit d'un problème séparable pour chaque cible  $s$ . Cette observation peut mener à des approches de résolution plus efficaces, comme la méthode Dantzig-Wolfe [6], par exemple.

Enfin nous pouvons certifier que la résolution de ce modèle fournira au décideur une solution globale au problème, à savoir, la solution optimale. En outre, notre approche permet facilement l'incorporation de nouvelles contraintes pour chaque agent ou de liaison entre eux pour satisfaire les autres cas présents dans la littérature. Par contre, même si le modèle gère une cible intelligente et réactive, le comportement attendu de la cible est une des entrées de cette approche. Cela se traduit par la construction au préalable des transitions préférentielles de la cible, selon la section 2.1.

### 3. Conclusion et Perspectives

Nous présentons dans cet article un modèle original pour le problème de détection d'une cible dynamique. Ce problème, qui a des nombreuses applications dans la réalité, ne possède pas, à notre connaissance, un modèle global avec un nombre raisonnable de variables et contraintes. Notre modèle, basé sur la discretisation (du temps et de l'espace) et une énumération finie des possibilités pour la cible, outrepassé ces difficultés. De plus, il est possible de l'adapter aux différents cas apparus dans la littérature.

Un travail futur consistera à procéder aux expérimentations numériques pour attester sa capacité de résoudre les problèmes pratiques, à l'aide des techniques de la programmation quadratique et celles de la programmation bi-niveau.

Une seconde possibilité de poursuite, avant de passer aux essais numériques serait celle d'une adaptation du modèle à un modèle de programmation linéaire en nombres entiers. Cela permettrait l'utilisation des outils encore plus puissants pour la résolution de problèmes de grand taille.

## Bibliographie

1. V.J. Baston et F.A. Bostock. A one-dimensional helicopter-submarine game. *Naval Research Logistics*, 36 :479–490, 1989.
2. D. Bienstock. Graph searching, path-width, tree-width and related problems (a survey). *DI-MACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 1991.
3. S.S. Brown. Optimal search for a moving target in discrete time and space. *Operations Research*, 28(6) :1275–1289, 1980.
4. F. Dambreville. Optimisation de la gestion des capteurs et des informations pour un système de détection, 2001.
5. J.M. Danskin. A helicopter versus submarine search game. *Operations Research*, 16 :509–517, 1968.
6. G.B. Dantzig et P. Wolfe. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8 :101–111, 1960.
7. J.-P. Le Cadre F. Dambreville. Spatio-temporal multi-mode management for moving target detection. *Journal of Information Fusion*, 5 : :169–178, 2004.
8. J.-P. Le Cadre F. Dambreville. Constrained minimax optimization of continuous search efforts for the detection of a stationary target. *Naval Research Logistics*, 54(6) :589–601, 2007.
9. F.V. Fomin. Helicopter search problems, bandwidth and pathwidth. *Discrete Applied Mathematics*, 1998.
10. A.Y. Garnaev. A remark on a helicopter-submarine game. *Naval Research Logistics*, 40 :745–753, 1993.
11. S. Gueye et P. Michelon. Miniaturized linearizations for quadratic 0/1 problems. *Annals of Operations Research*, 140(1) :235–261, 2005.
12. S. Gueye et P. Michelon. A linearization framework for unconstrained quadratic (0-1) problems. *Discrete Applied Mathematics*, 157(6) :1255–1266, 2009.
13. R. Hohzaki. Search allocation game. *European Journal of Operational Research*, 172 :101–119, 2006.
14. R. Hohzaki, K. Iida, et T. Komiya. Discrete search allocation game with energy constraints. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 45 :93–108, 2002.
15. Y.C. Kan. Optimal search of a moving target. *Operations Research*, 25(5), 1977.
16. B.O. Koopman. The theory of search : part i, kinematic bases. *Operations Research*, 4 :324–346, 1956.
17. B.O. Koopman. The theory of search : part ii, target detection. *Operations Research*, 4 :503–531, 1956.
18. B.O. Koopman. The theory of search : part iii, the optimum distribution of search effort. *Operations Research*, 5 :613–626, 1957.
19. N. Nisse L. Blin, P. Fraigniaud et S. Vial. Distributed chasing of network intruders. *Theoretical Computer Science*, 399 :12–37, 2008.
20. D. Quadri, E. Soutif, et P. Tolla. Upper bounds for large scale integer quadratic multidimensional knapsack problems. *International Journal of Operations Research*, 4(3) :146–154, 2007.
21. C. Sabóia, M. Campêlo, et S. Scheimberg. A computational study of global algorithms for linear bilevel programming. *Numerical Algorithms*, 35(2–4) :155–173, 2004.
22. L. C. Thomas et A. R. Washburn. Dynamic search games. *Operations Research*, 39(3) :415–422, 1991.
23. A.R. Washburn. Search for a moving target : The fab algorithm. *Operations Research*, 31(4) :739–751, 1983.
24. A.R. Washburn et R. Hohzaki. The diesel submarine flaming datum problem. *Military Operations Research*, 4 :19–30, 2001.