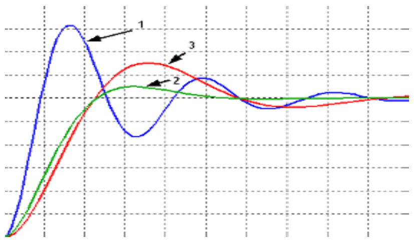
Control Automático

Control de sistemas con retardo

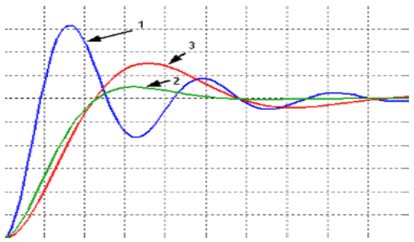
Eduardo Interiano

Contenido



- Sistemas con tiempo muerto
  - En la planta
  - En el cálculo del controlador discreto
  - En el sensor
- La transformada Z modificada
- El predictor de Smith
  - Para plantas con retardo
  - Para sensores con retardo
- Ejemplos y ejercicios
- Referencias

Sistemas con tiempo muerto

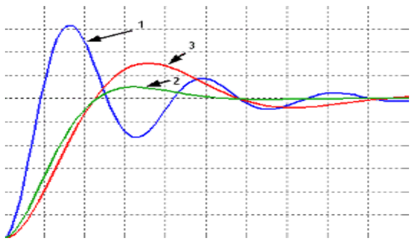


- ¿Qué es el tiempo muerto?
  - Es el tiempo, después de la aplicación de un cambio en la entrada, en el cual la salida de un sistema no cambia significativamente de su valor de reposo.

- El tiempo muerto en las plantas se debe principalmente al retardo de transporte de materia.

- A veces el tiempo muerto es simplemente la forma de modelar la influencia de polos de orden superior no dominantes en el sistema.

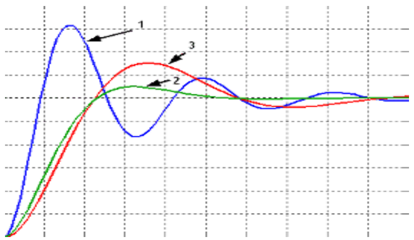
Retardo en otros elementos



- Retardo en el compensador digital
  - El retardo o tiempo muerto en los compensadores digitales se debe principalmente tiempo de cálculo del algoritmo de control.
  - Se puede modelar como un retardo en el sensor.

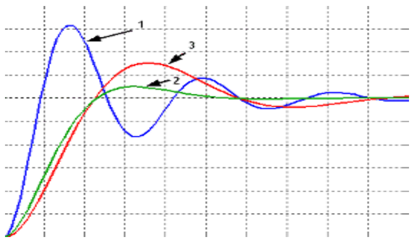
- Retardo en el sensor
  - Debido a la constante de tiempo del sensor
  - También se puede deber al tiempo de muestreo y procesamiento de un sensor digital.

Transformada Z modificada



- Requerida cuando:
  - Se quiere conocer el valor de la función entre periodos de muestreo.
  - Se tiene un retardo que cuya magnitud es una fracción del periodo de muestreo en el controlador o en el sensor.

Transformada Z modificada

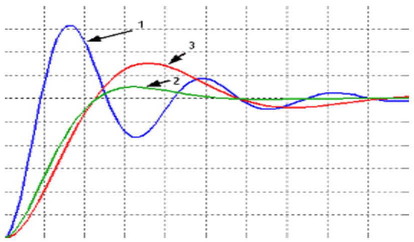


- Forma de cálculo:

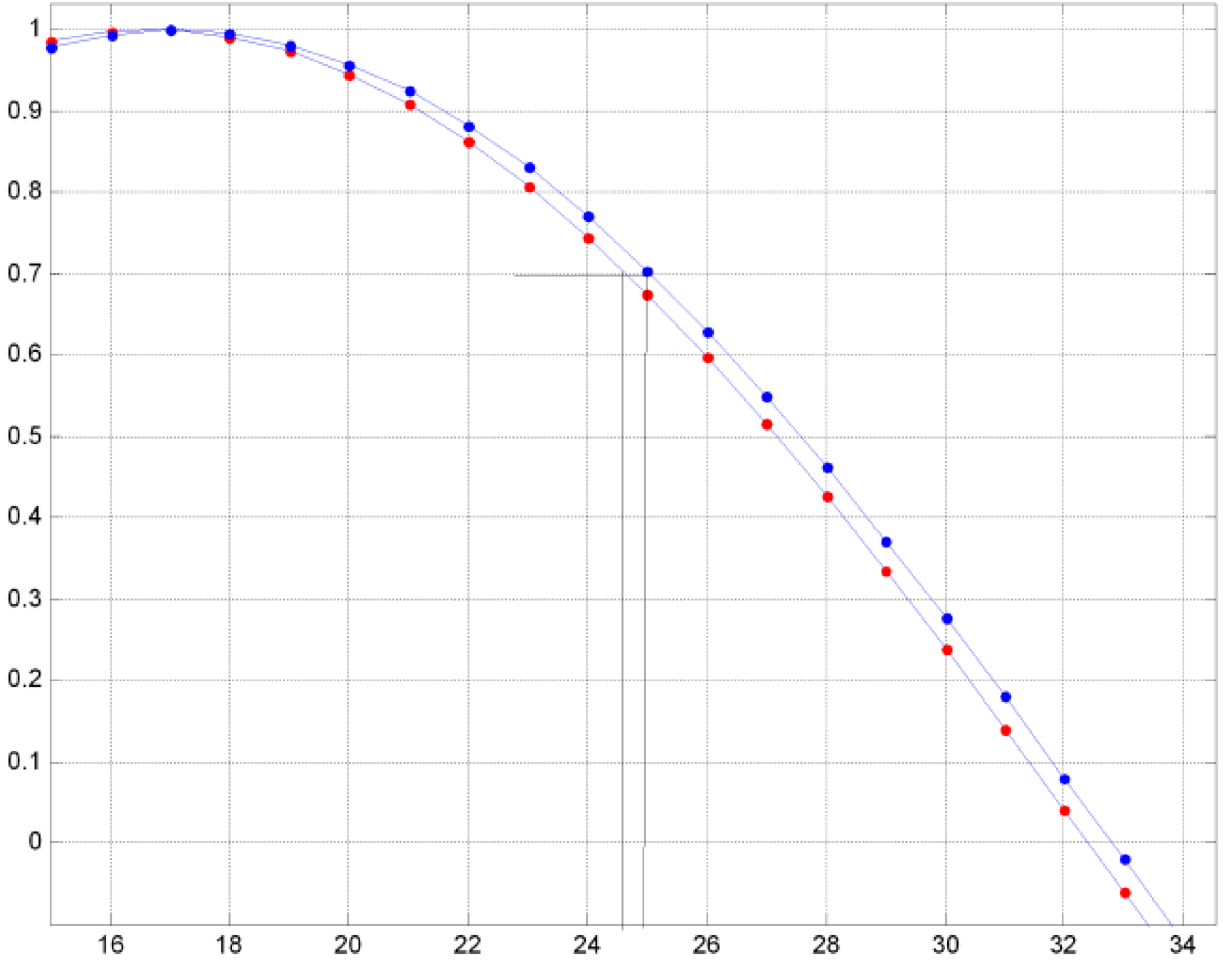
  - Partimos de un retardo λ ε { 0 1} T
  - Se calcula como la transformada Z de la función que ha sido retardada un periodo completo T y adelantada mT = (1-lambda)T, para evitar problemas con t < 0.

  - $Y(z,m) = z^{-1} * Z(y(k+m)T)$

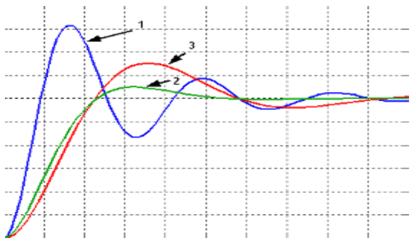
Señal retardada λT



La salida en el tiempo (k+m)T se obtiene de la señal retardada λT en el tiempo(k+1)T



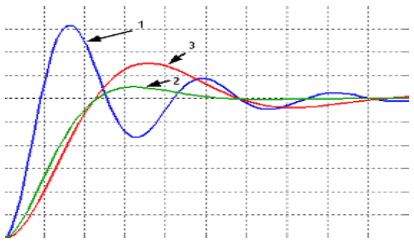
Retardo en el sensor



- El retardo o tiempo muerto en los sensores es debido al tiempo de cálculo, si estos son digitales; o a retardos de transporte, si son analógicos.

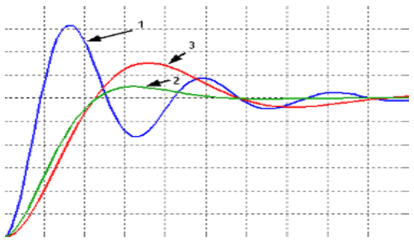
- Se modelan con la transformada Z modificada.

Control de sistemas con tiempo muerto

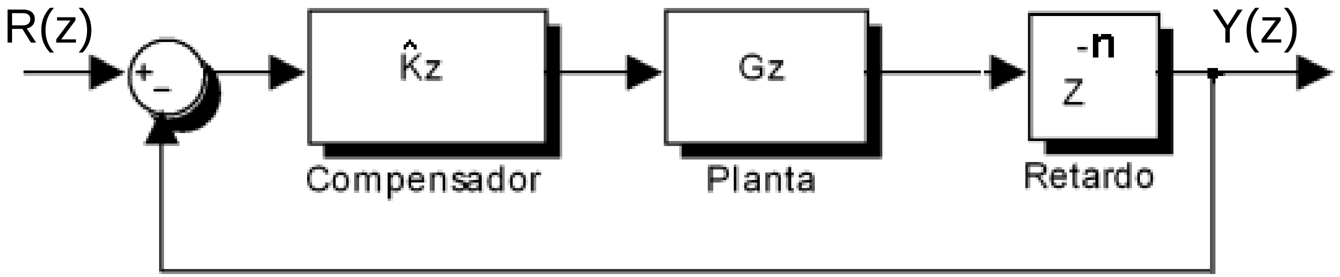


- En control, el tiempo muerto puede tratarse de 3 maneras:
  - Ignorarlo: Conduce a sistemas pobremente regulados.
  - Aproximación de Padé: Permite tratar el retardo por medio de una aproximación lineal que incrementa el orden del sistema
  - Usando un predictor de Smith: Permite la aplicación de los métodos de diseño tradicionales a plantas con retardos debidos a tiempos muertos.

Control de plantas con tiempo muerto con predictor de Smith

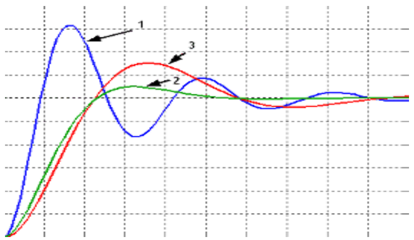


- Al ser realimentada una planta con tiempo muerto, el retardo aparece en el denominador modificando así el polinomio característico del sistema.
- Eso significa que el compensador $\hat{K}(z)$ que cumple con los requisitos de diseño, debe ser diferente del compensador *K(z),* que podría ser calculado para ese mismo propósito, si la planta no tuviese retardo.

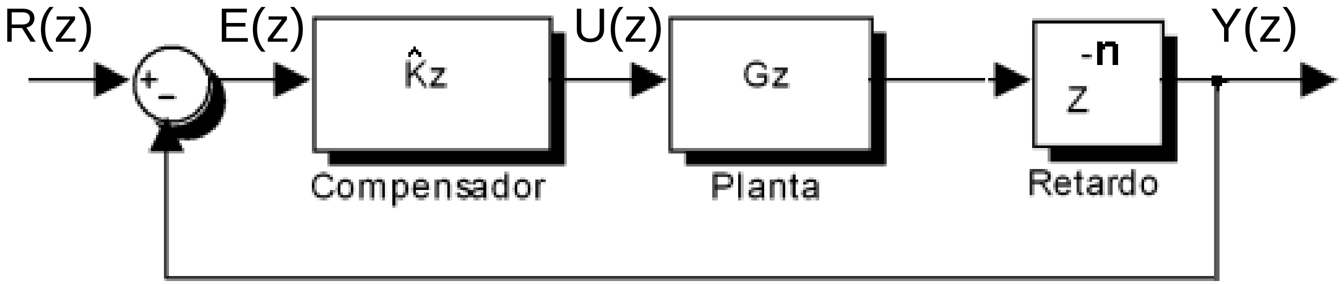


$$T(z) = \frac{\hat{K}(z)G(z)z^{-n}}{1+\hat{K}(z)G(z)z^{-n}}$$

Sistema con retardo compensado

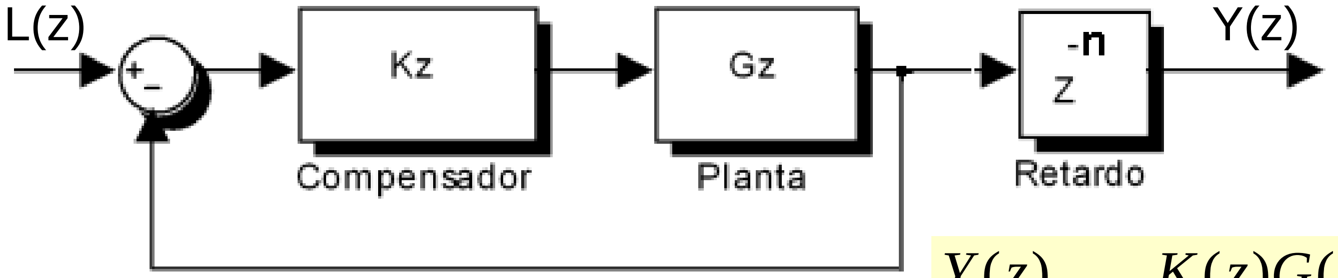


- Sistema original realimentado



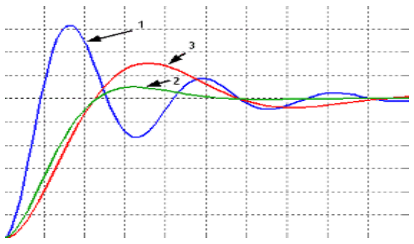
$$T(z) = \frac{\hat{K}(z)G(z)z^{-n}}{1+\hat{K}(z)G(z)z^{-n}}$$

- Sistema con realimentación sin el retardo (deseable)



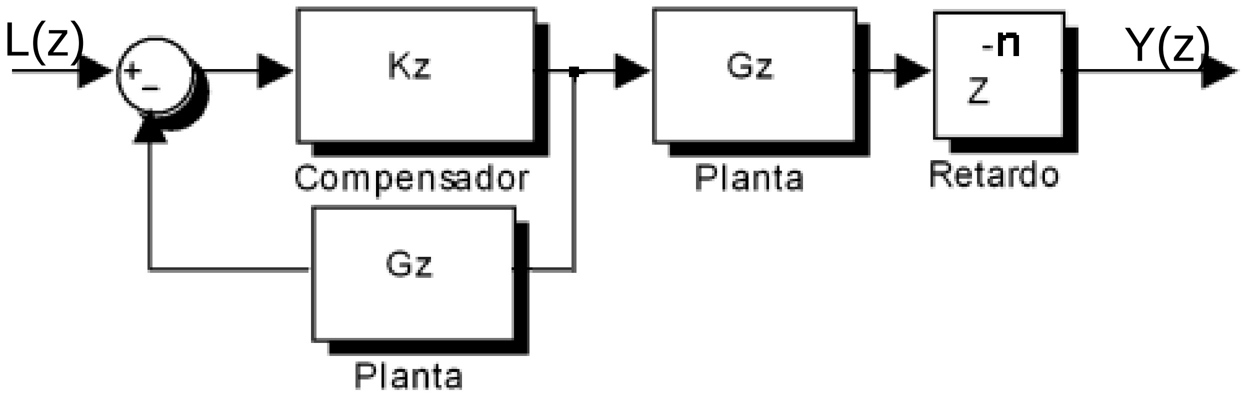
$$\frac{Y(z)}{L(z)} = \frac{K(z)G(z)}{1+K(z)G(z)} \cdot z^{-n}$$

Compensación sin retardo



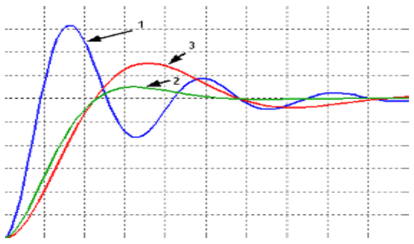
- Se puede reescribir y redibujar el sistema anterior como:

$$\frac{Y(z)}{L(z)} = \frac{K(z)}{1+K(z)G(z)} \cdot G(z)z^{-n}$$



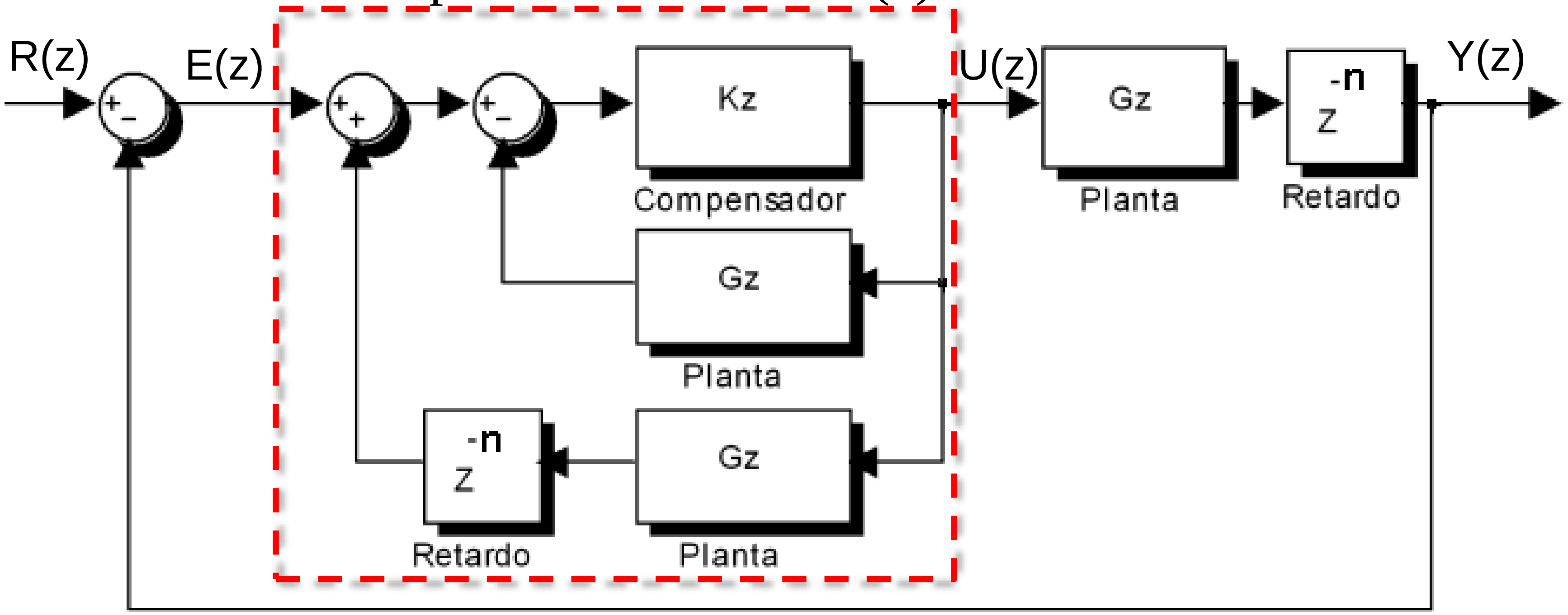
- Para volver al sistema original, con realimentación desde Y(z), se agrega, dos veces, con signos contrarios, la realimentación con *G(z)z*$^{-n}$

El predictor de Smith para plantas con tiempo muerto



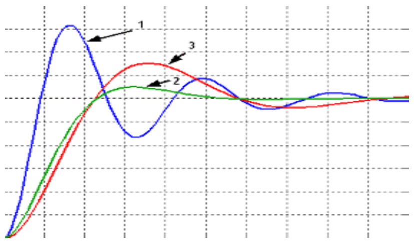
Sistema equivalente al original con realimentación desde Y(z).

El predictor de Smith $\hat{K}(z)$



$$\hat{K}(z) = \frac{K(z)}{1 + K(z)G(z)[1 - z^{-n}]}$$

Ejemplo: Las especificaciones

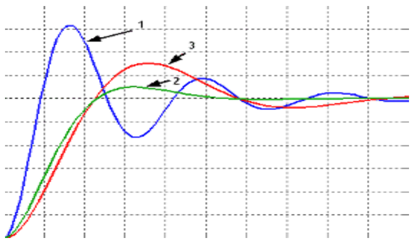


- Se tiene una planta con tiempo muerto y T = 0.1s

$$\hat{G}(z) = G(z)\cdot z^{-3} = \frac{0.02264\,(z+0.9048)}{(z-0.9048)(z-0.8187)}\cdot z^{-3}$$

- La planta es tipo cero y posee un retardo de 3 periodos de muestreo.
- Las especificaciones de diseño para el sistema son:
  - Un sobreimpulso $M_P < 5\%$
  - Un tiempo de estabilización $t_{s2\%} < 2.5s$
  - Un error de estado estacionario cero ante escalón

Ejemplo: El compensador



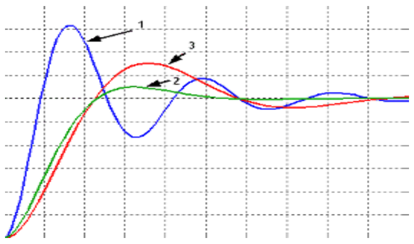
- Sr escogen los polos de lazo cerrado en los puntos $z_{1,2} = 0.75 \pm j0.15$
- Calculado por el método de la bisectriz, sin tomar en cuenta el retardo, obtenemos el compensador:

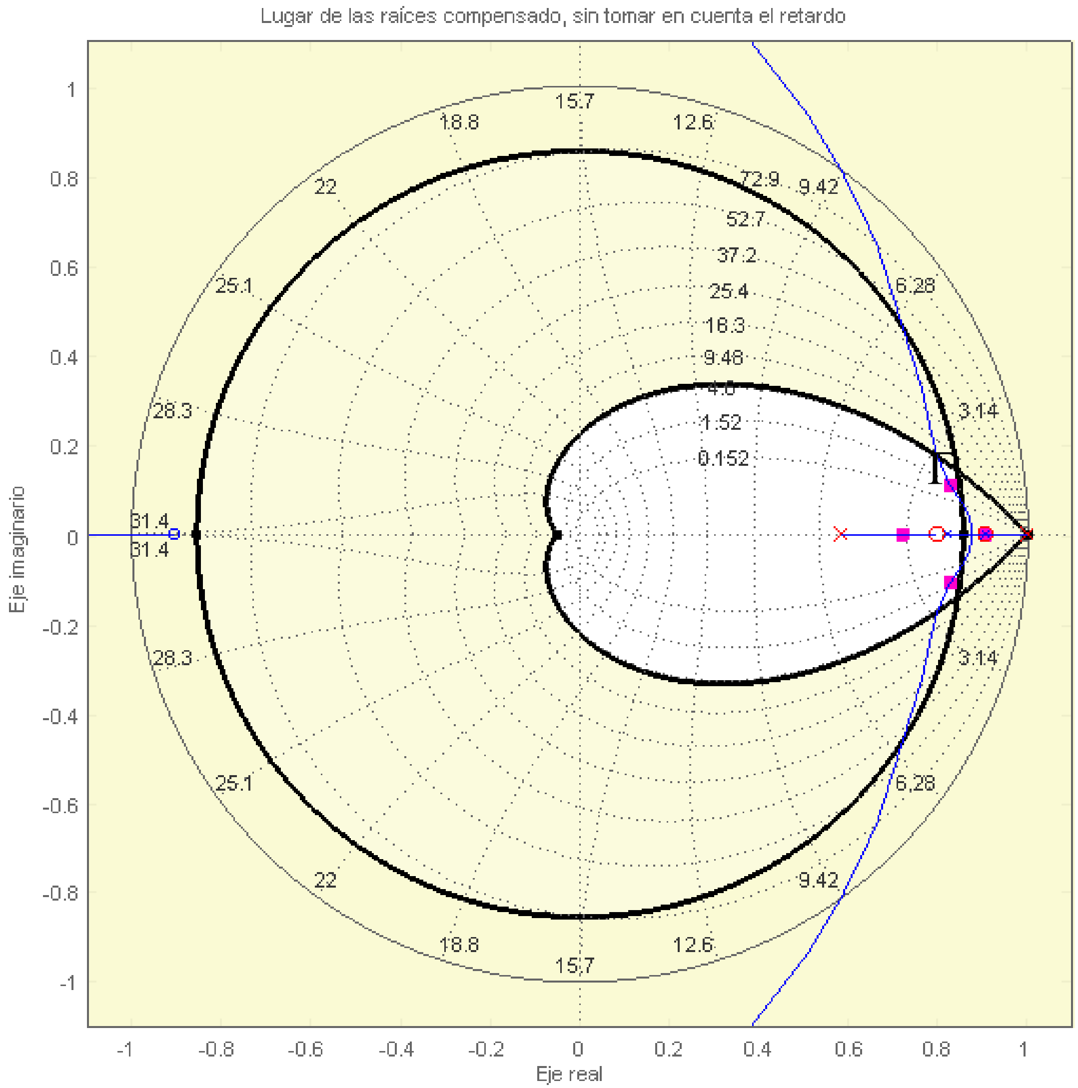
$$K_{lead}(z) = \frac{1.354(z-0.7964)}{(z-0.5825)}$$

- El compensador de atraso tendrá el polo en z =1 para eliminar el error de estado estacionario y el cero exactamente en el punto z = 0.9048, cancelando el polo de la planta en ese lugar.

$$K_{lag}(z) = \frac{(z-0.9048)}{(z-1)}$$

Ejemplo: Lugar de las raíces

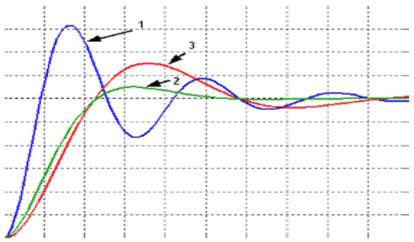




Con el compensador de adelanto-atraso, escogido sin tomar en cuenta el retardo, los polos de lazo cerrado se encuentran dentro de la zona Γ impuesta por las restricciones del diseño.

Se nota el efecto del compensador de atraso que desplaza los polos un poco hacia la derecha del punto fijado inicialmente por el compensador de adelanto.

Ejemplo: Resultados antes del predictor de Smith

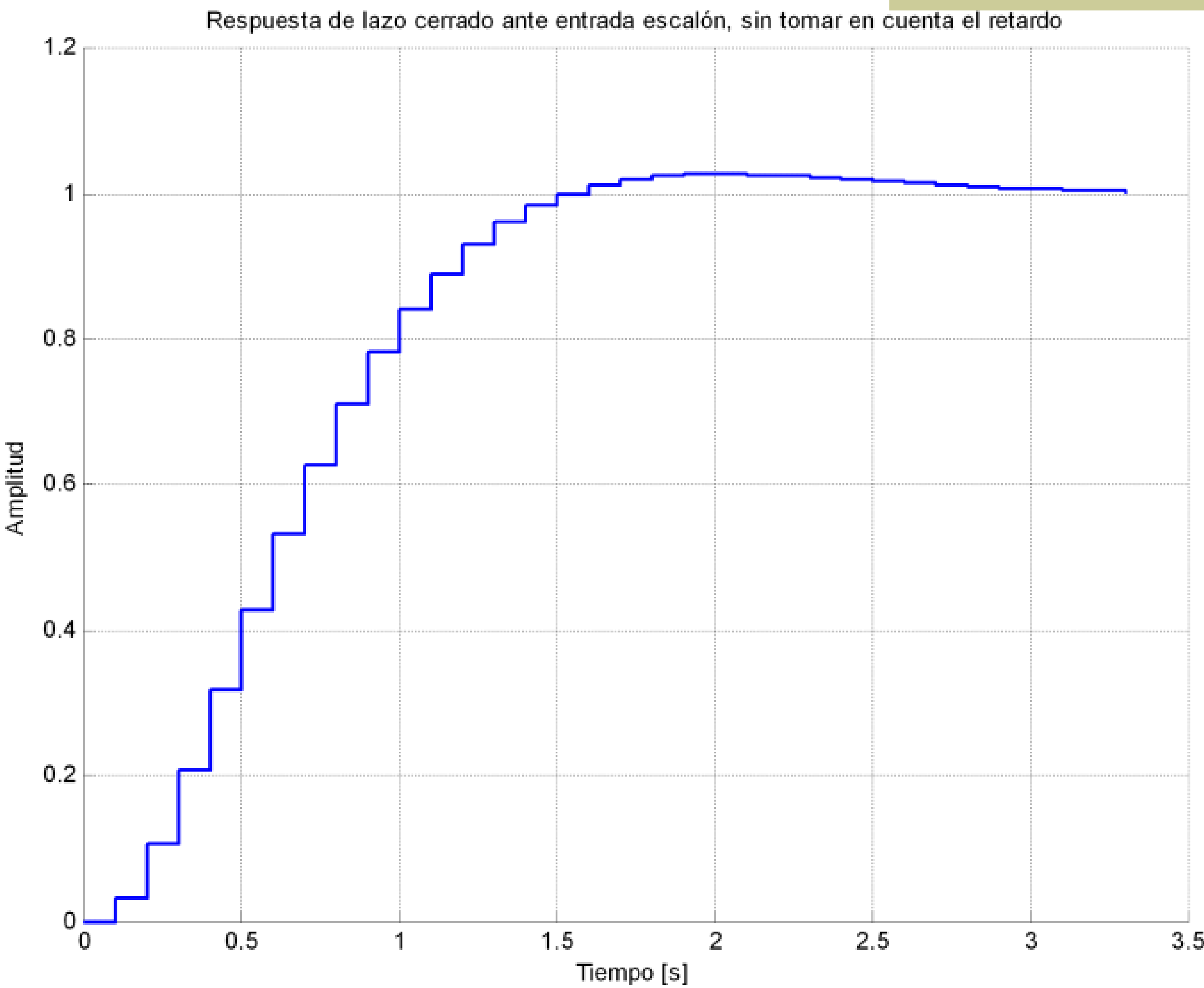


La respuesta de lazo cerrado obtenida con el uso de métodos de diseño tradicionales cumple con los límites impuestos.

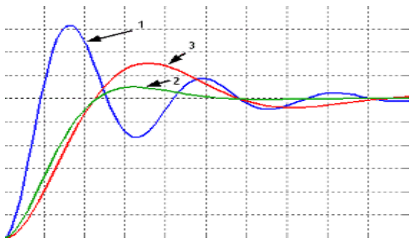
$M_P \approx 3\%$

$t_{s2\%} \approx 2.4s$

$e_{SS} = 0$



Ejemplo: Cálculo del predictor

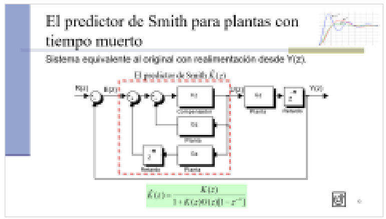


- El compensador *K(z)* completo es:

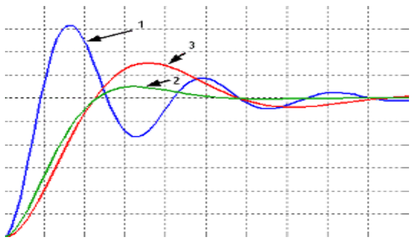
$$K(z) = \frac{1.354\,(z-0.7964)}{(z-0.5825)} \cdot \frac{(z-0.9048)}{(z-1)}$$

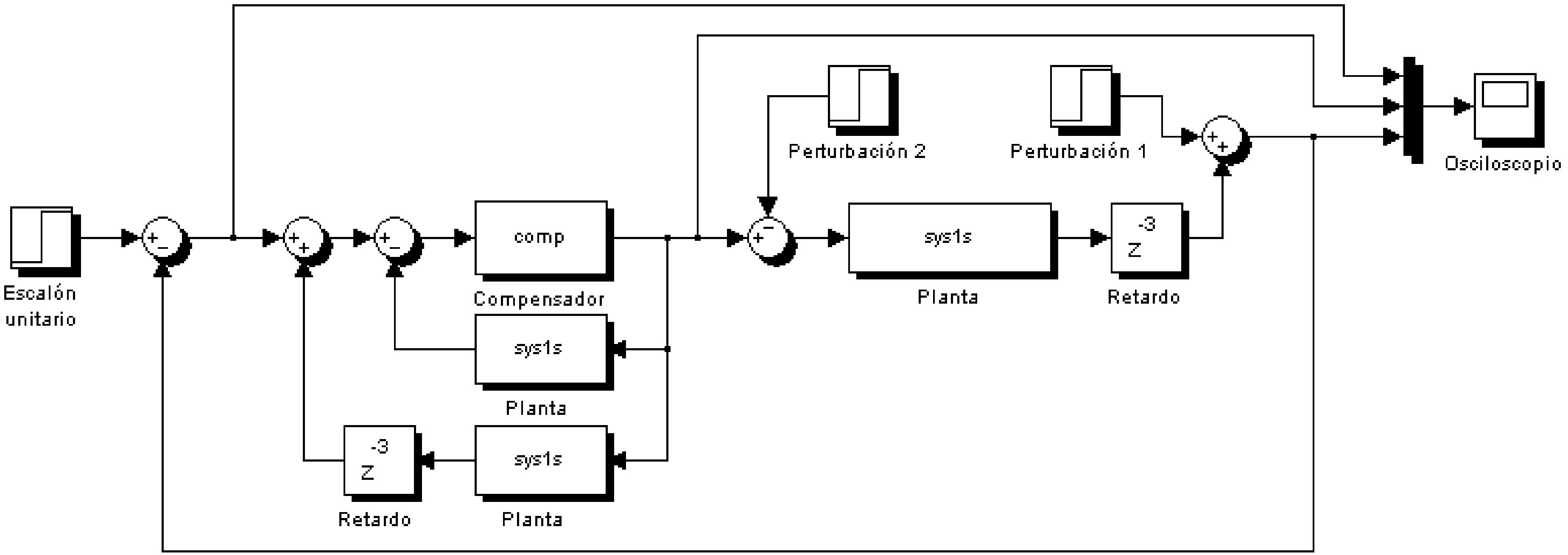
- Se calcula ahora el predictor de Smith, con el compensador *K(z)* calculado sin retardo, la planta *G(z)* sin retardo y el retardo n = 3

$$\hat{K}(z) = \frac{1.354z^3(z-0.9048)(z-0.8187)(z-0.7964)}{(z-1)(z-0.8071)(z^2+0.3865z+0.07974)(z^2-0.95z+0.3437)}$$



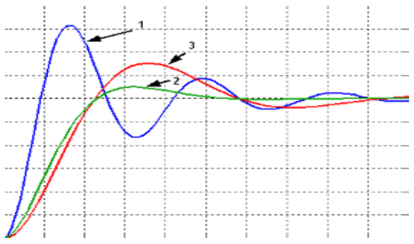
Ejemplo: Esquema de control

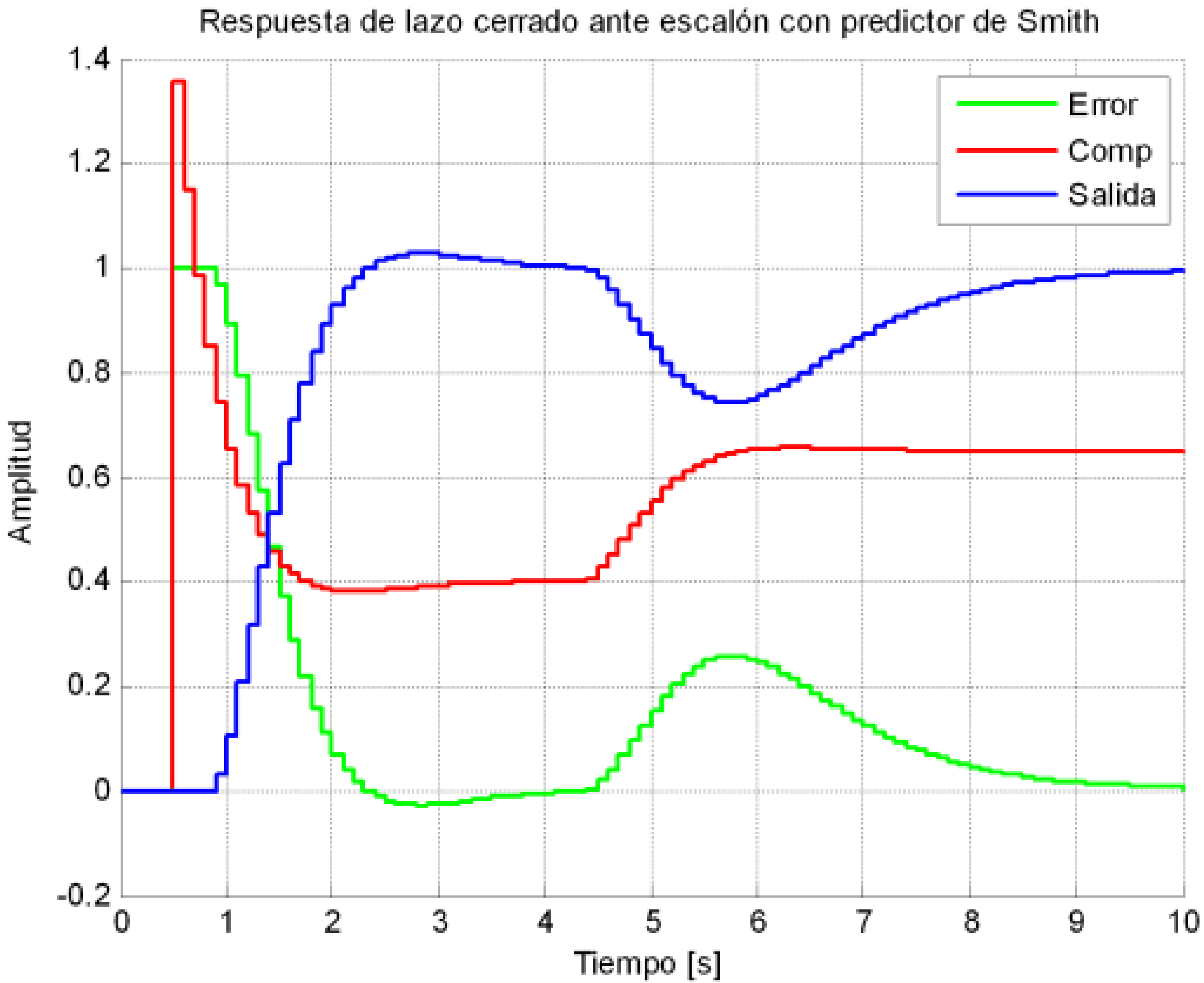




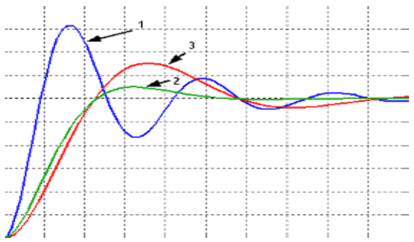
La entrada de referencia con amplitud 1 se activa en 0.5 s y la perturbación 2 se activa a los 4 s y tiene una amplitud de 1/4

Ejemplo: Resultados



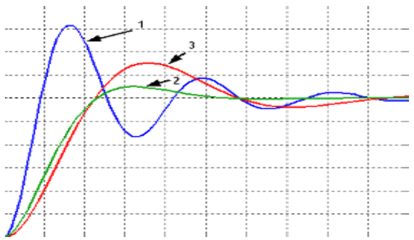


Ejemplo: Análisis



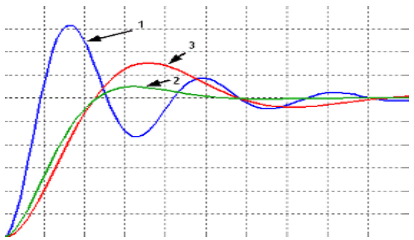
- Se puede observar como la salida del Predictor de Smith se activa en el instante del escalón en t = 0.5s, junto al error; pero, también puede observarse como el predictor comienza a reducir su aporte, anticipándose a la salida, aun cuando, debido al retardo, el error no ha disminuido; pues la salida no ha cambiado.
- La salida con el predictor de Smith, mantiene el sobreimpulso y el tiempo de estabilización obtenidos en el diseño.
- Se aprecia además, como el integrador del regulador elimina el error e_{ss} debido a una perturbación escalón aplicada, en t = 4 s, a la entrada de la planta.

Conclusiones



- El compensador resultante para el predictor tiene un orden típicamente mayor que el del compensador original *K(z)* más el orden del tiempo muerto, debido a la cancelación de polos que aporta. Su implementación será por lo tanto más extensa y compleja.
- La eficacia del predictor de Smith radica en la exactitud del modelo de la planta y su retardo. Eventualmente habrá que evaluar el efecto de inexactitudes en el modelo, especialmente en el retardo.
- También debe considerase si es posible lograr un resultado similar al del predictor, con un compensador simple, diseñado por métodos de prueba y error.

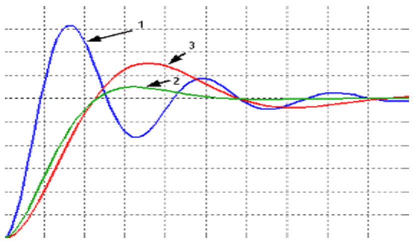
Ejercicio



- Diseñe un compensador discreto *K(z)*, para un sistema híbrido con un periodo de muestreo T = 0.025s, de tal forma que el sistema resultante con la planta *G(s)* tenga las siguientes características:
  - $M_P < 5\%$
  - $t_{S2\%} < 1s$
  - $e_{SS} = 0$

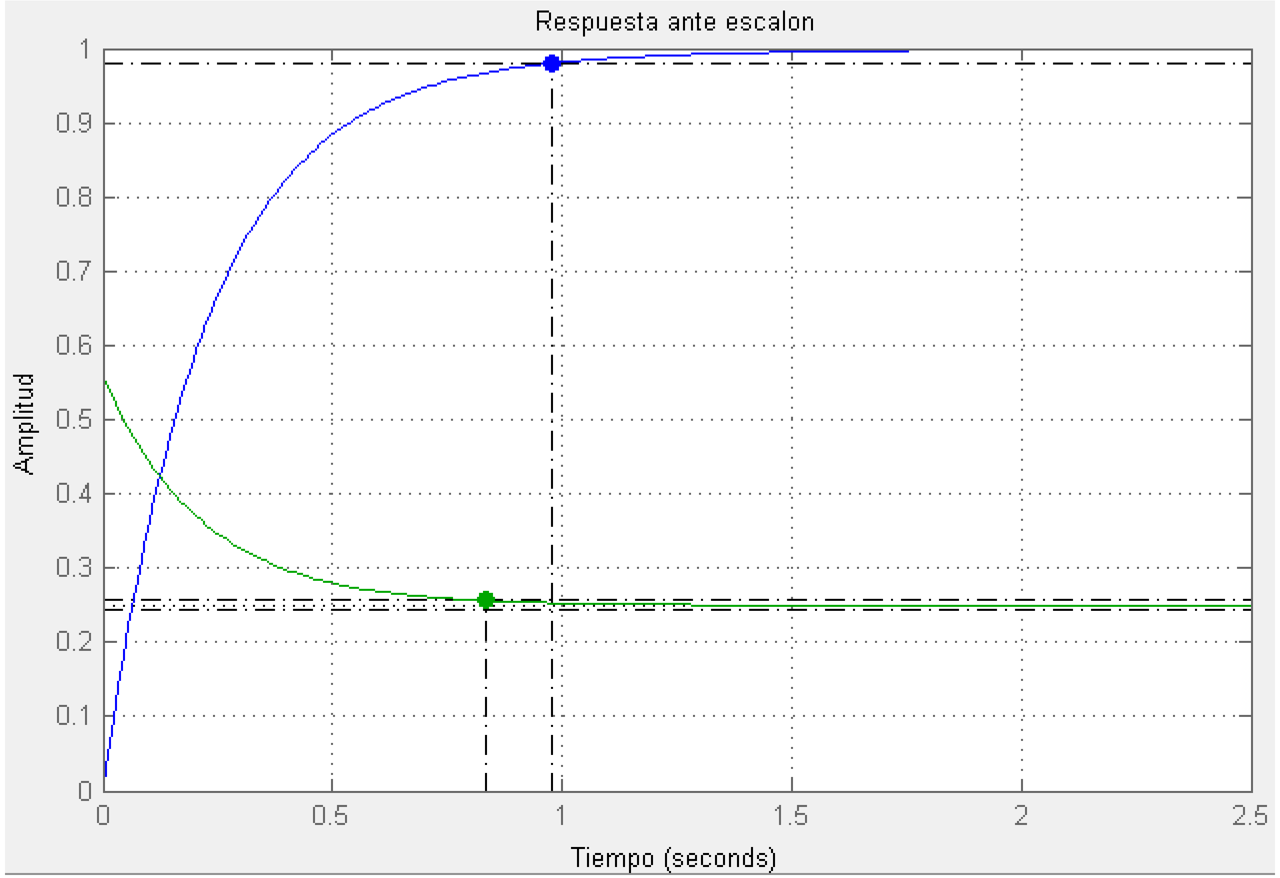
$$G(s) = \frac{8}{(s+2)} \cdot \mathrm{e}^{-0.3s}$$

Solución en tiempo continuo

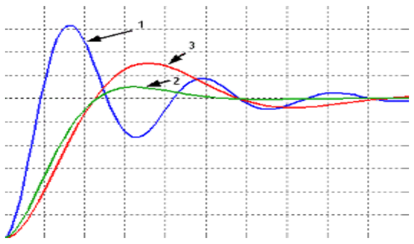


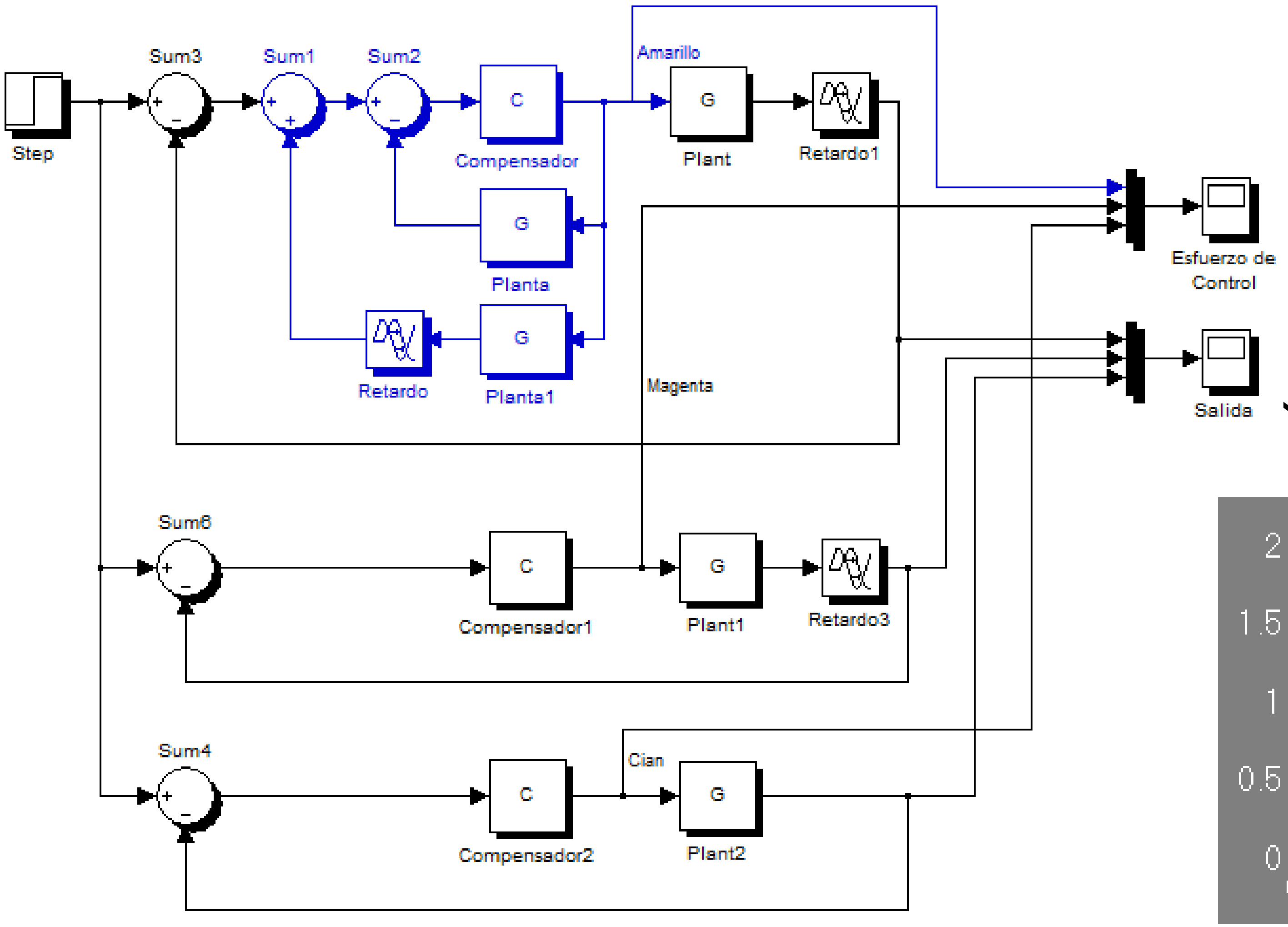
- Se hará primero la solución en tiempo continuo para la planta sin retardo.

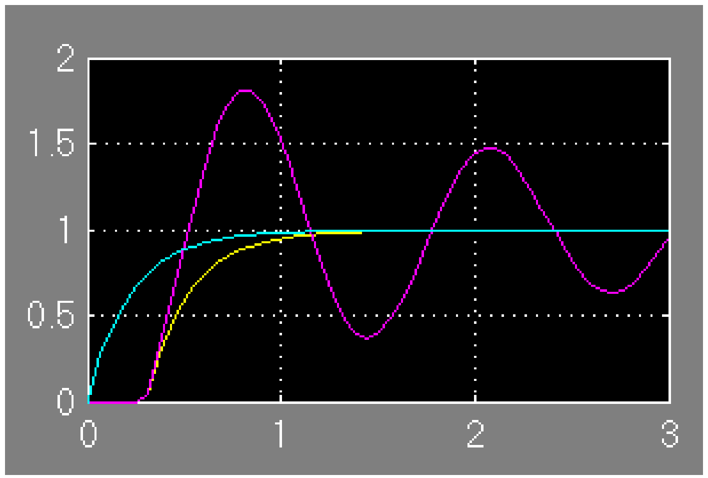
$$K(s) = \frac{0.56(s+1.9)}{s}$$



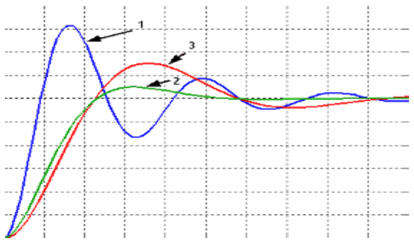
Solución en tiempo continuo





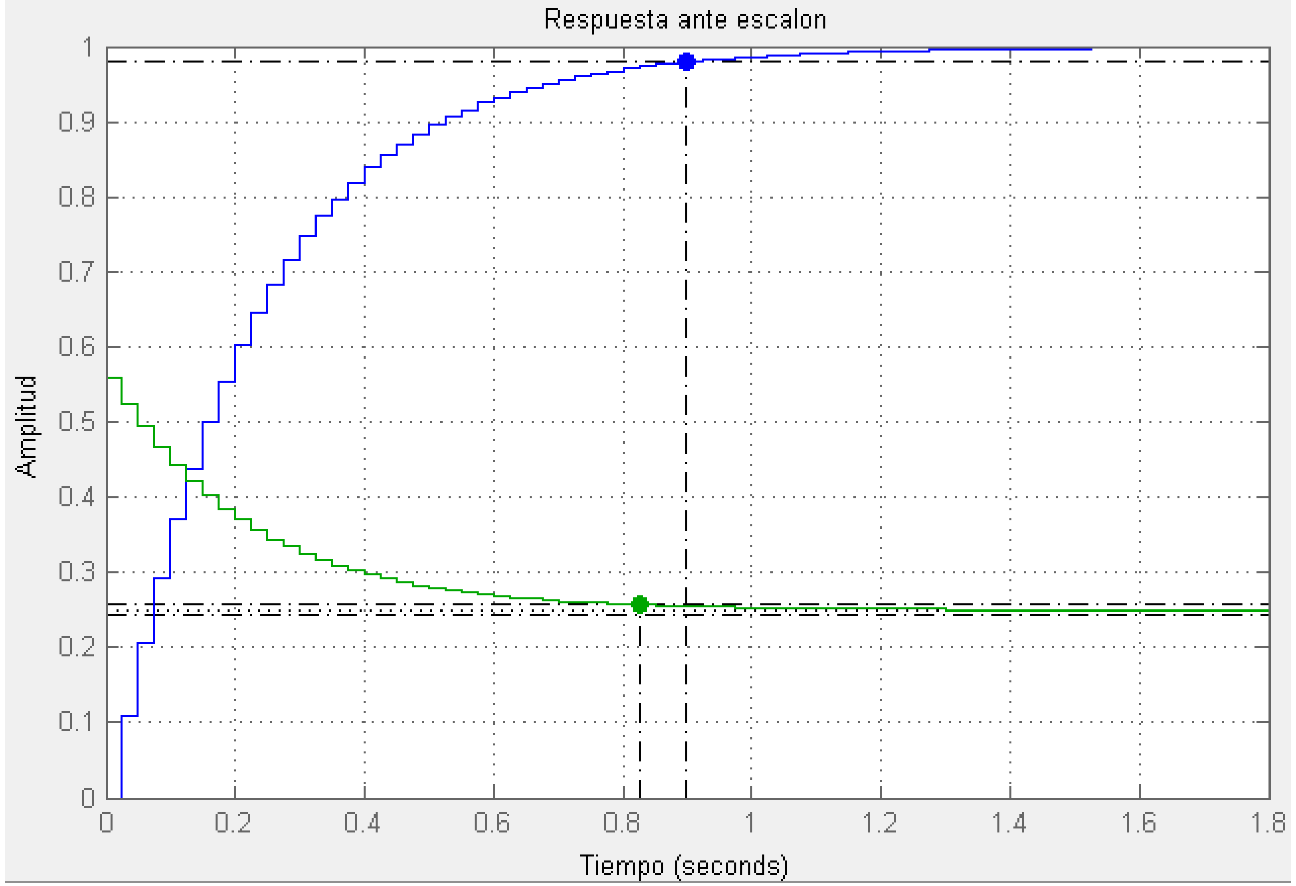


Solución en tiempo discreto

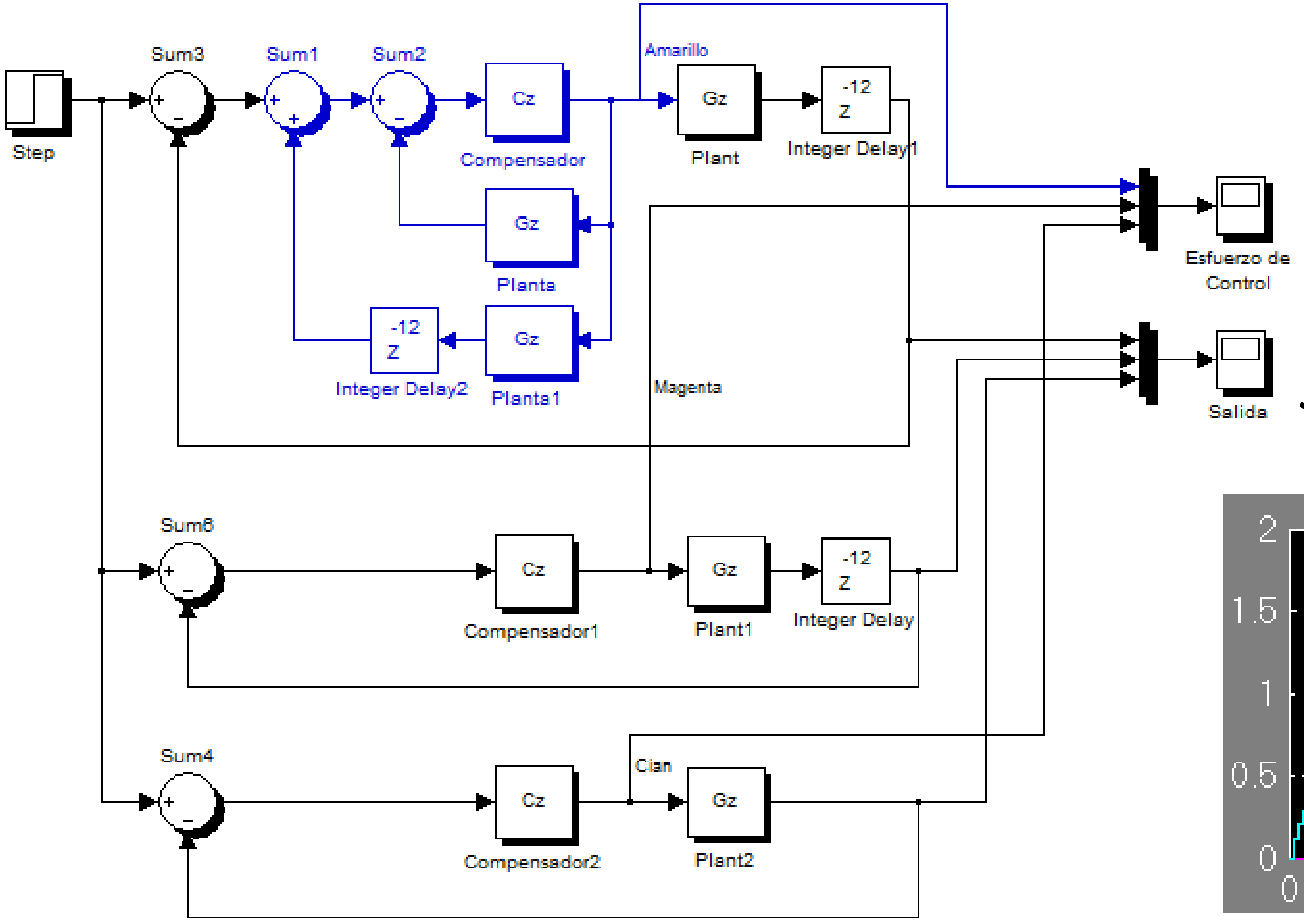


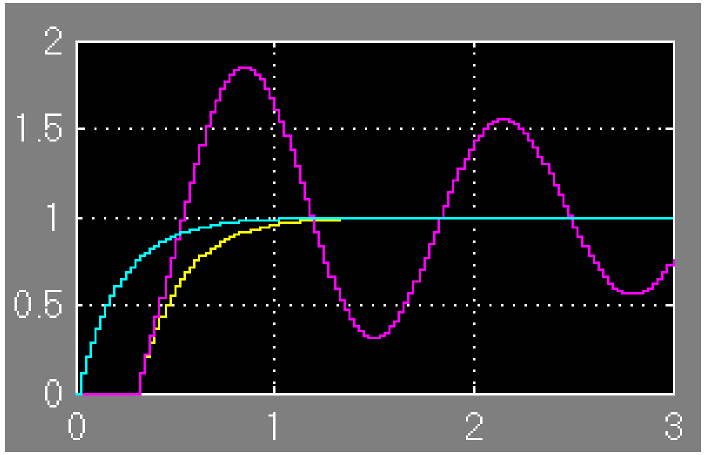
- La solución en tiempo discreto, con T = 0.025s produce un regulador Ksmith(z) de orden 14.

$$K(z) = \frac{0.56(z - 0.9525)}{(z-1)}$$

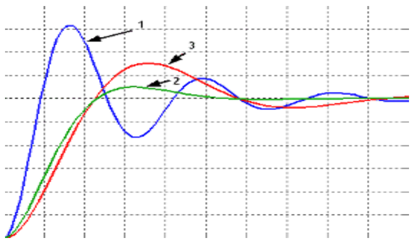


Solución en tiempo discreto

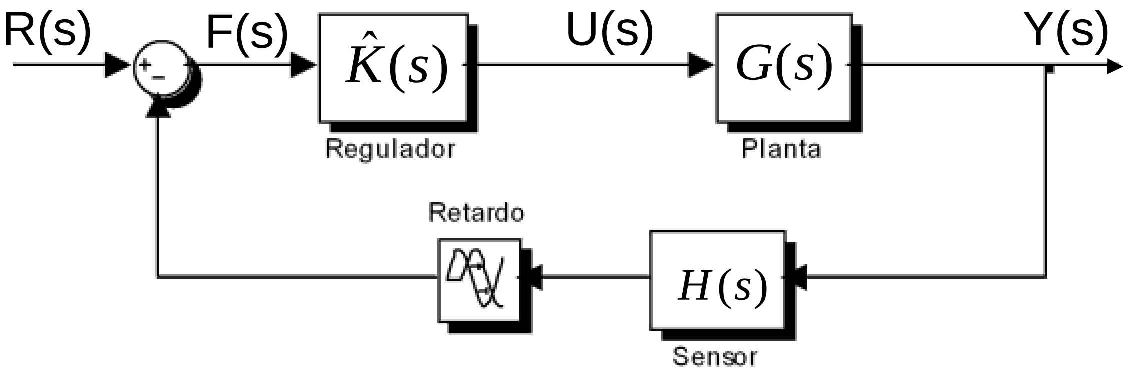




El predictor de Smith para sensores con retardo

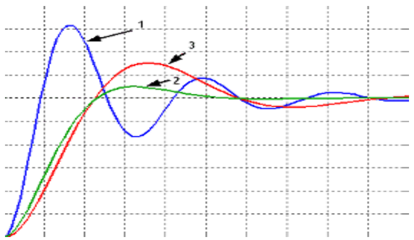


- El compensador $\hat{K}(s)$ que cumpla con los requisitos de diseño, será diferente del compensador *K(s),* que podría ser calculado para ese mismo propósito, si el sensor no tuviese retardo.

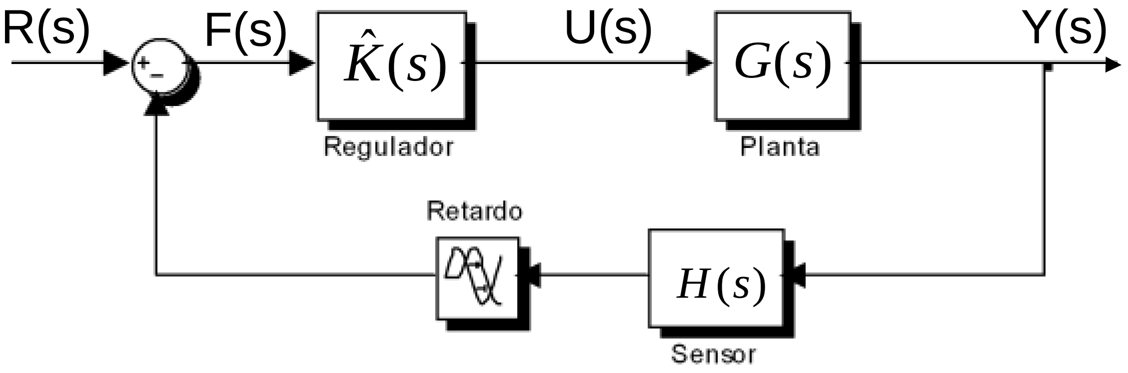


$$T(s) = \frac{\hat{K}(s)G(s)}{1+\hat{K}(s)G(s)H(s)\cdot \mathrm{e}^{-t_d s}}$$

El sistema compensado

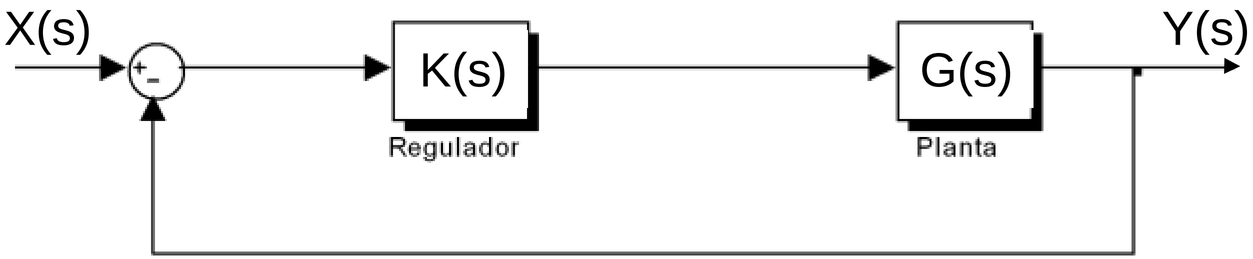


- Sistema original

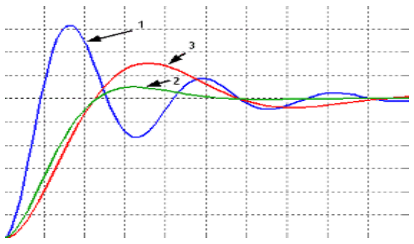


$$T(s) = \frac{\hat{K}(s)G(s)}{1 + \hat{K}(s)G(s)H(s)\cdot \mathrm{e}^{-t_d s}}$$

- Realimentado unitariamente (deseado)

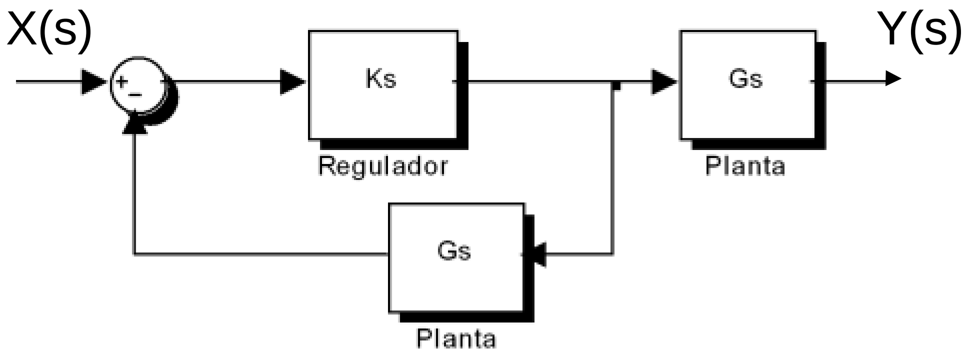


$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$



Volviendo a la forma original

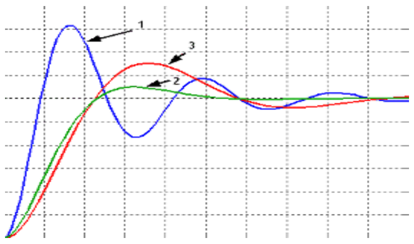
- Se redibuja el sistema



$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K(s)}{1+K(s)G(s)} \cdot G(s)$$

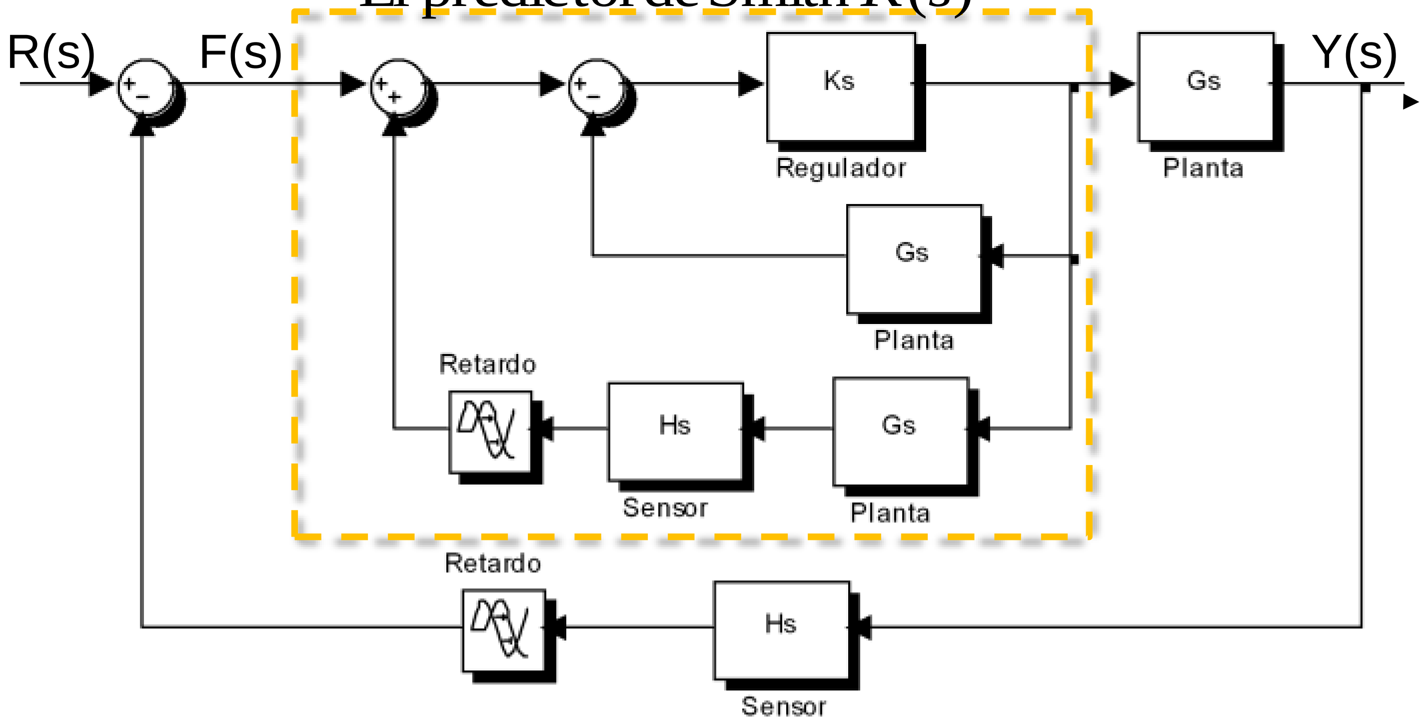
- Para volver al sistema original con realimentación desde *Y(s)* se suma y se resta la realimentación desde la salida a través de $G(s)H(s).e^{-td.s}$

Sistema con predictor de Smith para compensar el retardo del sensor



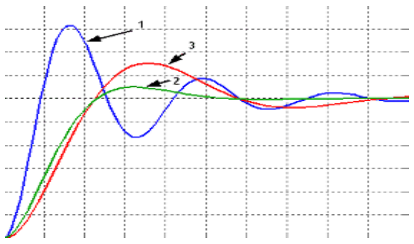
- Sistema equivalente al original con realimentación desde Y(s)

El predictor de Smith $\hat{K}(s)$



$$\hat{K}(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s)G(s)[1 - H(s)e^{-td\cdot s}]}$$

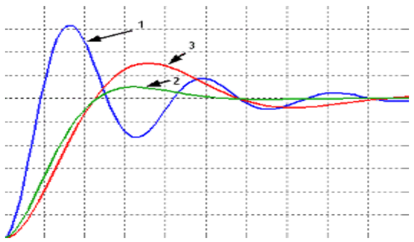
Conclusiones



- El compensador de Smith para el caso de retardos en el sensor es similar al resultante para el caso en el cual el retardo se encuentra en la planta
- Una fórmula que contemple ambos casos, retardo en la planta y en el sensor se muestra:

$$\hat{K}(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s)G(s)[1 - H(s)e^{-tdg \cdot s}.\, e^{-tdh \cdot s}]}$$

Referencias



- Ogata, Katsuhiko. „**Ingeniería de Control Moderna**“, Pearson, Prentice Hall, 2003, 4ª Ed., Madrid.

- [http://iaci.unq.edu.ar/Materias/Cont.Digital/Apuntes/ApuntePagina/16-**Predictor**_de_**Smith**.pdf](http://iaci.unq.edu.ar/Materias/Cont.Digital/Apuntes/ApuntePagina/16-Predictor_de_Smith.pdf)

- http://www.ie.itcr.ac.cr/einteriano/control/Laboratorio/5.EjemploPredictorSmith.pdf