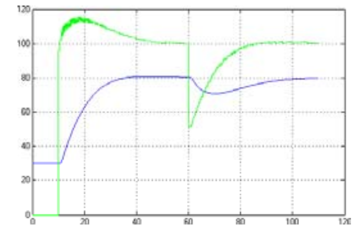
Control Automático

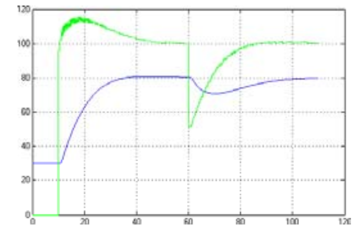
Ejemplo de control de un sistema térmico

Contenido



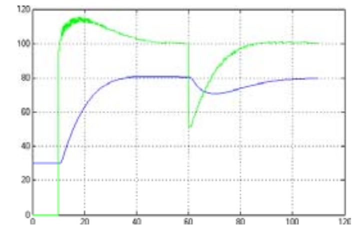
- Obtención del modelo
- Requisitos de operación
- Regulador analógico
- Regulador discreto
- Implementación del regulador discreto
- Ejercicios

Obtención del modelo empírico



- Los pasos para encontrar un modelo empírico, de acuerdo con [1] son:
  - **Identificación**: escoger el modelo para el proceso
  - **Estimación:** calcular los coeficientes de mejor ajuste para el modelo
  - **Verificación**: determinar la validez del modelo

Identificación

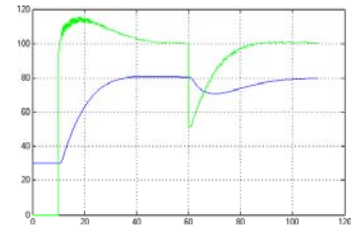


- De acuerdo al conocimiento previo de los sistemas térmicos, el modelo continuo a usar es un sistema de primer orden con tiempo muerto.

$$G(s) = \frac{k \cdot e^{-s \cdot t_d}}{(s+a)}$$

- Este modelo representa muy bien a sistemas de orden 2 o superior que tienen un comportamiento estable en lazo abierto.

Discretización (1)



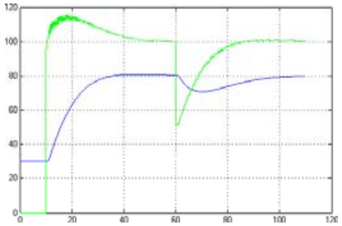
- El modelo discreto es una aproximación por mapeo de polos aunque en este caso, por la relación t_d/T, resultó ser idéntica a la aproximación por ZOH.

$$G(z) = \frac{k_d \cdot z^{-ceiling(\frac{t_d}{T})}}{(z - e^{(-T*a)})}$$

- El periodo de muestreo se calcula con $\hat{\tau}$, la constante de tiempo esperada para el sistema.

$$T \leq \frac{\hat{\tau}}{10}$$

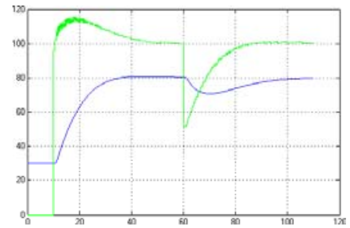
Discretización (2)



- La constante k_d se calcula a frecuencia cero

$$k_d = \frac{\lim\limits_{s\to 0} G(s)}{\lim\limits_{z\to 1} \hat{G}(z)} = \frac{\dfrac{k}{a}}{\dfrac{1}{(1-e^{-T\cdot a})}}$$

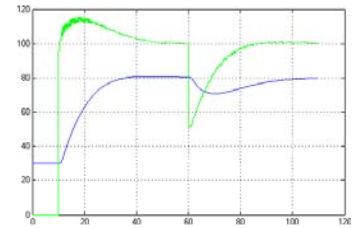
- El modelo discreto así obtenido puede ser usado para diseñar un regulador discreto directamente



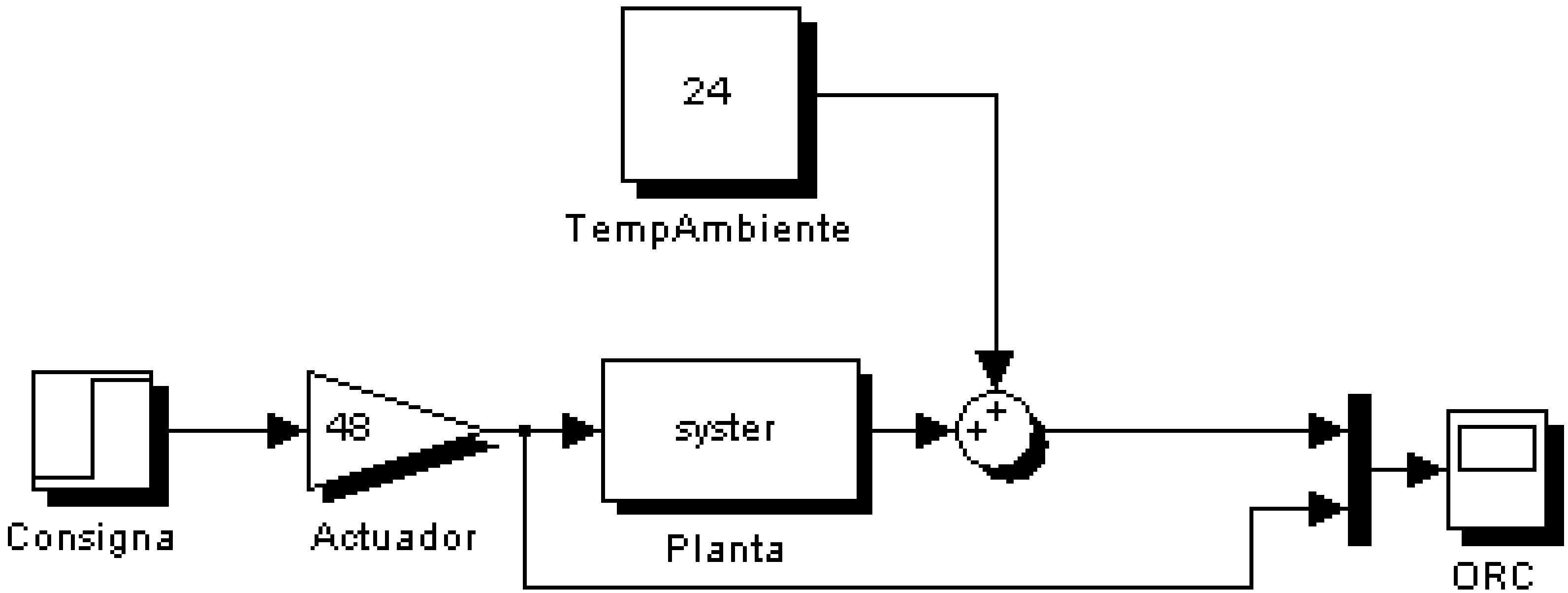
Métodos de estimación

- **Estocástico [1] y [2]**
  - Basado en estimación de mínimos cuadrados a través de análisis estadístico de muestras tomadas de la entrada y la salida. La entrada puede ser no determinística y se puede integrar dentro de un regulador *adaptativo.*
- **Respuesta ante escalón [1]**
  - Implica el determinar parámetros de una gráfica de respuesta ante escalón, obtenida por cualquier método de registro

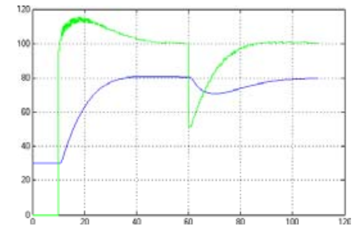
Estimación por respuesta ante escalón: El experimento [3]

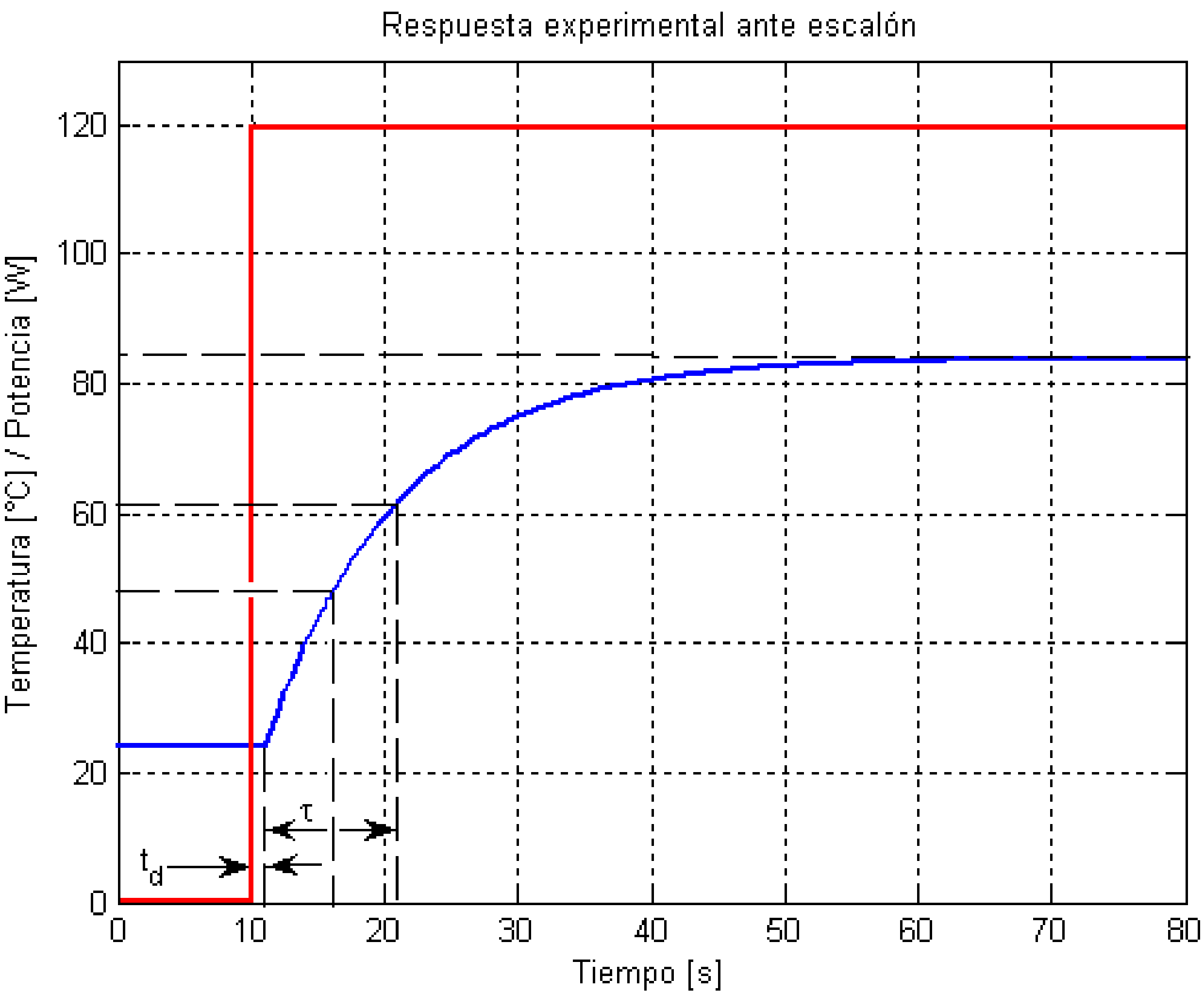


- En el tiempo t_i = 10s, se aplica un escalón de 5 voltios al sistema, el cual tiene un actuador lineal, continuo, con una ganancia de 48W/V.



Estimación por respuesta ante escalón: La gráfica





Los parámetros:

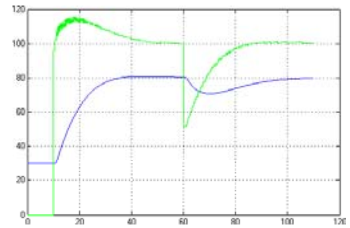
$$\tau = 2(t_{63\%} - t_{39\%})$$

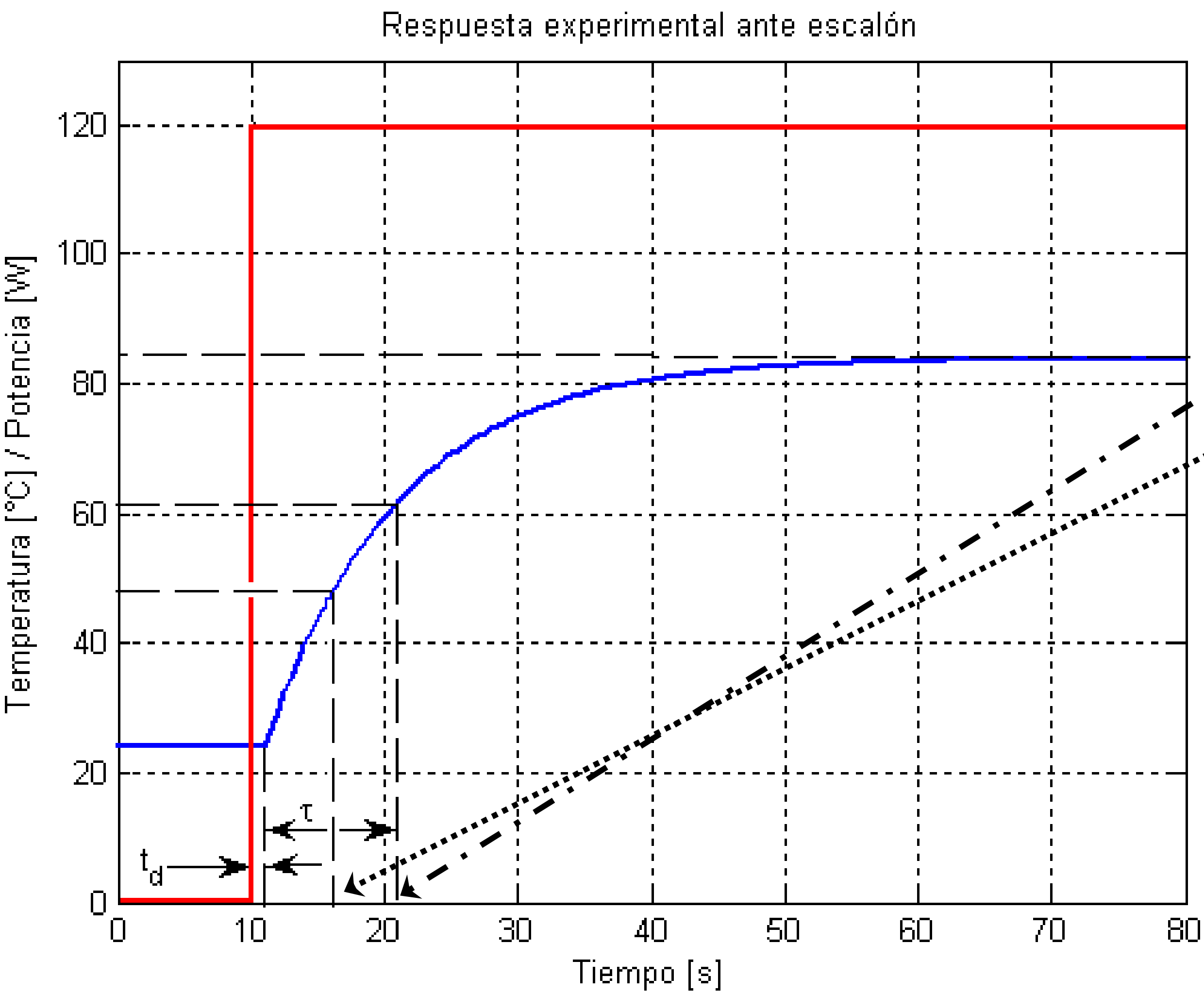
$$a = \frac{1}{\tau}$$

$$k = \frac{\lim_{t \to \infty} y(t) - T_i}{A} * a$$

$$t_d = t_{63\%} - (t_i + \tau)$$

Ejemplo: Estimación por respuesta ante escalón (1)





Los parámetros:

$$\tau = 2(t_{63\%} - t_{39\%})$$

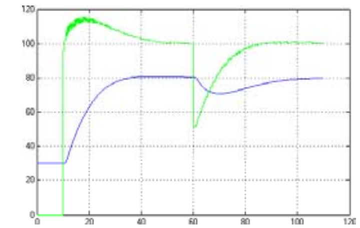
$$\tau = 2(21s - 16s)$$

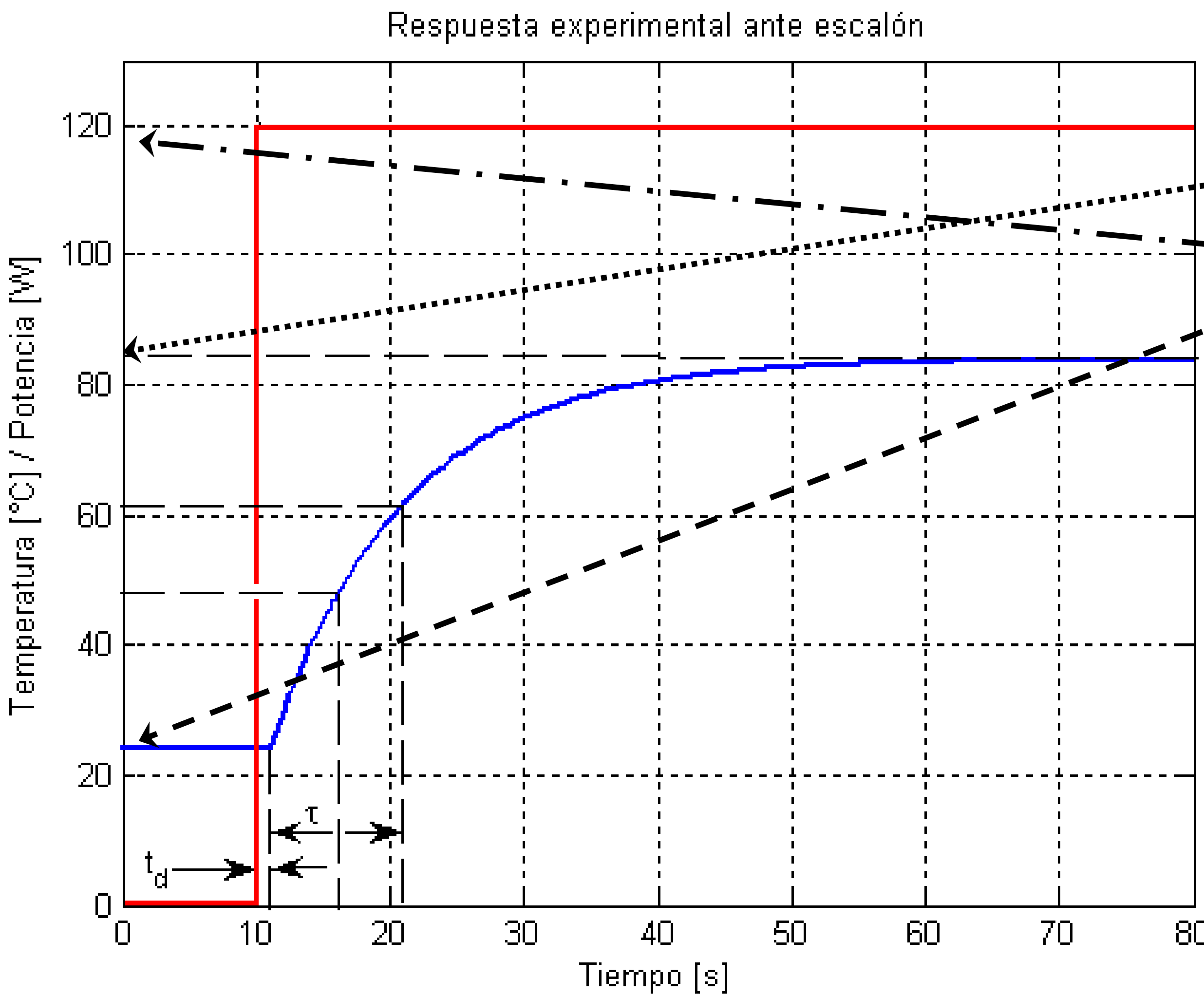
$$\tau = 10s$$

$$a = \frac{1}{10}$$

$$a = 0.1s^{-1}$$

Ejemplo: Estimación por respuesta ante escalón (2)





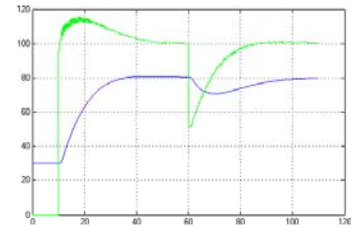
Los parámetros:

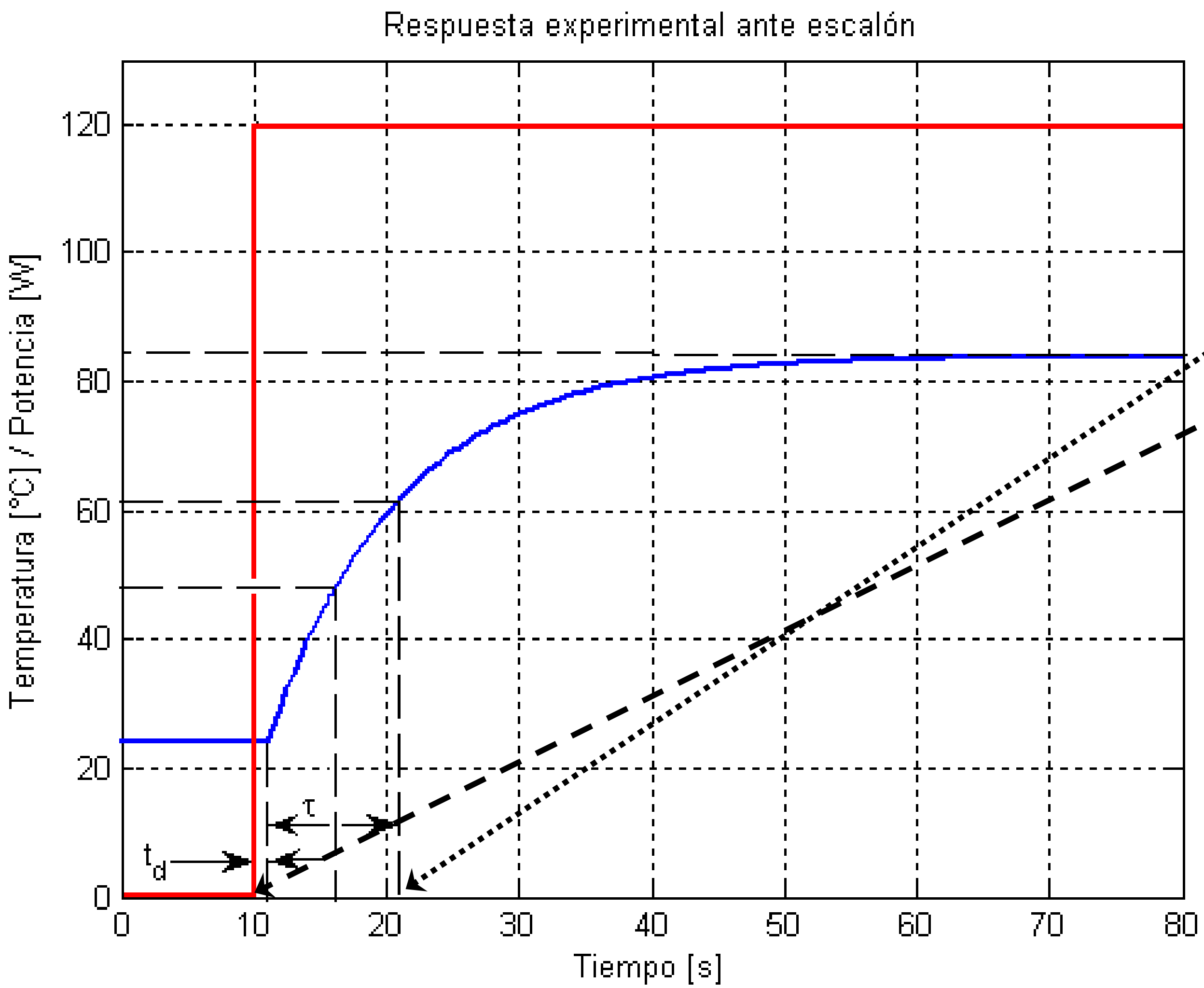
$$k = \frac{\lim_{t \to \infty} y(t) - T_i}{A} * a$$

$$k = \frac{84°C - 24°C}{120W} * 0.1s^{-1}$$

$$k = 0.05\frac{K}{J}$$

Ejemplo: Estimación por respuesta ante escalón (3)





Los parámetros:

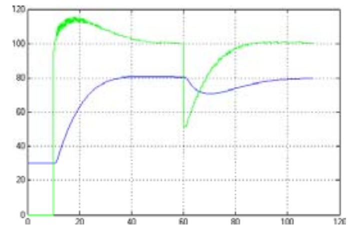
$$t_d = t_{63\%} - (t_i + \tau)$$

$$t_d = 21s - (10s + 10s)$$

$$t_d = 1s$$

$$G(s) = \frac{0.05 \cdot e^{-1 \cdot s}}{(s + 0.1)} [\frac{K}{W}]$$

Ejemplo: Obtención del modelo discreto



- De los requisitos de operación (siguiente transparencia), se obtiene el tiempo de muestreo

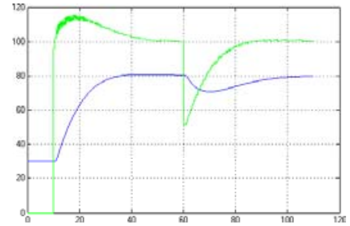
$$T \leq \frac{1}{10}\frac{t_s}{4} = \frac{6s}{10}$$

$$T \cong 0.5s$$

$$k_d = \frac{\dfrac{0.05[K/J]}{0.1s^{-1}}}{\dfrac{1}{(1-e^{-0.5\cdot 0.1})}} = \frac{0.05*(1-0.9512)}{0.1} = 0.0244[\frac{K}{W}]$$

$$G(z) = \frac{0.0244\cdot z^{-2}}{(z-0.9512)}[\frac{K}{W}]$$

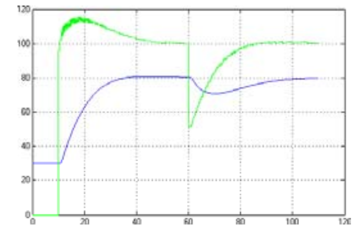
Requisitos de operación



- Eliminación de la influencia de las perturbaciones a la entrada y a la salida de la planta con cero error de estado estacionario

- Tiempo de estabilización del 2% menor o igual a 25s.

Regulador PI analógico



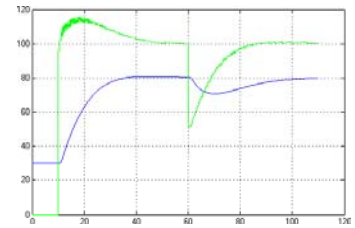
- Podría suponerse que se requiere además un compensador de adelanto; pero para este caso, bastará un regulador PI con un cero adecuadamente ubicado para acelerar un poco el sistema.

$$K_{PI}(s) = \frac{(s+b)}{s}$$

$$b = [0.95 \cdot a,\ 1.30 \cdot a]$$

$$K_{PI}(s) = \frac{(s+0.13)}{s}$$

Regulador PI discreto

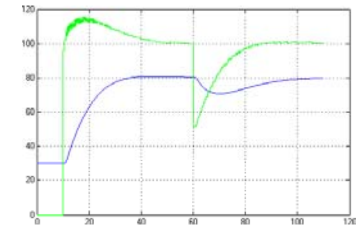


- Ésta es también una discretización por mapeo de polos, o Tustin, con T = 0.5s

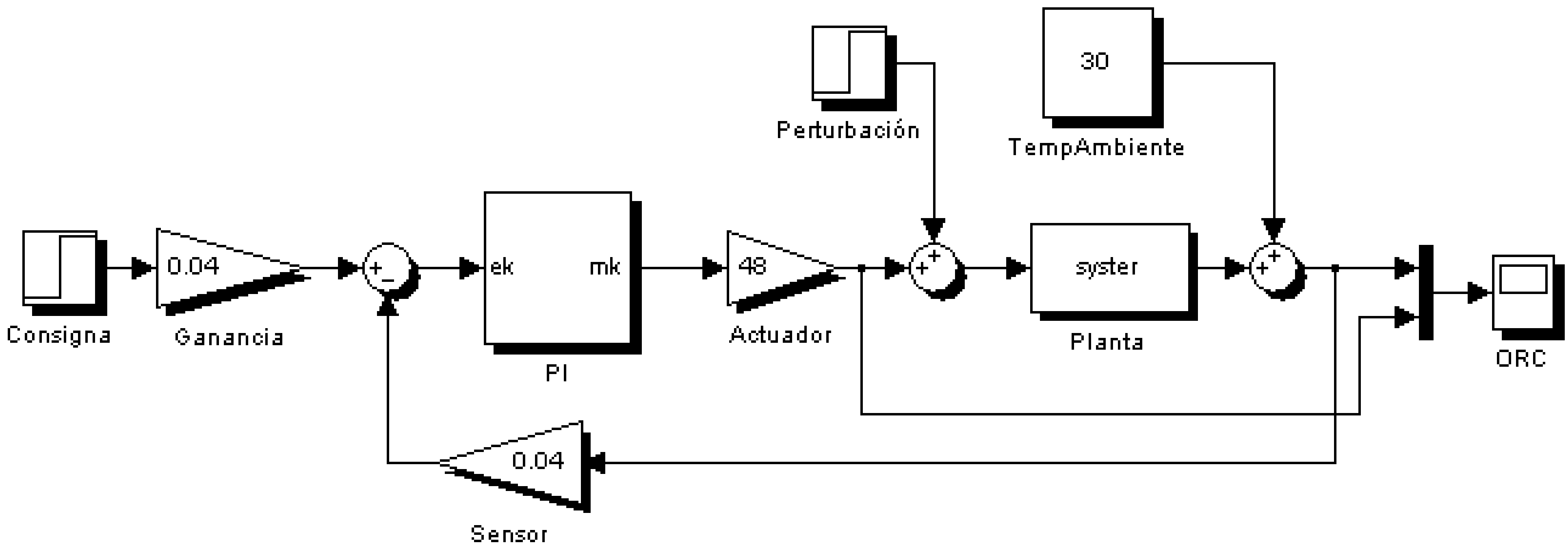
$$K_{PI}(z) = k' \frac{(z - z_0)}{(z-1)}$$

$$K_{PI}(z) = 1.0325 \frac{(z - 0.937)}{(z-1)}$$

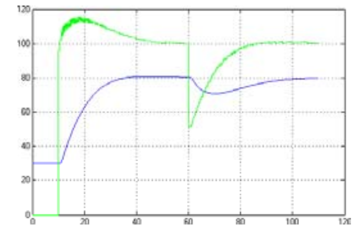
Implementación del regulador digital



- El sensor de temperatura tiene una ganancia de 40mV/°C
- La perturbación es de 48W en t = 60s



Implementación DF-I para el regulador digital



- Partimos de la función de transferencia

$$K_{PI}(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = k' \cdot \frac{(z - z_0)}{(z-1)}$$

- Distribuyendo y dividiendo entre z

$$M(z) - z^{-1} \cdot M(z) = k' \cdot E(z) - z_0 \cdot k' \cdot z^{-1} \cdot E(z)$$

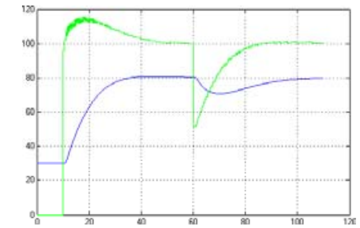
- Transformando al dominio del tiempo

$$m(k) - m(k-1) = k' \cdot e(k) - z_0 \cdot k' \cdot e(k-1)$$

- Despejando *m(k)*

$$m(k) = k' \cdot e(k) - z_0 \cdot k' \cdot e(k-1) + m(k-1)$$

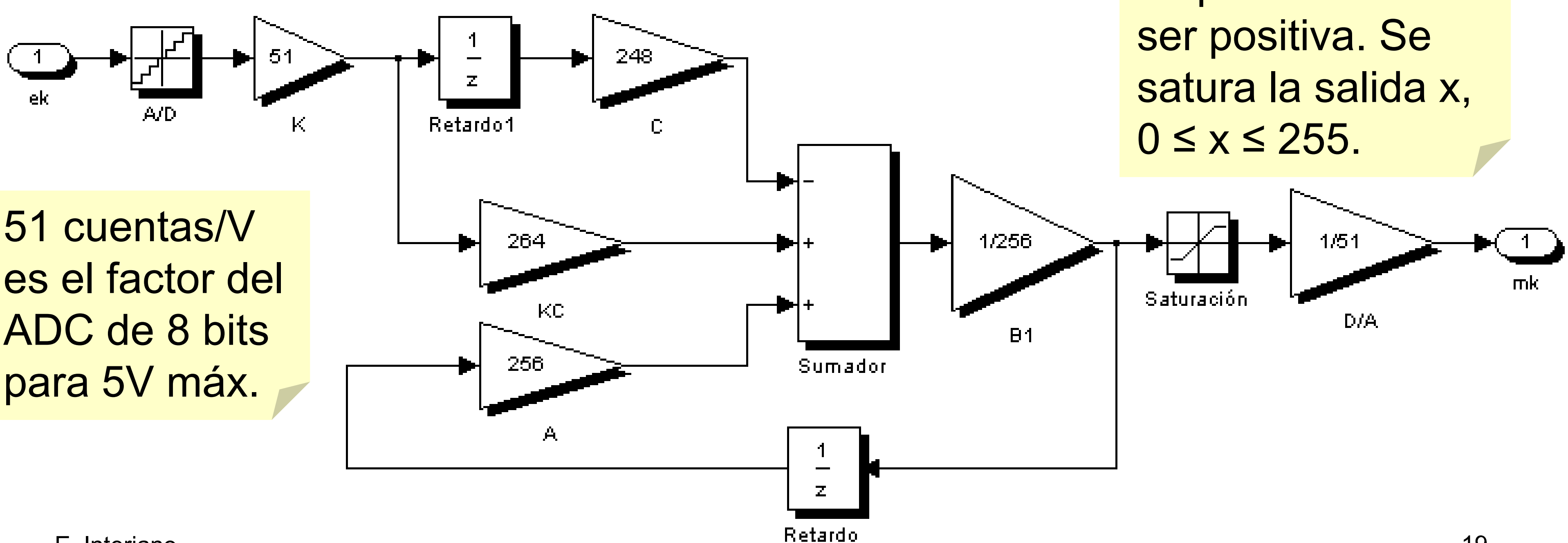
Implementación en Simulink del regulador digital



La ecuación de diferencias se escala por 256 para trabajar en aritmética entera.

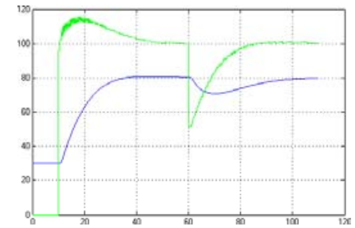
$$m(k) = \frac{(264 * e(k) + 256 * m(k-1) - 248 * e(k-1))}{256}$$

La potencia debe ser positiva. Se satura la salida x, 0 ≤ x ≤ 255.



51 cuentas/V es el factor del ADC de 8 bits para 5V máx.

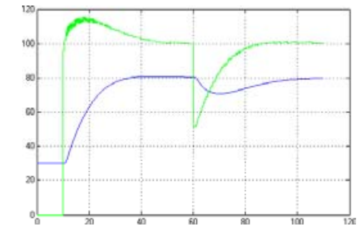
Algoritmo PI (en seudocódigo)

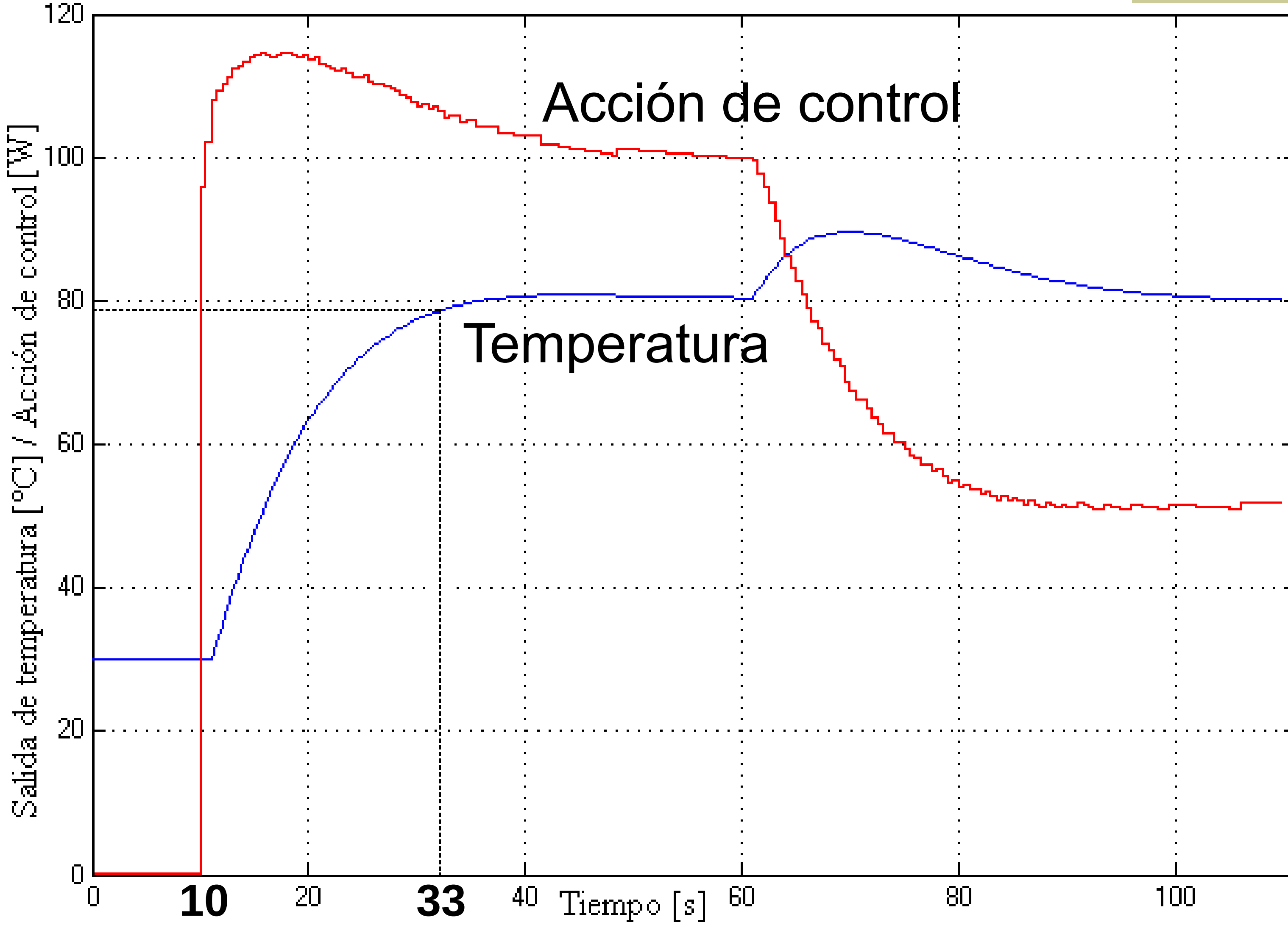


Rutina de atención de interrupciones periódicas, cálculo de la ecuación de diferencias PI

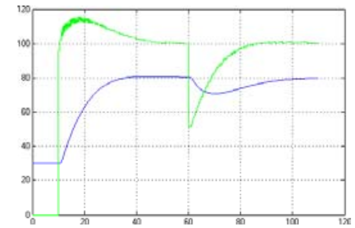
```
TI1_EnInterrupción:
        LeaConsigna(rk);
        LeaRealimentación(yk);
        ek = rk-yk;
        /* Puede optimizarse con algoritmo con precálculo */
        mk = (256*mk_1 + 264*ek - 248*ek_1)/256;
        EscribaAccionControl(mk);
        mk_1 = mk;
        ek_1 = ek;
 FindeInterrupción;
```

El resultado del control



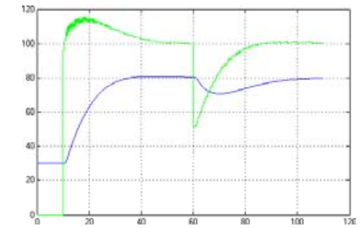


Análisis de resultados



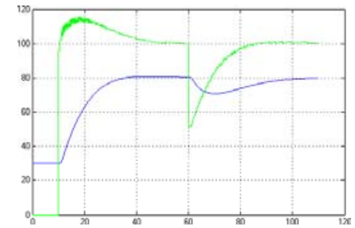
- Puede apreciarse que la salida alcanza los 80°C, con un pequeño sobreimpulso del 2%; a pesar de variaciones en la temperatura ambiente y de variaciones en la potencia del calefactor.
- La estabilización del 2%, que ocurre en el tiempo t = 33s, indica que se ha mejorado mucho el tiempo de subida. El tiempo de estabilización = 23s.
- Ante la perturbación que ocurre en t = 60s, la variación máxima de la salida es de +9.7°C, para un cambio de +48W en la entrada de la planta, que finalmente es cancelado totalmente después de 40s. Esto contrasta con la planta sin regulación; para la cual ese mismo cambio en la entrada hubiese representado un cambio permanente a la salida de +24°C.

Ejercicios



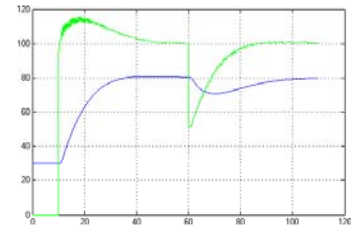
- Suponga un actuador no lineal con una característica $19.2*u^{2}$, saturado en 240W y con una tensión de entrada que varía entre 0 y 5V. Simule el sistema de control con este actuador.
- Suponga un actuador lineal, discreto, tipo PWM, de ciclos de CA completos, que controla un calefactor con una potencia de 4W/ciclo y la ganancia del actuador PWM es de 12 ciclos/V. Simule el sistema de control con este actuador y un sensor de 0.1V/K

Ejercicios (2)



- Suponga un ruido blanco, aditivo, con una potencia de 0.1W y un tiempo de muestreo de 0.01s, sumado a la entrada del sensor del caso 2. Simule el sistema de control con este ruido.
- Suponga un ruido senoidal, de 60Hz, aditivo, con una amplitud de 10V, sumado a la entrada del sensor del caso 2. Simule el sistema de control con este ruido.
- ¿Como podría disminuir la influencia del ruido en estos dos últimos casos?

Referencias



[1] Bollinger, John G., Duffie, Neil A.. “Computer Control of Machines and Processes”, Addison-Wesley, USA, 1988.

[2] www.ie.itcr.ac.cr/einteriano/control/TrabajosMatlab

[3] Interiano, Eduardo. “Controlando un sistema térmico”. www.ie.itcr.ac.cr/einteriano/control/clase