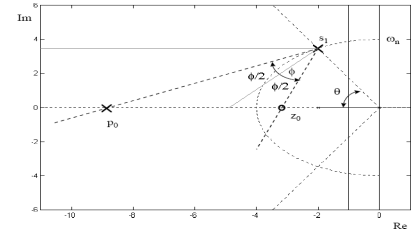


Control Automático

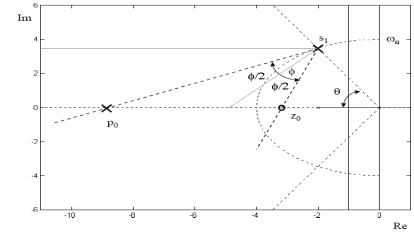
Compensador de adelanto en el lugar de las raíces

Contenido



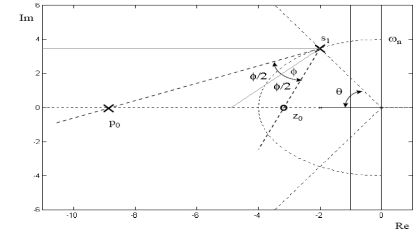
- Estrategia para la síntesis de reguladores *rlocus*
- Algoritmo para el diseño usando el plano complejo
- Cálculo del compensador de adelanto en el plano S
 - Por ubicación del cero(s) o cancelación de polo(s)
 - Método de la bisectriz
- Cálculo del compensador de adelanto en el plano Z
 - Por ubicación del cero(s) o cancelación de polo(s)
 - Método de la bisectriz
- Ejemplos y ejercicios
- Resumen
- Referencias

Cálculo del regulador $K(s)$



- En la práctica, un regulador $K(s)$ exacto y único no puede ser calculado por dos razones:
 - En general el lazo de regulación no es de segundo orden.
 - Por razones prácticas, los valores de sobreimpulso y de tiempo de estabilización no son establecidos de forma exacta; sino, por valores límite

Estrategia para la síntesis de reguladores en el plano complejo

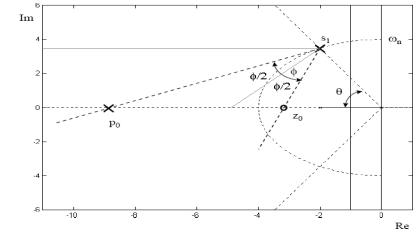


1. Atacar el problema por partes:

- Primero, si es necesario, estabilizar el sistema,
- Segundo, buscar satisfacer los criterios de sobreimpulso y tiempo de subida,
- Tercero y final, satisfacer los requisitos de error de estado estacionario.

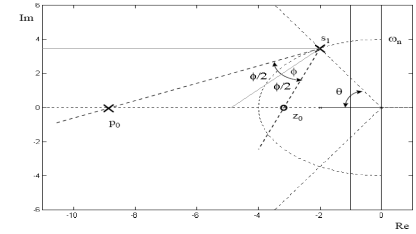
2. Para la satisfacción de requisitos de sobreimpulso máximo y de error de estado estacionario para la perturbación, se trabaja primero con la respuesta directa.

Algoritmo para el diseño con ayuda del lugar de las raíces



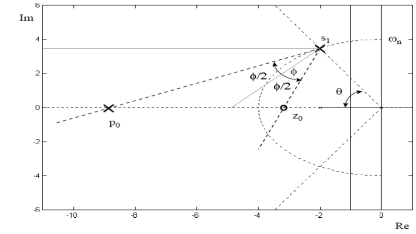
1. Graficar el lugar de las raíces para la función de transferencia de lazo abierto $G_O(\lambda)$.
2. Encontrar las regiones para la ubicación deseada del par de polos dominantes.
3. Determinar la ubicación cualitativa del par de polos dominantes introduciendo un compensador o regulador $\hat{K}(\lambda)$.

Algoritmo para el diseño con ayuda del lugar de las raíces (2)



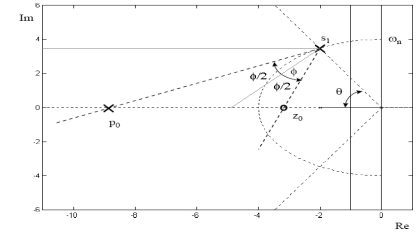
4. Graficar para la nueva función de transferencia de lazo abierto, $K\hat{K}(\lambda)G_o(\lambda)$, el lugar de las raíces.
5. Encontrar el valor de la ganancia K que ubica los polos dominantes en la región deseada.
6. Simular el comportamiento en el tiempo del lazo de regulación

1. Graficar el lugar de las raíces para $G_O(s)$



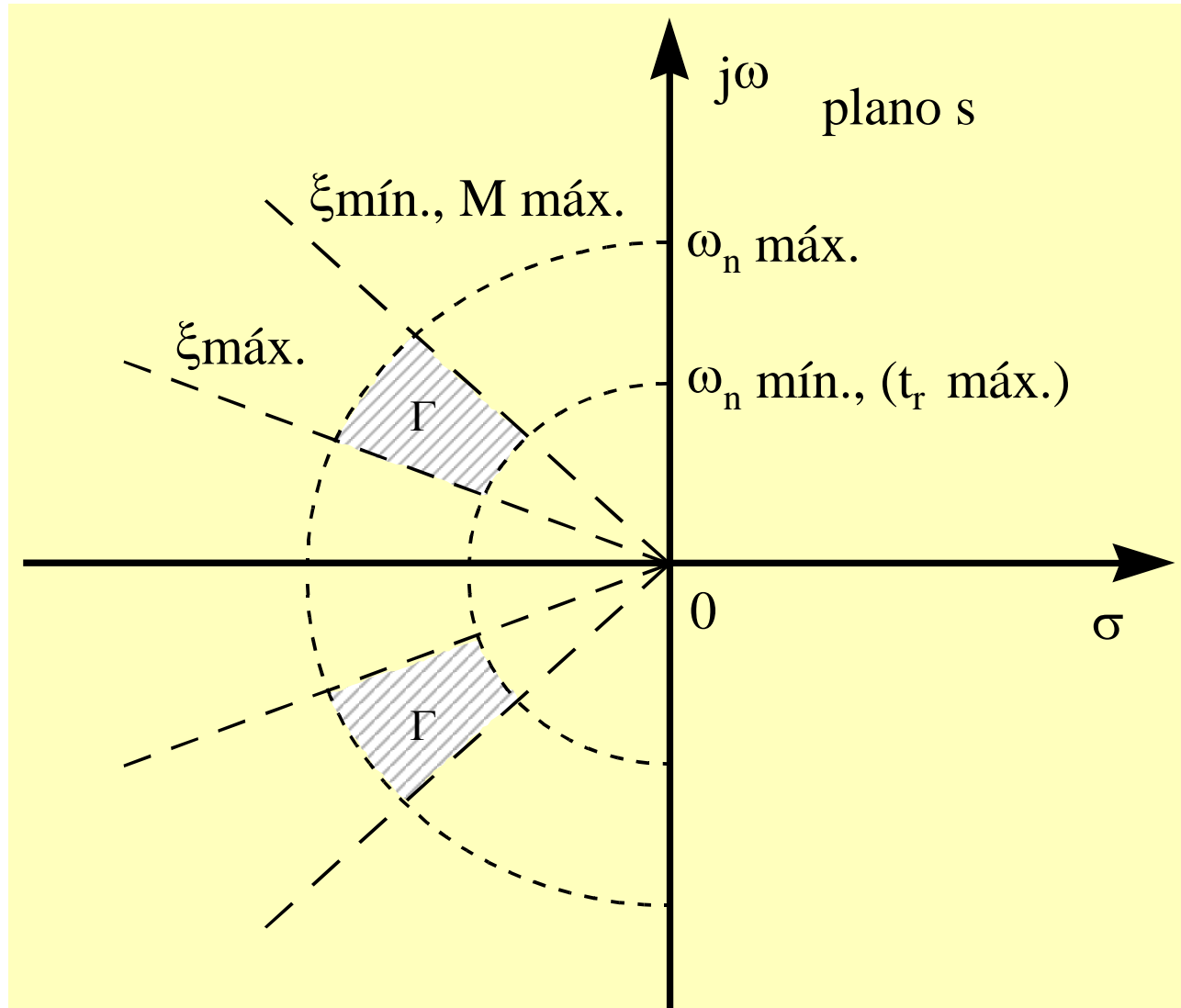
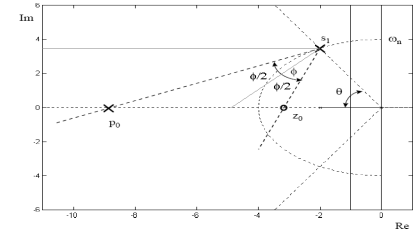
- Ubicar los polos y ceros en el plano complejo
- Encontrar y graficar las regiones del eje real que pertenecen al lugar de las raíces
- Encontrar el centroide y las asintotas
- Encontrar los ángulos de partida y de llegada
- Graficar cada asta del lugar de las raíces

2. Encontrar las regiones para la ubicación del par de polos dominantes

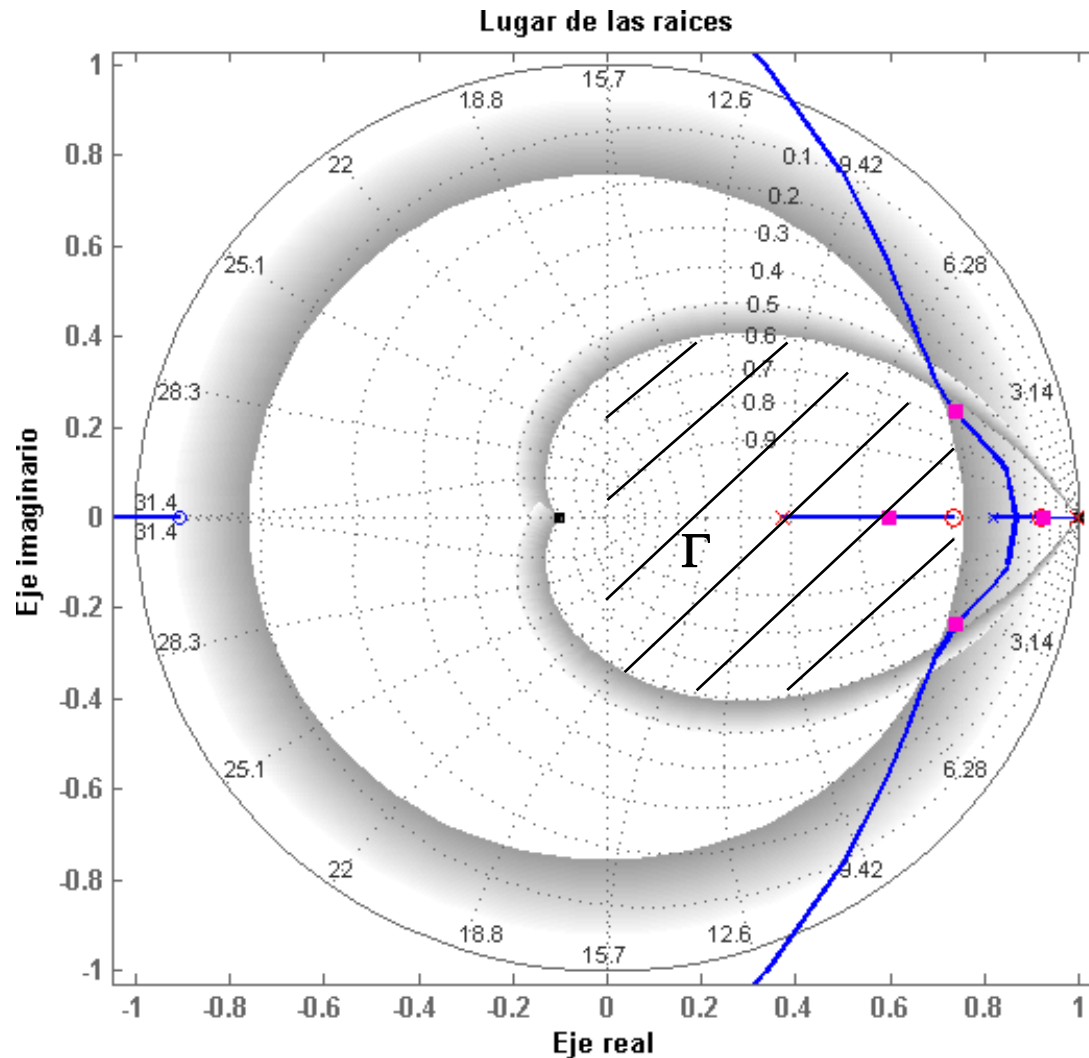
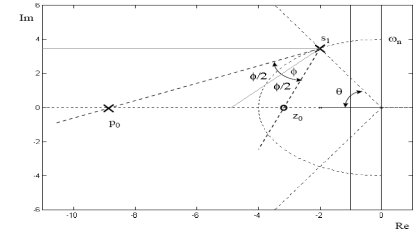


- Convertir las especificaciones del dominio del tiempo en especificaciones de frecuencia natural ω_n y amortiguamiento relativo ζ .
- Graficar las especificaciones de frecuencia natural y amortiguamiento relativo.
- Seleccionar la región donde se cumplen las especificaciones del dominio del tiempo.

Ejemplo de regiones para la ubicación de los polos dominantes de lazo cerrado en el plano s



Ejemplo de regiones para la ubicación de los polos dominantes de lazo cerrado en el plano z



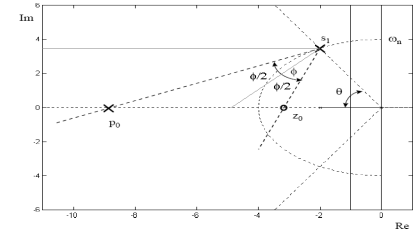
Se muestra un sistema con los límites de la zona Γ en la que se deben ubicar los polos de lazo cerrado para valores de

$$\zeta > 0.6$$

$$\zeta \omega_n T > 0.288$$

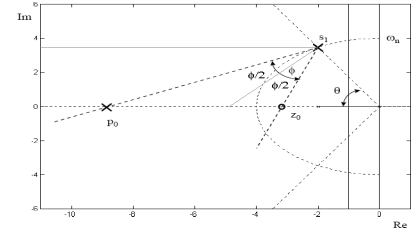
$$T = 0.1s.$$

3. Determinar la ubicación cualitativa del par de polos dominantes



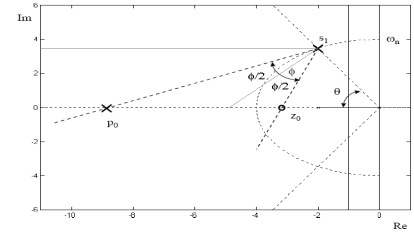
- Seleccionar el compensador o regulador adecuado de acuerdo a los criterios conocidos.
- Iniciar con los reguladores más simples (con pocos polos y ceros).

4. Graficar el lugar de las raíces para la nueva función de transferencia de lazo abierto



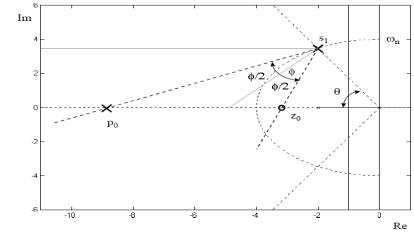
- Realizar el producto $K(\lambda)*G_o(\lambda)$
- Ubicar los polos y ceros en el plano complejo
- Encontrar y graficar las regiones del eje real que pertenecen al lugar de las raíces
- Encontrar el centroide y las asintotas
- Encontrar los ángulos de partida y de llegada
- Graficar cada asta del lugar de las raíces

5. Encontrar el valor de la ganancia K que ubica los polos dominantes en la región deseada



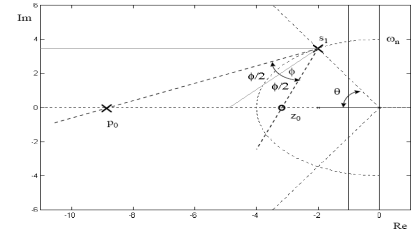
- Seleccionar la ubicación final para los polos dominantes en la región deseada
- Comprobar que efectivamente existe un par de polos dominantes y que la influencia de los polos restantes es despreciable.
- Calcular la ganancia K para esa ubicación. Esto corresponde a la parte proporcional del controlador.

6. Simular el comportamiento en el tiempo del lazo de regulación



- Verificar si se cumplen las especificaciones dadas para el sistema completo
- Si no se cumplen las especificaciones volver al punto 5 e iterar.
- Si aun no se cumplen todas las especificaciones con el regulador escogido, volver al punto 3., escoger otro punto o seleccionar otro regulador más complejo (P, PD, PI, PID); o agregar otro regulador, y repetir el procedimiento.

Compensadores y reguladores en tiempo continuo y discreto



- Compensador de adelanto

$$K_{lead}(\lambda) = k_c \left(\frac{\lambda - z_0}{\lambda - p_0} \right)^n \quad p_0 < z_0$$

- Compensador de atraso

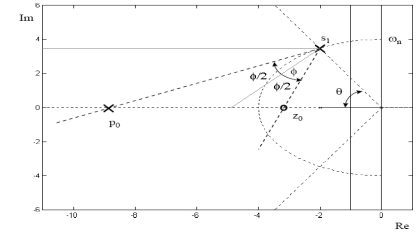
$$K_{lag}(\lambda) = \frac{(\lambda - z_1)}{(\lambda - p_1)} \quad p_1 > z_1$$

- Compensador adelanto-atraso

- Compensador de filtro de muesca

$$K_{notch}(\lambda) = k_c \frac{\lambda^2 + 2\zeta_z \omega_{nz} \lambda + \omega_{nz}^2}{\lambda^2 + 2\zeta_p \omega_{np} \lambda + \omega_{np}^2}$$

Desarrollo de las ecuaciones del compensador de cancelación



- La condición de fase con el compensador agregado.

$$\overbrace{(\phi_{z_0} - \phi_{p_0})}^{\varphi} + \overbrace{\left(\sum_{i=1}^q \phi_{z_i} - \sum_{i=1}^n \phi_{p_i} \right)}^{\gamma = \angle G_O(\lambda_1)} = (2 * l + 1) \cdot \pi$$

- Se agrupa el ángulo del cero del compensador con los ángulos de la planta.

$$-\phi_{p_0} + \phi_{z_0} + \overbrace{\sum_{i=1}^q \phi_{z_i} - \sum_{i=1}^n \phi_{p_i}}^{\hat{\gamma} = \angle \hat{G}_O(\lambda_1)} = (2 * l + 1) \cdot \pi$$

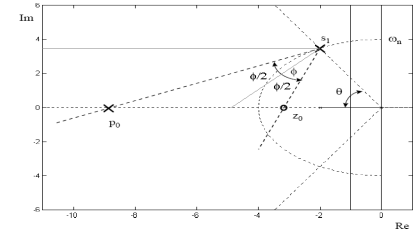
- Se despeja el ángulo del polo del compensador y se evalúa para los primeros valores de l .

$$-\phi_{p_0} = (2 * l + 1) \cdot \pi - \hat{\gamma} = \pm 180^\circ - \angle \hat{G}_O(\lambda_1)$$

$$\phi_{p_0} = \pm 180^\circ + \angle \hat{G}_O(\lambda_1)$$

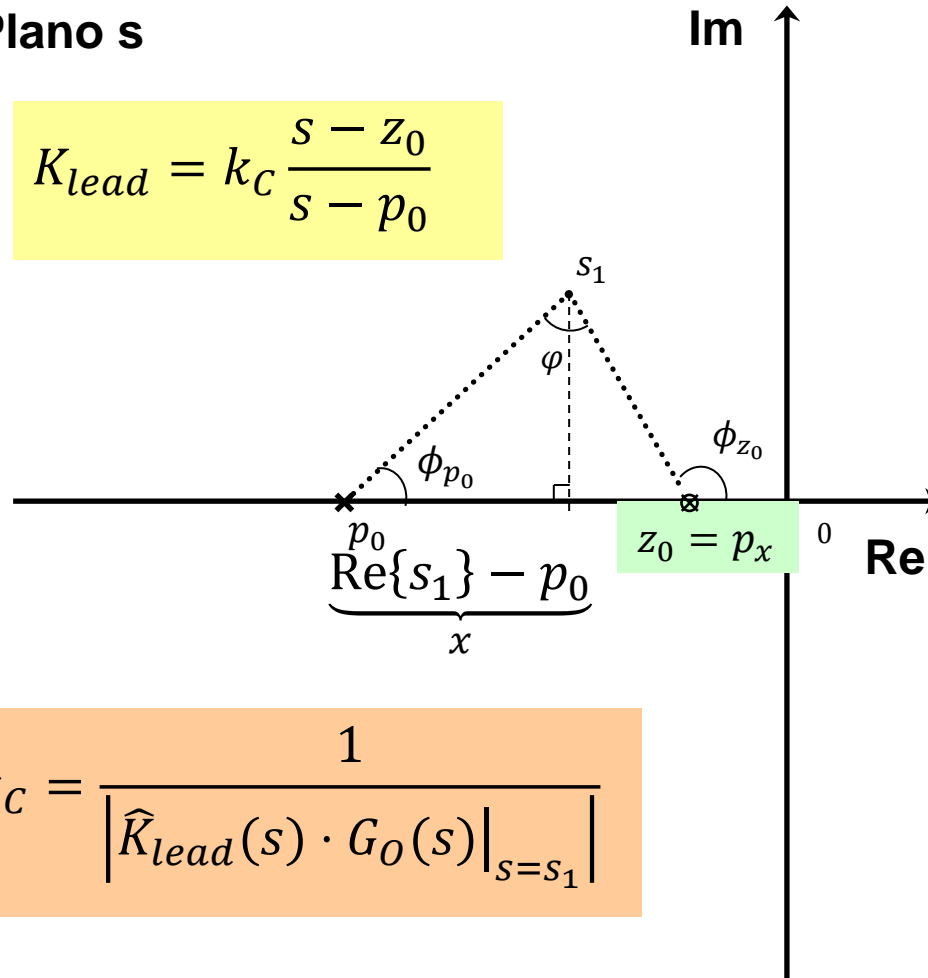
La variable λ representa a s o z

Compensador de adelanto por el método de cancelación de polo



Plano s

$$K_{lead} = k_c \frac{s - z_0}{s - p_0}$$



$$k_c = \frac{1}{\left| \hat{K}_{lead}(s) \cdot G_O(s) \right|_{s=s_1}}$$

$$\hat{G}_O(s) = G_O(s) \cdot (s - p_x)$$

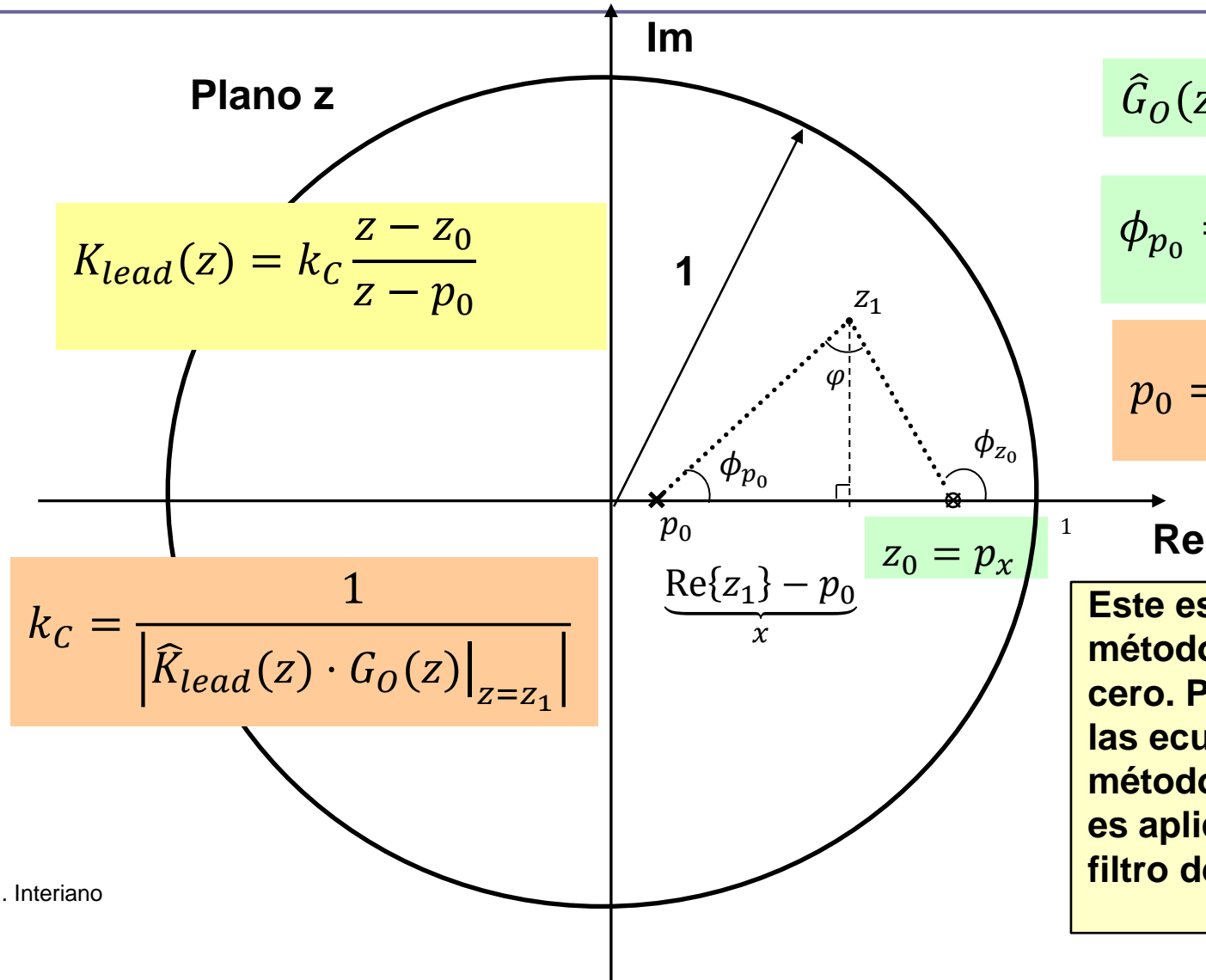
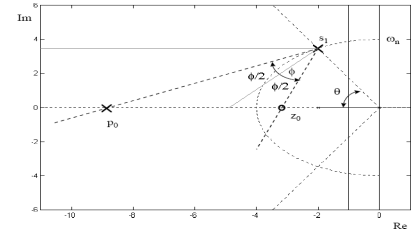
$$\phi_{p_0} = \pm 180^\circ + \angle \hat{G}_O(s) \Big|_{s=s_1}$$

$$p_0 = \text{Re}\{s_1\} - \frac{\text{Im}\{s_1\}}{\tan(\phi_{p_0})}$$

La cancelación no puede ser exacta.

No cancelar polos inestables.

Compensador de adelanto por el método de cancelación de polo



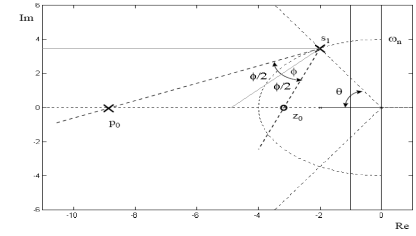
$$\hat{G}_O(z) = G_O(z) \cdot (z - p_x)$$

$$\phi_{p_0} = \pm 180^\circ + \angle \hat{G}_O(z) \Big|_{z=z_1}$$

$$p_0 = \text{Re}\{z_1\} - \frac{\text{Im}\{z_1\}}{\tan(\phi_{p_0})}$$

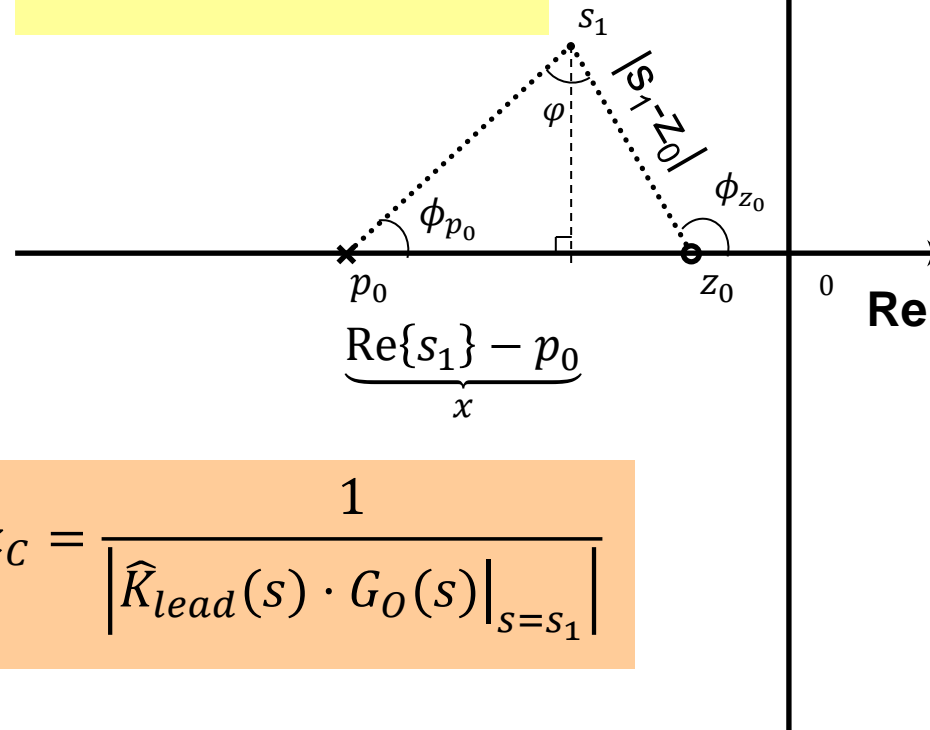
Este es un caso particular del método de ubicación del cero. Puede ser resuelto con las ecuaciones de ese método; pero, de esta forma, es aplicable para realizar un filtro de muesca

Compensador de adelanto por el método de ubicación del cero



Plano s

$$K_{lead} = k_c \frac{s - z_0}{s - p_0}$$



$$\varphi = \pm 180^\circ - \angle G_O(s) \Big|_{s=s_1}$$

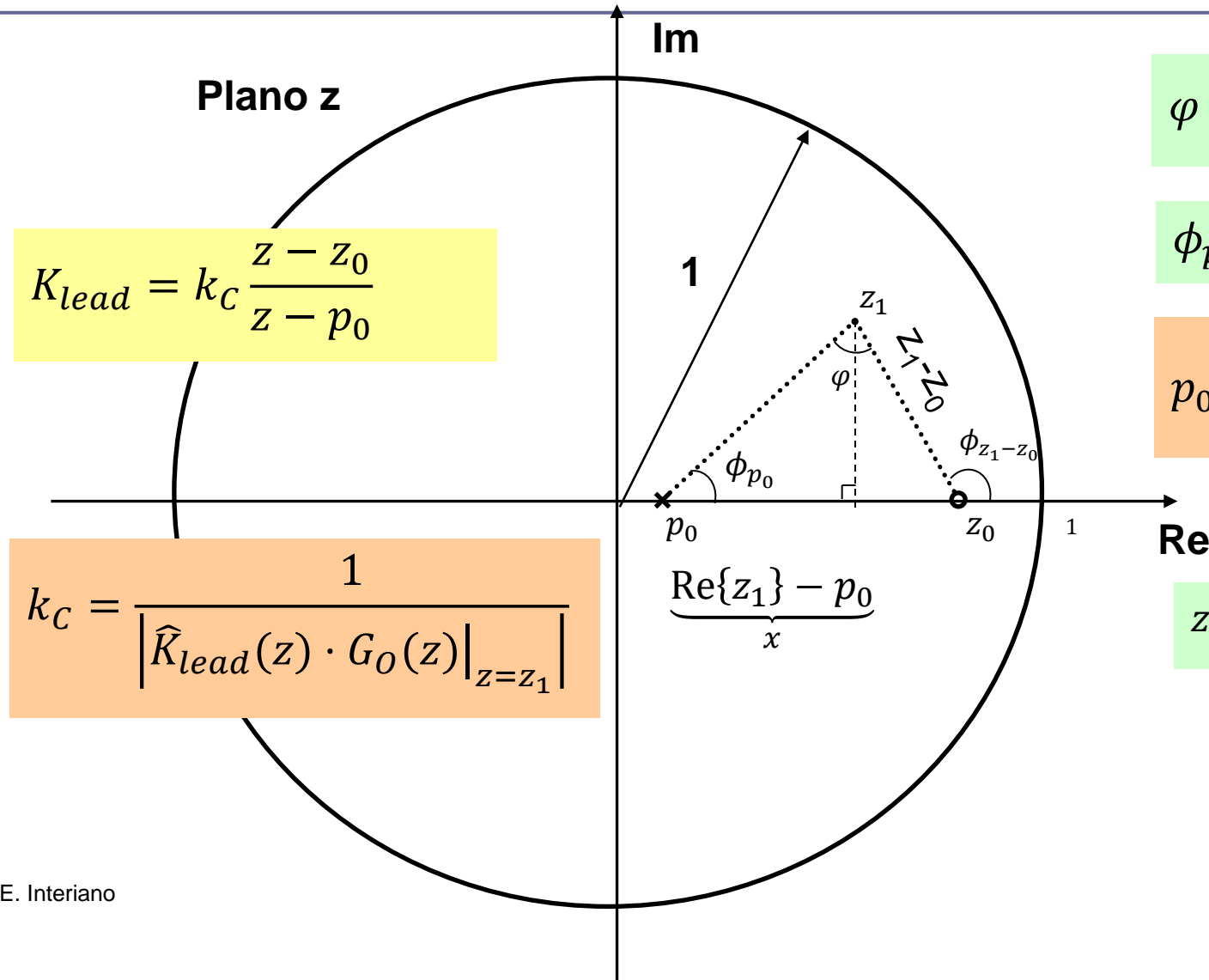
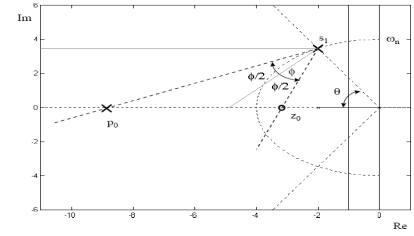
$$\phi_{p_0} = \angle(s_1 - z_0) - \varphi$$

$$p_0 = \operatorname{Re}\{s_1\} - \frac{\operatorname{Im}\{s_1\}}{\tan(\phi_{p_0})}$$

$z_0 = \text{arbitrario}$

$$k_c = \frac{1}{\left| \hat{K}_{lead}(s) \cdot G_O(s) \right|_{s=s_1}}$$

Compensador de adelanto por el método de ubicación del cero



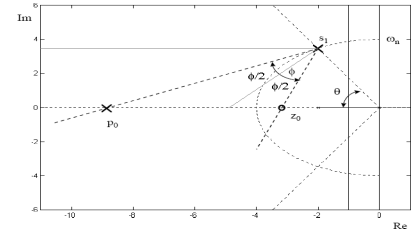
$$\varphi = \pm 180^\circ - \angle G_O(z) \Big|_{z=z_1}$$

$$\phi_{p_0} = \angle(z_1 - p_0) - \varphi$$

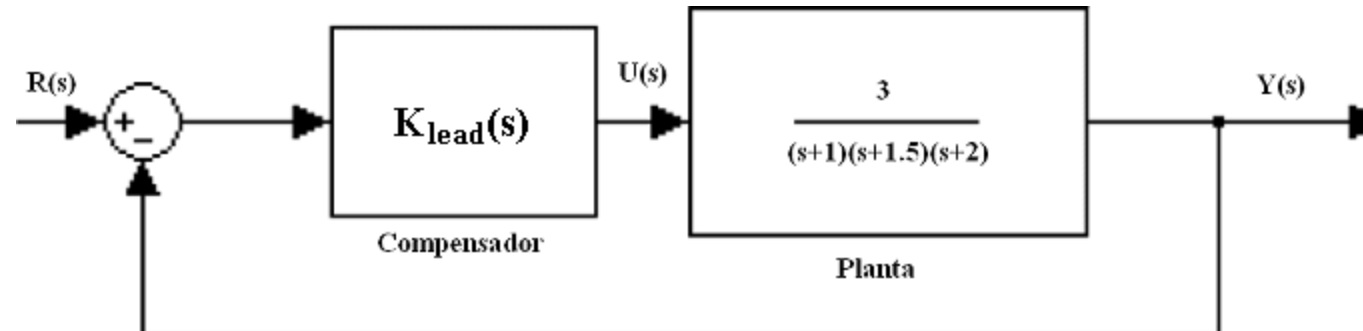
$$p_0 = \text{Re}\{z_1\} - \frac{\text{Im}\{z_1\}}{\tan(\phi_{p_0})}$$

$$z_0 = \text{arbitrario}$$

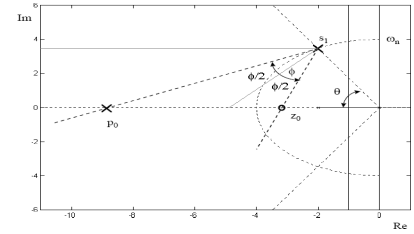
Ejemplo 1



- Sintetice un regulador que haga que el sistema tenga ante una entrada escalón una respuesta con:
 - un sobreimpulso M_p entre el 3% y el 10%
 - un tiempo de estabilización $t_{s5\%} < 3$ s
- Escoja para punto s_1 un valor de entre los siguientes:
 - a) $-1.0 \pm j 1.6$
 - b) $-1.15 \pm j 1.25$
 - c) $-1.25 \pm j 1.0$
 - d) $-1.15 \pm j 2.0$

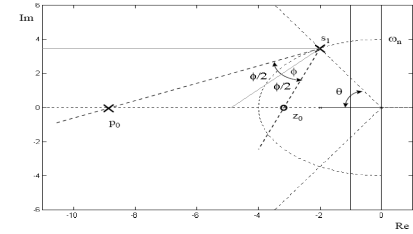


Ejemplo 1: Solución



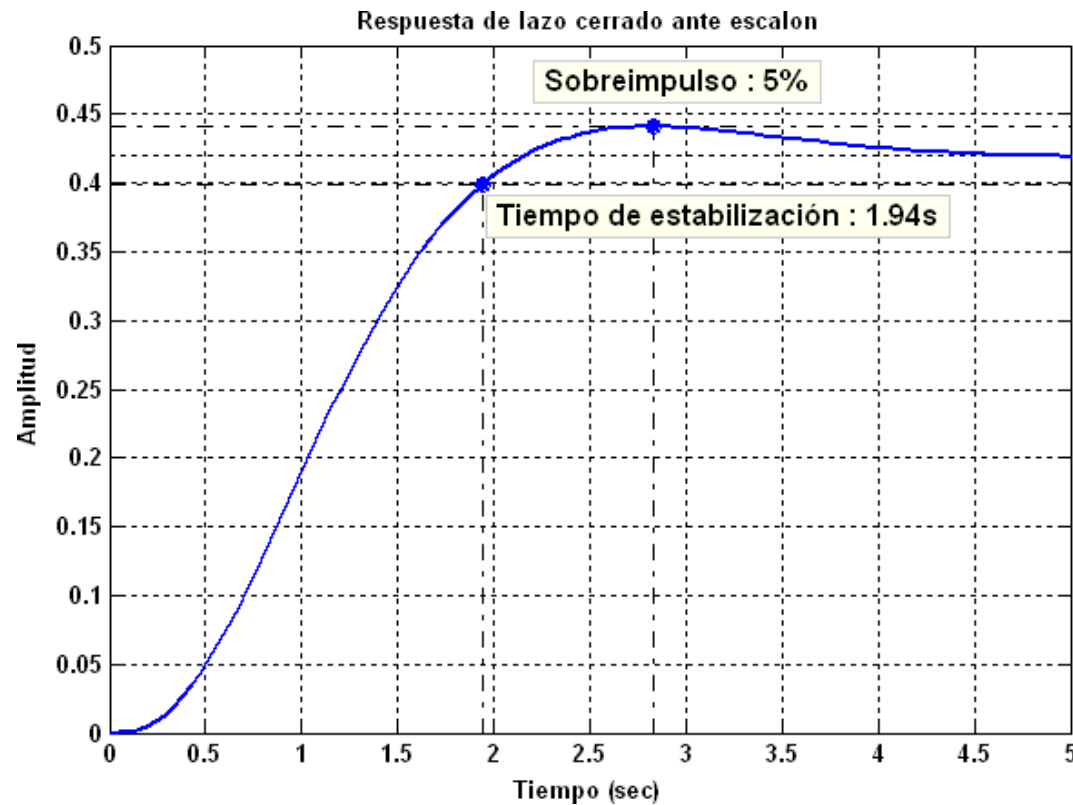
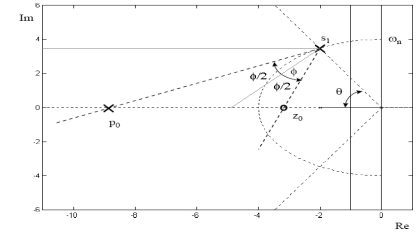
- Se escoge el punto $s_1 = -1.15 \pm j 1.25$
 - Su parte real es menor de -1, lo cual cumple con el tiempo de estabilización menor a 3 segundos, ($t_{s5\%} = 3/(\zeta\omega_n)$)
 - Su parte imaginaria lo coloca entre los límites para el sobreimpulso entre el 3% y el 10% dados por: $0.591 < \zeta < 0.745$
- Se elige cancelar el polo en -1.5 con $z_0 = -1.5$
- El ángulo $\hat{\gamma}$ de la planta reducida en el polo en $s = -1.5$, $\hat{G}(s_1)$, evaluada en el punto s_1 es: -152.63°

Ejemplo 1: Cálculo

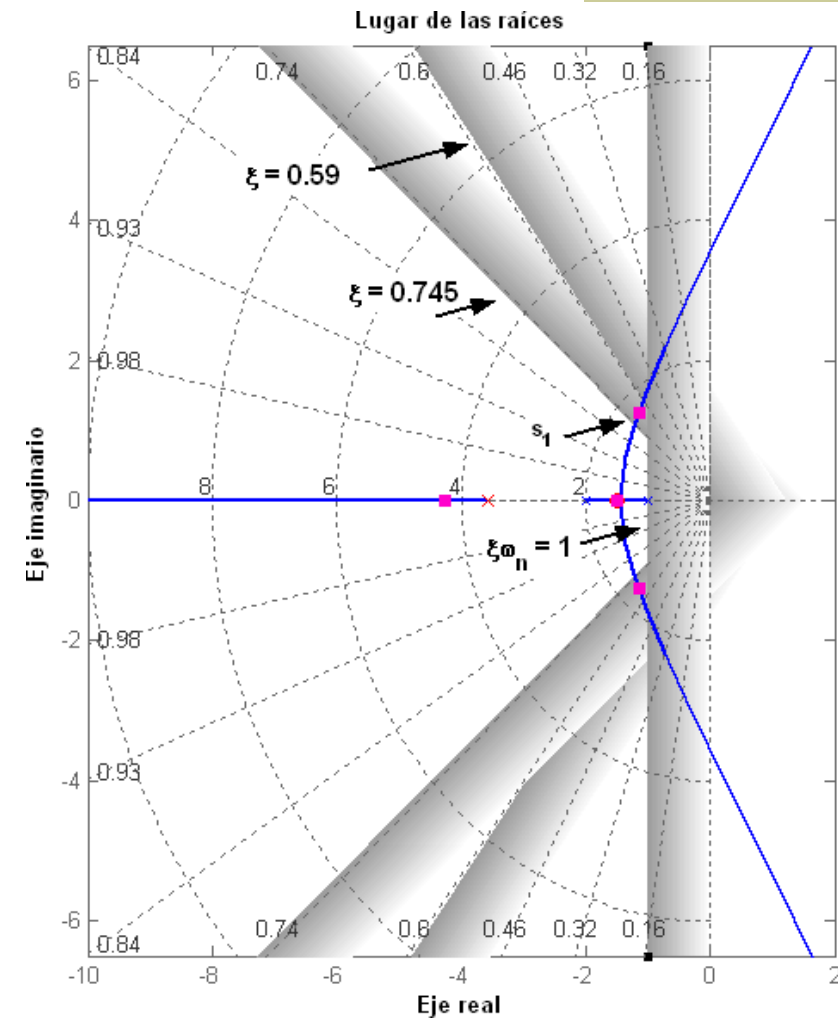


- El ángulo a agregar es: $\phi_{p0} = \pm 180^\circ + \hat{\gamma} = [27.37^\circ, -332.63^\circ]$
- Escogemos el valor $\phi_{p0} = 27.37^\circ$ ya que éste se encuentra entre $\pm 180^\circ$.
- El orden del compensador de adelanto es entonces 1. ¿Por qué? ¿Cuál es el valor del ángulo ϕ del compensador necesario?
- El polo del compensador de adelanto: $p_0 = -3.56$
- La ganancia estática del compensador de adelanto es $k_C = 1.72$

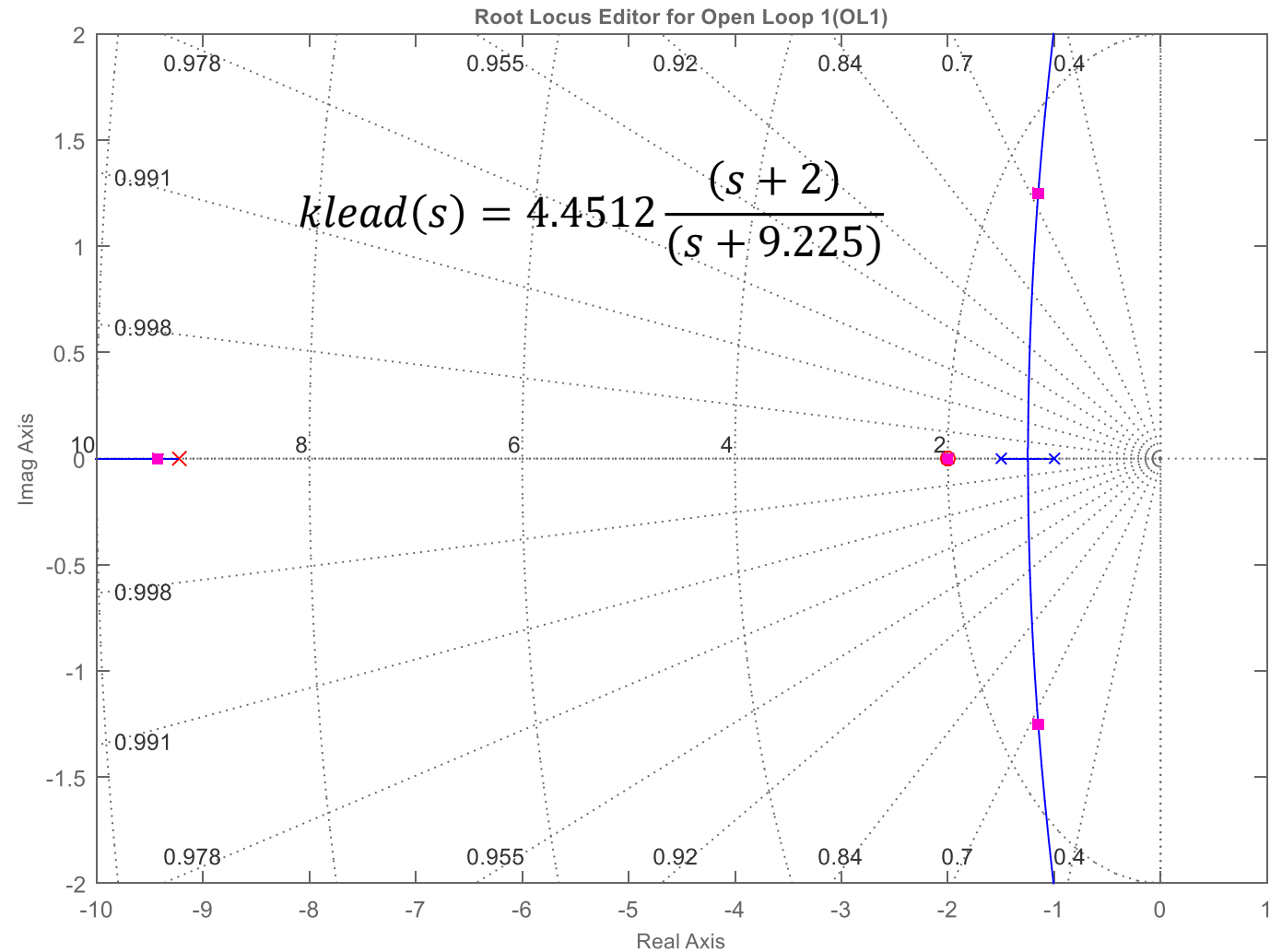
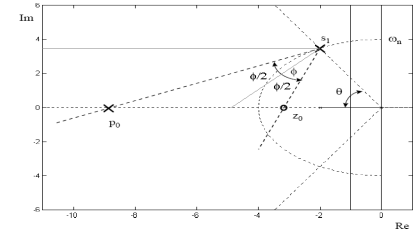
Ejemplo 1: Gráficas



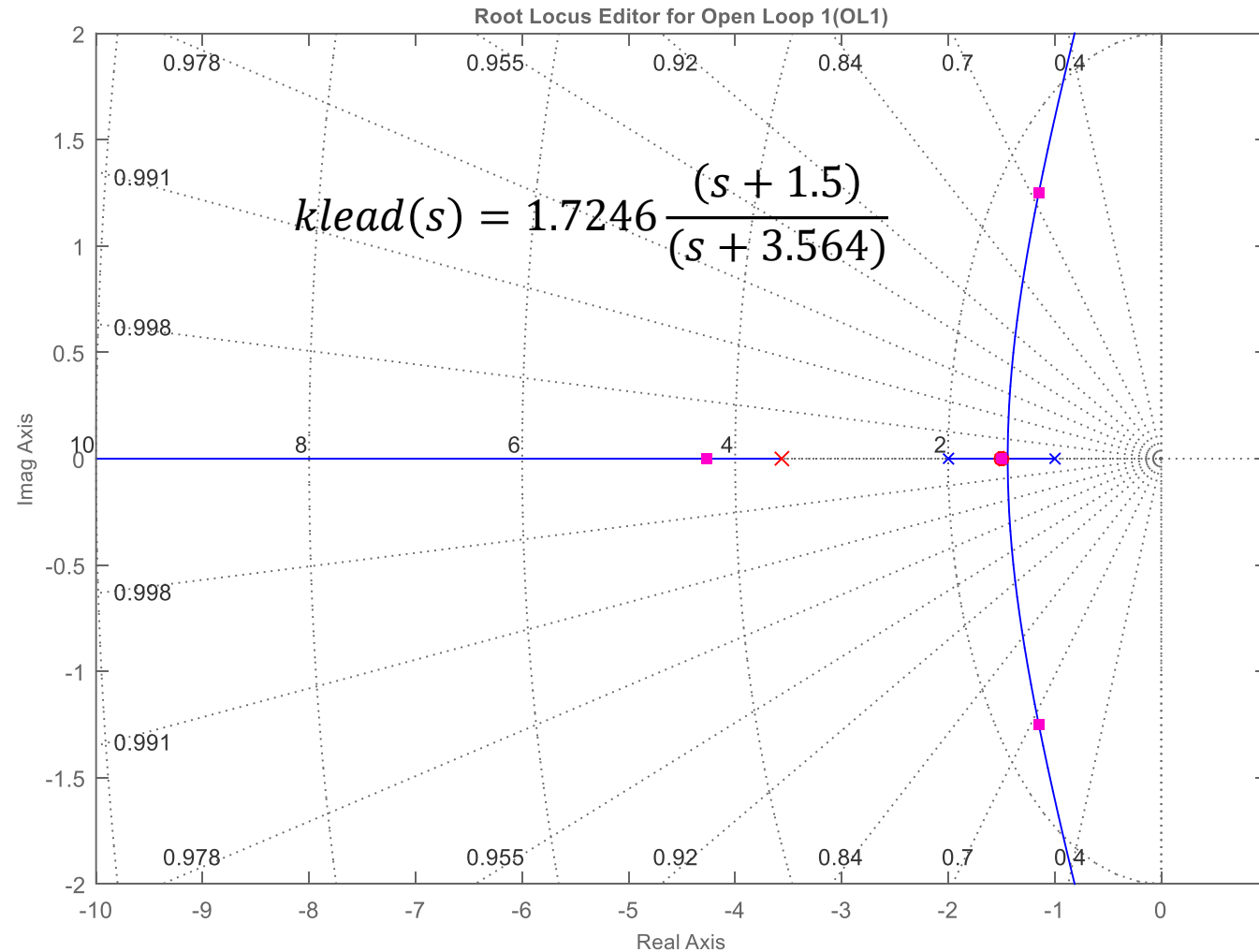
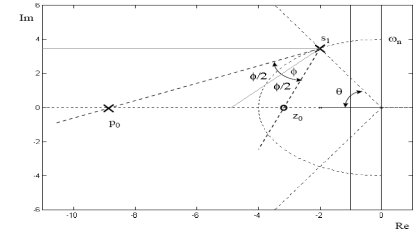
$$K_{\text{lead}}(s) = 1.72 \frac{(s + 1.5)}{(s + 3.56)}$$



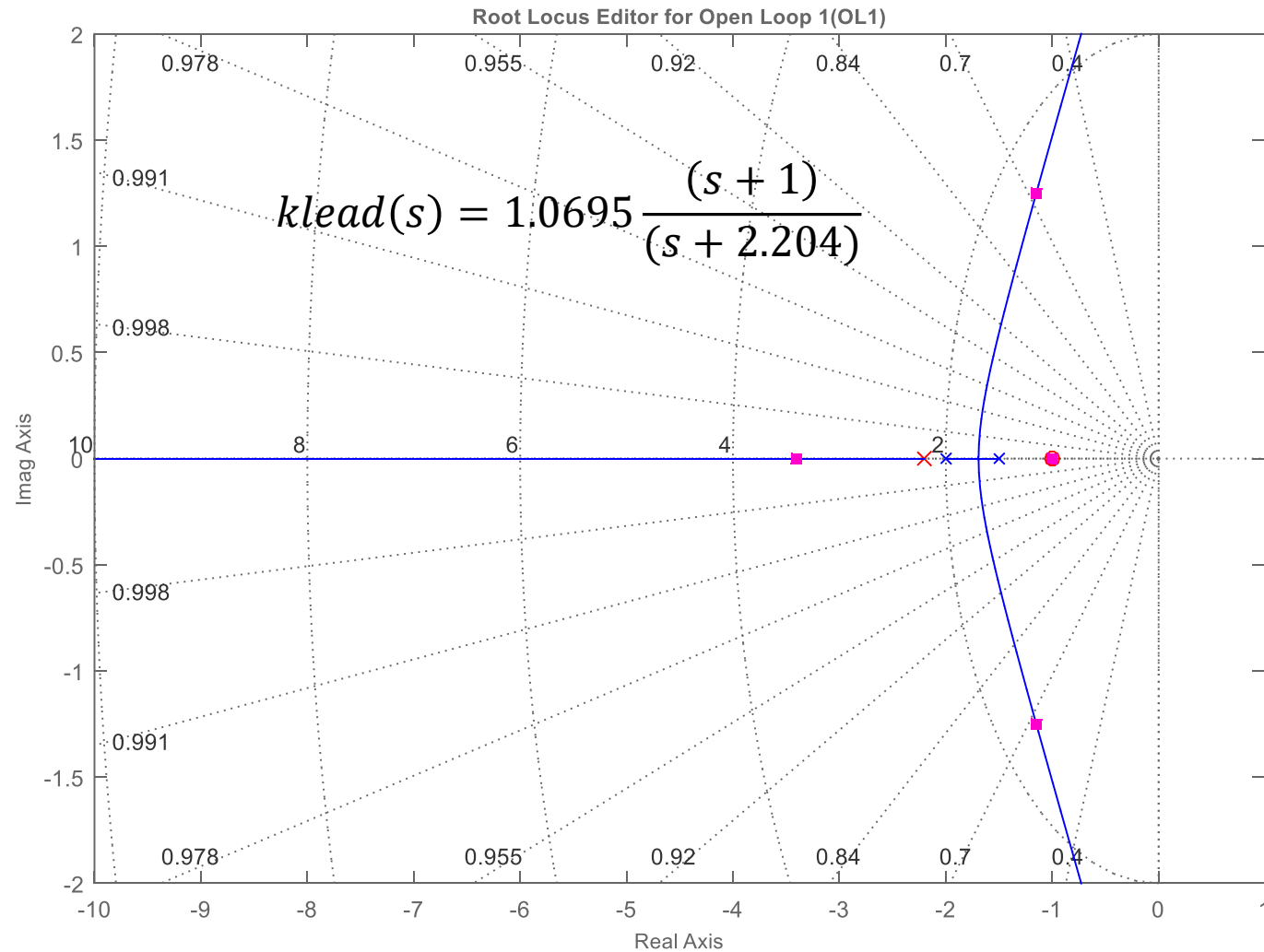
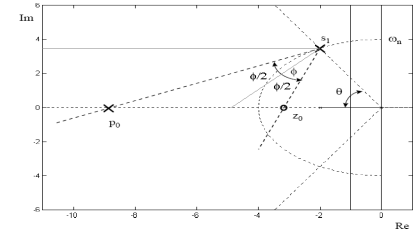
Cancelando el polo en -2



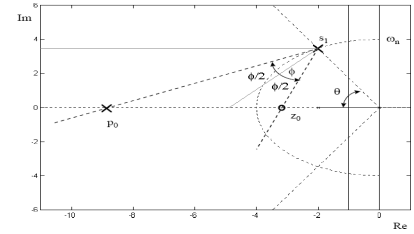
Cancelando el polo en -1.5



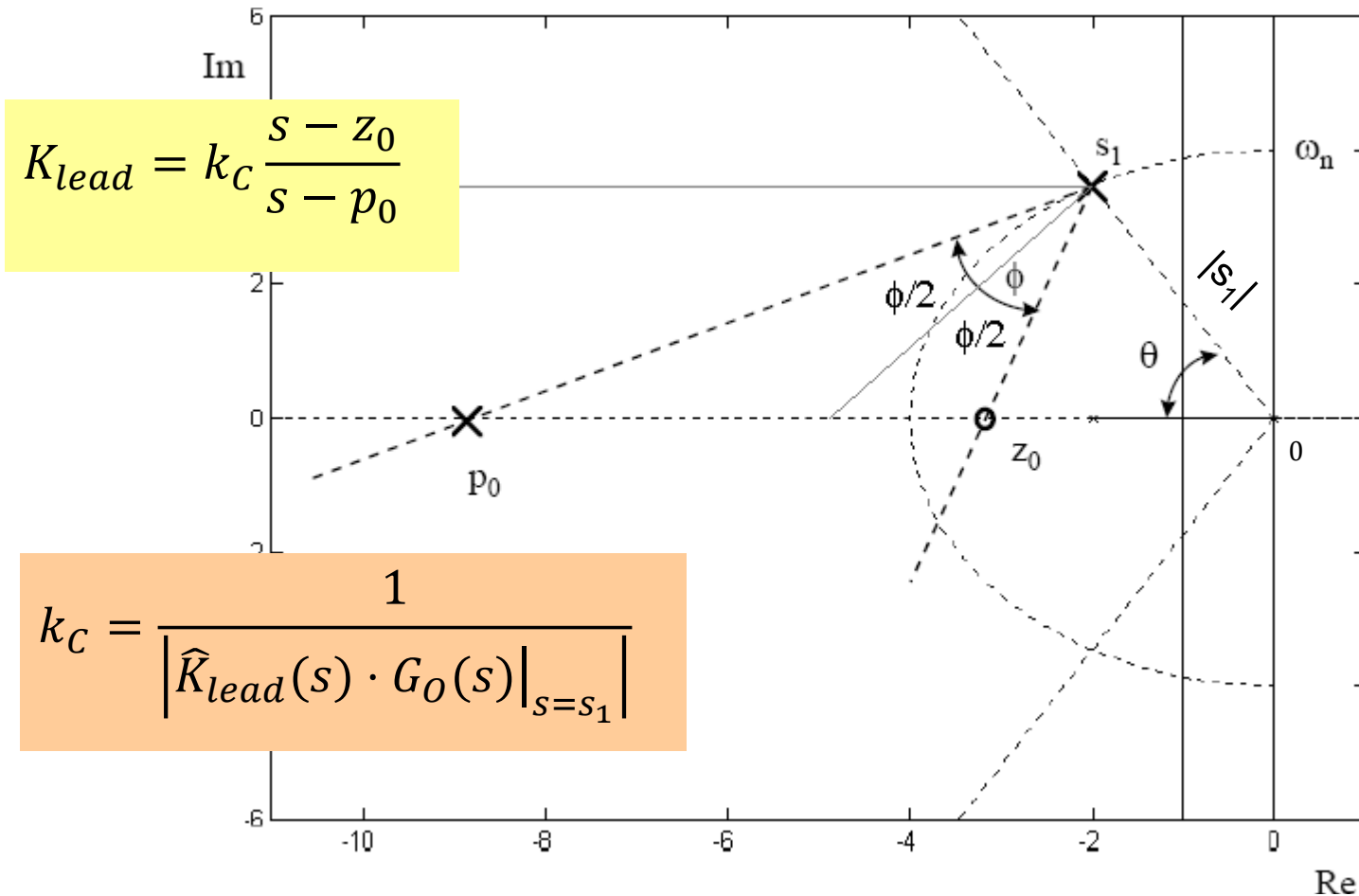
Cancelando el polo en -1



Compensador de adelanto por el método de la bisectriz en el plano s



Plano s



$$K_{lead} = k_c \frac{s - z_0}{s - p_0}$$

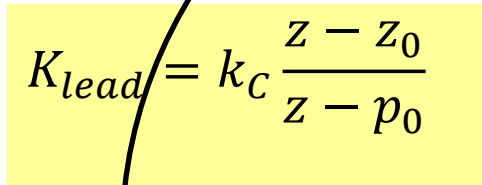
$$k_c = \frac{1}{|\hat{K}_{lead}(s) \cdot G_O(s)|_{s=s_1}}$$

$$z_0 = -|s_1| \frac{\cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)}$$

$$p_0 = -|s_1| \frac{\cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right)}$$

$$\phi = \pm 180^\circ - \angle G_O(s) \Big|_{s=s_1}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}\{s_1\}}{\text{Re}\{s_1\}} \right) = 180^\circ - \angle s_1$$



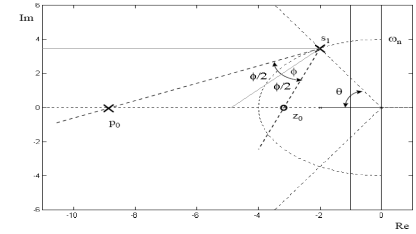
$$z_0 = 1 - |z_1 - 1| \frac{\cos\left(\frac{\theta + \varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta - \varphi}{2}\right)}$$

$$p_0 = 1 - |z_1 - 1| \frac{\cos\left(\frac{\theta - \varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \varphi}{2}\right)}$$

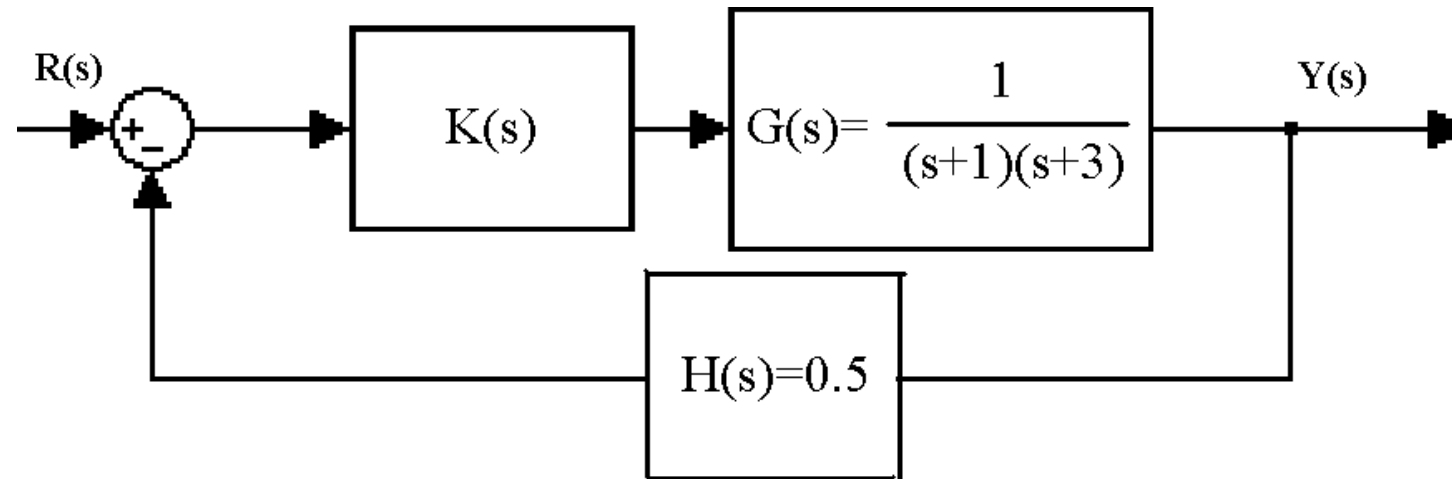
$$\varphi = 180^\circ - \angle G_O(z) \Big|_{z=z_1}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}\{z_1\}}{1 - \text{Re}\{z_1\}} \right)$$

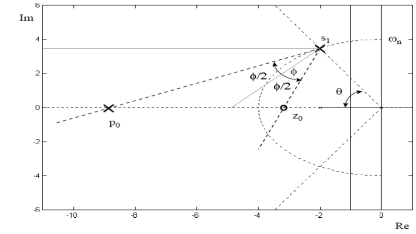
Ejemplo 2: Realimentación no unitaria



- Sintetice un regulador que haga que el sistema tenga ante una entrada escalón una respuesta con:
 - Un sobreimpulso M_p entre el 5 % y el 10%
 - Un tiempo de estabilización del 2%, $t_{s2\%} < 2$ s

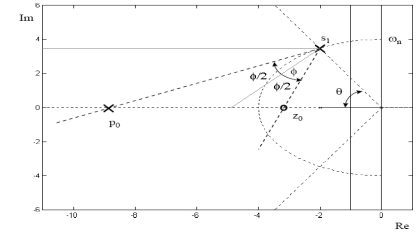


Ejemplo 2: Solución

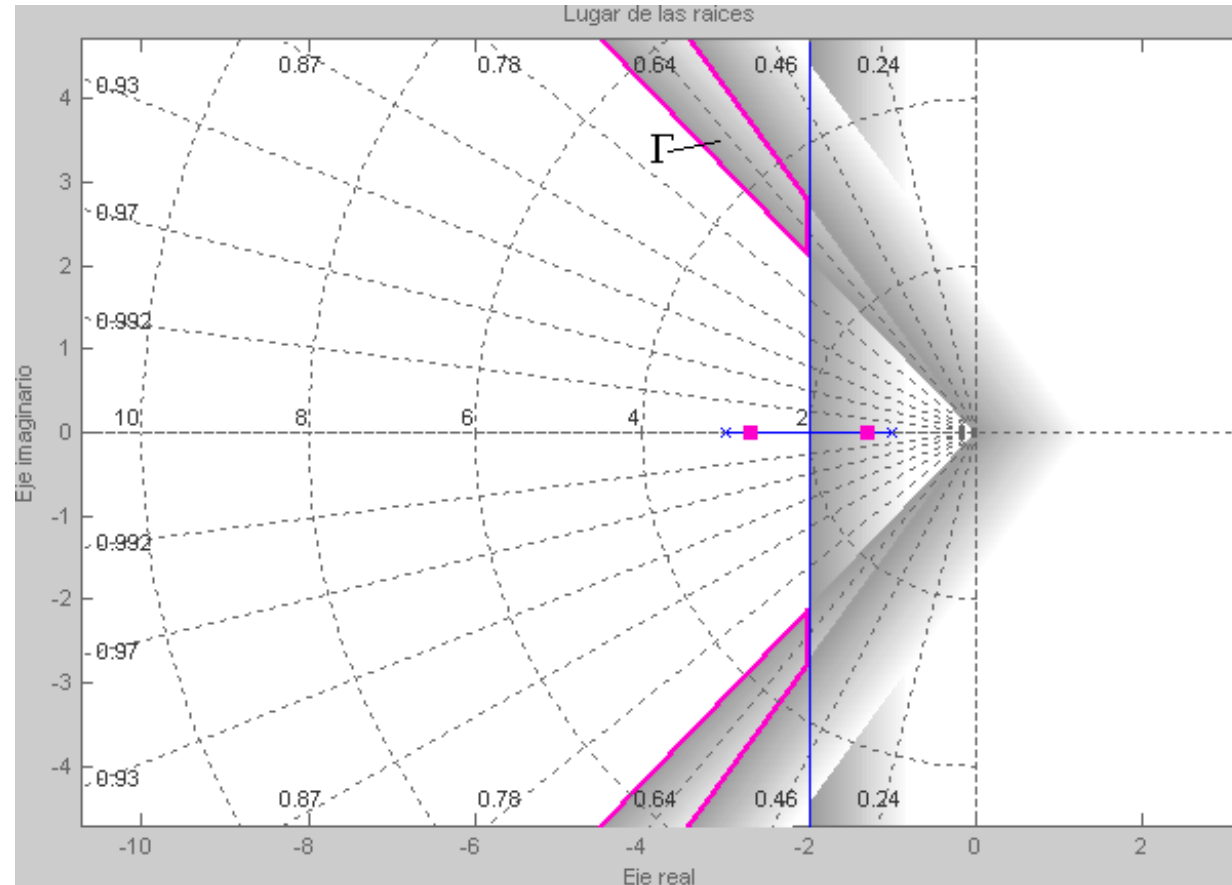


- Se calcula que el amortiguamiento relativo debe satisfacer $0.59 \leq \zeta \leq 0.69$
- Se obtiene que el producto $\zeta\omega_n > 2$
- Se escoge el punto $s_1 = -2.5 \pm j 3$
- El ángulo γ de $G_o(s) = G(s)*H(s)$ evaluada en el punto s_1 es: 162.9°
- El ángulo a agregar es:
$$\varphi = \begin{cases} 180^\circ - 162.9^\circ = 17.1^\circ \\ -180^\circ - 162.9^\circ = -342.9^\circ \end{cases}$$
- Se escoge el valor $\phi = 17.1^\circ$ ya que éste se encuentra entre $\pm 180^\circ$.

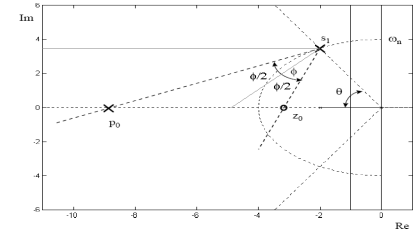
Ejemplo 2: Selección del punto s_1



- Con los parámetros encontrados seleccionamos la zona Γ , y en ella el punto $s_1 = -2.5 \pm j 3$



Ejemplo 2: Cálculo del compensador



Calculamos un compensador por el método de la bisectriz, con

$$\theta = 180^\circ - \angle s_1 = 50.2^\circ$$

$$z_0 = -|s_1| \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi + \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi - \theta}{2}\right)}$$

$$= -|(-2.5 + j3)| \times \frac{\cos\left(\frac{17.1^\circ + 50.2^\circ}{2}\right)}{\cos\left(\frac{17.1^\circ - 50.2^\circ}{2}\right)} = -3.4$$

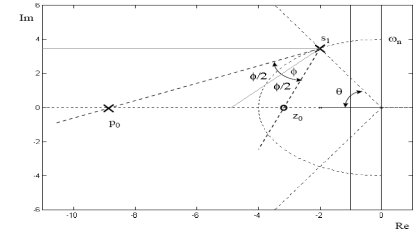
$$p_0 = -|s_1| \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi - \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi + \theta}{2}\right)}$$

$$= -|(-2.5 + j3)| \times \frac{\cos\left(\frac{17.1^\circ - 50.2^\circ}{2}\right)}{\cos\left(\frac{17.1^\circ + 50.2^\circ}{2}\right)} = -4.5$$

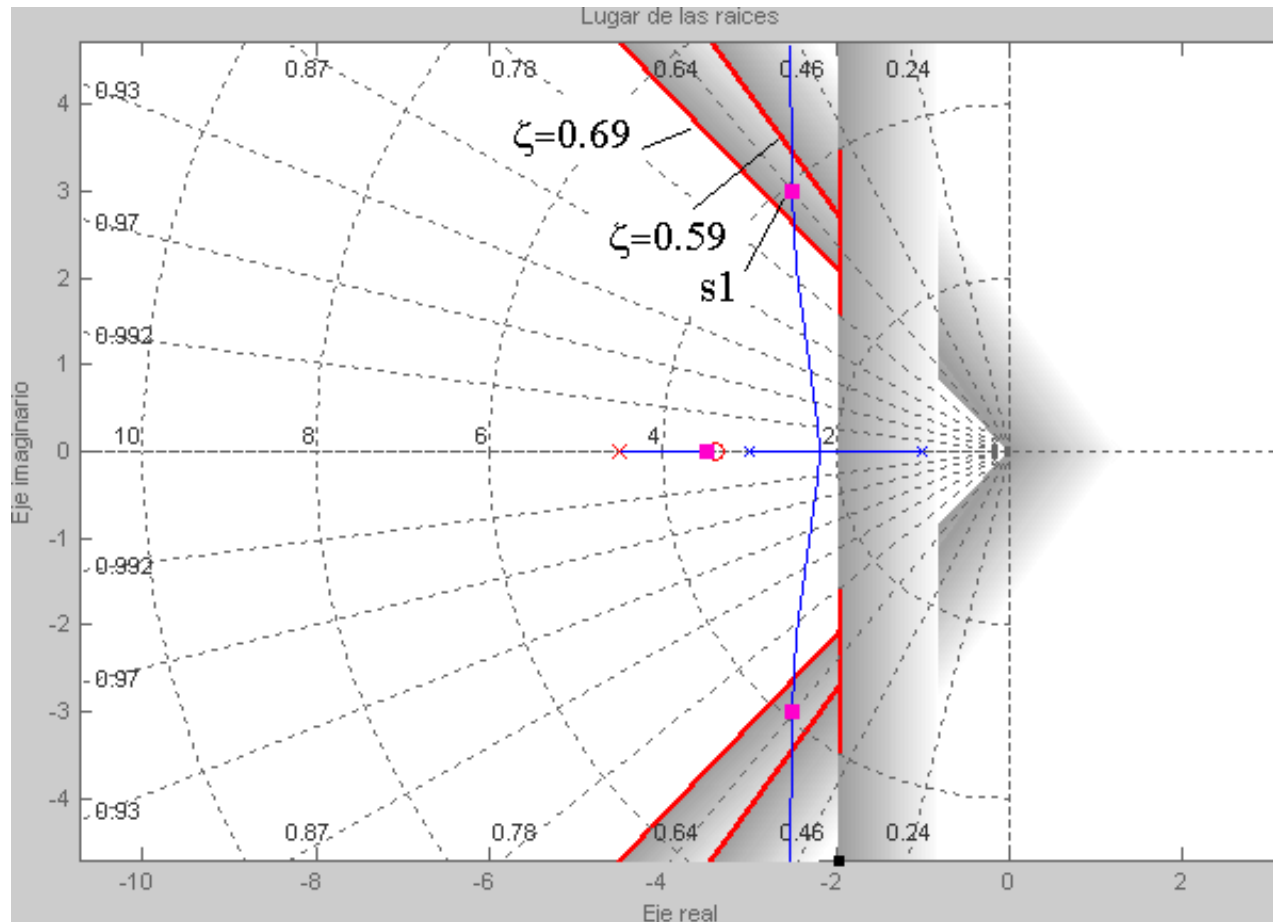
$$k_C = \frac{1}{|\hat{K}_{lead}(s_1) * G_O(s_1)|}$$

$$= \frac{1}{\left| \frac{(s_1 + 3.4)}{(s_1 + 4.5)} * \frac{0.5}{(s_1 + 1)(s_1 + 3)} \right|} = 23.5$$

Ejemplo 2: Lugar de las raíces

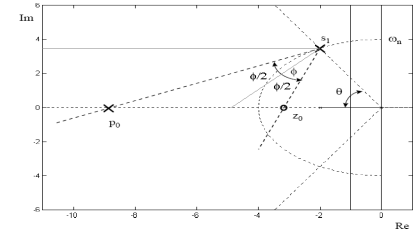


Con el compensador de adelanto aplicado se obtiene



$$K_{lead}(s) = 23.5 \cdot \frac{s + 3.4}{s + 4.5}$$

Ejemplo 3: Compensador de adelanto

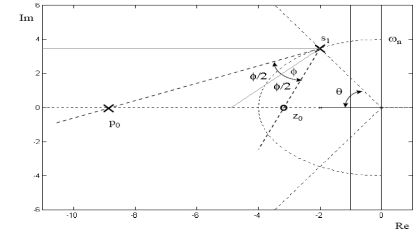


Encuentre para el sistema en tiempo discreto cuya planta $G(z)$ se muestra a continuación, con $T = 0.1$ s

- a) El punto z_1 en el cual el sistema tiene un valor de amortiguamiento relativo $\zeta = 0.75$ y una frecuencia natural $\omega_n = 4$ rad/s.
- b) El compensador digital de adelanto, por el método de cancelación de polo, que sitúe los polos de lazo cerrado del sistema en $z_1 = 0.65 \pm 0.2i$.

$$G(z) = \frac{0.004528 (z+0.9048)}{(z-0.9048) (z-0.8187)}$$

Solución al ejemplo 3



a) El punto z_1 para $\zeta = 0.75$, $\omega_n = 4$ rad/s, $T = 0.1$

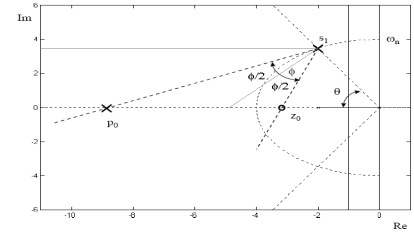
En el tiempo continuo encontramos el punto s_1 adecuado y lo convertimos con $z = e^{sT}$

$$s_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n*j(1-\zeta^2)^{1/2}$$

$$s_1 = -3.0 + j2.646$$

$$z_1 = e^{s_1*T} = 0.715 + j0.194$$

Solución al ejemplo 3 (2)



b) Cancelando el polo en 0.8187

$$z_0 = 0.8187, z_1 = 0.65 \pm j0.2, T = 0.1$$

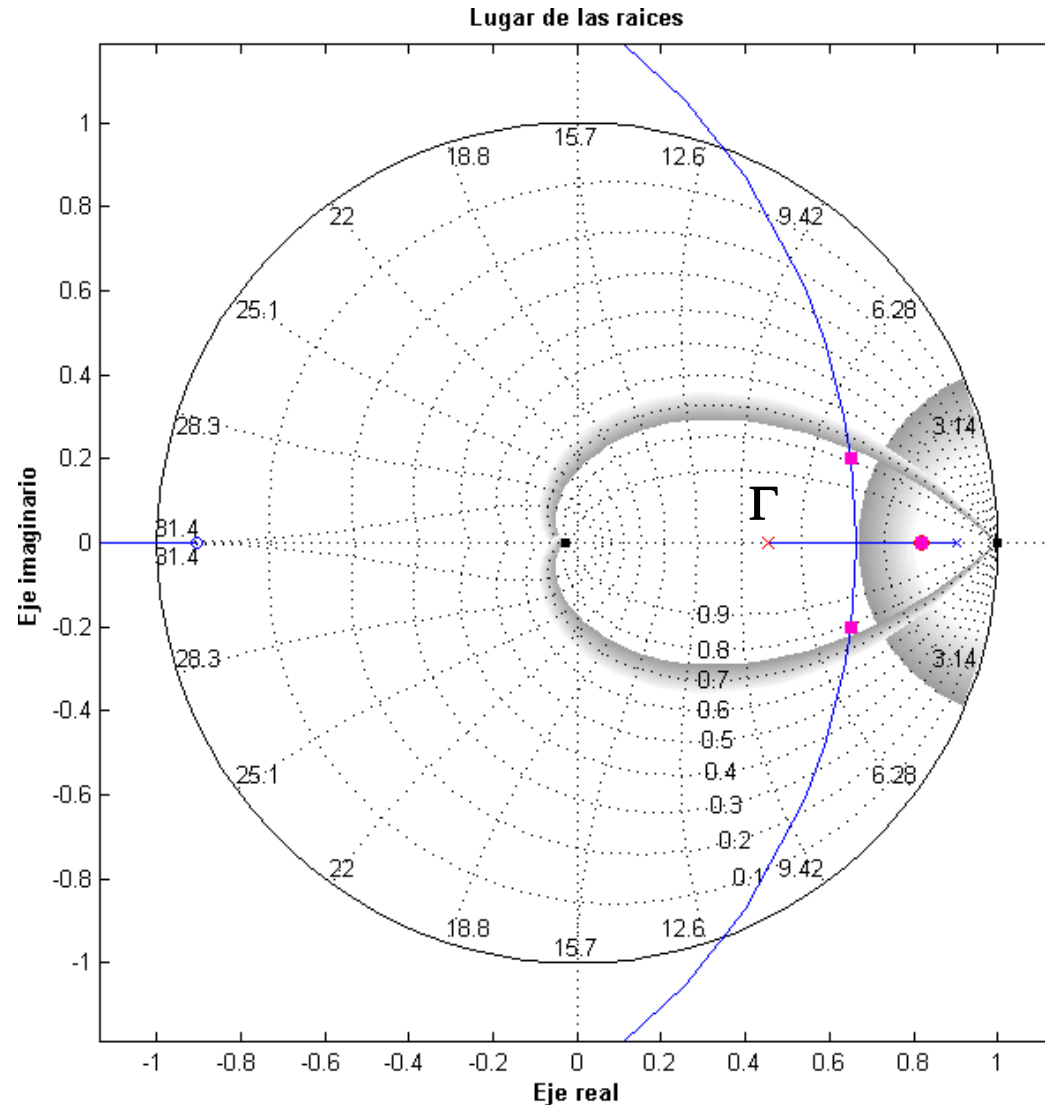
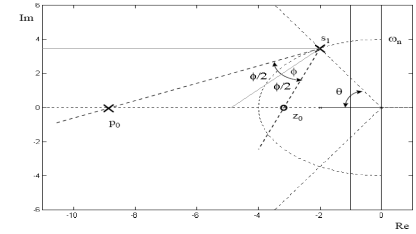
$$\phi_{p_0} = \pm 180^\circ + \angle \frac{0.004528 (z+0.9048)}{(z-0.9048)} \bigg|_{z=z_1} = \begin{cases} 45.46^\circ \\ -314.54^\circ \end{cases}$$

$$p_0 = \text{Re}\{z_1\} - \frac{\text{Im}\{z_1\}}{\tan(\phi_{p_0})} = 0.65 - \frac{0.2}{\tan(45.46^\circ)} = 0.4532$$

$$k_c = \frac{1}{\left| \frac{z - 0.8187}{z - 0.4532} \cdot G_O(z) \right|_{z=z_1}} = 12.805$$

$$K_{lead}(z) = 12.805 \frac{z - 0.8187}{z - 0.4532}$$

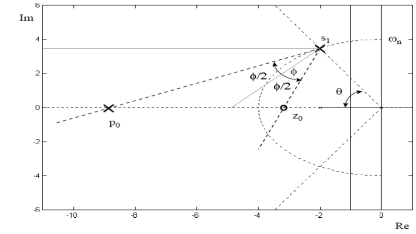
Solución al ejemplo 3 (3)



Se muestra la zona Γ , para las condiciones $\zeta > 0.75$ y $\omega_n > 4$ rad/s, y dentro el punto z_1 de la parte a).

Lugar de las raíces compensado por el método de cancelación de polo, para el punto z_1 dado en b).

Ejemplo 4: Compensador de adelanto por el método de la bisectriz



Encuentre para el sistema en tiempo discreto del ejemplo 1, con la planta $G(z)$, con $T = 0.1$ s

a) El compensador digital de adelanto, por el método de la bisectriz, que haga que la respuesta de lazo cerrado ante un escalón tenga como características dinámicas:

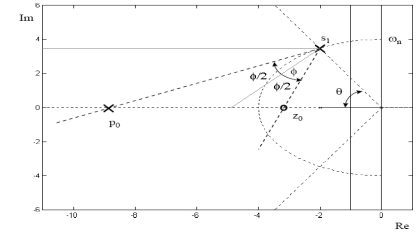
- Un sobreimpulso $M_p \leq 10\%$
- Un tiempo de estabilización del 2% $t_s \leq 1.4$ s

Use un punto z_1 de los siguientes:

- 1) $0.675 \pm j0.5$ 2) $0.675 \pm j0.25$ 3) $0.7 \pm j0.3$ 4) $0.8 \pm j2$

$$G(z) = \frac{0.004528 (z+0.9048)}{(z-0.9048) (z-0.8187)}$$

Solución al ejemplo 4



$$\text{a) } M_p \leq 10\% \Rightarrow \zeta \geq 0.59, t_{s \ 2\%} \leq 1.4 \text{ s} \Rightarrow \zeta \omega_n \geq 2.857,$$

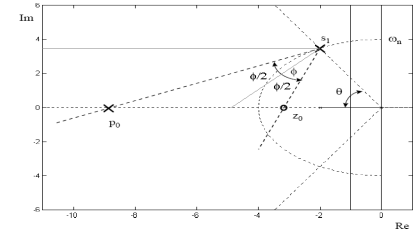
$$T = 0.1 \text{ s}, \omega_n \geq 4.84 \text{ rad/s}, r = 0.7515$$

Se selecciona por lo tanto al punto $\mathbf{z_1 = 0.675 \pm j0.25}$ que cumple con las condiciones de quedar dentro del área delimitada por el radio $r = 0.75$ y el amortiguamiento relativo $\zeta = 0.6$

$$\varphi = 180^\circ - \angle G_O(z) \Big|_{z=z_1} = 63.5^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}\{z_1\}}{1 - \text{Re}\{z_1\}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0.25}{1 - 0.675} \right) = 37.57^\circ$$

Solución al ejemplo 4: compensador de adelanto



Calculamos un compensador de adelanto por el método de la bisectriz.

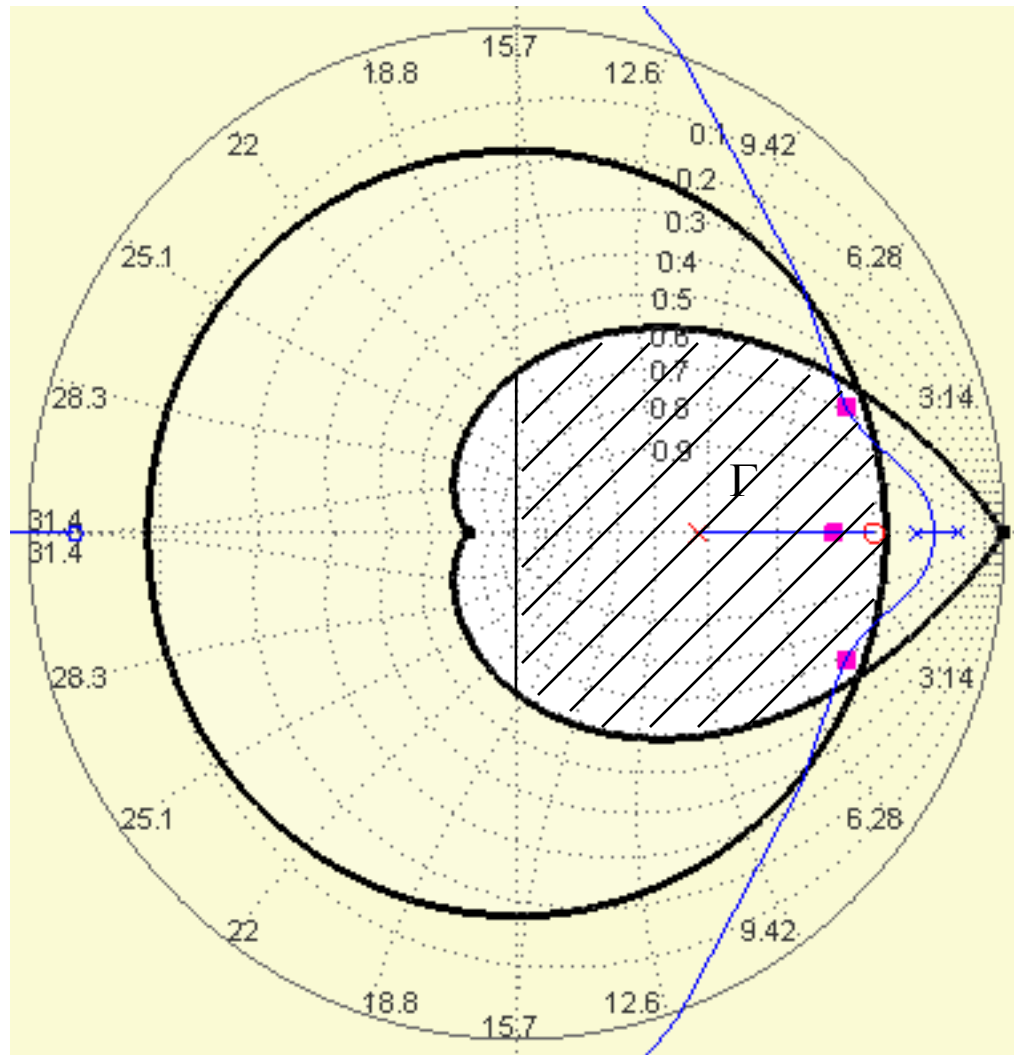
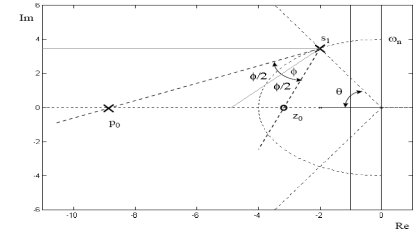
$$z_0 = 1 - |z_1 - 1| \frac{\cos\left(\frac{\theta + \varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta - \varphi}{2}\right)} = 1 - |1 - 0.675 + j0.25| \frac{\cos\left(\frac{37.57 + 63.5}{2}\right)}{\cos\left(\frac{37.57 - 63.5}{2}\right)} = 0.7325$$

$$p_0 = 1 - |z_1 - 1| \frac{\cos\left(\frac{\theta - \varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \varphi}{2}\right)} = 1 - |1 - 0.675 + j0.25| \frac{\cos\left(\frac{37.57 - 63.5}{2}\right)}{\cos\left(\frac{37.57 + 63.5}{2}\right)} = 0.3714$$

$$k_C = \frac{1}{\left| \frac{z - 0.7325}{z - 0.3714} \cdot G_O(z) \right|_{z=z_1}} = 20.73$$

$$K_{lead}(z) = 20.73 \frac{z - 0.7325}{z - 0.3714}$$

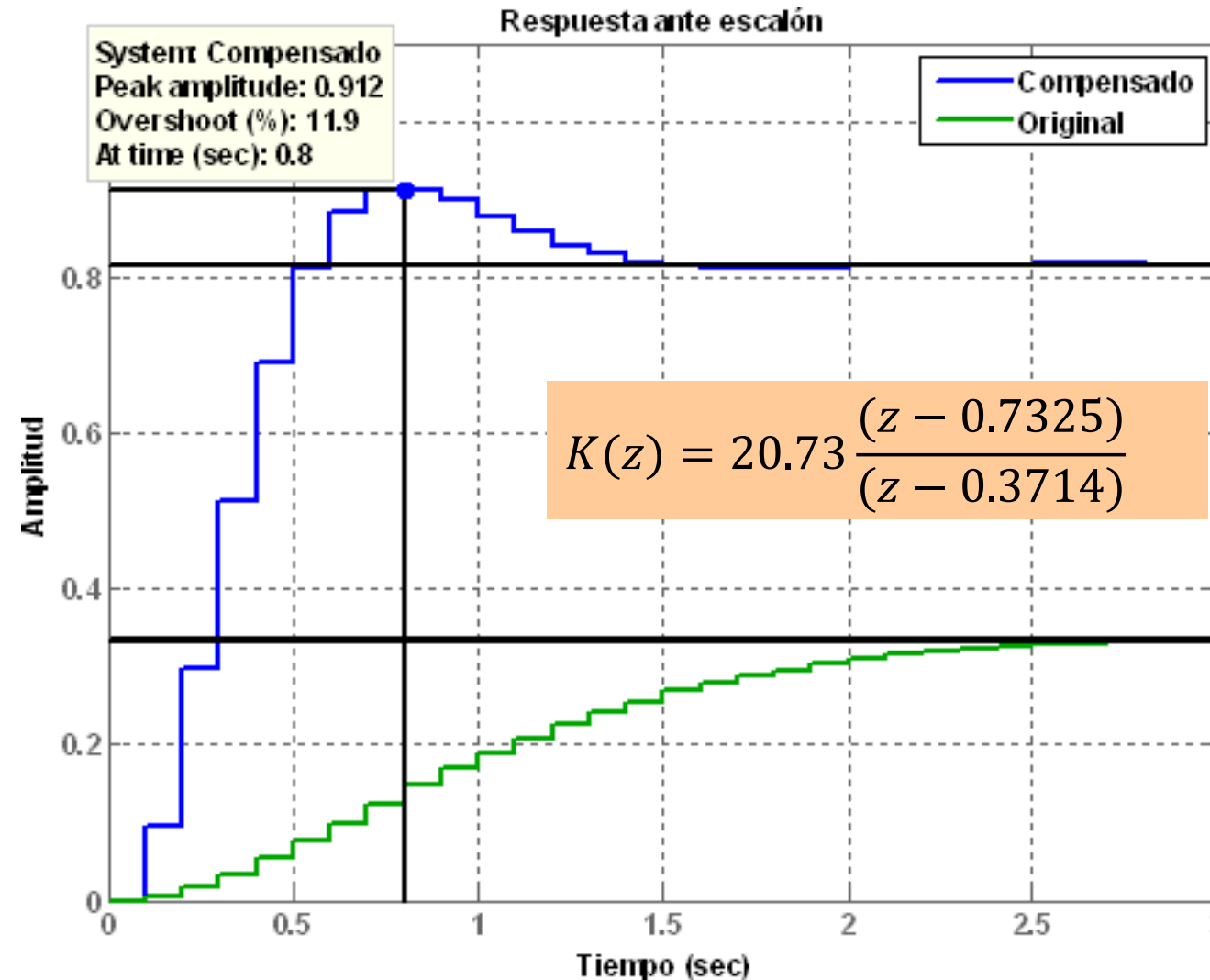
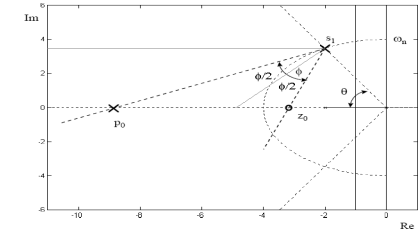
Solución al ejemplo 4: lugar de las raíces



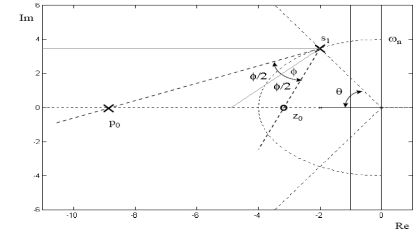
Lugar de las raíces compensado por el método de la bisectriz, para el punto z_1 escogido.

Se muestra la zona Γ , para las condiciones, de la parte a) $\zeta \geq 0.59$ y $\zeta\omega_n \geq 2.857$; $r = 0.75$

Solución al ejemplo 4 Respuesta ante un escalón para el sistema compensado

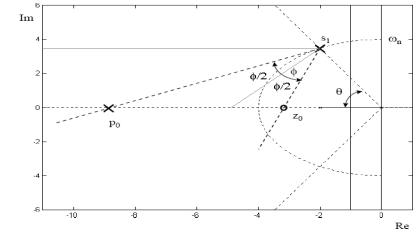


Análisis de resultados para el ejemplo 4



- Se puede observar en la figura anterior, que se cumple el valor pedido para el tiempo de estabilización; únicamente el sobreimpulso está ligeramente mayor que el 10%.
- El problema principal parece ser que el tiempo de muestreo $T_s = 0.1$ s es muy grande respecto a la constante de tiempo dominante del sistema $\tau \cong 0.3$ s, esto afecta al sobreimpulso pues la salida tiene cambios muy grandes en cada periodo de muestreo. Se puede reducir el sobreimpulso, en este caso, reduciendo el tiempo de muestreo a $T_s \leq 0.035$ s.

Ejemplo 5: Compensador de filtro de ranura (notch filter)

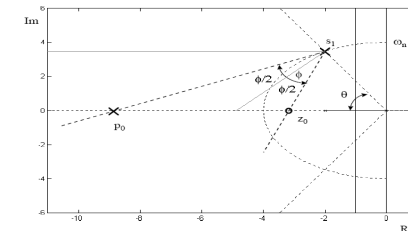


Encuentre para el sistema en tiempo discreto, con la planta $G(z)$, con un tiempo de muestreo $T = 0.05$ s, el compensador en tiempo discreto, que haga que la respuesta de lazo cerrado ante un escalón tenga las características dinámicas siguientes:

- Un sobreimpulso $M_p \leq 10\%$
- Un tiempo de estabilización del 2% $t_s \leq 3$ s

$$G(z) = \frac{0.019 (z+0.9737)}{(z^2 - 1.885z + 0.9231)}$$

Solución al ejemplo 5



a) $M_p \leq 10\% \Rightarrow \zeta \geq 0.59$, $t_{s\ 2\%} \leq 3\text{ s} \Rightarrow \zeta\omega_n \geq 1.33$,
 $T = 0.05\text{ s}$, $\omega_n \geq 2.26\text{ rad/s}$, $r = 0.9355$

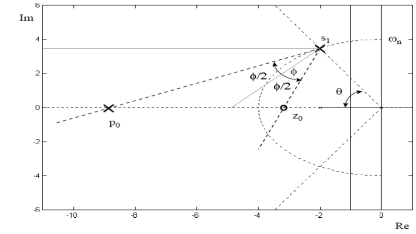
Se encuentra que el punto $\mathbf{s}_1 = -1.34 \pm j1.8$ es la intersección de las condiciones dadas. Se transforma al plano \mathbf{z} y se obtiene el punto $\mathbf{z}_1 = 0.9314 \pm j0.0841$. Se selecciona entonces el punto $\mathbf{z}_1 = 0.91 \pm j0.08$ que cumple con las condiciones de quedar dentro del área Γ delimitada por el radio $r = 0.9355$ y el amortiguamiento relativo $\zeta = 0.6$.

El ángulo ϕ total a agregar con los polos se calcula como:

$$\varphi = \pm 180^\circ + \hat{\gamma}; \text{ con } \hat{\gamma} = \angle \hat{G}_O(z) \Big|_{z=z_1}$$

$$2\phi_{p_0} = \varphi = \pm 180^\circ + \angle [G_O(z_1)(z_1^2 - 1.885z_1 + 0.9231)] = \begin{cases} 182.43^\circ \\ -177.57^\circ \end{cases}$$

Solución al ejemplo 5: compensador de filtro de muesca



Calculamos un compensador de filtro de muesca por el método de cancelación de polos. Ya que el ángulo será aportado por dos polos, entonces el ángulo de cada polo será la mitad.

$$\phi_{p_0} = \varphi/2 = 182.42^\circ/2 = 91.21^\circ$$

Calculamos el valor del polo doble

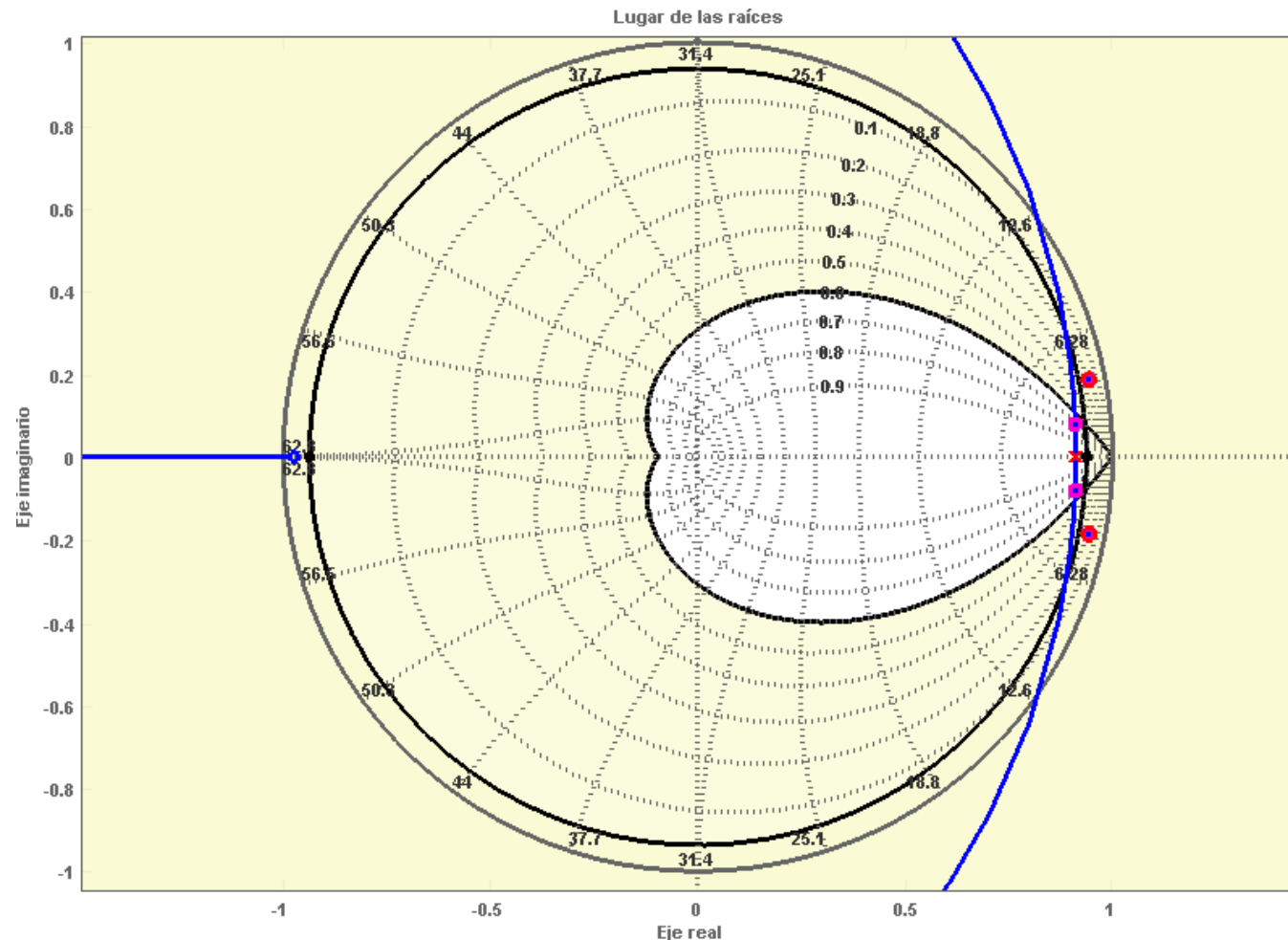
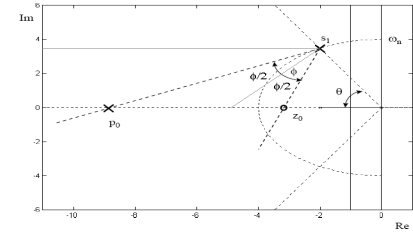
$$p_0 = \text{Re}\{z_1\} - \frac{\text{Im}\{z_1\}}{\tan(\phi_{p_0})} = 0.91 - \frac{0.08}{-47.114} = 0.9117$$

Calculamos la ganancia estática del compensador

$$k_c = \frac{1}{\left| \frac{(z^2 - 1.885z + 0.9231)}{(z - 0.9117)^2} \cdot G_O(z) \right|_{z=z_1}} = 0.179$$

$$K_{notch}(z) = 0.179 * \frac{(z^2 - 1.885z + 0.9231)}{(z - 0.9117)^2}$$

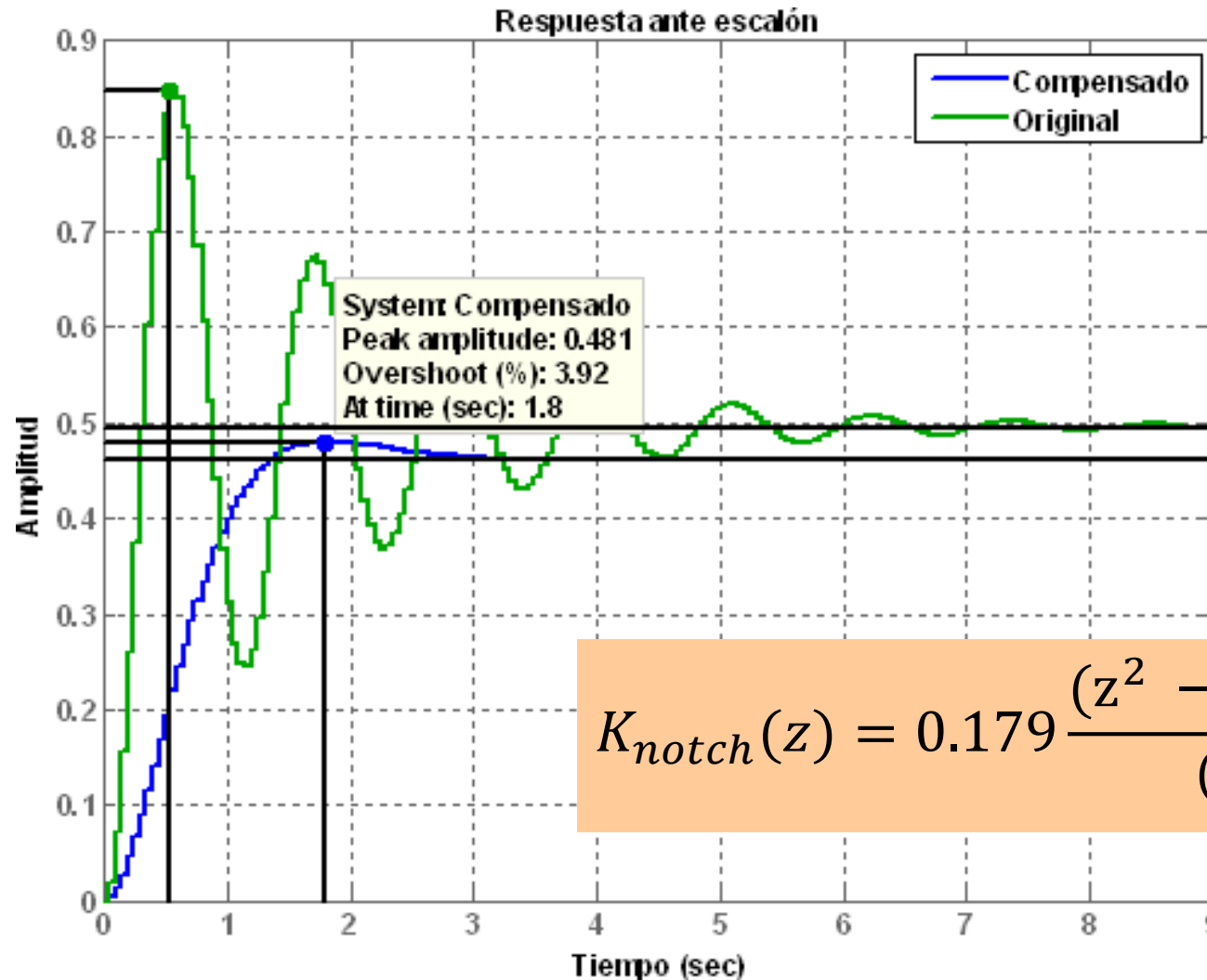
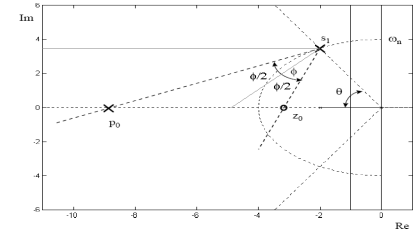
Solución al ejemplo 5: lugar de las raíces



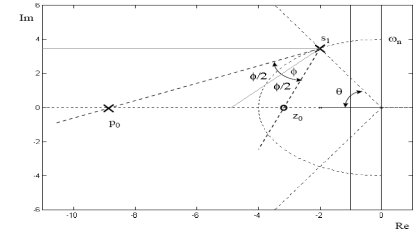
Lugar de las raíces compensado con un filtro de muesca, para el punto z_1 escogido.

Se muestra la zona Γ , para las condiciones, de la parte a) $\zeta \geq 0.6$ y $\zeta \omega_n \geq 1.33$; $r = 0.936$

Solución al ejemplo 5: Respuesta ante un escalón para el sistema compensado

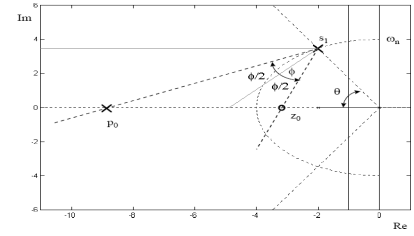


Análisis de resultados para el ejemplo 5



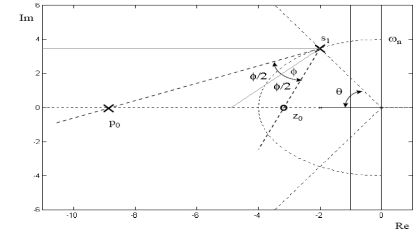
- Se puede observar en la respuesta ante escalón, que se cumplen los valores pedidos para el sobreimpulso, el tiempo de estabilización.
- El periodo de muestreo $T = 0.05s$ parece ser muy pequeño para el sistema. Existen aproximadamente 22 muestreos en un periodo de oscilación. Se puede hacer $T = 0.1s$ con toda confianza.

Resumen

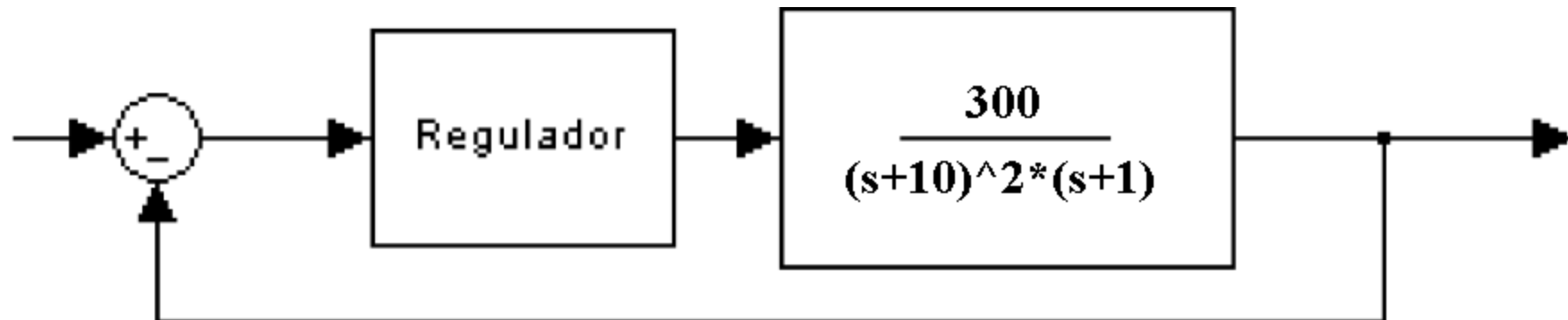


- Se parte de que el sistema es de segundo orden
- Se emplea una estrategia que evita al máximo los efectos secundarios de cada parte sobre las otras
- El procedimiento debe tomar en cuenta que el modelo es inexacto y que las especificaciones no pueden ser tampoco exactas y recurrir a la iteración

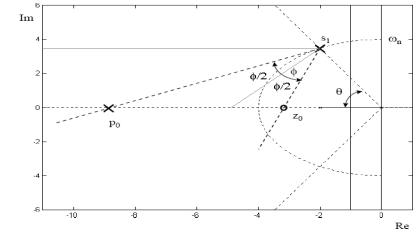
Ejercicio



- Sintetice un regulador que haga que el sistema tenga ante una entrada escalón una respuesta con:
 - un sobreimpulso menor al 5%
 - un tiempo de estabilización $t_{s2\%} < 0.8$ s
- Escoja un punto s_1 de entre los siguientes:
 - a) $-5.25 \pm j 5.75$ b) $-4.5 \pm j 3.75$ c) $-5.25 \pm j 5.25$
 - d) $-2.25 \pm j 4$ e) $-1,5 \pm j 2.25$

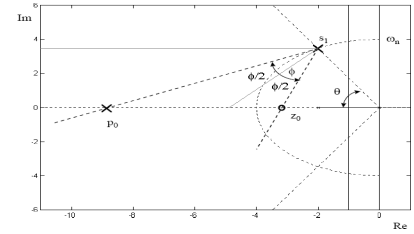


Ejercicios



- 1) Resuelva el ejemplo 2; con $H(s) = 1/(s+2)$. ¿Funcionará en este caso un compensador de orden 1?
- 2) Resuelva el ejemplo 3 por el método de ubicación del cero en $\text{Re}\{z_1\}$
- 3) Resuelva el ejemplo 3 por el método de ubicación de cero en el polo $+0.9048$
- 4) Calcule el ejemplo 4 por el método de la bisectriz, con un tiempo de muestreo $T_s = 0.035$ s.
- 5) Calcule el ejemplo 5; pero, ahora haciendo el error de estado estacionario cero con el filtro de muesca.

Referencias



- Ogata, Katsuhiko. „**Ingeniería de Control Moderna**“, Pearson, Prentice Hall, 2003, 4ª Ed., Madrid.
- Dorf, Richard, Bishop Robert. „**Sistemas de control moderno**“, 10ª Ed., Prentice Hall, 2005, España.