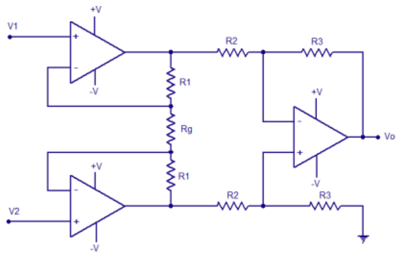
Implementación de reguladores analógicos

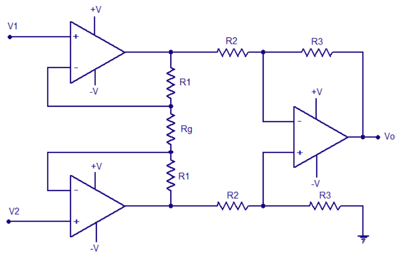
Eduardo Interiano

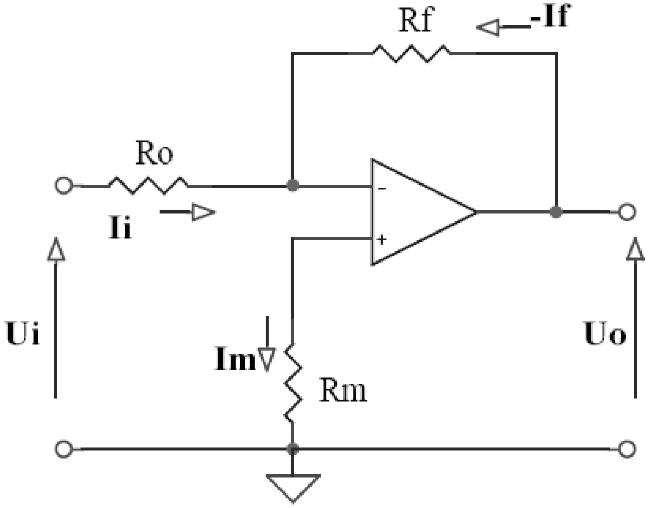
Contenido

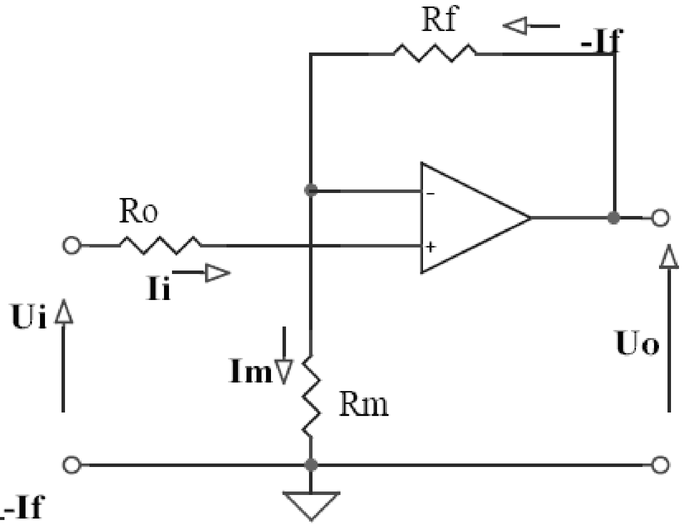


- Reguladores proporcionales
  - Inversor, no inversor, diferencial, ajustable
- Regulador integrador
- Regulador PI
  - Fijo, ajustable
- Regulador PD
  - Fijo, ajustable
- Regulador PID
  - Fijo, Ajustable

Reguladores proporcionales

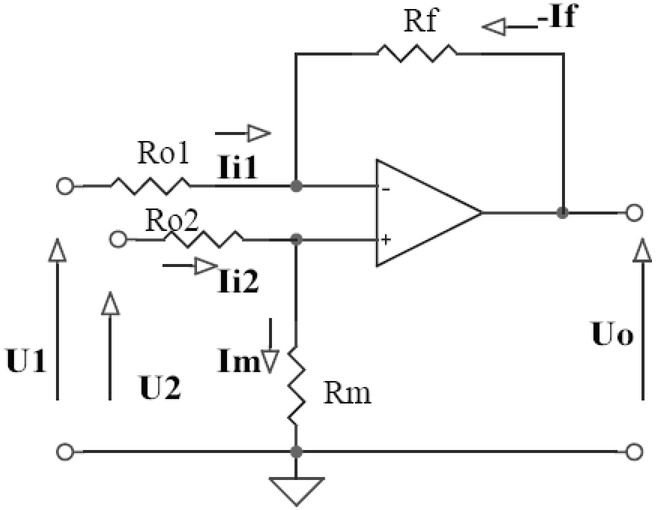






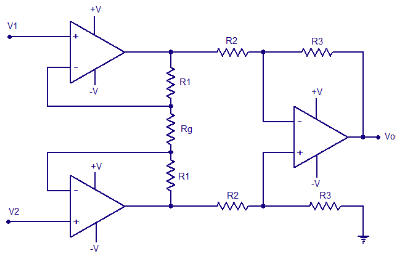
2.1 Inversor

2.2 No inversor



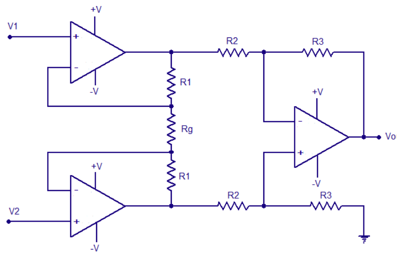
2.3 Diferencial

Reguladores proporcionales



Modo	Ganancia proporcional	Ganancia variable	
Inversor	$K = -\dfrac{R_f}{R_O}$	$0 \leq \lvert K \rvert \leq \dfrac{R_f\ \text{máx.}}{R_O}$	(2.1)
No inversor	$K = 1 + \dfrac{R_f}{R_M}$	$1 \leq K \leq \dfrac{R_f\ \text{máx.}}{R_M}$	(2.2)
Diferencial	$K = \dfrac{R_f}{R_O}$	$0 \leq K \leq \dfrac{R_f\ \text{máx.}}{R_O}$	(2.3)

Proporcional ajustable

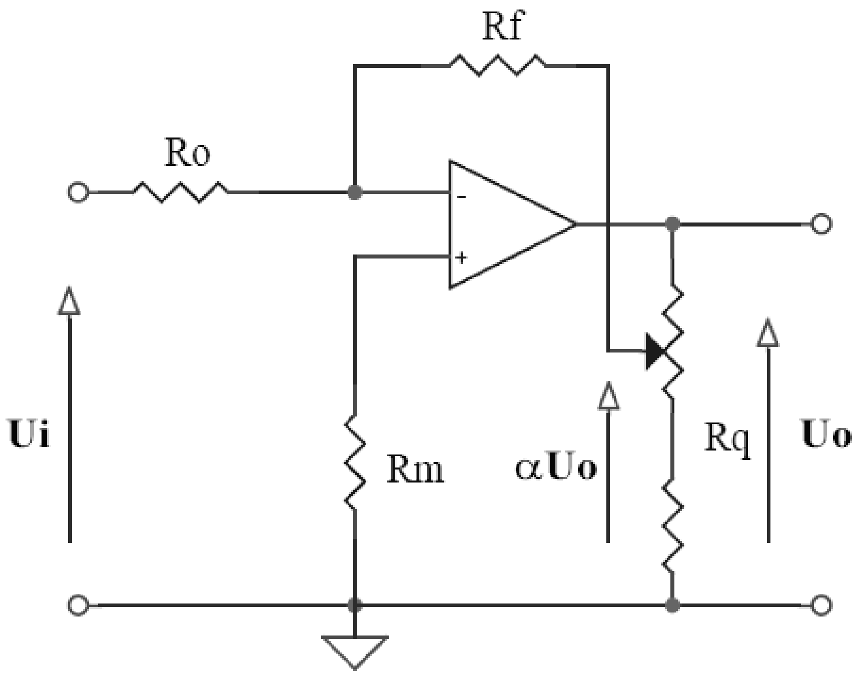


- Fórmula exacta ($R_f \leq R_q$)

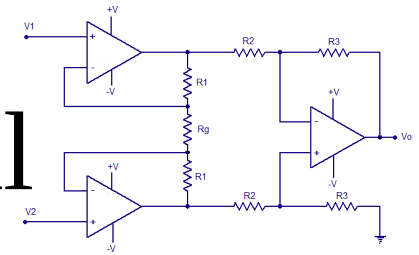
$$K = -\frac{1}{\alpha}\frac{R_f}{R_O}\left[1+(\alpha-\alpha^2)\frac{R_q}{R_f}\right]$$

- Fórmula aprox.
  - ($R_f > 10R_q$)

$$K = -\frac{1}{\alpha}\frac{R_f}{R_O}$$



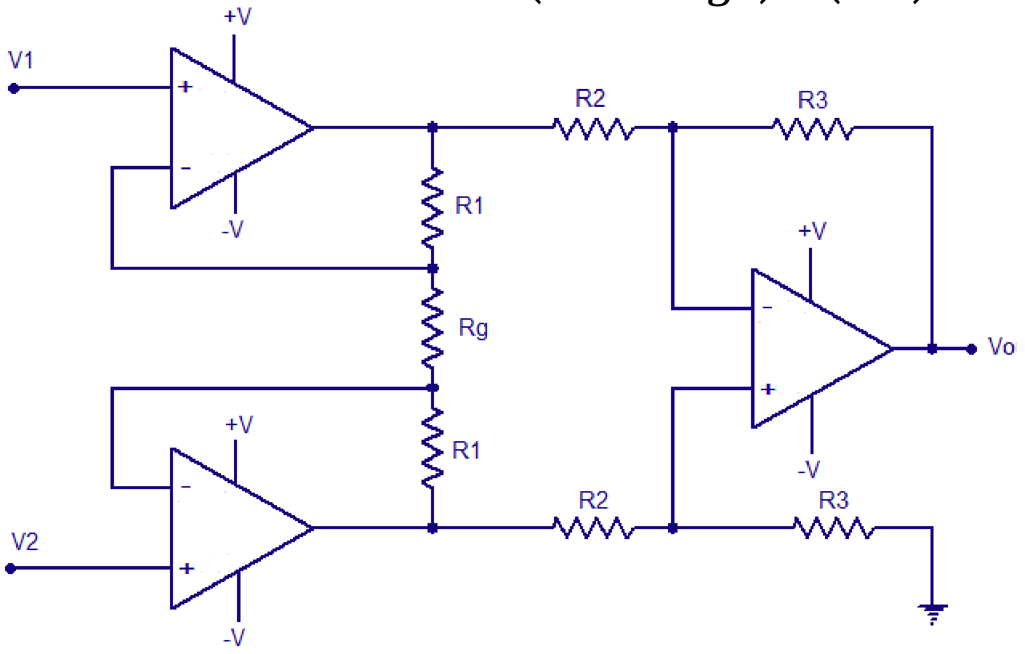
Amplificador de instrumentación tradicional

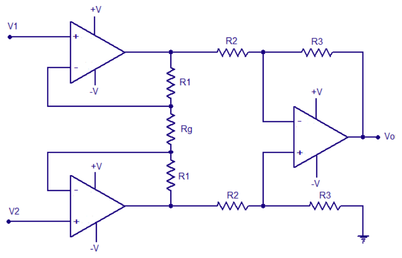


Ventajas

- Una vez balanceadas las resistencias R1, R2 y R3, Rg ajusta la ganancia y no hay que rebalancear
- En modo diferencial los amplificadores de entrada operan con ganancia $(1+2R_1/R_g)$
- En modo común, los amplificadores de entrada operan con ganancia unitaria.
- Se puede ajustar con R_g la ganancia diferencial sin afectar la ganancia de modo común, el efecto es aumentar la CMRR

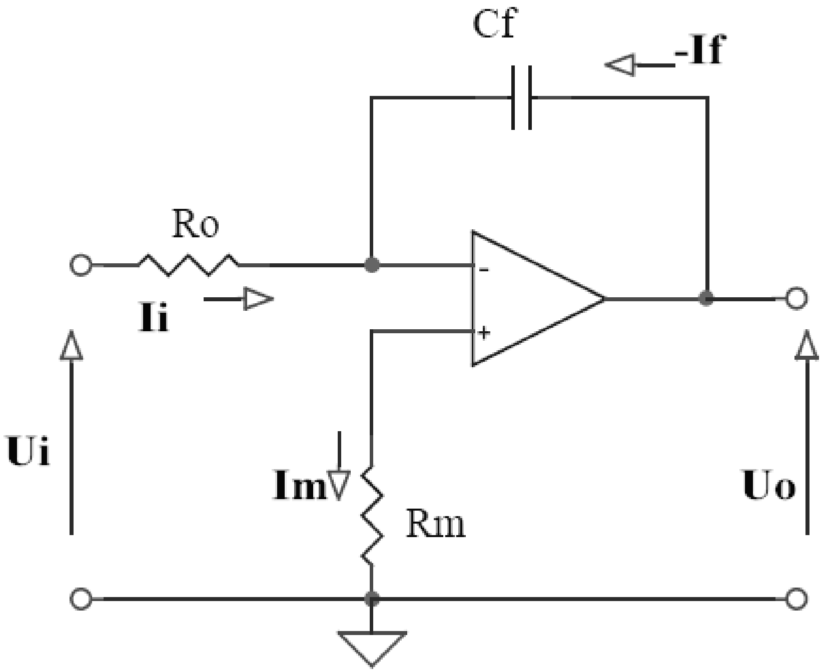
$$U_o = (U_2 - U_1)\left(1 + \frac{2R_1}{R_g}\right)\left(\frac{R_3}{R_2}\right)$$



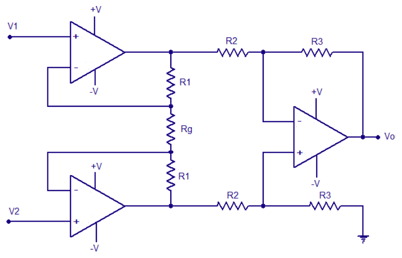


Integrador (casi ideal)

$$K_I(s) = -\frac{1}{sR_0C_f} = -\frac{1}{sT_I} = -K_I\frac{1}{s}$$



Integrador ajustable



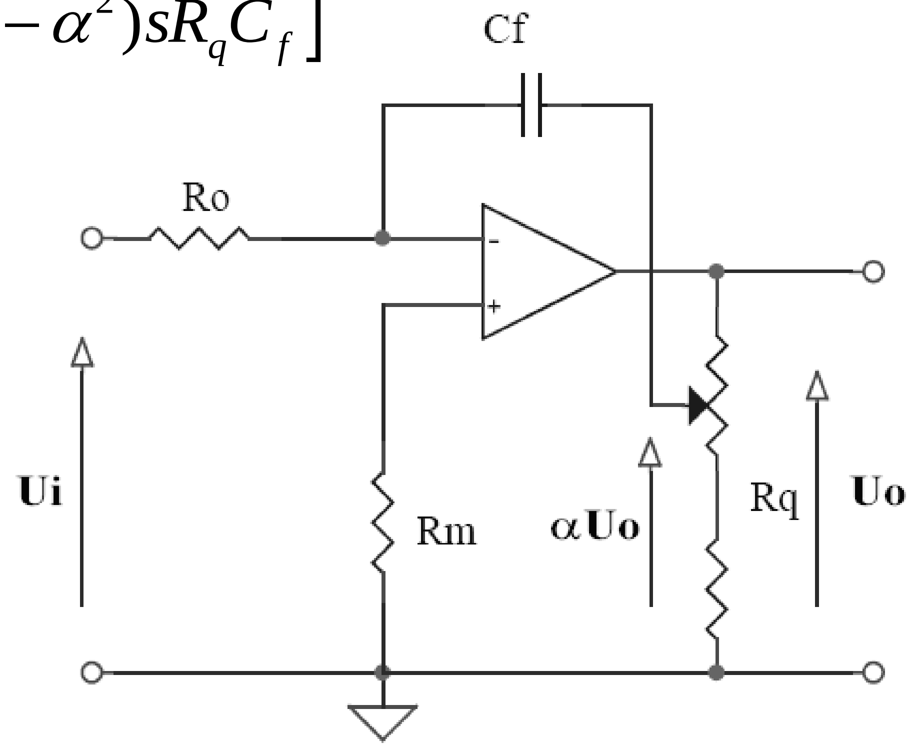
- Fórmula completa

$$K_I(s) = -\frac{1}{s\alpha R_0 C_f}\left[1 + (\alpha - \alpha^2) s R_q C_f\right]$$

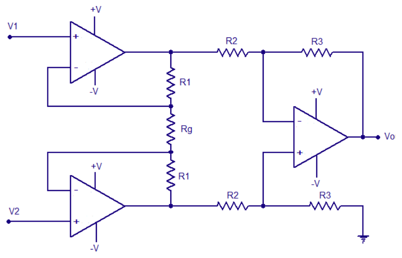
- Factor derivador

$$\left[(\alpha - \alpha^2) R_q C_f\right]$$

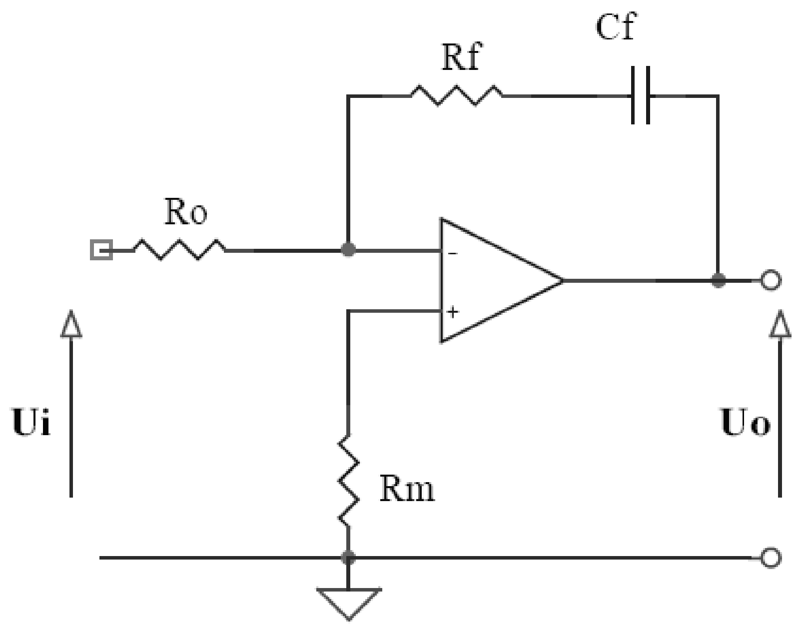
La influencia desaparece
Si $R_q << R_0$



PI



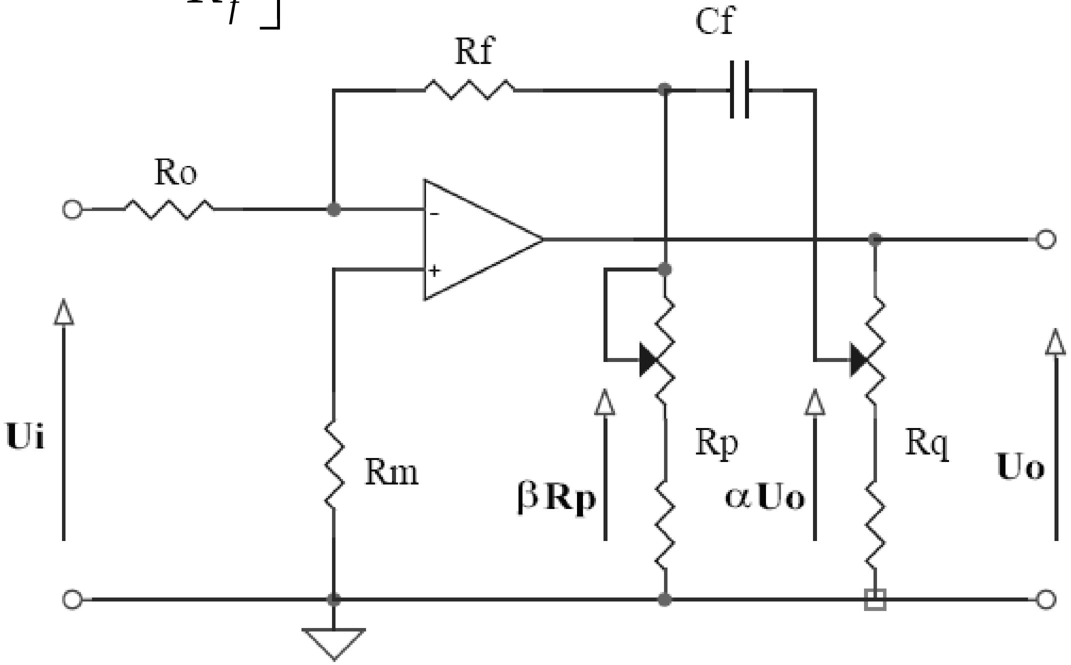
$$K_{PI}(s) = -\frac{R_f}{R_O}\left(\frac{1+sR_fC_f}{sR_fC_f}\right) = K_P\frac{\left(s+\frac{1}{R_fC_f}\right)}{s} = K_P\frac{\left(s+\frac{1}{T_I}\right)}{s}$$



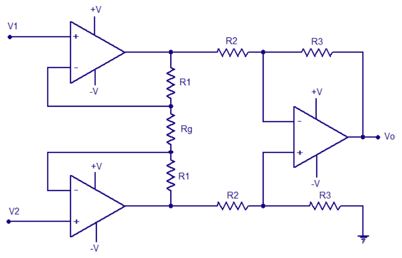
PI ajustable

$$K_{P\alpha} = -\frac{R_f}{R_O}\frac{1}{\alpha}\left[1+(\alpha-\alpha^2)\frac{R_q}{R_f}\right]$$

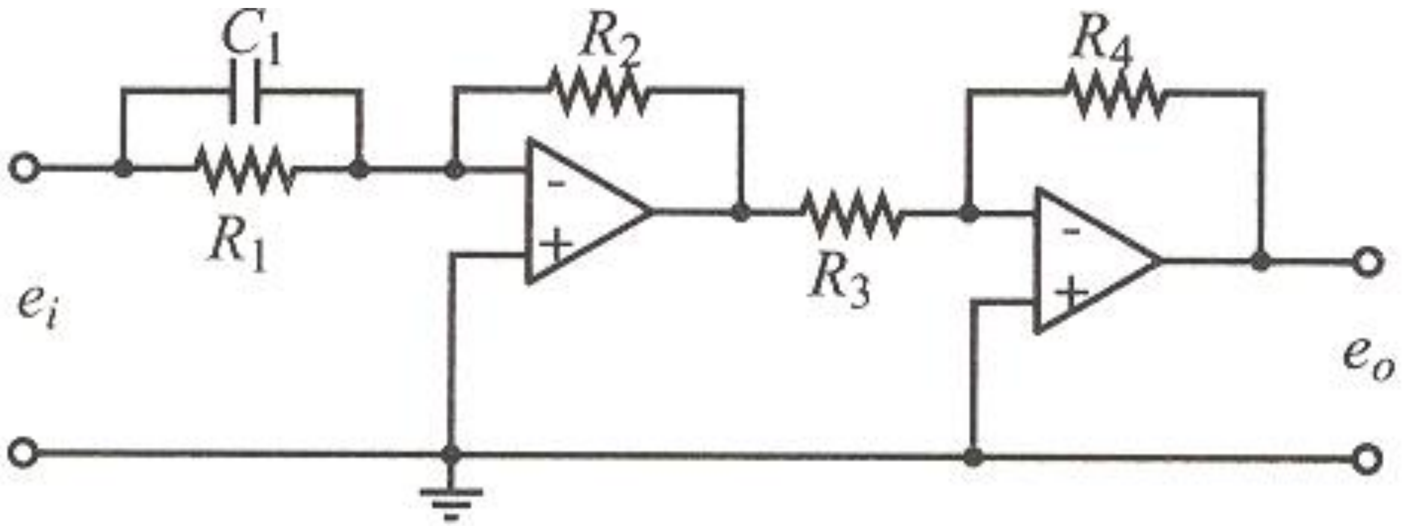
$$T_{I\beta} = \frac{R_f \cdot \beta R_P}{R_f + \beta R_P} C_f \left[1+(\alpha-\alpha^2)\frac{R_q}{R_f}\right]$$



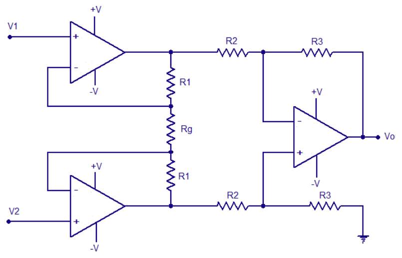
PD (básico)



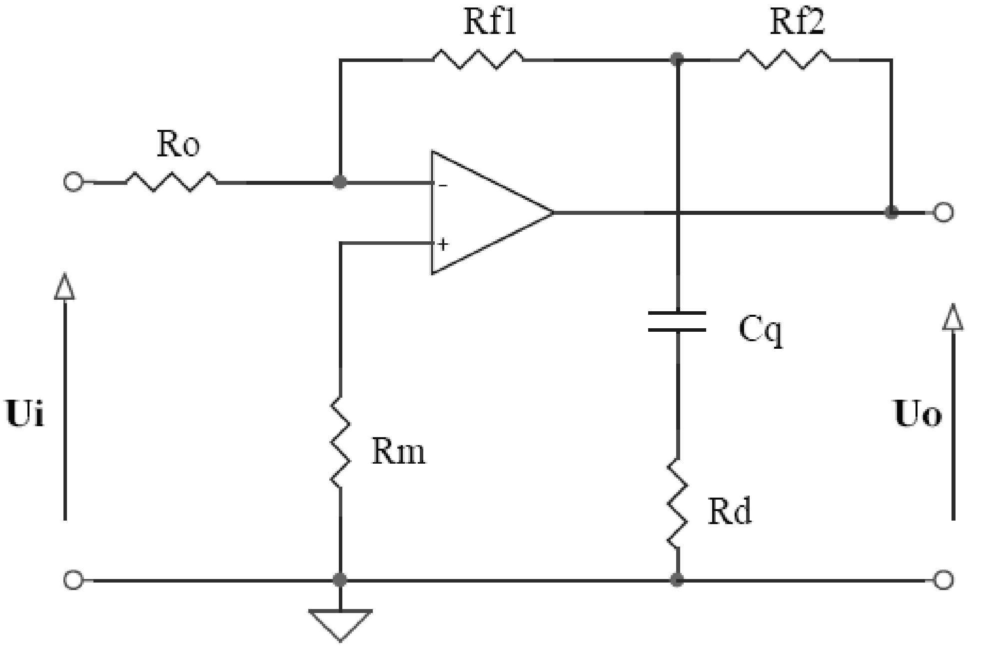
$$K_{PD}(s)=\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\left(R_1C_1s+1\right)$$



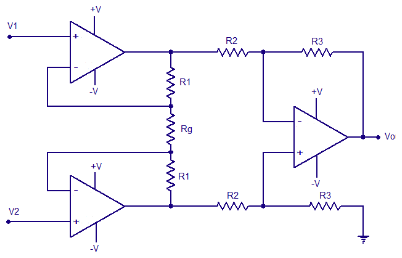
PD



$$K_{PD} = -\frac{R_{f1}+R_{f2}}{R_0}\,\frac{1+s\left(\dfrac{R_{f1}\cdot R_{f2}}{R_{f1}+R_{f2}}+R_d\right)C_q}{1+sR_dC_q} = -K_P\,\frac{1+s(T_D+t_d)}{1+st_d}$$



Ejemplo 1: Implementar PD

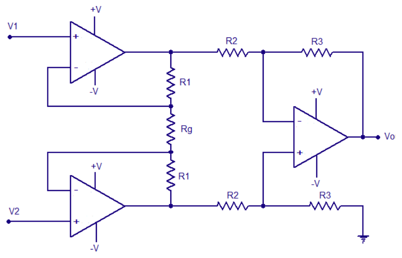


- Implementar el compensador PD(s) de forma analógica. Solamente dispone de condensadores electrolíticos, de la serie E12, en los valores mostrados; los cuales tienen una tolerancia del **-20%.**
  - a) 22uF b) 33uf c) 47uf d) 68uf e) 82uf

$$PD(s) = 3.75\frac{(s+4)}{(s+10)}$$

- Encuentre los valores de los todos los componentes para implementar PD(s) de tal forma que cumpla con las características siguientes:
  - Impedancia de entrada de 10kΩ
  - Comportamiento inversor
  - Compensado contra las corriente de offset

Ejemplo 1: Descomposición

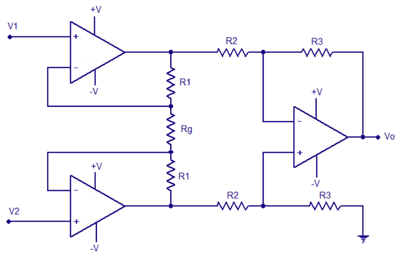


- Rescribimos PD(s)
  - $z_{in} = R_0$ y $R_m = R_f // R_0$; z_0 y p_0 son < 0

$$PD(s) = K_C \frac{(s - z_0)}{(s - p_0)}$$

$$PD(s) = \frac{\left(R_{f1} + R_{f2}\right)}{R_0} \frac{\left(1 + sC_q\left(\frac{R_{f1} \cdot R_{f2}}{R_{f1} + R_{f2}} + R_d\right)\right)}{\left(1 + st_d\right)}$$

Ejemplo 1: Descomposición



- De donde

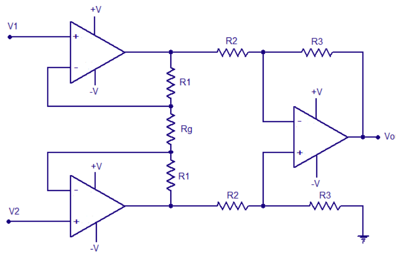
$$\frac{R_{f1} + R_{f2}}{R_0} = K_C \frac{z_0}{p_0}$$

$$\frac{1}{-p_0} = t_d = C_q R_d$$

$$\frac{1}{-z_0} = (T_D + t_d)$$

$$T_D = \frac{(z_0 - p_0)}{p_0 z_0} = C_q \frac{R_{f1} \cdot R_{f2}}{R_{f1} + R_{f2}}$$

Ejemplo 1: Resolviendo



- Despejando R_{f2} y sustituyendo para dejar una ecuación en términos conocidos, suponiendo que se conoce C_q.

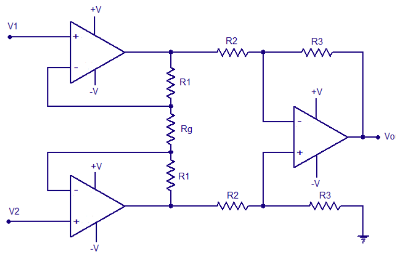
$$R_{f2} = \frac{K_C R_0 z_0}{p_0} - R_{f1}$$

$$C_q \frac{R_{f1} \cdot \left(\frac{K_C R_0 z_0}{p_0} - R_{f1} \right)}{\left(\frac{K_C R_0 z_0}{p_0} \right)} = \frac{(z_0 - p_0)}{p_0 z_0}$$

- Arreglando

$$R_{f1}{}^2 - R_{f1}\left(\frac{K_C R_0 z_0}{p_0} \right) + \frac{(z_0 - p_0) K_C R_0}{C_q p_0{}^2} = 0$$

Ejemplo 1: Condición



- Resolviendo para R_{f1} y R_{f2}

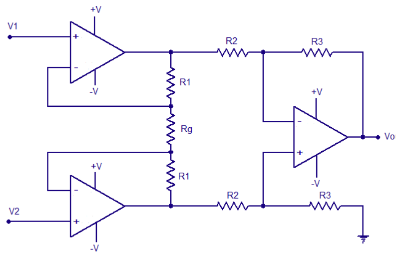
$$R_{f1} = \frac{\left(\frac{K_C R_0 z_0}{p_0}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{K_C R_0 z_0}{p_0}\right)^2 - 4\frac{(z_0 - p_0)K_C R_0}{C_q {p_0}^2}}}{2}$$

- Para que las resistencias sean reales, el discriminante debe ser positivo

$$C_q \geq \frac{4(z_0 - p_0)}{K_C R_0 z_0^2}$$

$$C_q \geq \frac{4(-4-(10))}{3.75*10000\,(-4)^2} = 40\,\mu F$$

Ejemplo 1: Cálculo



- Capacidad 80% del valor nominal en el peor de los casos. Para $C_q \geq 40\mu F$

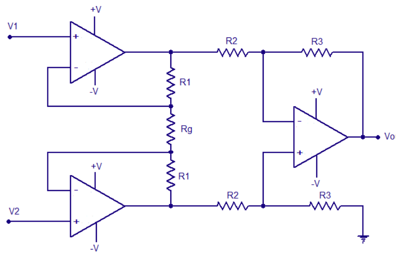
Valor nominal en uF	Capacidad con -20% en uF	Cumple
47	37.6	No
68	54.4	Si
82	65.6	Si

$$R_d = \frac{1}{C_q(-p_0)} = \frac{1}{68 \cdot 10^{-6} * 10} = 1470.58\Omega$$

$$R_{f1} + R_{f2} = \frac{K_C R_0 z_0}{p_0} = \frac{3.75 * 10000 * (-4)}{(-10)} = 15k\Omega$$

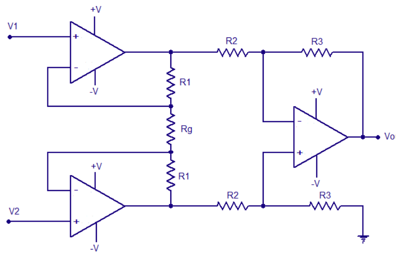
$R_{f1} = 12.313k\Omega$ $R_{f2} = 2.687k\Omega$ $R_m = 6k\Omega$

Ejemplo 1: Análisis de resultados



- Debido a la tolerancia del condensador los valores calculados para las resistencias no son los que el circuito final puede requerir ya que se calculó con el peor de los casos.
- Las tolerancias de los condensadores no son siempre negativas aquí se expuso un ejemplo de cálculo
- Lo mejor es medir el valor del condensador a emplear y recalcular los valores de las resistencias.
- Para mejores resultados puede emplearse resistencias de la serie E96 con tolerancias del 1% o menor (mejor) para los valores fijos y un elemento ajustable de 15KΩ (5KΩ ajustable + 10KΩ fijo) para R_f.
- Otra forma es implementar un PD en paralelo con ganancia proporcional y ganancia derivativa ajustables. Quiza esta es una forma más simple, con menos compromisos.

PD ajustable

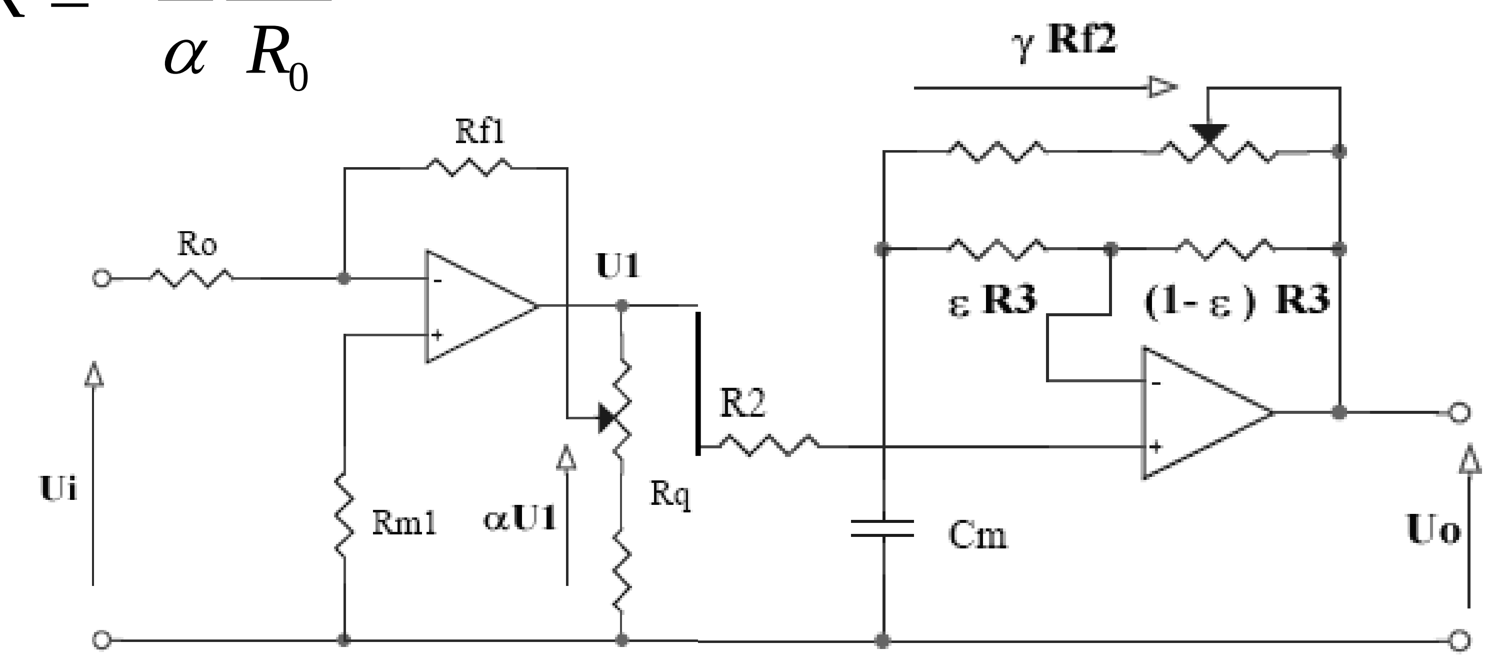


$$K_{PD}(s) = K\frac{(1+sT_{D\gamma})}{(1+st_d)}$$

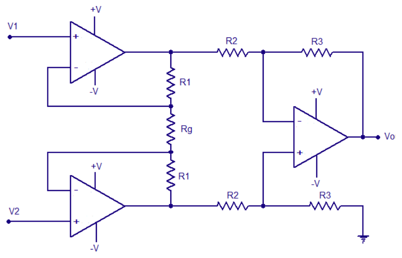
$$K = -\frac{1}{\alpha}\frac{R_{f1}}{R_0}$$

$$t_d = \varepsilon T_{D\gamma}$$

$$T_{D\gamma} = \gamma\frac{R_{f2}\cdot R_3}{\gamma\cdot R_{f2} + R_3}C_m$$



Ejemplo 2: PID real



- Haga la implementación en paralelo del regulador K(s).

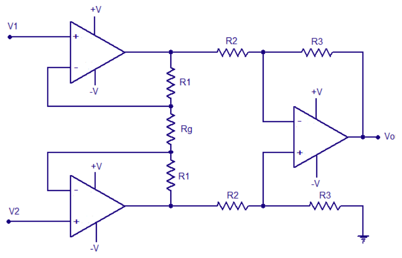
$$\mathrm{K}(s) = 1.25\,\frac{(s+10)(s+1)}{s(s+25)}$$

- Suponga que puede obtener condensadores solo en los valores estándar de la serie E6, con tolerancias de ±20% **en cualquier década**, mientras las resistencias puede obtenerlas en "cualquier valor deseado" (o ajustarlas).

- Descomponiendo *K*(s)

$$K(\mathrm{s}) = 1.25\,\frac{(\mathrm{s}+10)(\mathrm{s}+1)}{\mathrm{s}(s+25)} = \mathrm{K} + \frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{s}} + \frac{\mathrm{R}_2}{(s+25)}$$

Ejemplo 2: PID real en paralelo



- Cálculo del residuo R_1

$$R_1 = 1.25\frac{(s+10)(s+1)}{(s+25)}\bigg|_{s=0} = 1.25 * \frac{(10)(1)}{(25)} = 0.5$$

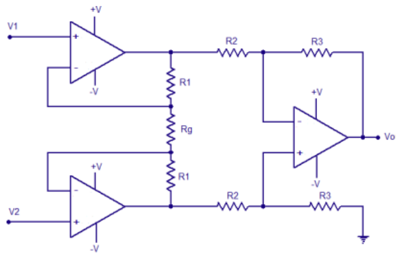
- Cálculo del residuo R_2

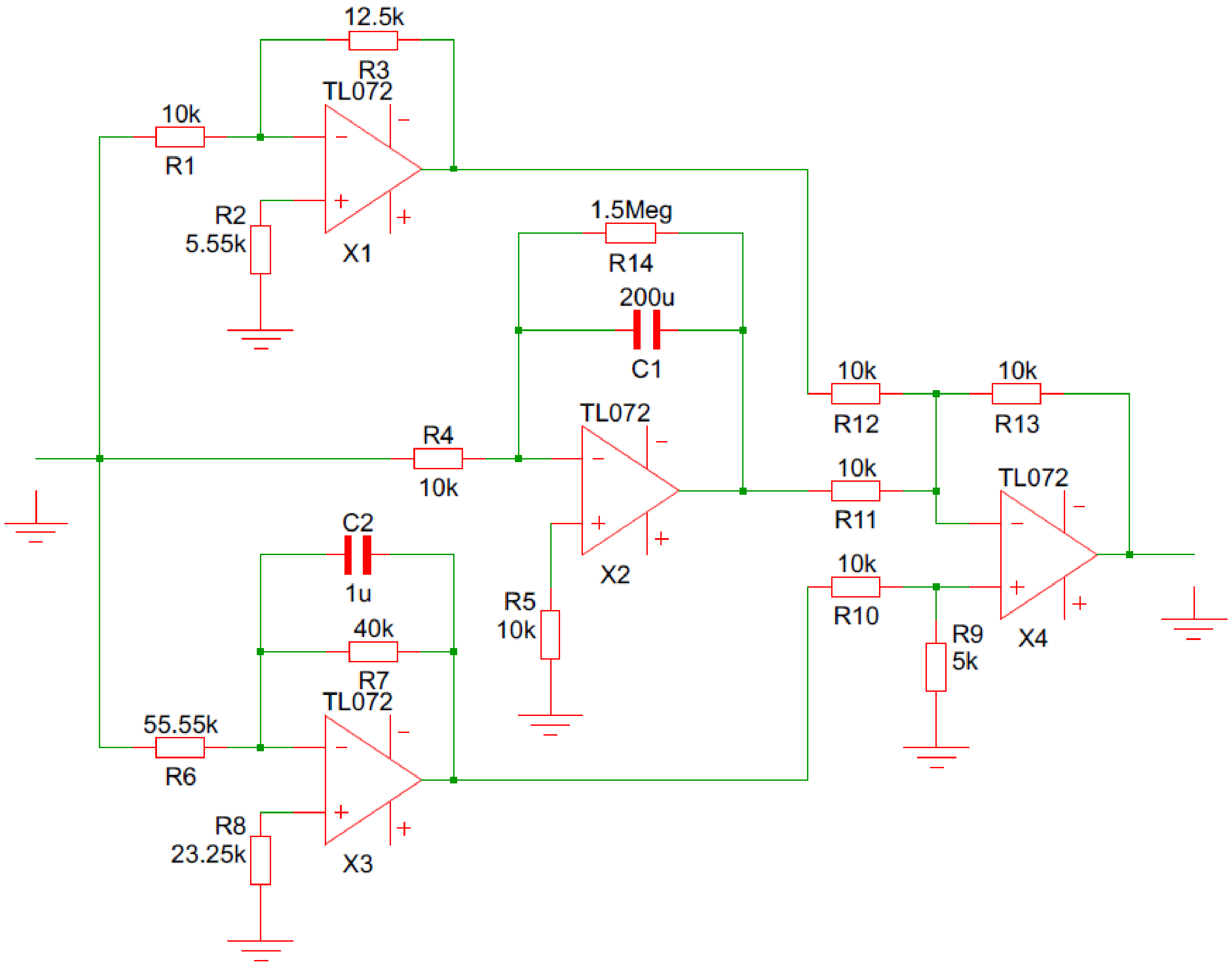
$$R_2 = 1.25\frac{(s+10)(s+1)}{s}\bigg|_{s=-25} = 1.25 * \frac{(-15)(-24)}{(-25)} = -18$$

- El compensador descompuesto es:

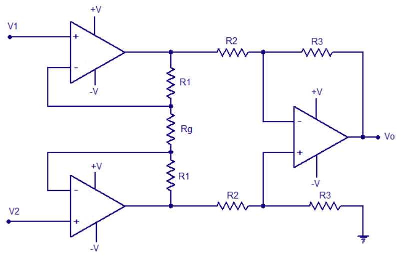
$$K(s) = 1.25 + \frac{0.5}{s} + \frac{-18}{(s+25)}$$

Ejemplo 2: PID real en paralelo





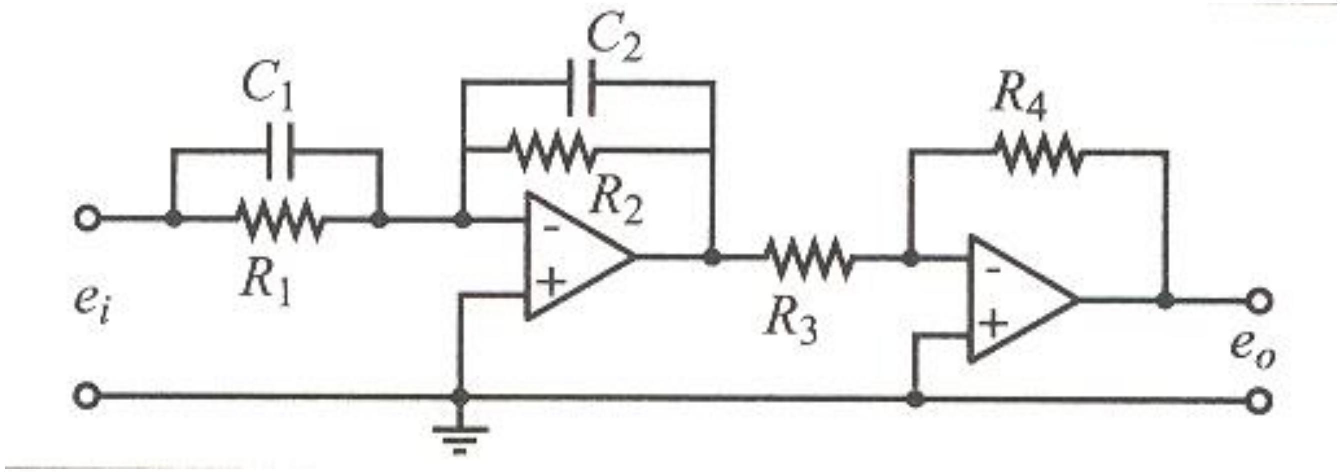
Red de adelanto o atraso



$$K(s) = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{R_1C_1s+1}{R_2C_2s+1}$$

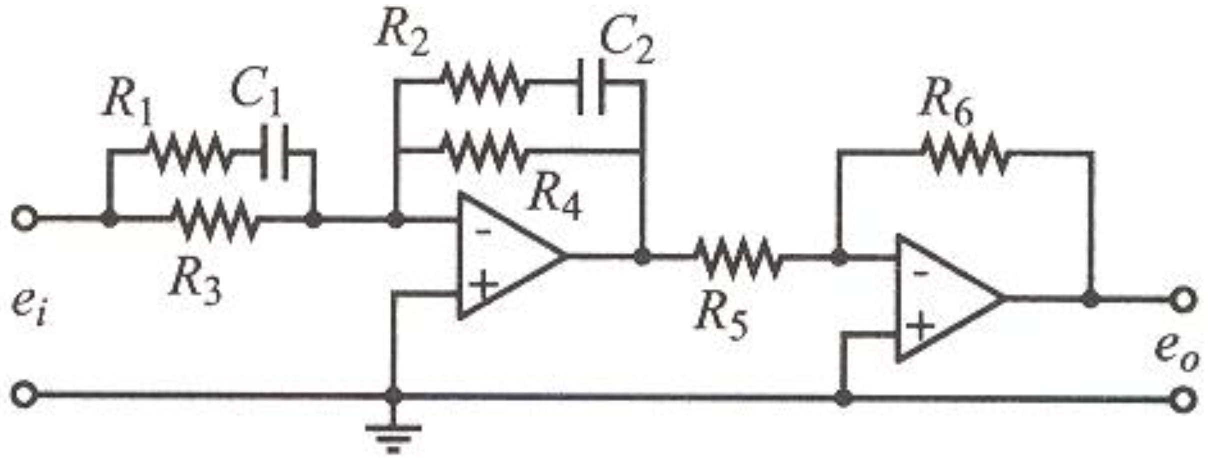
Red de Adelanto si:
$R_1C_1>R_2C_2$

Red de Atraso si:
$R_1C_1<R_2C_2$

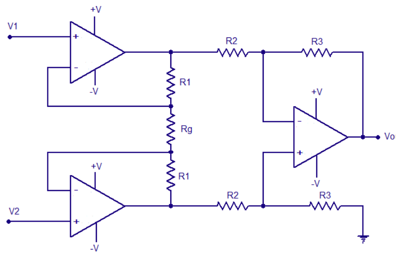


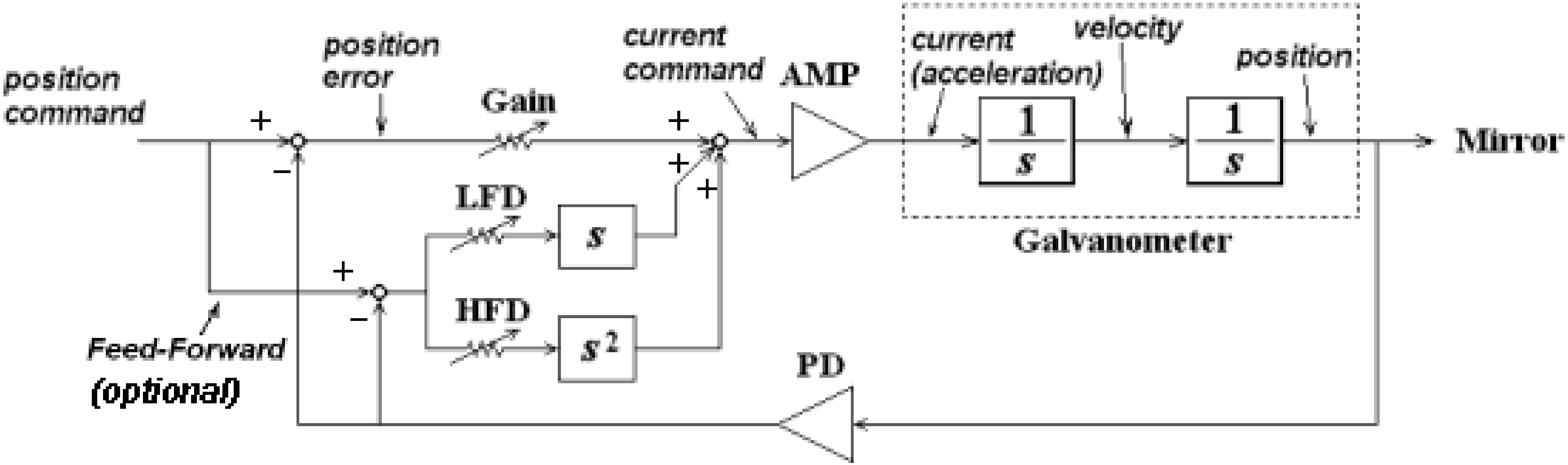
Red de adelanto-atraso

$$K(s) = \frac{R_6}{R_5}\,\frac{R_4}{R_3}\,\frac{[(R_1 + R_3)\,C_1 s + 1]\,(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)\,[(R_2 + R_4)\,C_2 s + 1]}$$

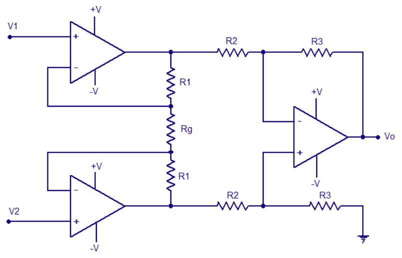


Proyector laser





Referencias



[1] Ogata, Katsuhiko. „**Ingeniería de Control Moderna**", Pearson, Prentice Hall, 2003, 4ª Ed., Madrid.

[2]Fröhr, Friedrich, Orttenburger, Fritz. „**Introducción al control electrónico**", Marcombo, Siemens, 1986