Test sur machine en Coq

David Delahaye

Faculté des Sciences
David.Delahaye@lirmm.fr

Master M1 2020-2021

Exercice 1 (6 pts)

Logique du premier ordre

Démontrer les formules suivantes :

1. $(\forall x.P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow \exists x.P(x) \Rightarrow \exists x.Q(x)$
2. $(\exists x.P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x)) \wedge (\exists x.Q(x))$

Où P et Q sont des symboles de prédicat unaires.

Exercice 2 (7 pts)

Preuves par induction sur les entiers naturels

On considère la fonction Coq suivante :

```
Fixpoint eq_nat n m : Prop :=
  match n, m with
    | O, O => True
    | O, S _ => False
    | S _, O => False
    | S n1, S m1 => eq_nat n1 m1
  end.
```

Démontrer les propositions suivantes :

1. $\forall n : nat.eq\_nat\ n\ n$;
2. $\forall n, m : nat.n = m \Rightarrow eq\_nat\ n\ m$;
3. $\forall n, m : nat.eq\_nat\ n\ m \Rightarrow n = m$.

Exercice 3 (7 pts)

Relations inductives

On considère la relation inductive Coq suivante :

```
Inductive is_rev : list nat → list nat → Prop :=
| is_rev_nil : is_rev nil nil
| is_rev_cons : forall (n : nat) (l1 l2 v : list nat),
  is_rev l1 l2 → v = l2 ++ [n] → is_rev (n::l1) v
| is_rev_sym : forall (l1 l2 : list nat), is_rev l1 l2 →
is_rev l2 l1.
```

Démontrer la proposition suivante :

- $(is\_rev\ [1;2;3]\ [3;2;1])$.