

# O Problema do Carteiro Chinês e Variantes

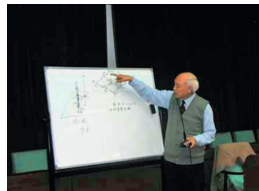
Gabriel Fernandes de Oliveira  
Prof. Carlos Eduardo Ferreira

Instituto de Matemática e Estatística da USP

21 de outubro de 2020

# Objetivos

- Estudar o problema do carteiro chinês
- Documentar resultados
- Implementar e disponibilizar soluções



Mei-Ko Kwan

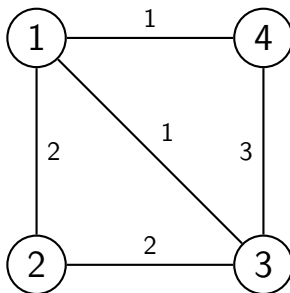


[gafeol/chinese-postman](#)

# O problema do carteiro chinês

## Definição

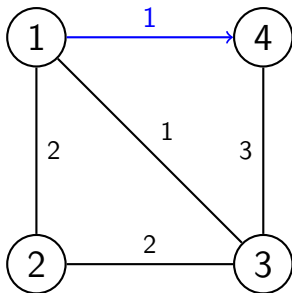
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

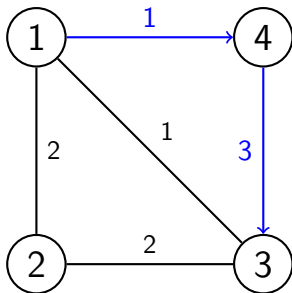
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

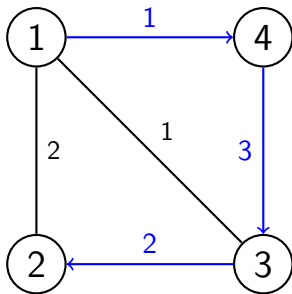
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

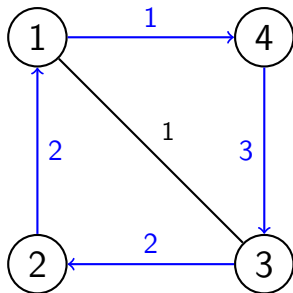
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

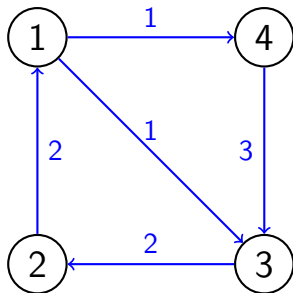
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

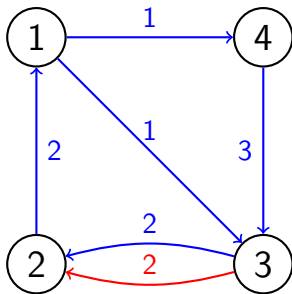




# O problema do carteiro chinês

## Definição

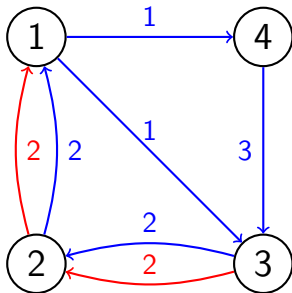
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

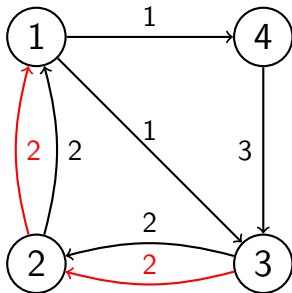


Custo de rota: 13

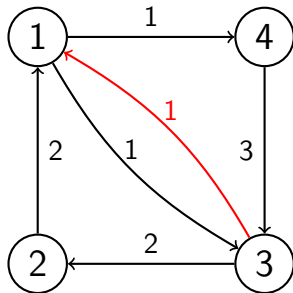
# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



Custo de rota: 13



Custo de rota: 10

# Solução

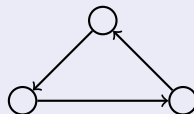
Escolher uma rota que minimize o custo das arestas repetidas

- Em **grafos eulerianos** a solução ótima é um circuito euleriano
- Do contrário, copiam-se arestas para formar um supergrafo euleriano

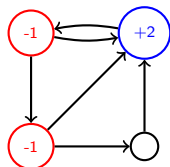
Existem soluções polinomiais para os casos do problema em grafos direcionados e em grafos não direcionados.

## Definição: Grafo euleriano

Grafo que possui um circuito (chamado circuito euleriano) que percorre todas arestas de um grafo uma única vez.



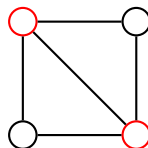
## Caso direcionado



Resolvido usando uma formulação do problema de transporte.

Definem-se, de acordo com os graus de entrada e saída, vértices de **oferta** e **demanda**.

## Caso não-direcionado



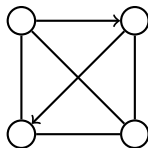
Resolvido usando algoritmo de emparelhamento perfeito entre vértices de **grau ímpar**.

# Variantes

Todas variações estudadas são NP-completas.

- **Grafos mistos**

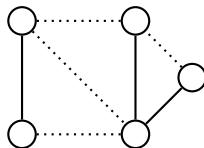
- ▶ 2-aproximação - Frederickson (1979).
- ▶ Aplica separadamente os algoritmos de emparelhamento e o problema de transporte para encontrar um supergrafo euleriano.



- **Rural**

Nem todas arestas precisam ser percorridas.

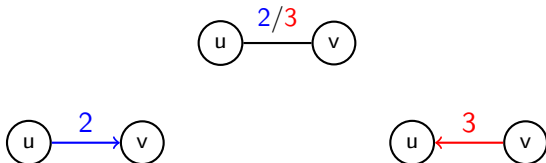
- ▶  $\frac{3}{2}$ -aproximação - Christofides (1976).
- ▶ A partir de uma árvore geradora mínima, encontra, com algoritmo de emparelhamento, o supergrafo euleriano de custo mínimo.



- **Com ruas íngremes (ou com vento)**

Custos diferentes para cada orientação de uma aresta.

- ▶ Caso especial, custo de cada circuito é o mesmo independente da direção em que são percorridos.
- ▶ Solução polinomial, de Mei-Ko Kwan (1983).
- ▶ Modifica custos das arestas do grafo, reduzindo o problema para uma instância simples do carteiro chinês.



# Resultados

- Monografia disponibilizada.
- Soluções implementadas para as versões direcionado, não direcionado e misto.
- Documentação de código.
- Testes automatizados, cobertura de testes.

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

