



Ejercicio 6

Problema 1. Para la planta en tiempo discreto mostrada, encuentre:

- El regulador de respuesta de primer orden que hace que el sistema tenga un tiempo de estabilización menor o igual a 1.33 s
- El regulador *dead-beat* que hace que la salida del sistema alcance su valor final en 3 periodos de muestreo y verifique que la función de transferencia cumple la condición.

$$G(z) = \frac{0.004528 (z + 0.9048)}{(z - 0.9048)(z - 0.8187)}, T = 0.1 \text{ s}$$

Solución a):

$$T = 0.1$$

$$\tau = ts/5 = 1.33/5 = 0.266$$

$$G(z) = \frac{0.004528 (1 + 0.9048z^{-1})}{(1 - 0.9048z^{-1})(1 - 0.8187z^{-1})} \cdot z^{-1}, T = 0.1 \text{ s}$$

$$K(z) = \frac{A(z)}{B(z)} \cdot \frac{\left(1 - e^{\frac{-T}{\tau}}\right)}{\left[\left(z - e^{\frac{-T}{\tau}}\right) - \left(1 - e^{\frac{-T}{\tau}}\right) \cdot z^{-d}\right]}$$

$$K(z) = \frac{(1 - 0.9048z^{-1})(1 - 0.8187z^{-1})}{0.004528(1 + 0.9048z^{-1})} \cdot \frac{\left(1 - e^{\frac{-0.1}{0.266}}\right)}{\left[\left(z - e^{\frac{-0.1}{0.266}}\right) - \left(1 - e^{\frac{-0.1}{0.266}}\right) \cdot z^{-1}\right]}$$

$$K(z) = 69.2045 \frac{(z - 0.9048)(z - 0.8187)}{(z - 1)(z + 0.9048)(z + 0.3134)}$$

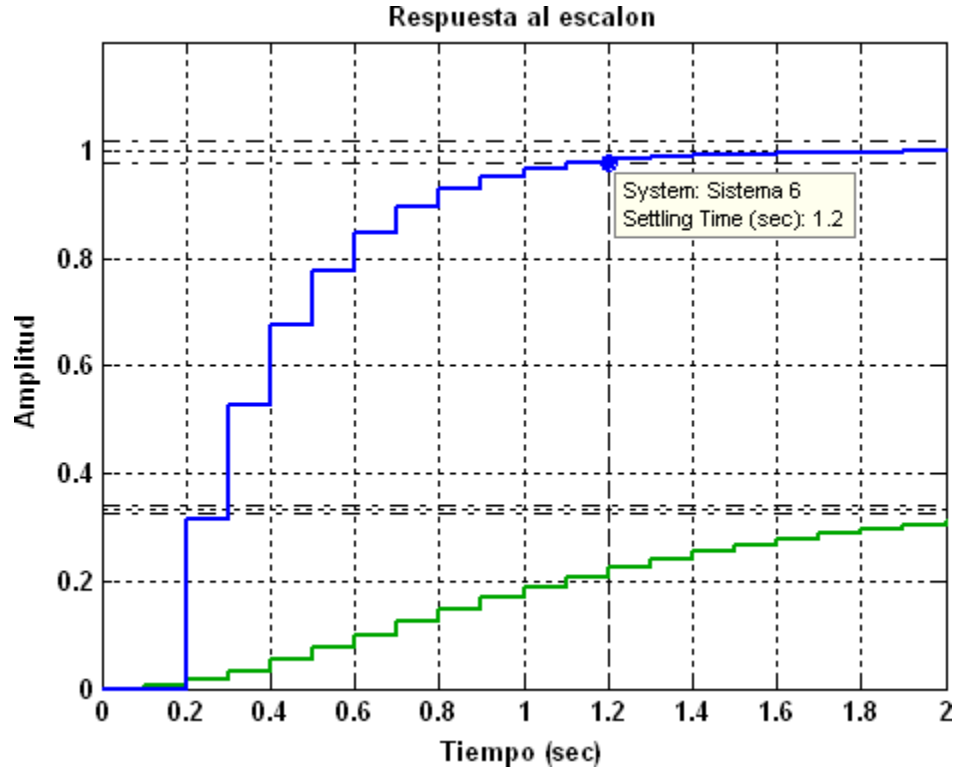


Figura 1: Respuesta de lazo cerrado ante un escalón con compensador de respuesta de primer orden

Solución b):

$$T = 0.1, d_m = 3, d = 1, \rightarrow q = 2$$

$$G(z) = \frac{0.004528(1 + 0.9048z^{-1})}{(1 - 0.9048z^{-1})(1 - 0.8187z^{-1})} \cdot z^{-1}, T = 0.1 \text{ s}$$

Sustituimos en la ecuación general

$$K(z) = \frac{A(z) \cdot N(z)}{B(z) \cdot (D(z) - N(z) \cdot z^{-dm})} \cdot z^{-(dm-d)}$$

$$K(z) = \frac{A(z) \cdot B(z)}{B(z) \cdot (B(1) - B(z) \cdot z^{-dm})} \cdot z^{-(dm-d)}$$

Simplificando y sustituyendo obtenemos la ecuación para un regulador *dead-beat*, con un tiempo muerto de 3 periodos, cuando la planta tiene un tiempo muerto $d = 1$

$$K(z) = \frac{A(z)}{B(1) - B(z) \cdot z^{-3}} z^{-2}$$

Sustituimos los valores conocidos de la planta

$$K(z) = \frac{(1 - 0.9048z^{-1})(1 - 0.8187z^{-1}) \cdot z^{-2}}{0.008625 - 0.004528(1 + 0.9048z^{-1}) \cdot z^{-3}}$$

y finalmente obtenemos:

$$K(z) = 100 \cdot \frac{(z - 0.9048)(z - 0.8187)}{0.8625z^4 - 0.4528z - 0.4097}$$

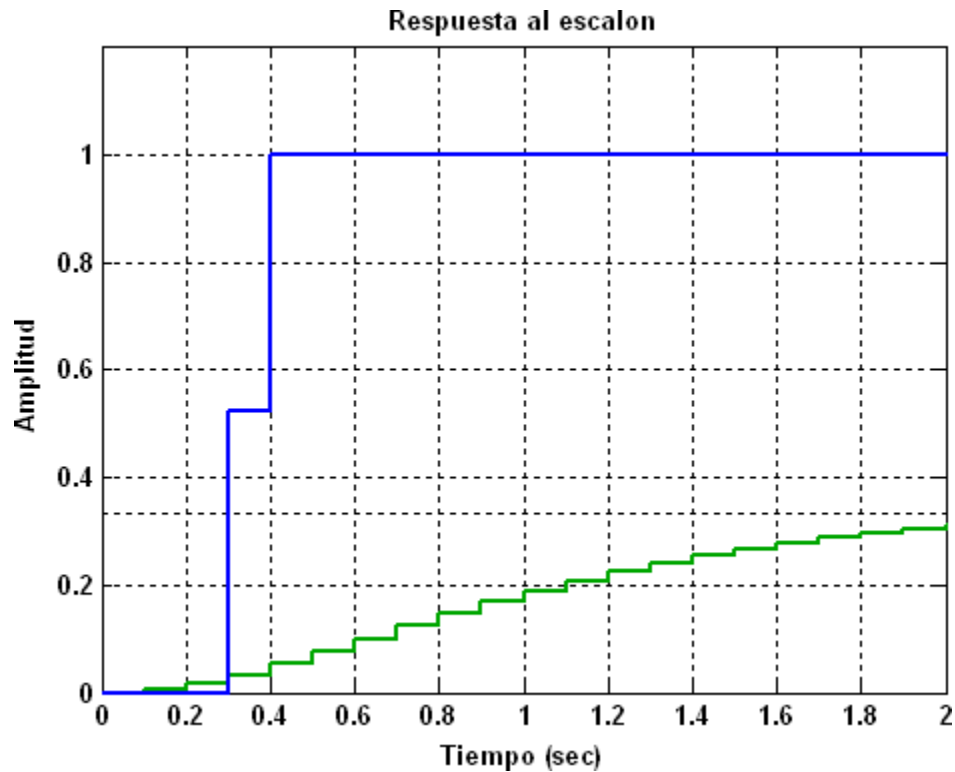


Figura 2: Respuesta de lazo cerrado ante escalón con compensador *dead-beat*, $d_m = 3$

Verificando que la función de transferencia cumple la condición *dead-beat*

$$T(z) = 0.475z^{-4} + 0.525z^{-3}$$

$$T(1) = 1$$

Si cumple con la condición *dead-beat*.

EIS/eis
2004