

O Problema do Carteiro Chinês e Variantes

Gabriel Fernandes de Oliveira
Prof. Carlos Eduardo Ferreira

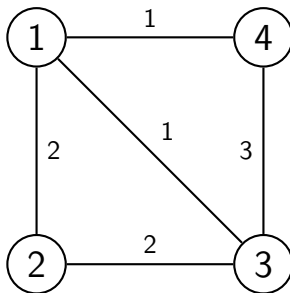
Instituto de Matemática e Estatística da USP

15 de janeiro de 2021

O problema do carteiro chinês

Definição

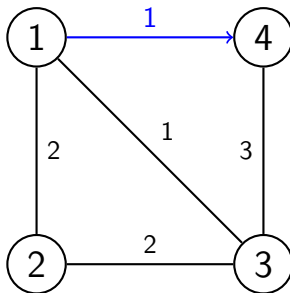
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

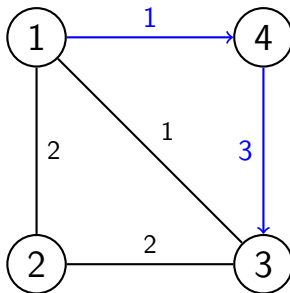
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

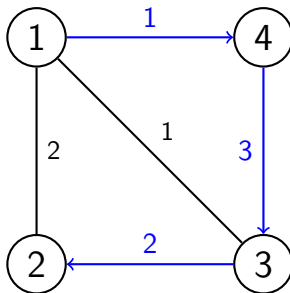
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

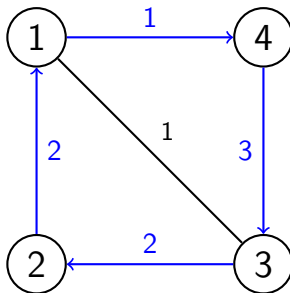
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

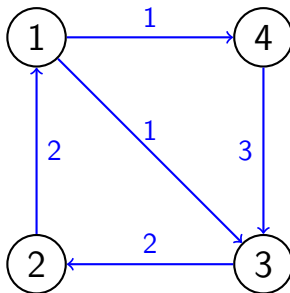
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

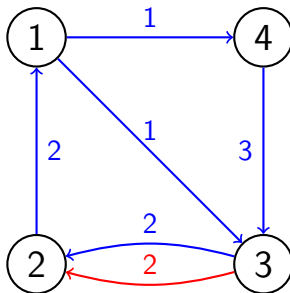
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

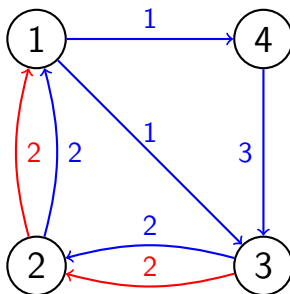
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

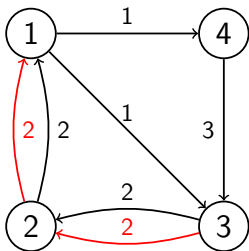


Custo de rota: 13

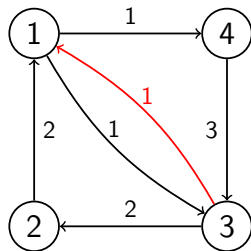
O problema do carteiro chinês

Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



Custo de rota: 13



Custo de rota: 10

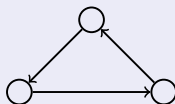
Objetivo: minimizar o custo das **arestas repetidas** na rota.

Solução do problema do carteiro chinês

- Em **grafos eulerianos**, as soluções ótimas são circuitos eulerianos.
- No caso geral, constrói-se um supergrafo euleriano, cujo circuito euleriano resolve o problema.

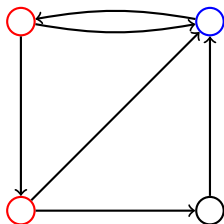
Definição: Grafo euleriano

Grafo que possui um circuito que percorre todas suas arestas sem repetições.

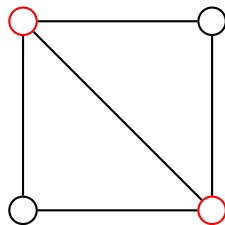


Solução do problema do carteiro chinês

Caso geral em grafos não eulerianos



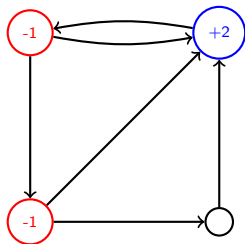
Grau de entrada \neq Grau de saída



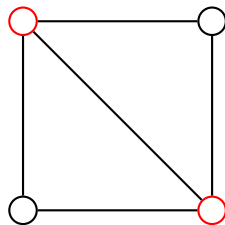
Vértices com grau ímpar

Solução do problema do carteiro chinês

Caso geral em grafos não eulerianos



Problema de transporte.
Definem-se **oferta** e **demanda**, de acordo com o grau dos vértices.

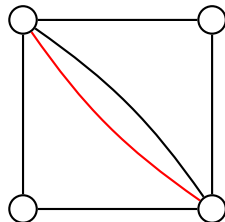
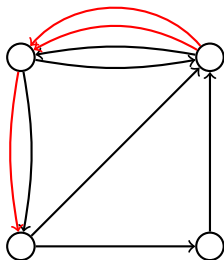


Emparelhamento perfeito entre vértices de **grau ímpar**.

Solução do problema do carteiro chinês

Caso geral em grafos não eulerianos

As arestas duplicadas tornam os grafos eulerianos



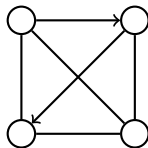
As arestas artificiais são as arestas repetidas na rota que soluciona o problema do carteiro chinês.

Variantes

Todas variações estudadas são NP-completas.

- **Grafos mistos**

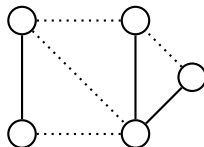
- ▶ 2-aproximação - Frederickson (1979).
- ▶ Aplica o algoritmo de emparelhamento perfeito e o problema de transporte.



- **Rural**

Nem todas arestas/arcos precisam ser percorridos.

- ▶ $\frac{3}{2}$ -aproximação - Christofides (1976/1986).
- ▶ Usa algoritmo de emparelhamento a partir uma árvore/arborescência geradora mínima.

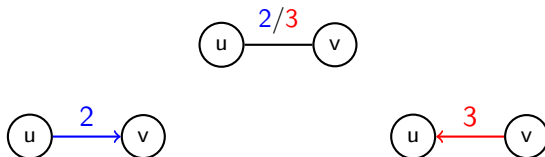


Variantes

- **Com ruas íngremes (ou com vento)**

Custos diferentes para cada orientação de uma aresta.

- ▶ Estudou-se um caso especial: custo de cada circuito é o mesmo independente da direção em que são percorridos.
- ▶ Solução polinomial, de Mei-Ko Kwan (1983).
- ▶ Modifica custos das arestas do grafo, reduzindo o problema para uma instância simples do carteiro chinês.



Resultados

- Monografia disponibilizada
- Soluções de todas variantes implementadas
- Documentação de código
- Testes automatizados, cobertura de testes

