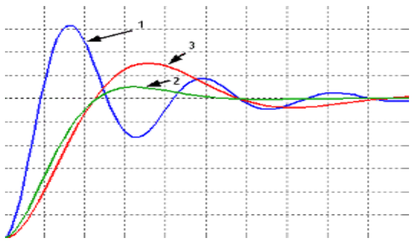
Control Automático

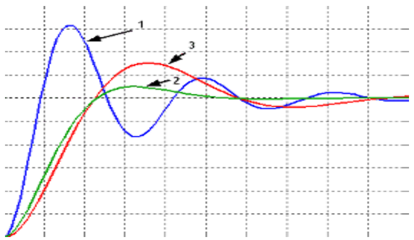
Regulador PID y ajuste del PID



Contenido

- Regulador PID
  - PID ideal
  - PID real
  - *Antiwindup*
  - Sintonía empírica del PID (Ziegler-Nichols)
  - El PID 2DoF
- Ejemplos
- Ejercicios
- Referencias

El PID ideal



- El regulador PID en el dominio del tiempo

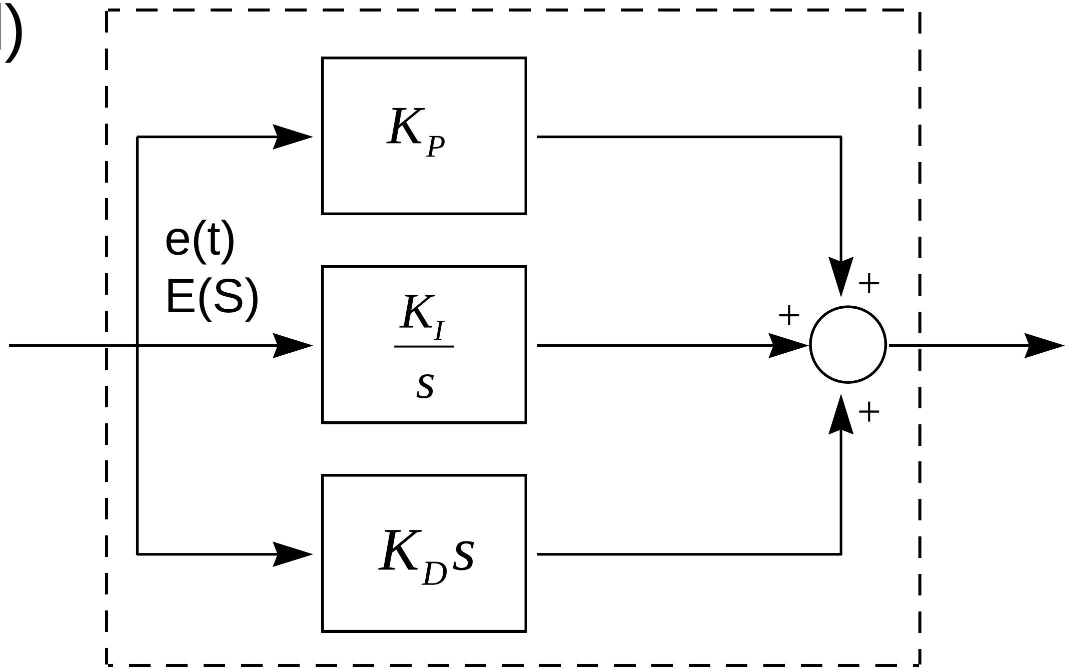
$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

- Transformando al dominio S (ideal)

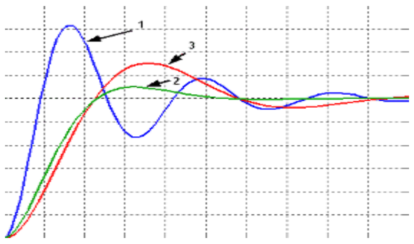
$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

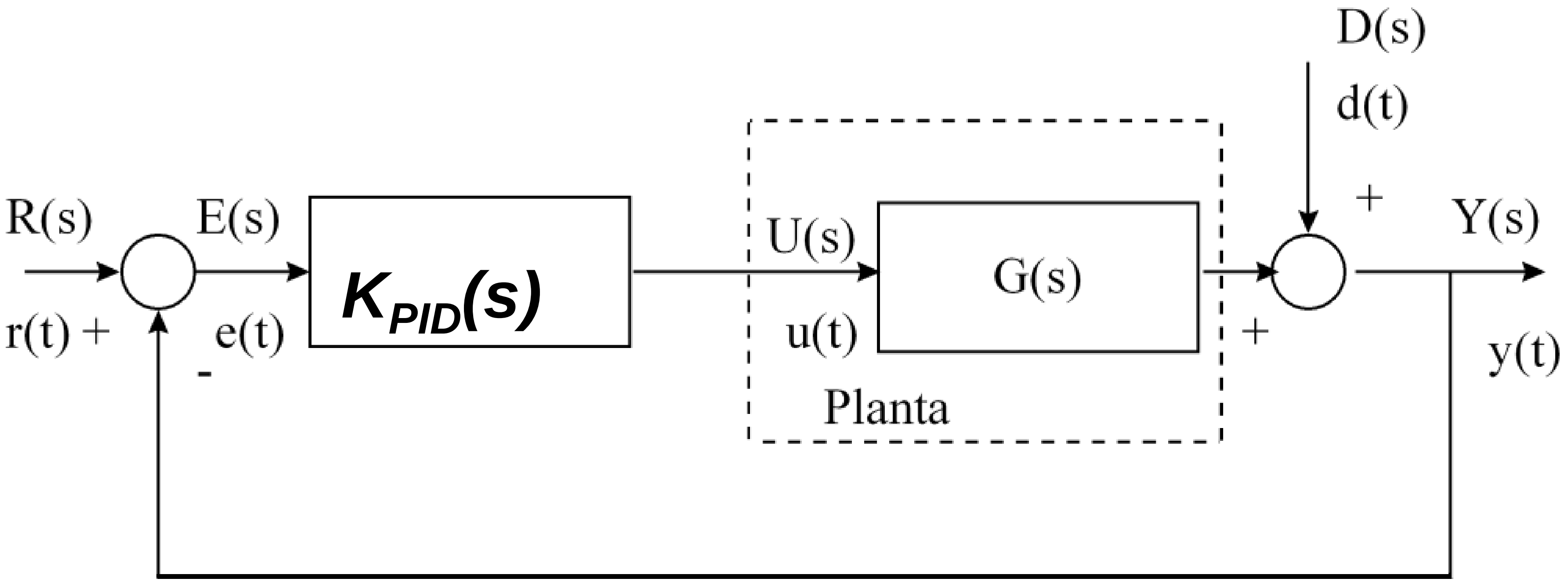
- Factorizando la ganancia K_P (estándar)

$$K_{PID}(s) = K_P(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d)$$



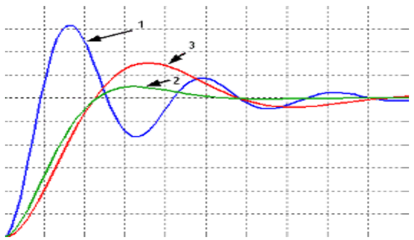
Circuito con regulador PID





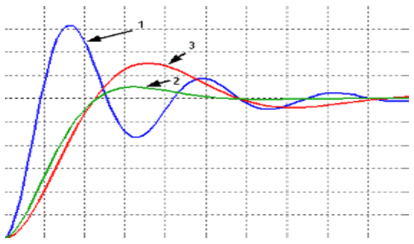
$$K_{PID}(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d\right)$$

El PID real



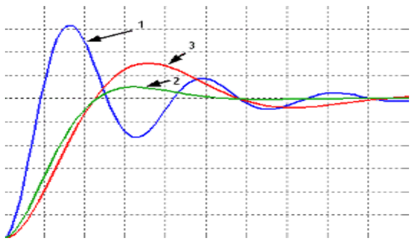
- Debido a que el regulador PID (PD) ideal es impropio, tiene más ceros que polos, presenta problemas para la simulación y para la realización.
- **La solución**: agregar un polo parásito con una constante de tiempo muy pequeña y ganancia estática unitaria. (Factor 100)
- El PID real estará constituido entonces por dos polos y dos ceros.

Los casos del regulador PID

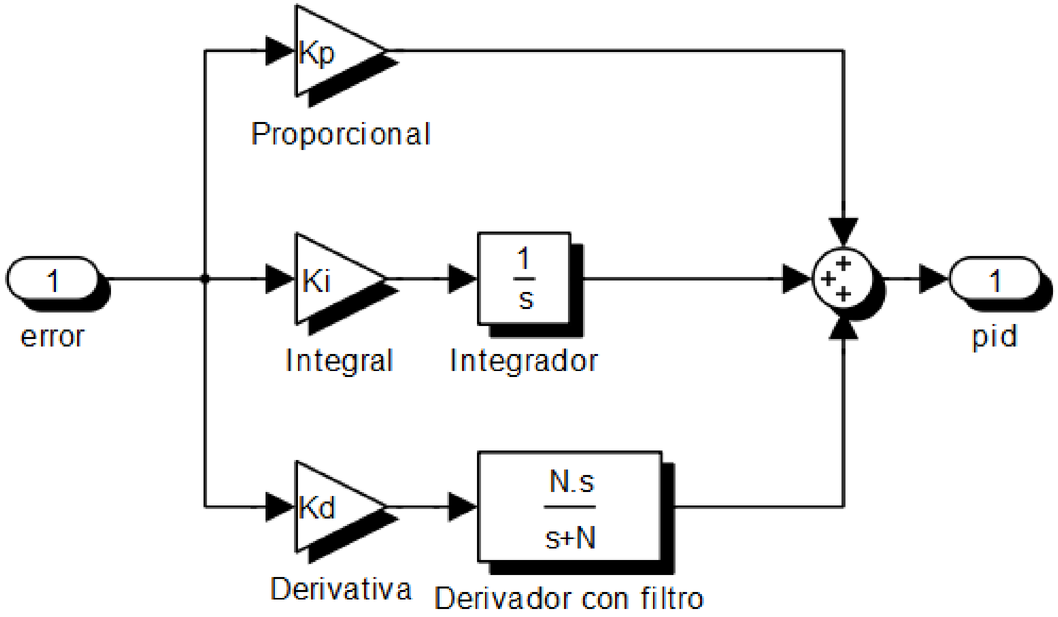


Regulador	Función de transferencia teórica	Función de transferencia práctica
P	$K_P(s) = K_P$	$K_P(s) = K_P$
I	$K_I(s) = \frac{K_I}{s}$	$K_I(s) = \frac{K_I}{s}$
PI	$K_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$	$K_{PI}(s) = K_P \frac{\left(s + \frac{K_I}{K_P}\right)}{s}$
PD	$K_{PD}(s) = K_P + K_D s$	$K_{PD}(s) = K_p + \frac{sK_D}{(ns+1)}$
PID	$PID = K(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$	$K_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{sK_D}{(ns+1)}$

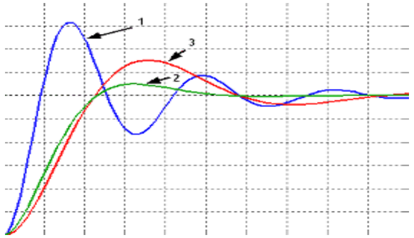
PID real en paralelo



- El PID se implementa como la suma de sus tres términos
- Usualmente se colocan límites al integrador (*antiwindup*)
- Para que el derivador sea propio se agrega un filtro



¿Qué es el *windup*?

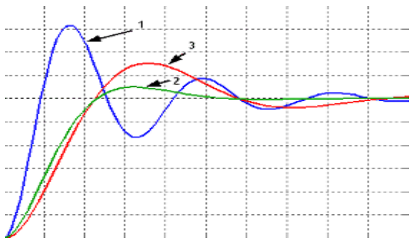


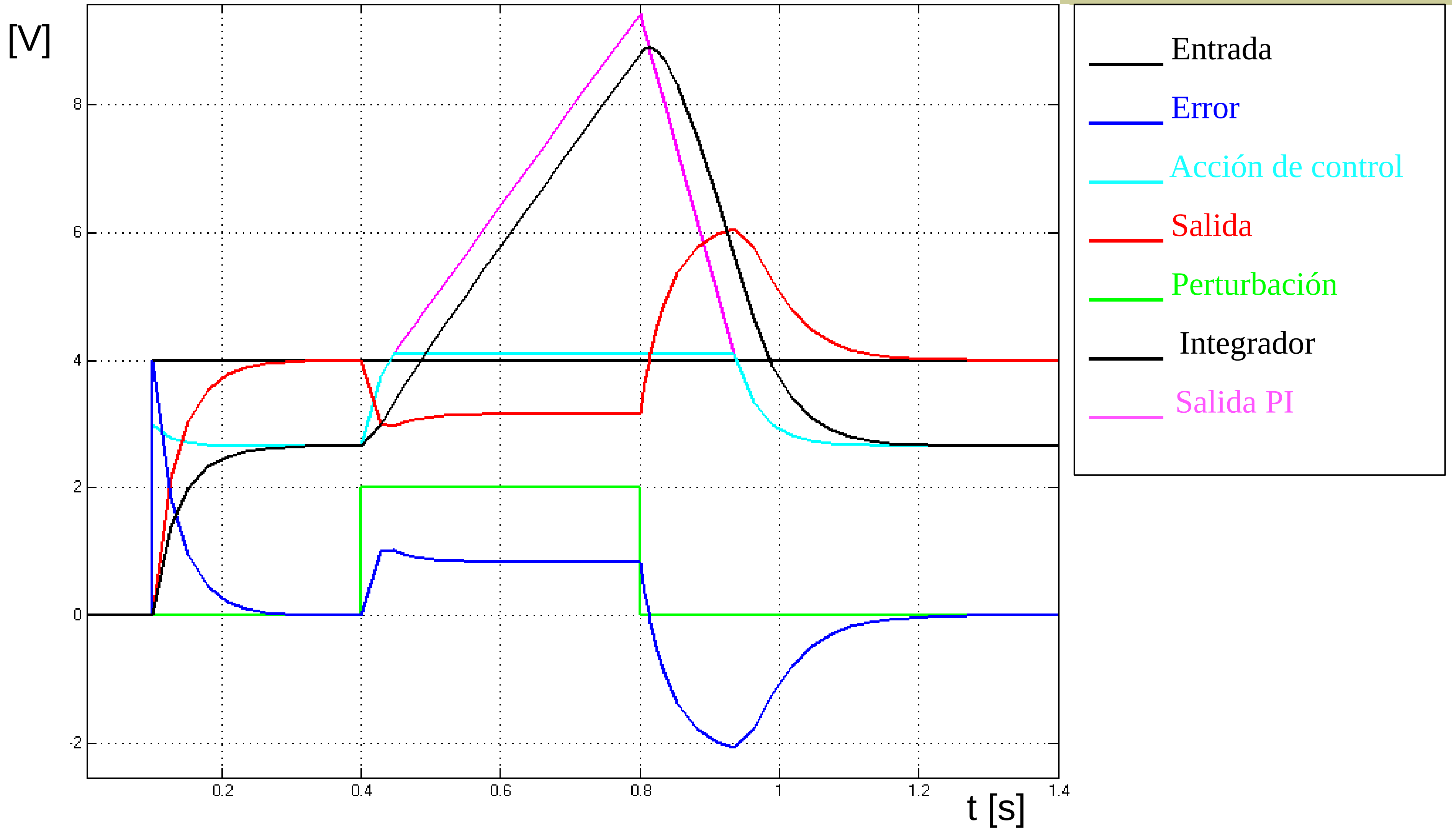
- Es la acumulación de un gran valor en la sumatoria o integral del error, debido a:

1. Saturación en los actuadores

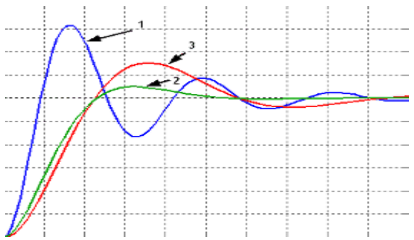
2. Un error muy grande por
   - Un cambio muy grande en la consigna
   - Un error sostenido

¿Qué es el *windup*?





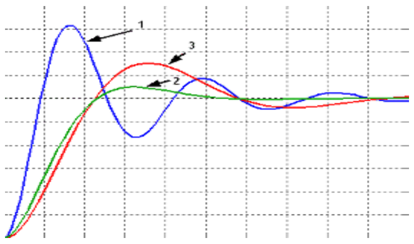
Metodología de diseño del PID *antiwindup*



1. Diseñar el PID ideal

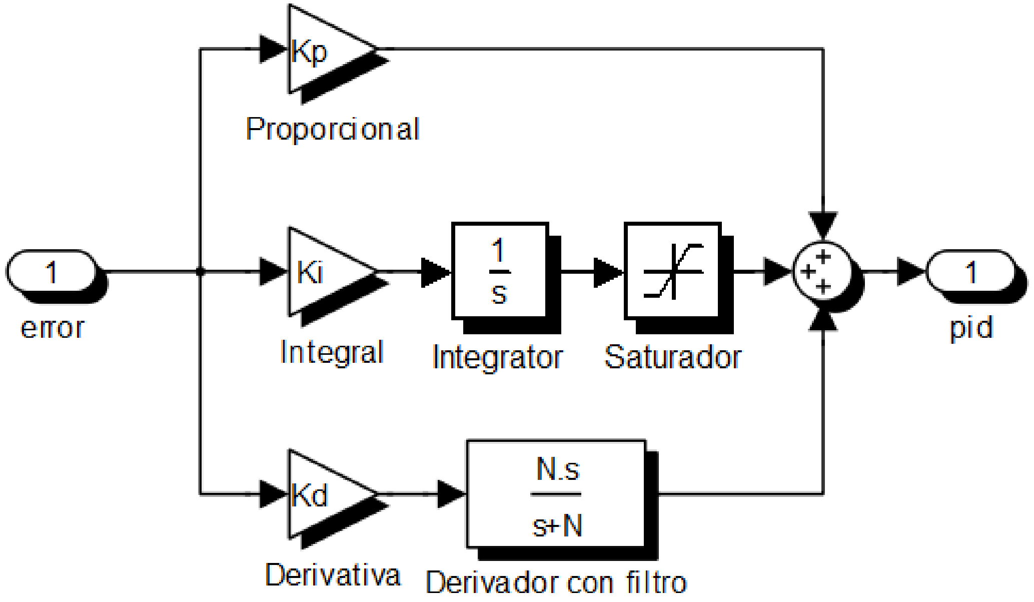
2. Definir los límites de los actuadores

3. Agregar al PID ideal la compensación *antiwindup* cuando se satura el actuador
    a) Saturar el término integral
    b) Suspender temporalmente la integral (seguimiento integral)

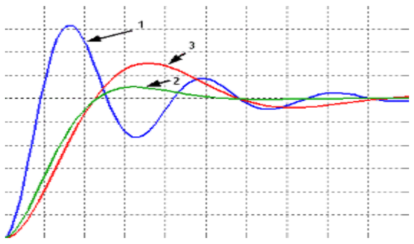


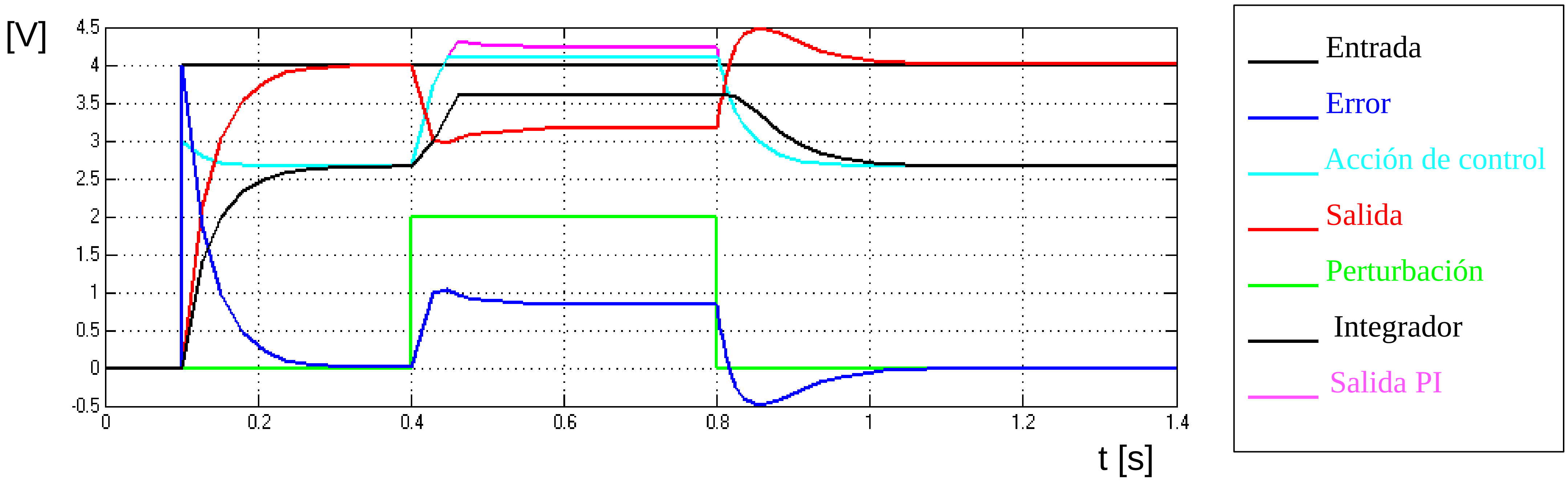
PID *antiwindup* por limitación del término I

- El PID es no lineal e invariante
- El diseñador impone los límites usando su experiencia e intuición
- Los límites son fijos para un actuador
- Fuera del rango permitido se cancela la acción I

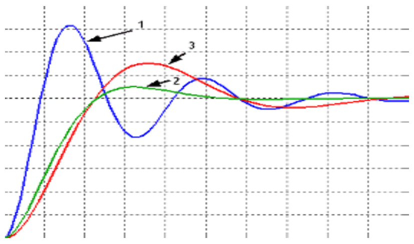


PID *antiwindup* por limitación del término I

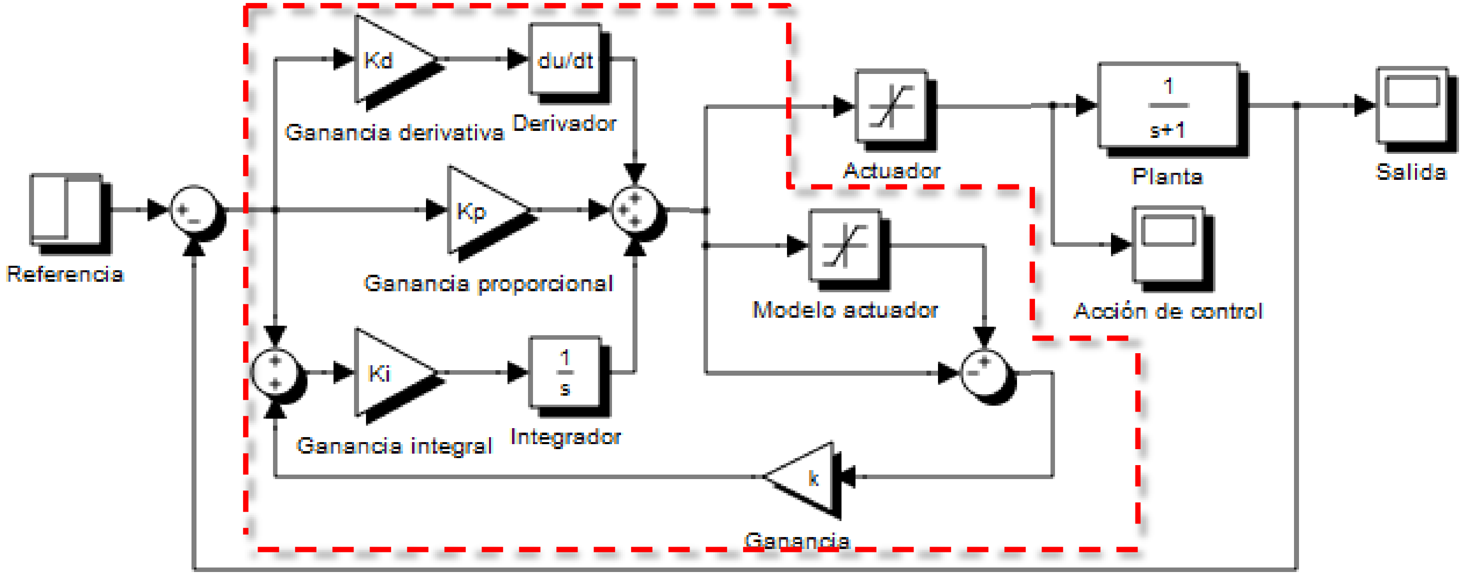


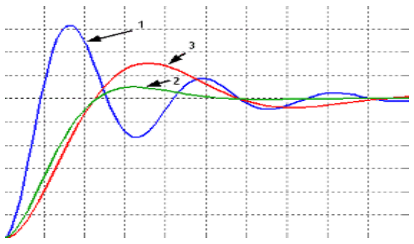


PID *antiwindup* de seguimiento integral



- PID lineal y variante
- Se agrega realimentación dentro del PID
- Al existir saturación se modifica la salida v(t) del PID para que sea igual a u(t), la acción de control sobre la planta
- La realimentación solamente actúa cuando hay saturación



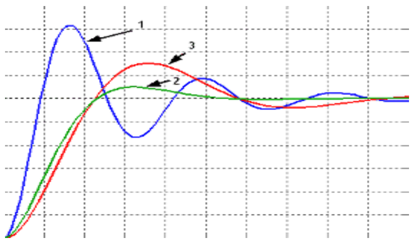


Ajuste empírico del PID

https://youtu.be/fusr9eTceEo

https://youtu.be/uXnDwojRb1g

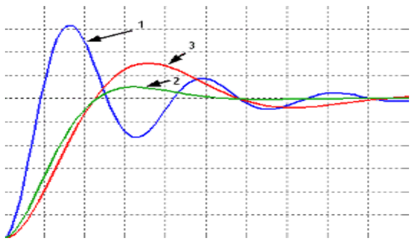
Sintonía de reguladores PID por Ziegler-Nichols

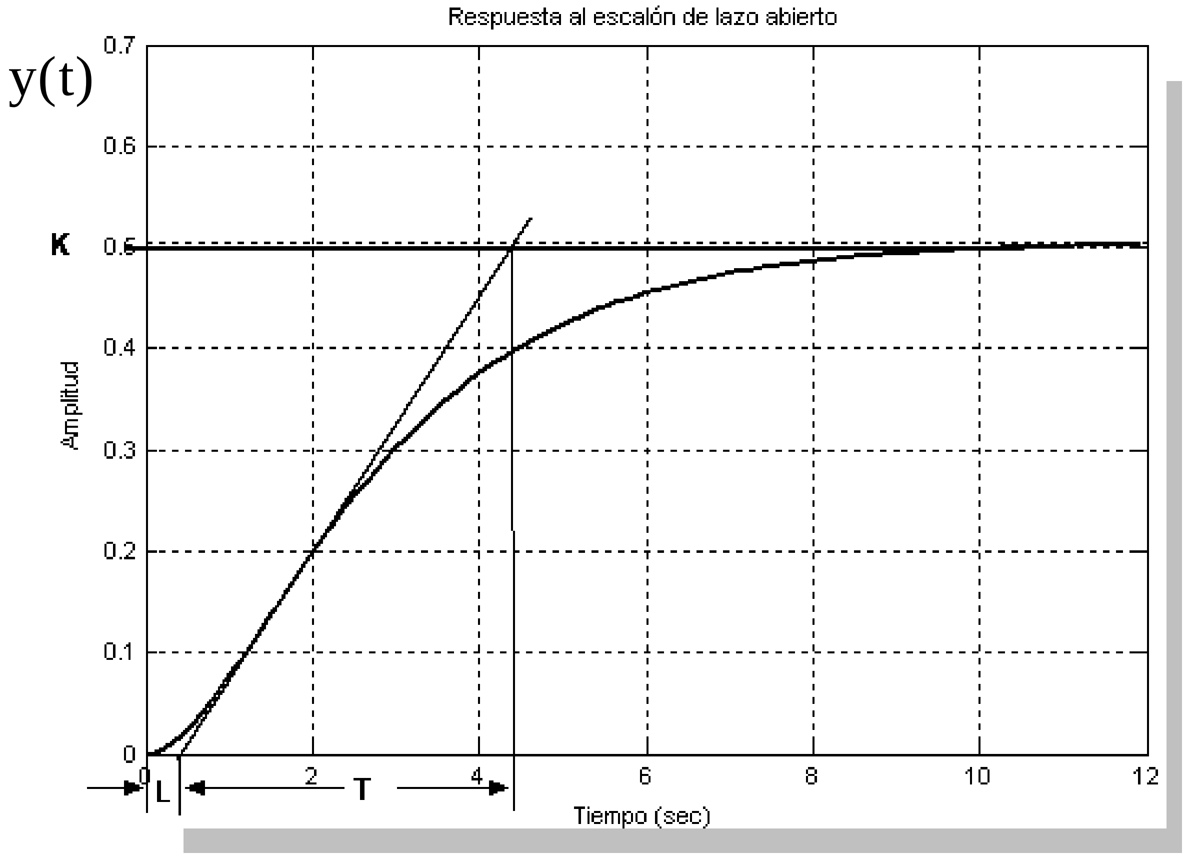


- Condición: La planta es lo suficientemente estable como para experimentar con ella

- Tipos de plantas adecuadas:
  - Caso 1: La respuesta, de lazo abierto, al escalón tiene forma de S. (La planta, de segundo orden al menos o primer orden con tiempo muerto, no tiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados)
  - Caso 2: Plantas con integradores, respuesta de lazo cerrado.

Caso 1: Respuesta al escalón de lazo abierto





$$G(s)=\frac{K}{(T*s+1)}\cdot e^{-Ls}$$

La tangente al punto de inflexión determina dos puntos:

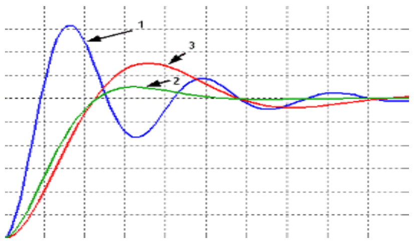
a) **El tiempo muerto, L**

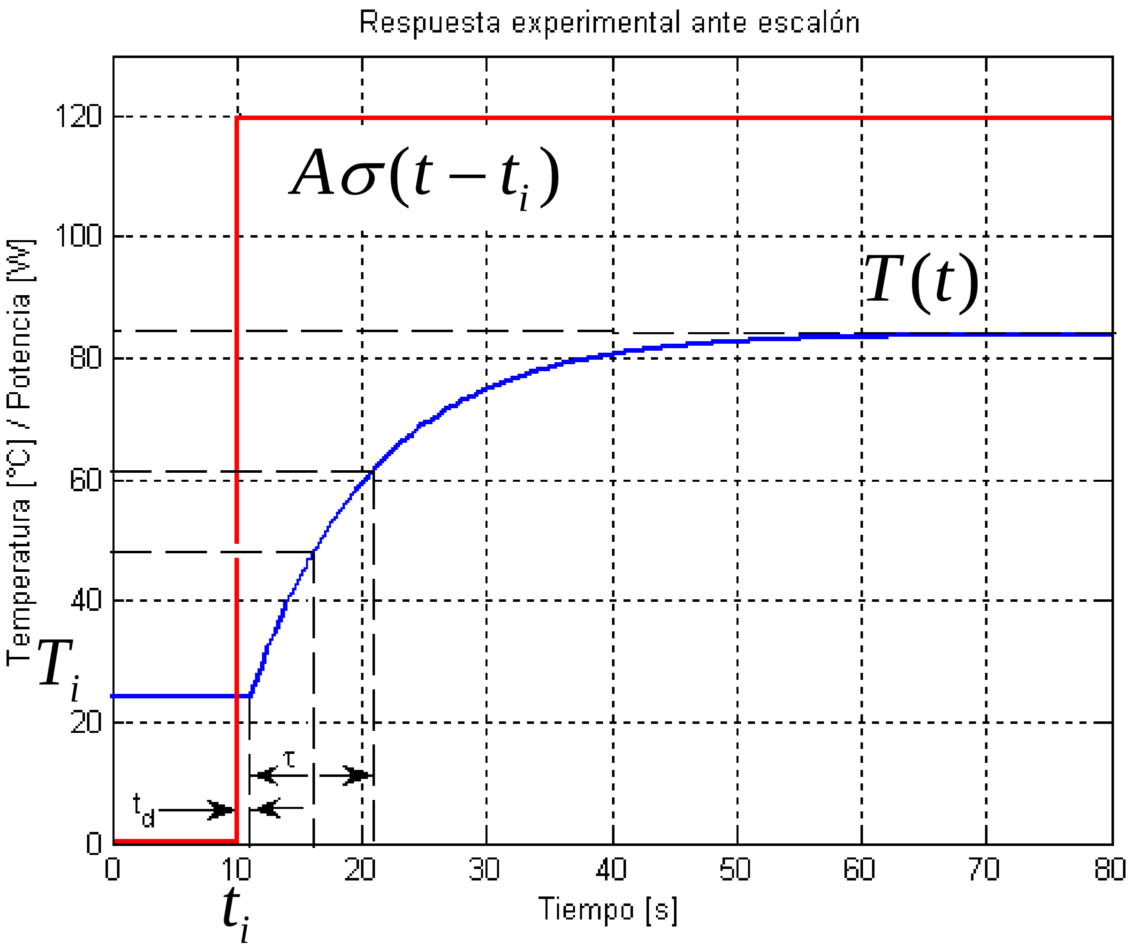
b) **b) La constante de tiempo más el tiempo muerto (T+L)**

Tenemos además la ganancia estática *K*, con entrada escalón de amplitud A

$$K=\frac{\Delta y}{\Delta u}=\frac{\lim_{t\to\infty} y(t)-y(0)}{A}$$

Caso 1: Respuesta al escalón de lazo abierto: otro método





$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-s \cdot t_d}}{(\tau \cdot s + 1)}$$

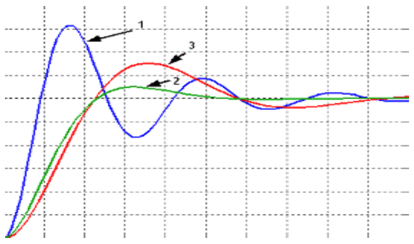
Los parámetros:

$$\tau = 2(t_{63\%} - t_{39\%})$$

$$K = \frac{\lim_{t\to\infty} T(t) - T_i}{A}$$

$$t_d = t_{63\%} - (t_i + \tau)$$

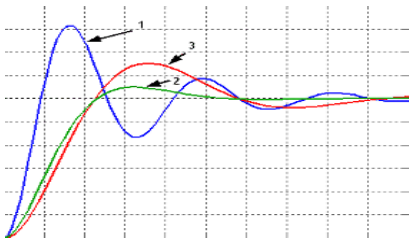
Caso 1: Tablas de ajuste Z-N



$$K_{PID}(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d\right)$$

Tipo de controlador	K_P	T_i	T_d
P	$\frac{1}{K} \cdot \frac{T}{L}$	∞	0
PI	$\frac{0.9}{K} \cdot \frac{T}{L}$	L/0.3	0
PID	$\frac{1.2}{K} \cdot \frac{T}{L}$	2L	0.5L

Caso 1: PID

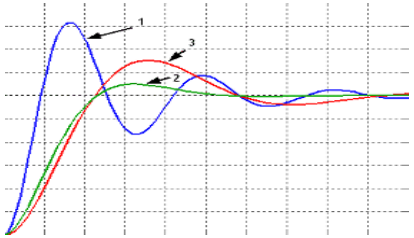


- El PID ajustado por el primer método da:

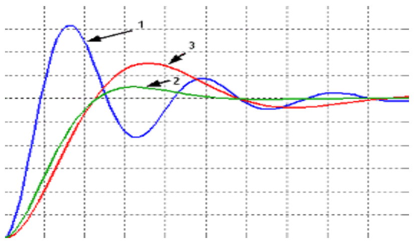
$$K_{PID}(s) = 0.6T\,\frac{\left(s+\frac{1}{L}\right)^2}{s}$$

- Consiste de un polo en el origen y dos ceros en -1/L

Caso 2: Respuesta de lazo cerrado

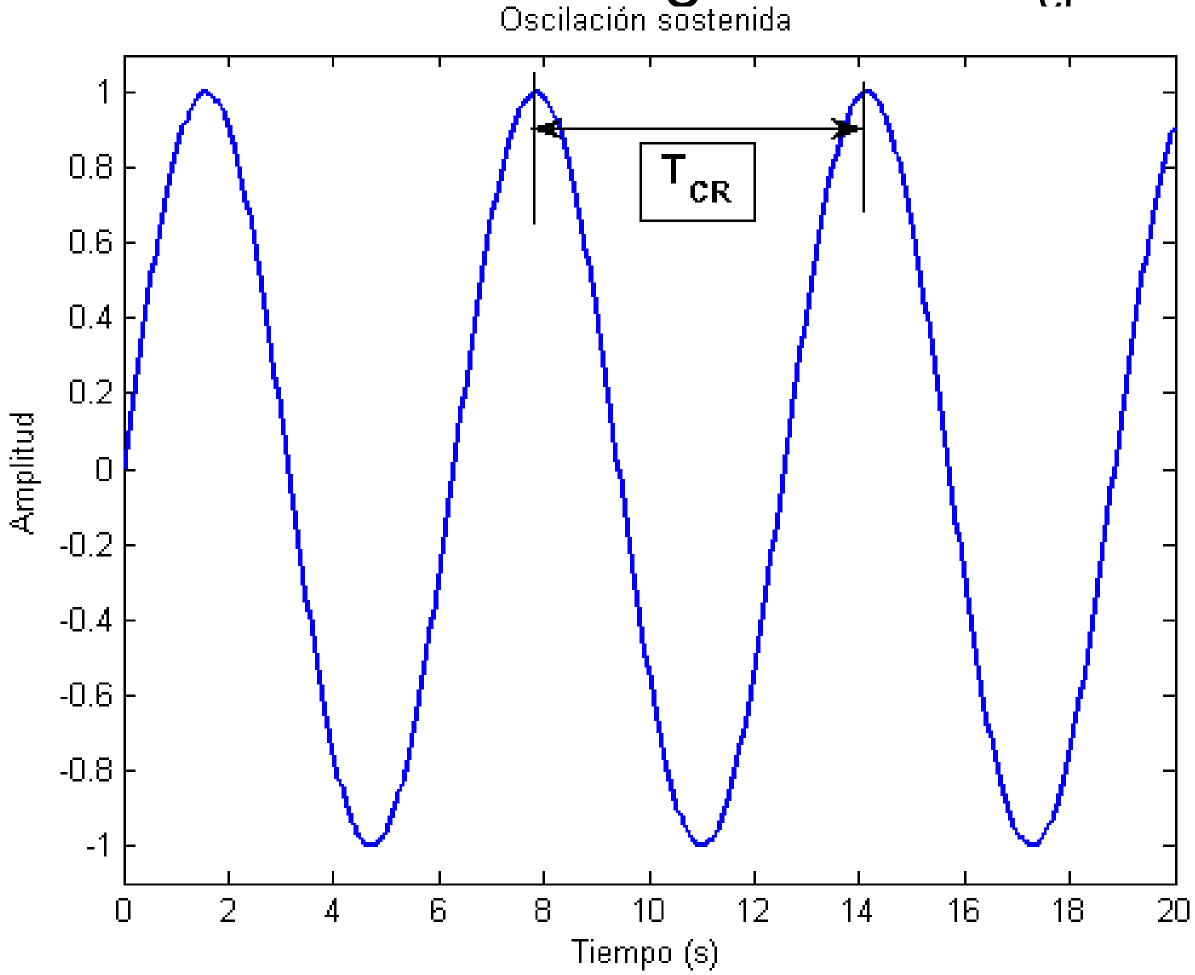


- Se ponen T_i en infinito y T_d en cero, se ajusta K_P desde 0 hasta que haya oscilación sostenida con la ganancia K_{CR}
- Se determina el periodo T_{CR} de la oscilación
  - (si no hay oscilación, el método no se puede aplicar)

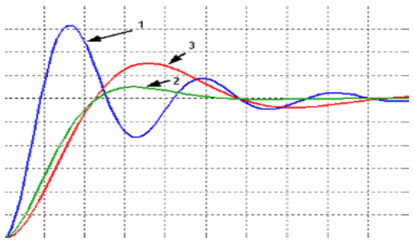


Caso 2: Oscilación sostenida

- La oscilación obtenida con la ganancia K_{cr}



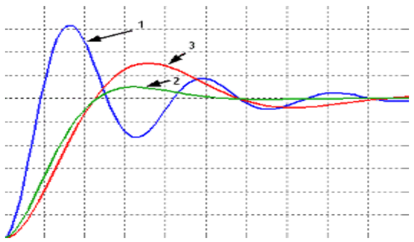
Caso 2: Tablas de ajuste Z-N



$$K_{PID}(s) = K_P(1 + \frac{1}{T_i s} + s \cdot T_d)$$

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$T_{cr}/1.2$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5T_{cr}$	$0.125T_{cr}$

Caso 2: PID

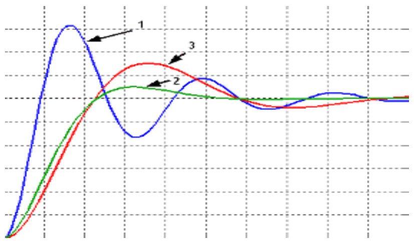


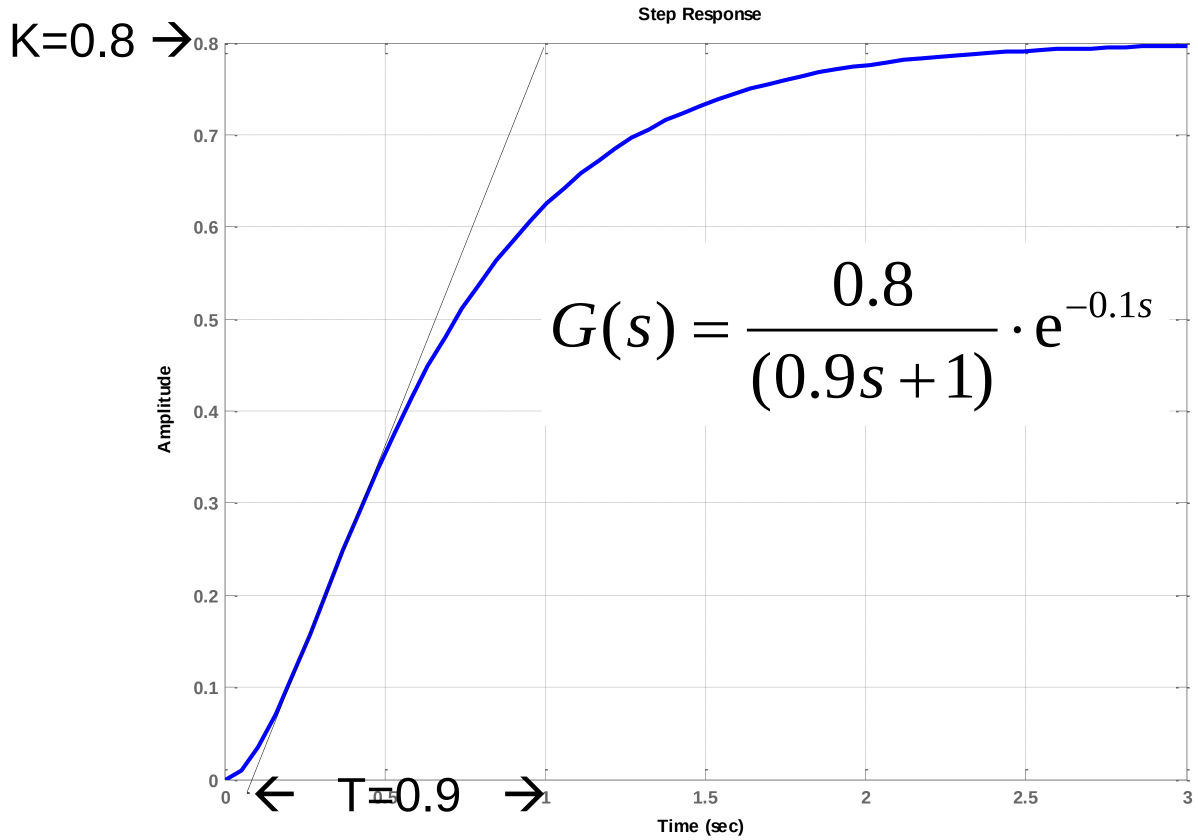
- El PID ajustado por el segundo método da:

$$K_{PID}(s) = 0.075 K_{CR} T_{CR} \frac{\left(s + \frac{4}{T_{CR}}\right)^2}{s}$$

- Consiste de un polo en el origen y dos ceros en -4/Tcr

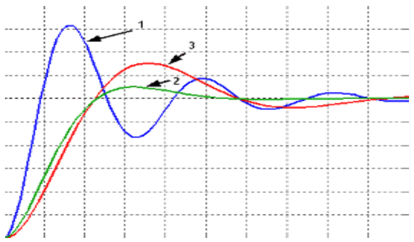
Ejemplo 1: PID 2DoF

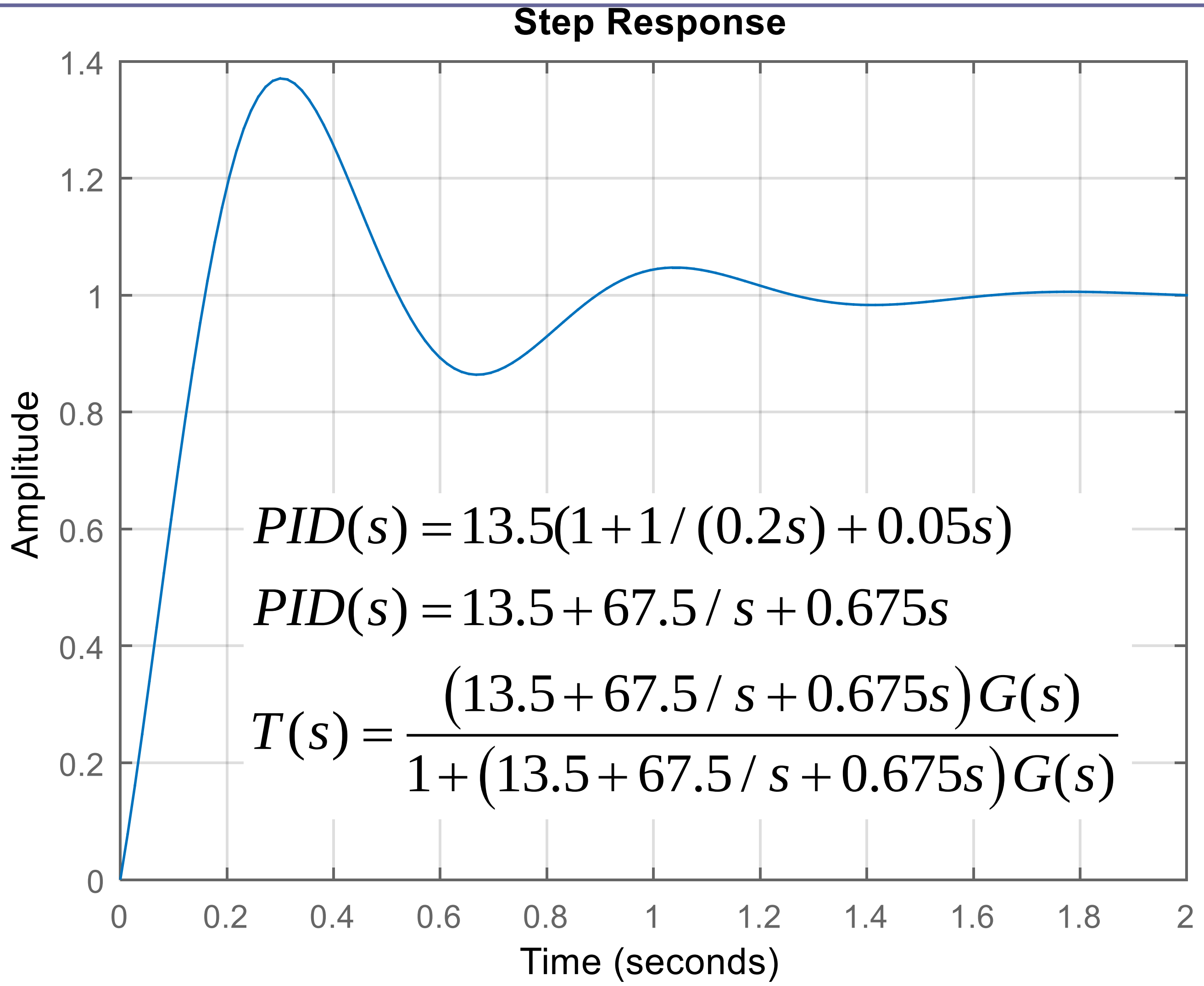




$$G(s) = \frac{0.8}{(0.9s+1)} \cdot e^{-0.1s}$$

Ejemplo 1: Resultado Z-N

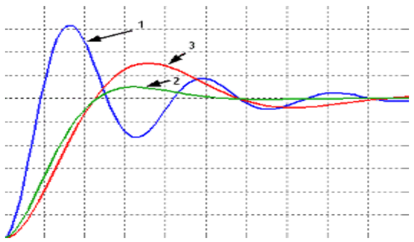




$$PID(s) = 13.5(1 + 1/(0.2s) + 0.05s)$$

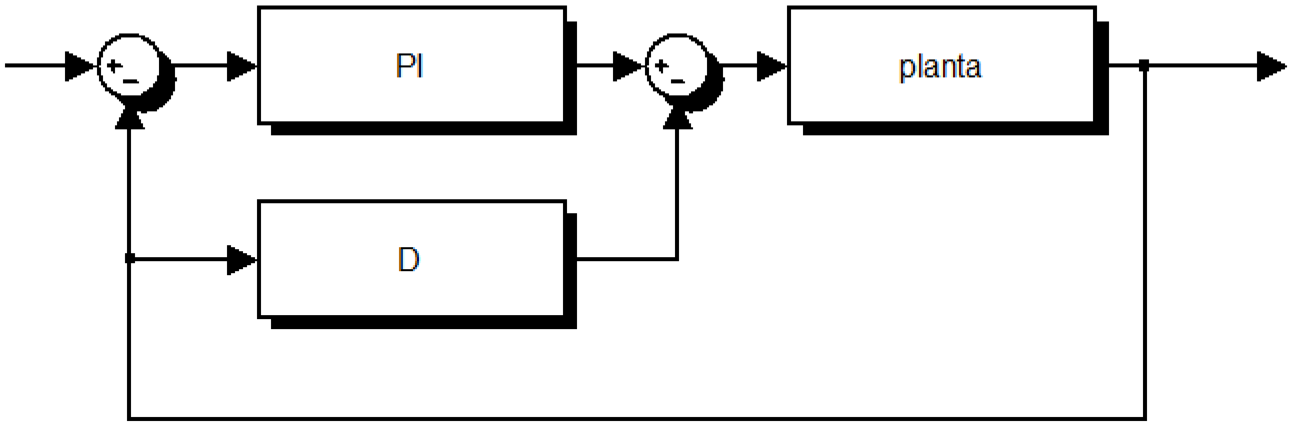
$$PID(s) = 13.5 + 67.5/s + 0.675s$$

$$T(s) = \frac{(13.5 + 67.5/s + 0.675s)G(s)}{1 + (13.5 + 67.5/s + 0.675s)G(s)}$$



El PI_D

- La parte derivativa solo trabaja en la realimentación

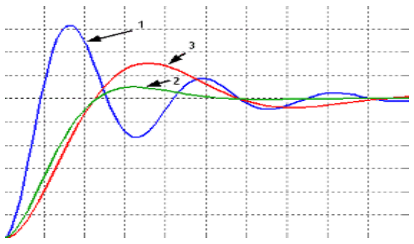


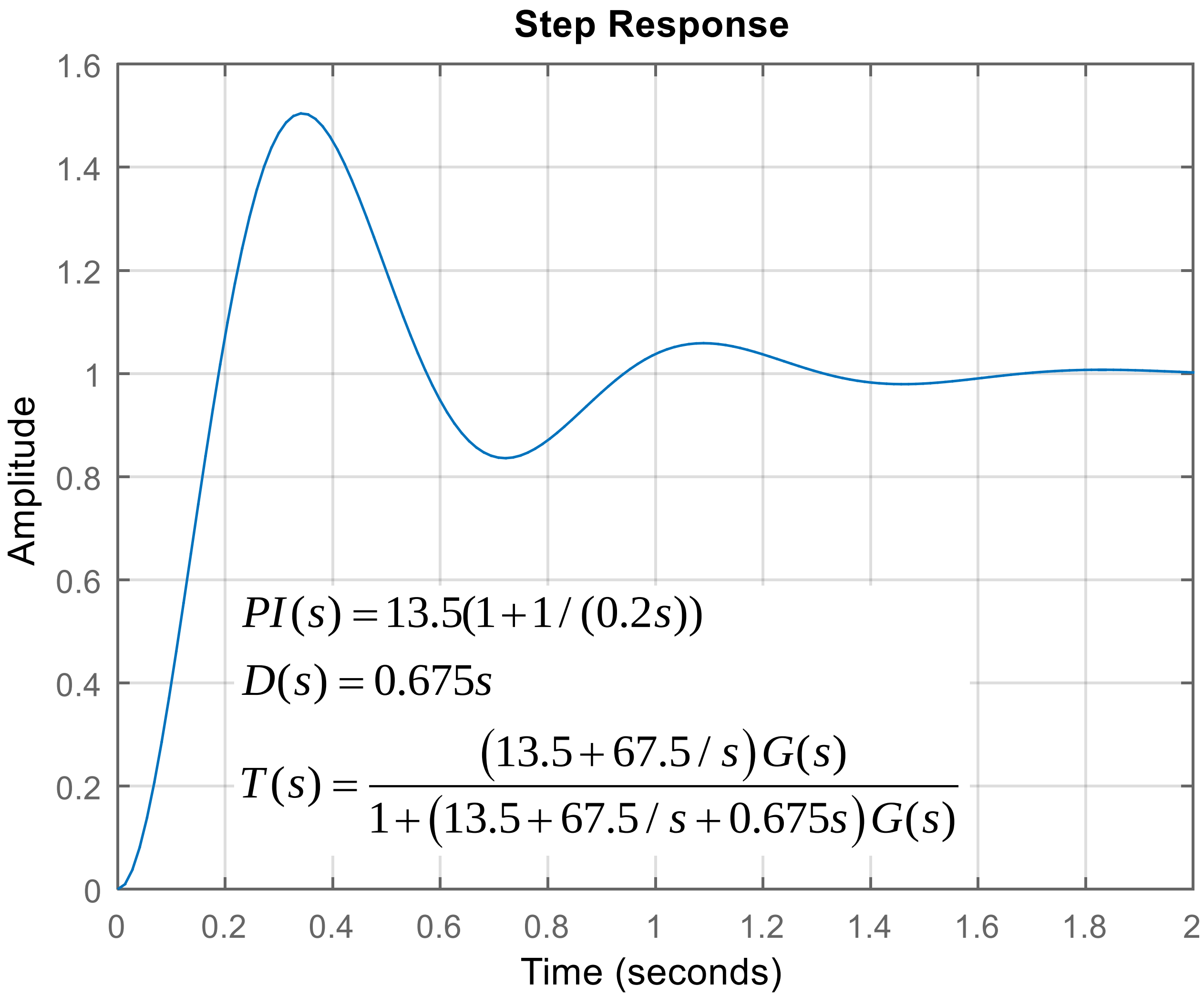
$$PI(s) = 13.5(1 + 1/(0.2s))$$

$$D(s) = 0.675s$$

$$T(s) = \frac{(13.5 + 67.5/s)G(s)}{1 + (13.5 + 67.5/s + 0.675s)G(s)}$$

Ejemplo 2: Resultado PI_D





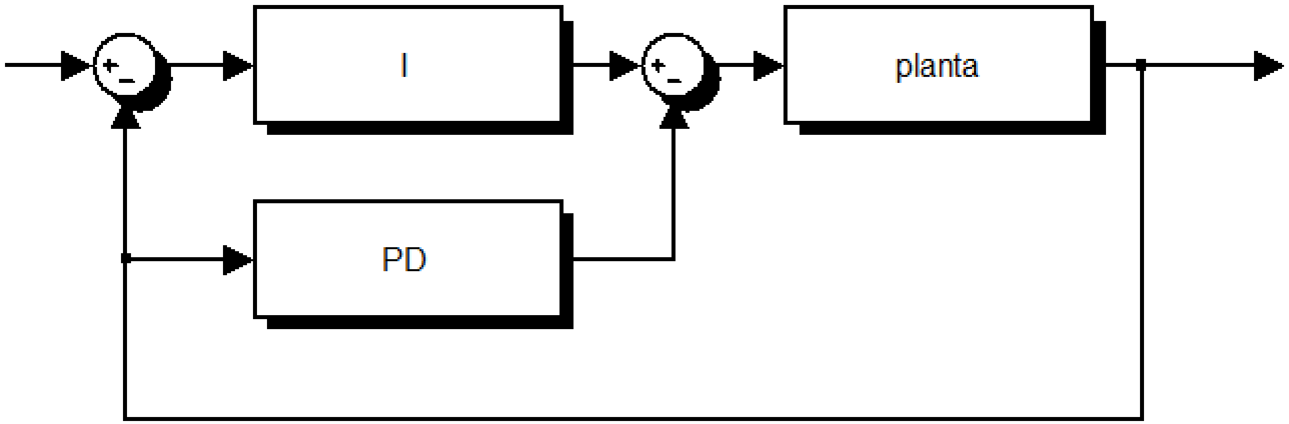
$$PI(s) = 13.5(1 + 1/(0.2s))$$

$$D(s) = 0.675s$$

$$T(s) = \frac{\left(13.5 + 67.5/s\right)G(s)}{1 + \left(13.5 + 67.5/s + 0.675s\right)G(s)}$$

El I_PD

- Las partes proporcional y derivativa solo trabajan en la realimentación

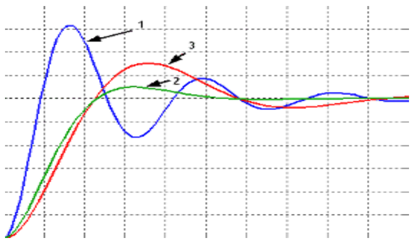


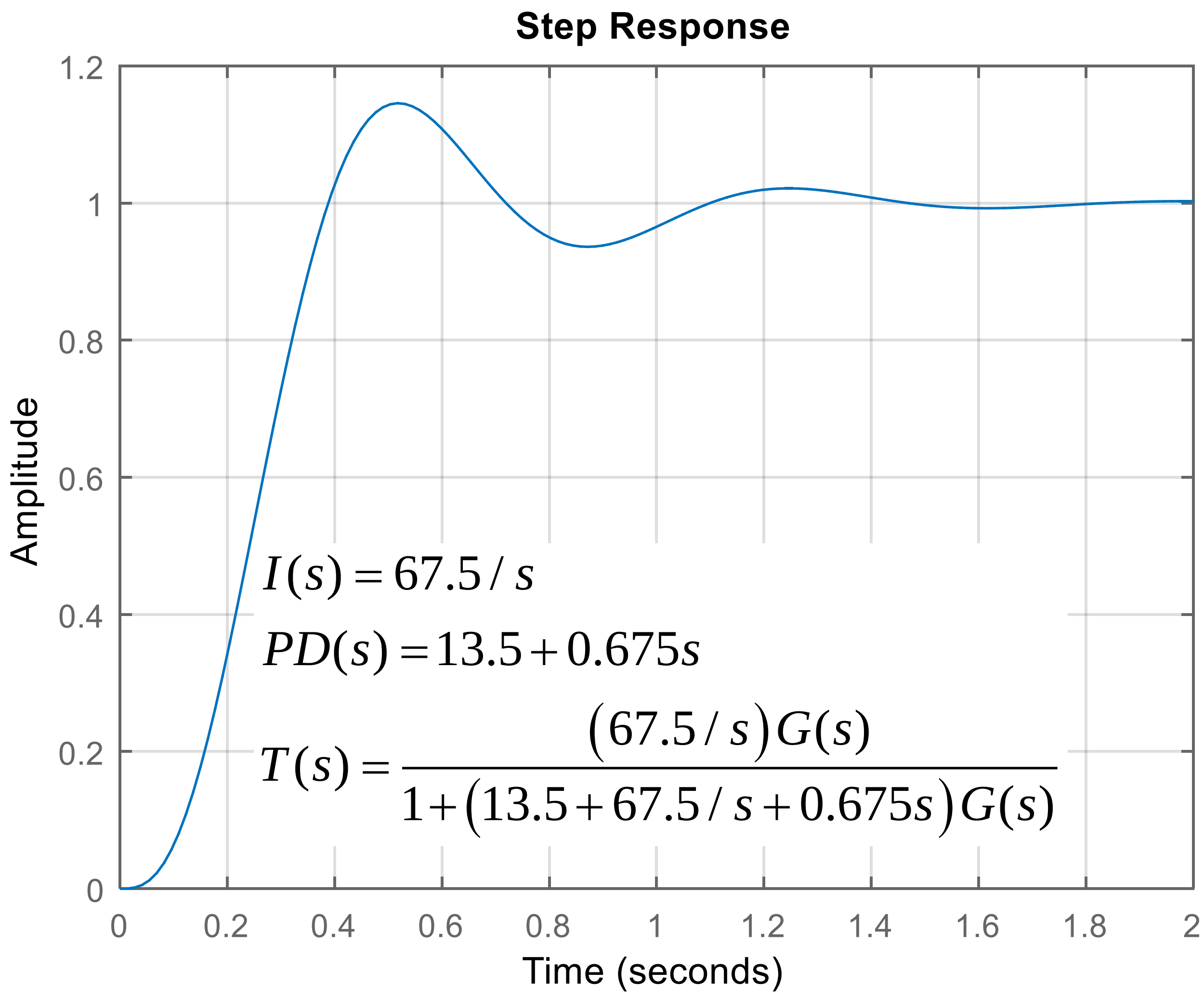
$$I(s) = 67.5/s$$

$$PD(s) = 13.5 + 0.675s$$

$$T(s) = \frac{\left(67.5/s\right)G(s)}{1 + \left(13.5 + 67.5/s + 0.675s\right)G(s)}$$

Ejemplo 2: Resultado I_PD

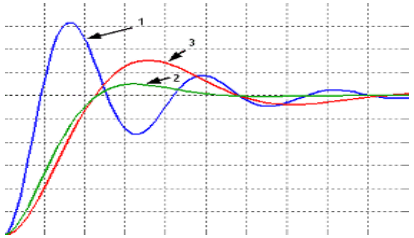




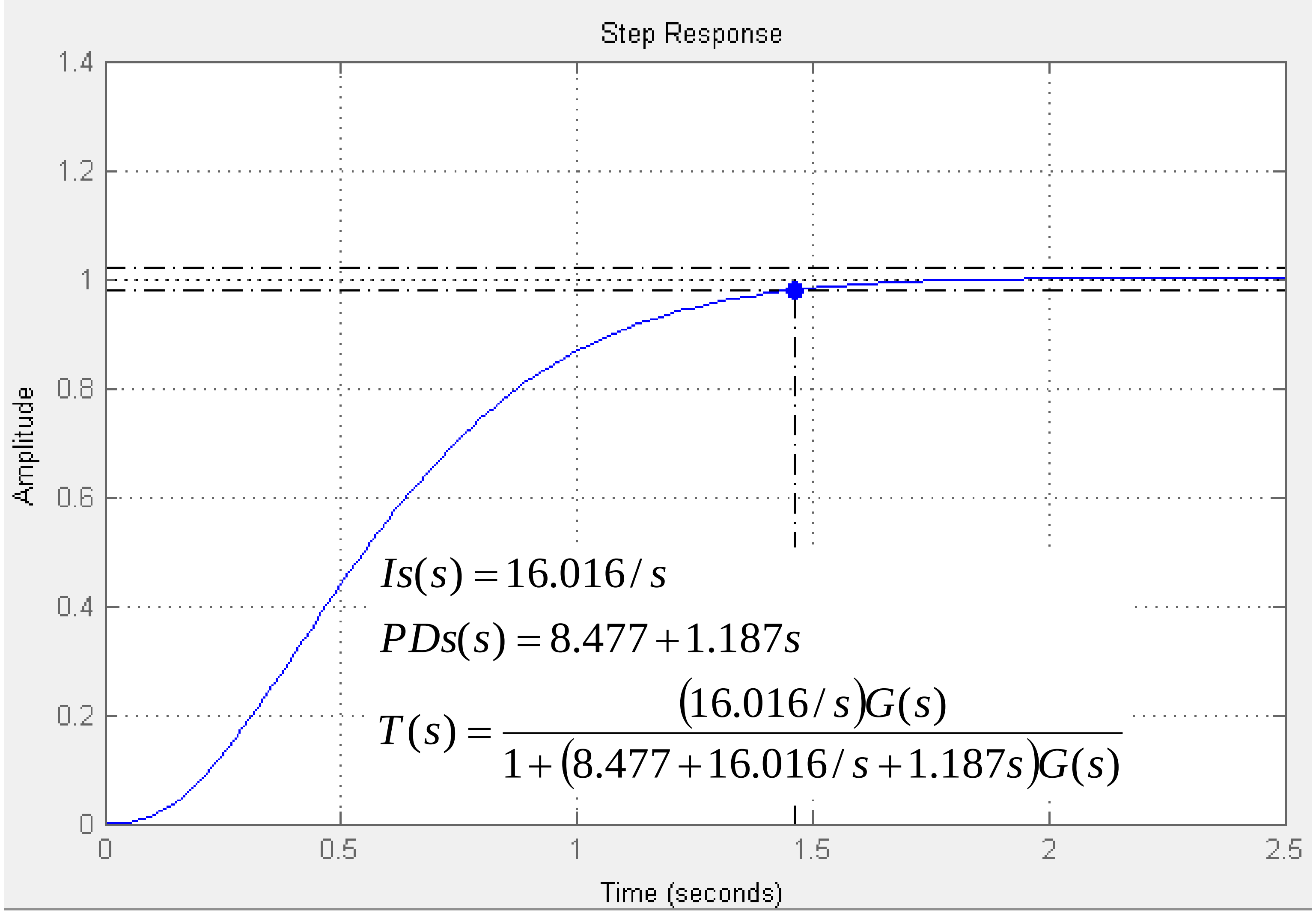
$$I(s) = 67.5/s$$

$$PD(s) = 13.5 + 0.675s$$

$$T(s) = \frac{(67.5/s)G(s)}{1 + (13.5 + 67.5/s + 0.675s)G(s)}$$



Ejemplo 2: Resultado REI

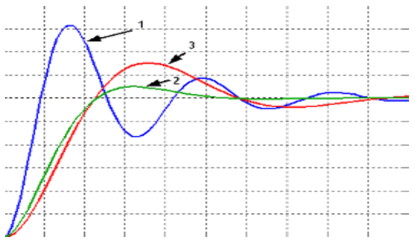


$$Is(s) = 16.016/s$$

$$PDs(s) = 8.477 + 1.187s$$

$$T(s) = \frac{(16.016/s)G(s)}{1 + (8.477 + 16.016/s + 1.187s)G(s)}$$

Ejercicios



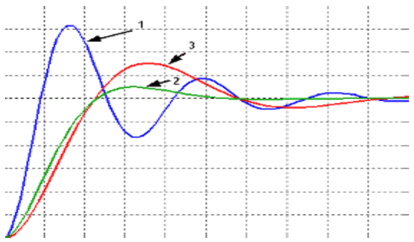
- Utilice el método de Ziegler-Nichols para compensar el sistema con variantes del PID o PID 2DoF.

$$G(s) = \frac{4}{(s+2)} \cdot \mathrm{e}^{-0.1s}$$

Utilice un PID (IMC) y un PID2DoF (LQR) para sintonizar el siguiente sistema

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.103\, s \; + \; 0.712}$$

Referencias



- Ogata, Katsuhiko. „**Ingeniería de Control Moderna**“, Pearson, Prentice Hall, 2003, 4ª Ed., Madrid.
- Kuo, Benjamin C.. „**Sistemas de Control Automático**“, Ed. 7, Prentice Hall, 1996, México.
- http://en.wikipedia.org/wiki/PID_controller
- http://www.cds.caltech.edu/~murray/amwiki/index.php?title=PID_Control