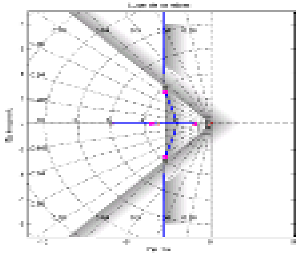
Control Automático

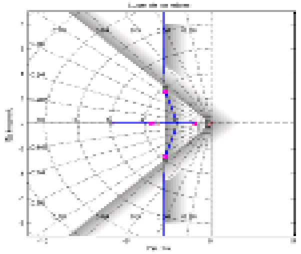
Diseño por ubicación de polos

Contenido



- Introducción
- Métodos para la ubicación de polos
  - Realimentación de estado
  - Modificación del lugar de las raíces

Introducción

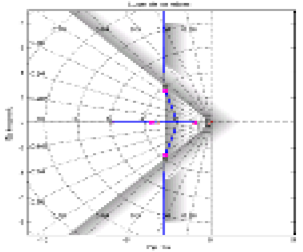


Para diseñar un regulador por ubicación de polos, se debe conocer las relaciones entre las principales características de la respuesta en el tiempo del sistema de lazo cerrado tales como:

- Sobreimpulso
- Tiempo de subida
- Tiempo de estabilización
- Error de estado estacionario

y la ubicación de los polos en el plano complejo.

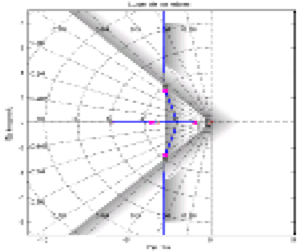
Los diferentes tipos de reguladores y compensadores



- La diferencia entre un regulador y un compensador está sobre todo en la función de ese elemento durante el diseño.

- Las diferentes funciones incluyen modificar o corregir el comportamiento estático o dinámico del sistema

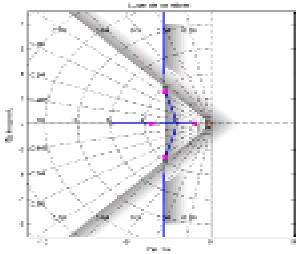
Compensadores y reguladores



- Un **compensador** es un elemento seleccionado con el objetivo de corregir el comportamiento **dinámico** de lazo cerrado.

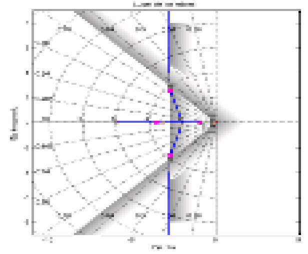
- Un **regulador** es un elemento cuyo comportamiento de transmisión se ha seleccionado con miras a influenciar tanto el comportamiento **dinámico** como el comportamiento **estático** de lazo cerrado.

Métodos para la ubicación de polos de lazo cerrado



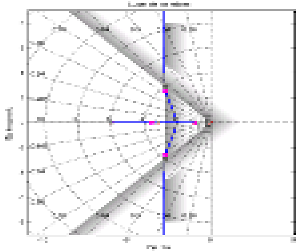
- Realimentación de la salida
- Realimentación de estado
  - Con estados medidos directamente
  - Con estimador de estados
- Modificación del lugar de las raíces
  - Compensador de adelanto
    - Bisectriz
    - Ubicación del cero
      - Arbitraria
      - Cancelación de polo
  - Compensador de atraso
  - Filtro de muesca

Diseño en el lugar de las raíces



- Parte de que el sistema puede ser considerado o aproximado a uno de segundo orden
- El objetivo es que los polos dominantes de lazo cerrado del sistema compensado se ubiquen en el área escogida
- Se agrega una combinación de polos, ceros y ganancia para deformar adecuadamente el lugar de las raíces y fijar así los polos.

Ubicación de los polos de un sistema prototipo de orden 2 y la respuesta temporal

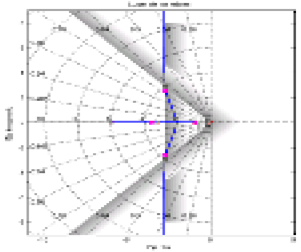


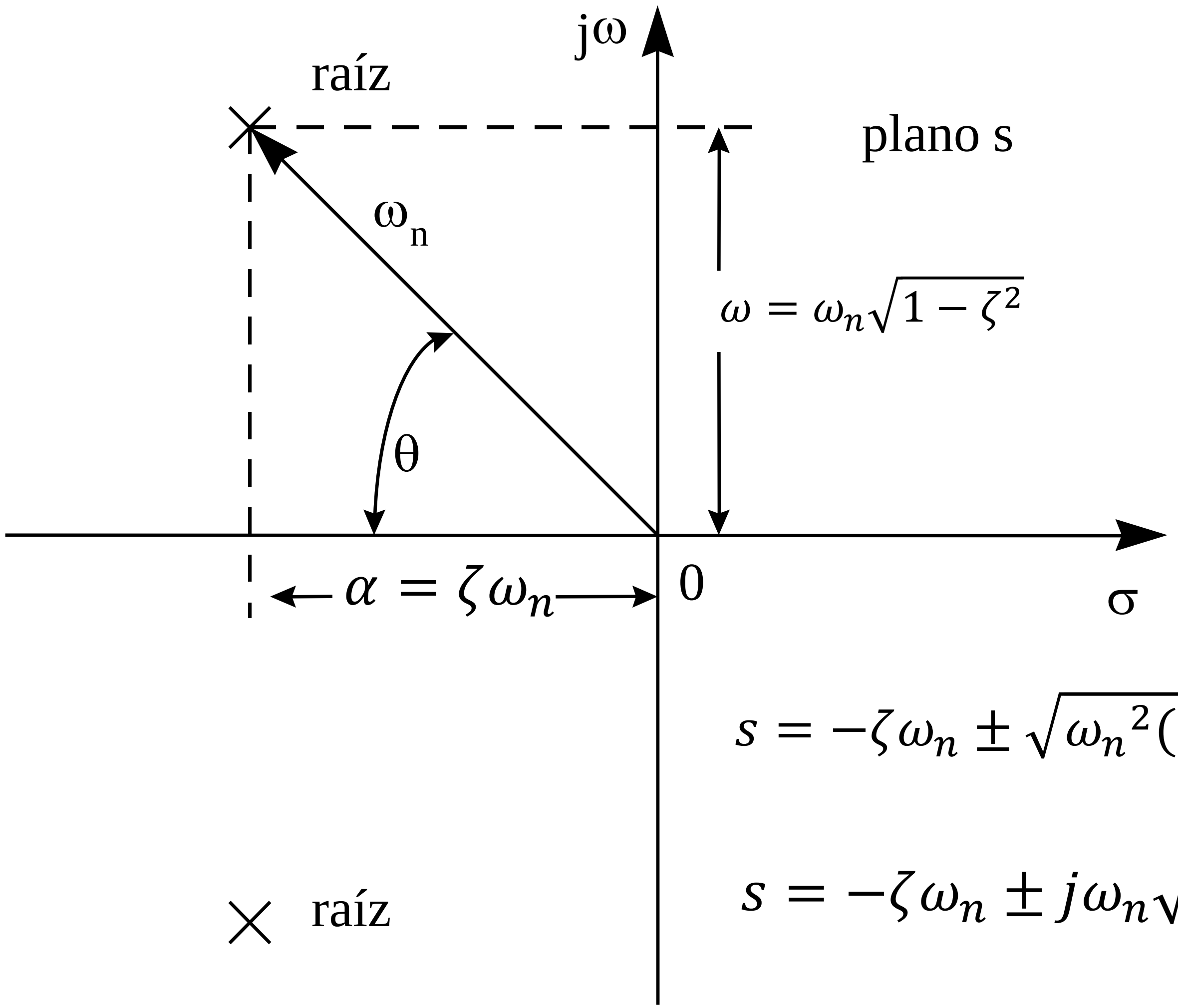
- Se parte de que el sistema posee en lazo cerrado un comportamiento aproximado al de un sistema de segundo orden.

$$\hat{G}_R = \frac{G_O(s)}{1 + G_O(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2}$$

- La aproximación es buena cuando el sistema en lazo cerrado posee un par de **polos dominantes**

Ubicación de los polos del sistema de segundo orden en el plano s

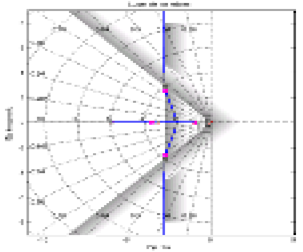




$$s = -\zeta\omega_n \pm \sqrt{{\omega_n}^2(\zeta^2 - 1)}$$

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}; \zeta < 1$$

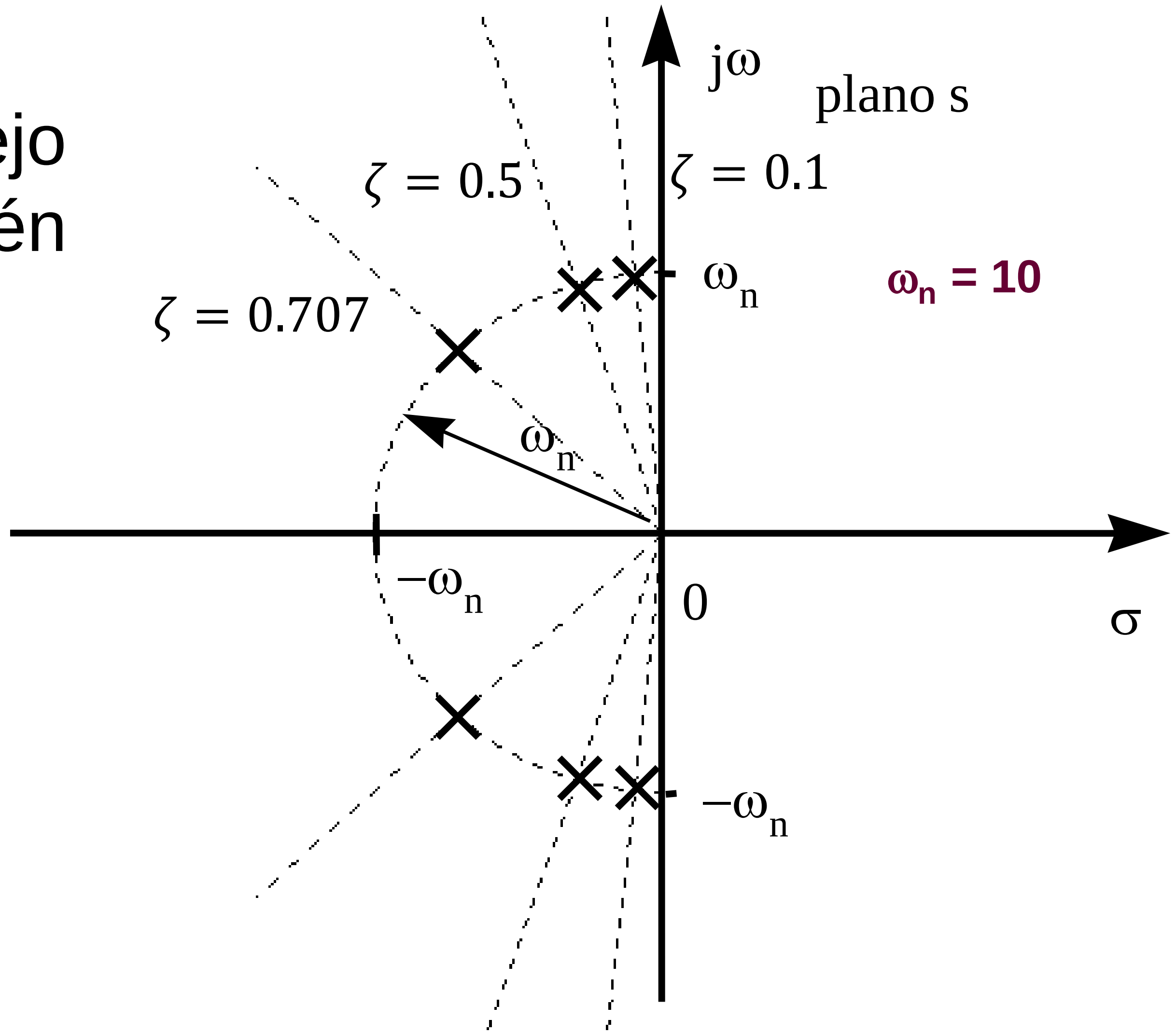
Ubicación de los polos de lazo cerrado ante variación de ζ con ω_n cte.



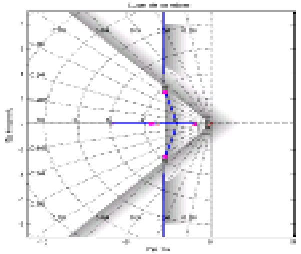
La ubicación del par de polos en el plano complejo puede expresarse también en forma polar como

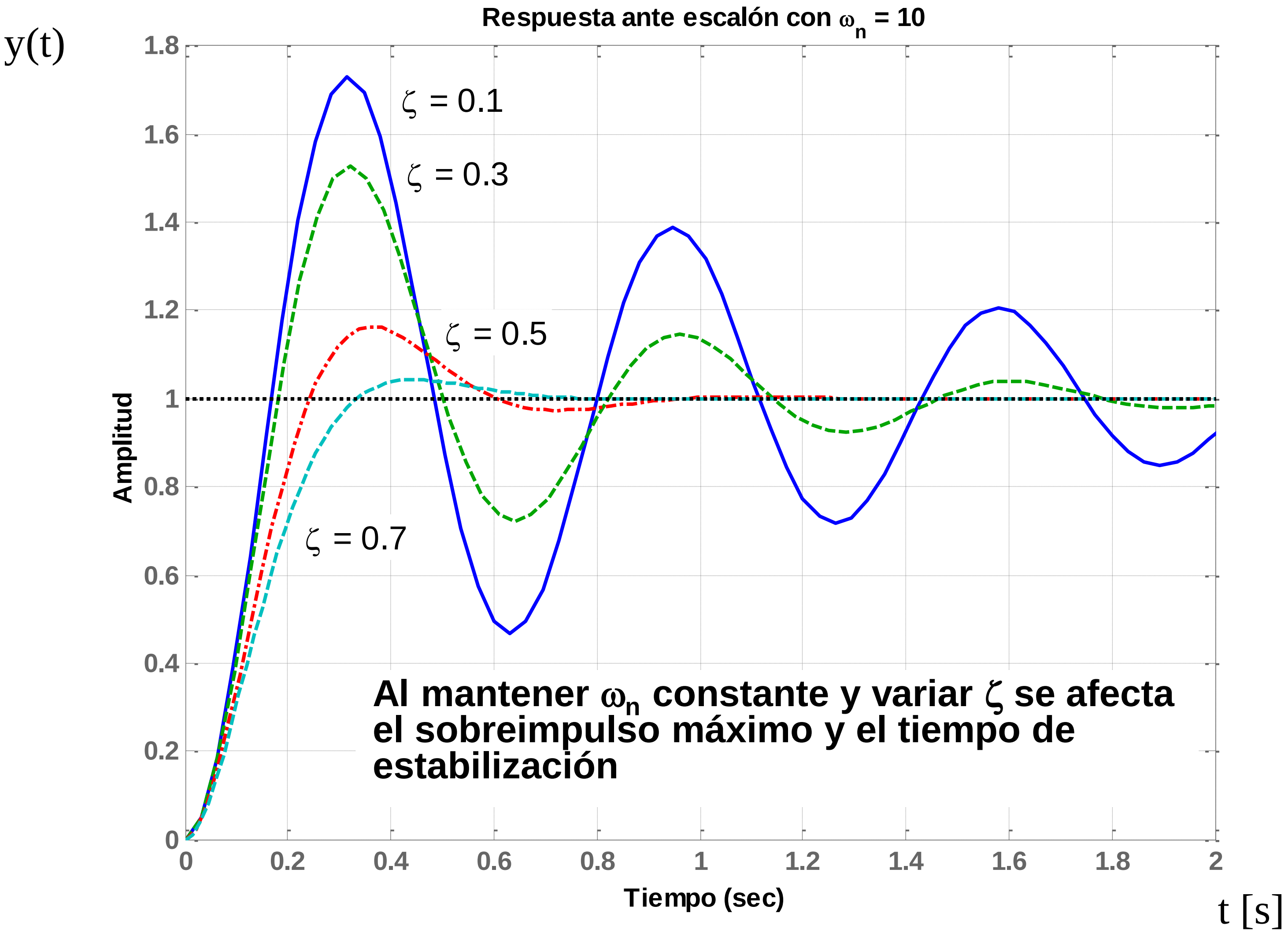
con $s_{1,2} = \omega_n \angle \pm \theta$

$\zeta = \cos(\theta)$

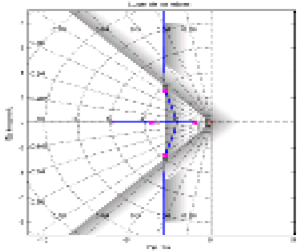


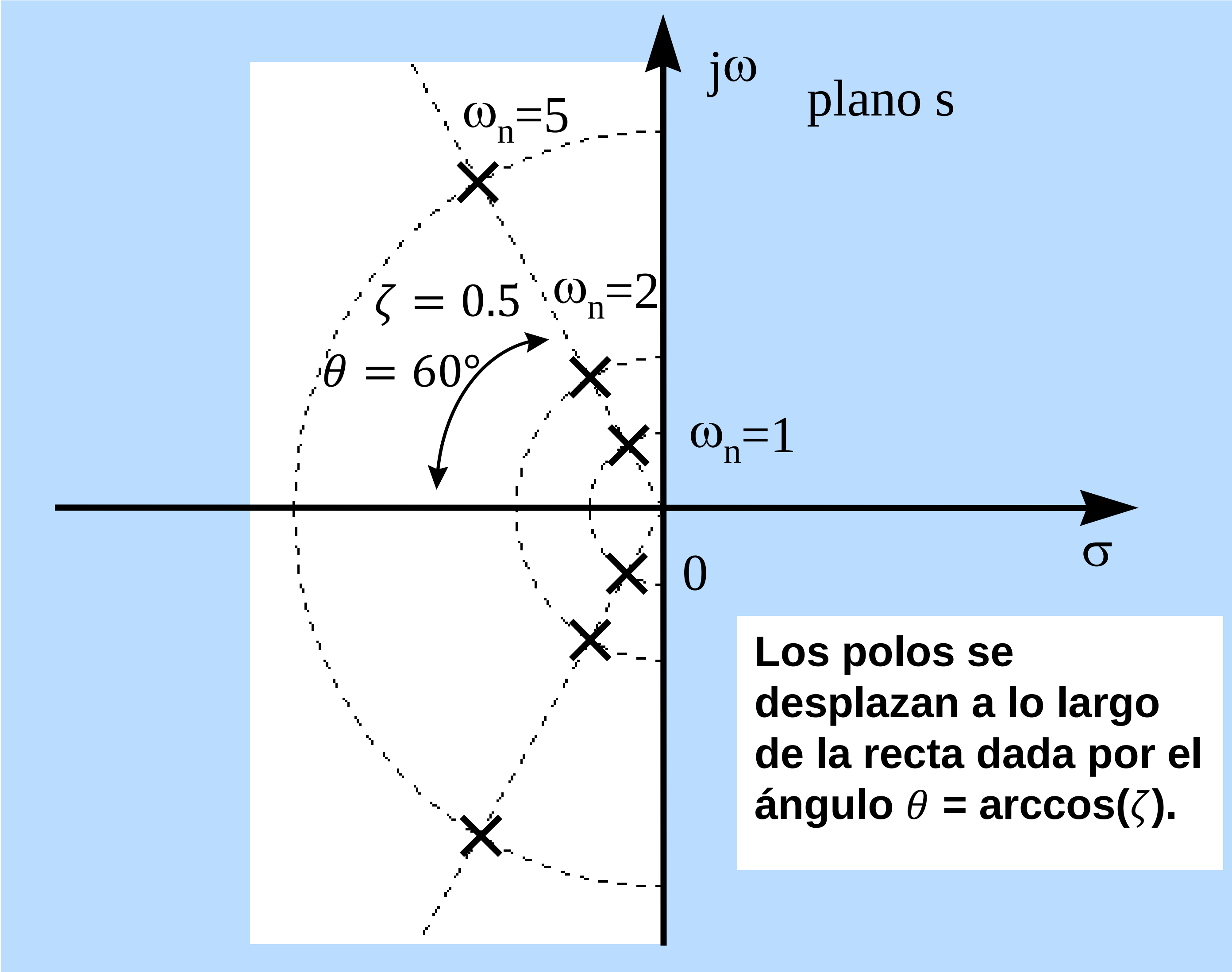
Respuesta al escalón unitario ante variación de ζ con ω_n cte.



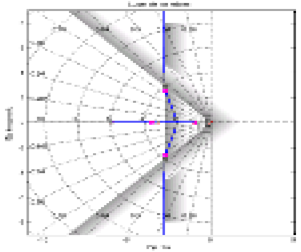


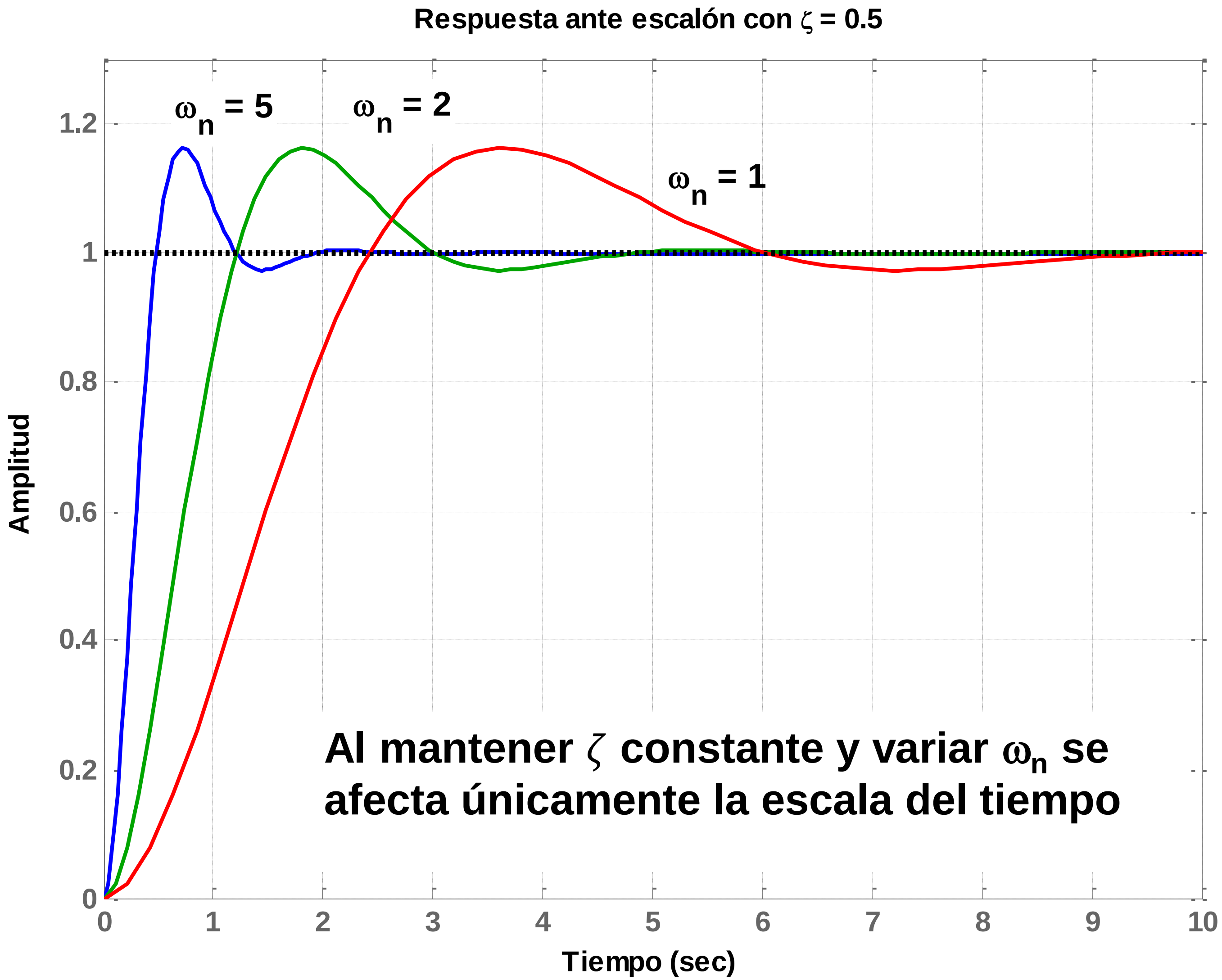
Ubicación de los polos de lazo cerrado ante variación de ω_n con ζ constante.



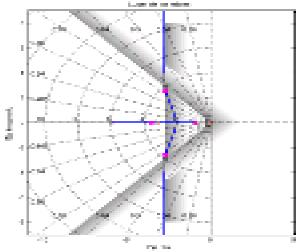


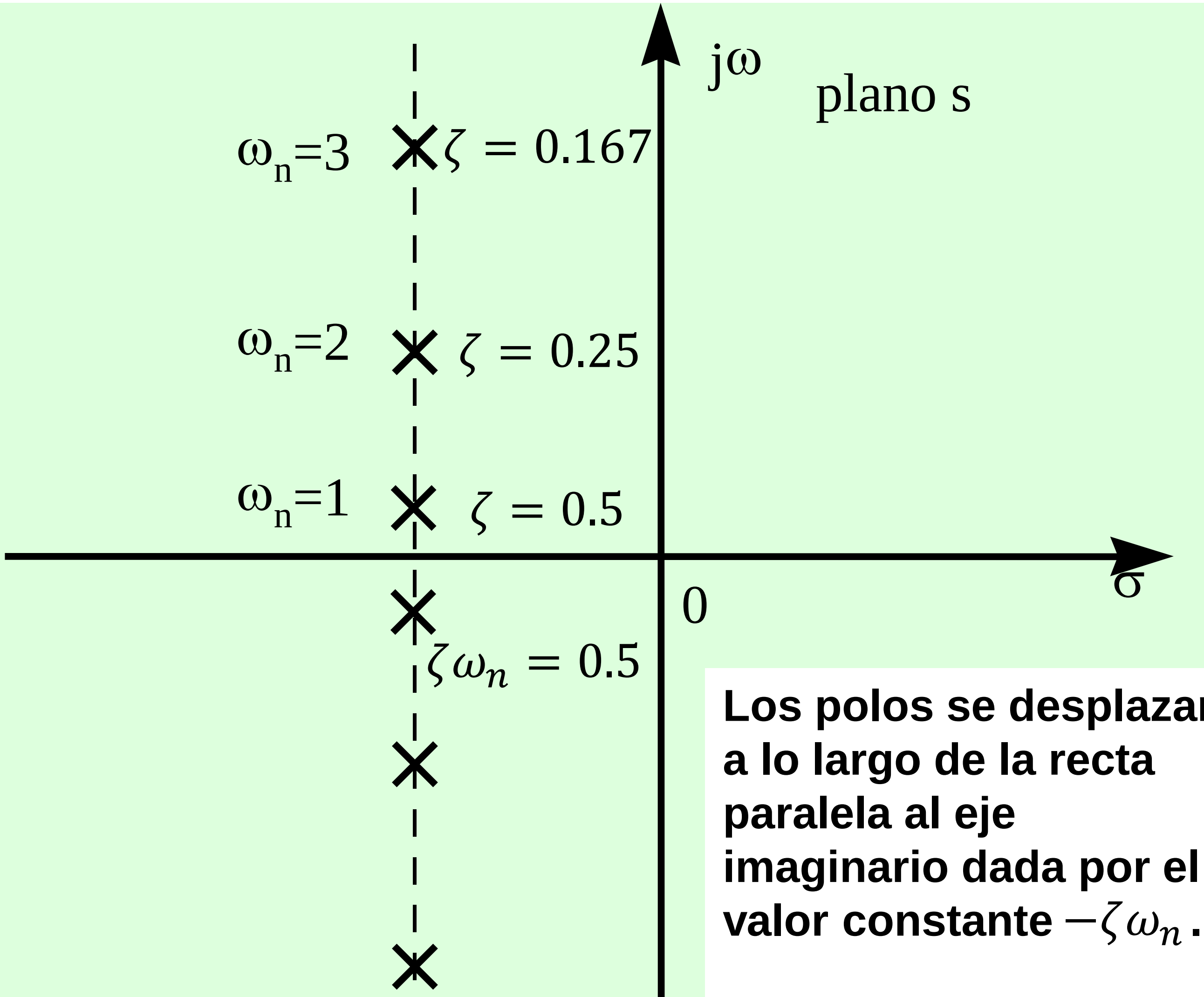
Respuesta al escalón unitario ante variación de ω_n con ζ constante





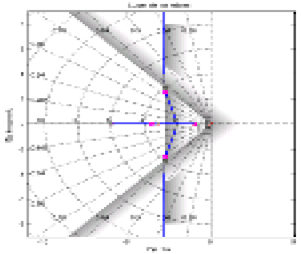
Ubicación de los polos de lazo cerrado ante variación de ζ y ω_n

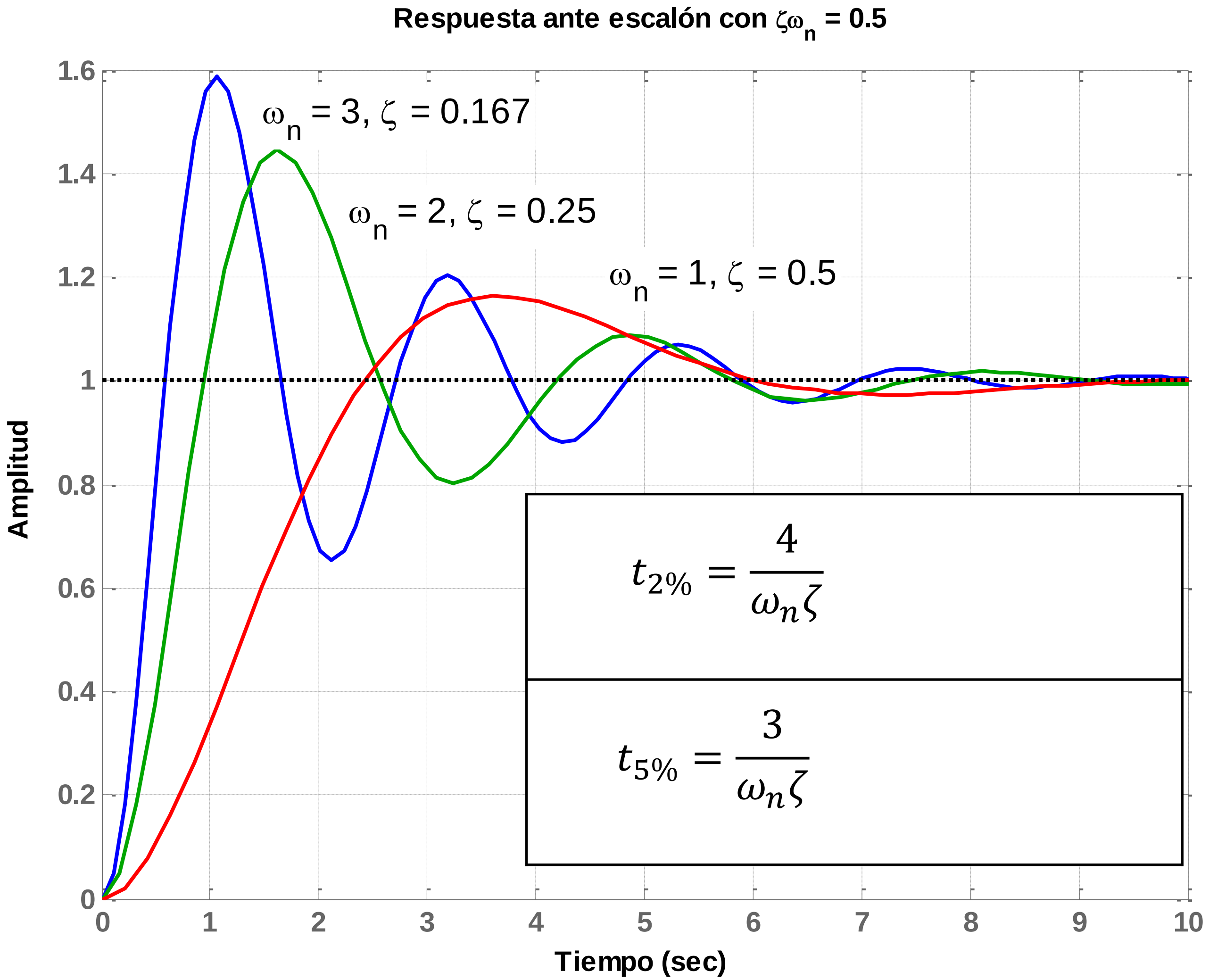




Los polos se desplazan a lo largo de la recta paralela al eje imaginario dada por el valor constante $-\zeta\omega_n$**.**

Respuesta al escalón unitario ante variación de ζ y ω_n

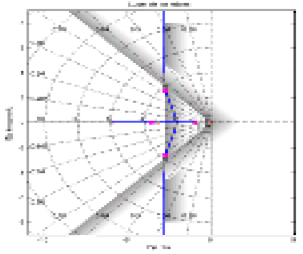




$$t_{2\%} = \frac{4}{\omega_n \zeta}$$

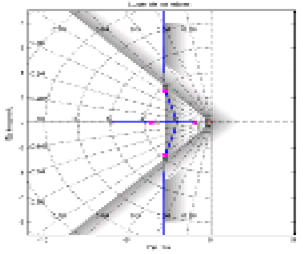
$$t_{5\%} = \frac{3}{\omega_n \zeta}$$

Encontrar las regiones para la ubicación del par de polos dominantes



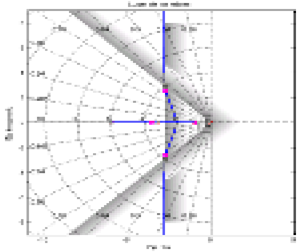
- Convertir las especificaciones del dominio del tiempo en especificaciones de frecuencia natural y amortiguamiento relativo.
- Graficar las especificaciones de frecuencia natural y amortiguamiento relativo.
- Seleccionar la región donde se cumplen las especificaciones del dominio del tiempo.

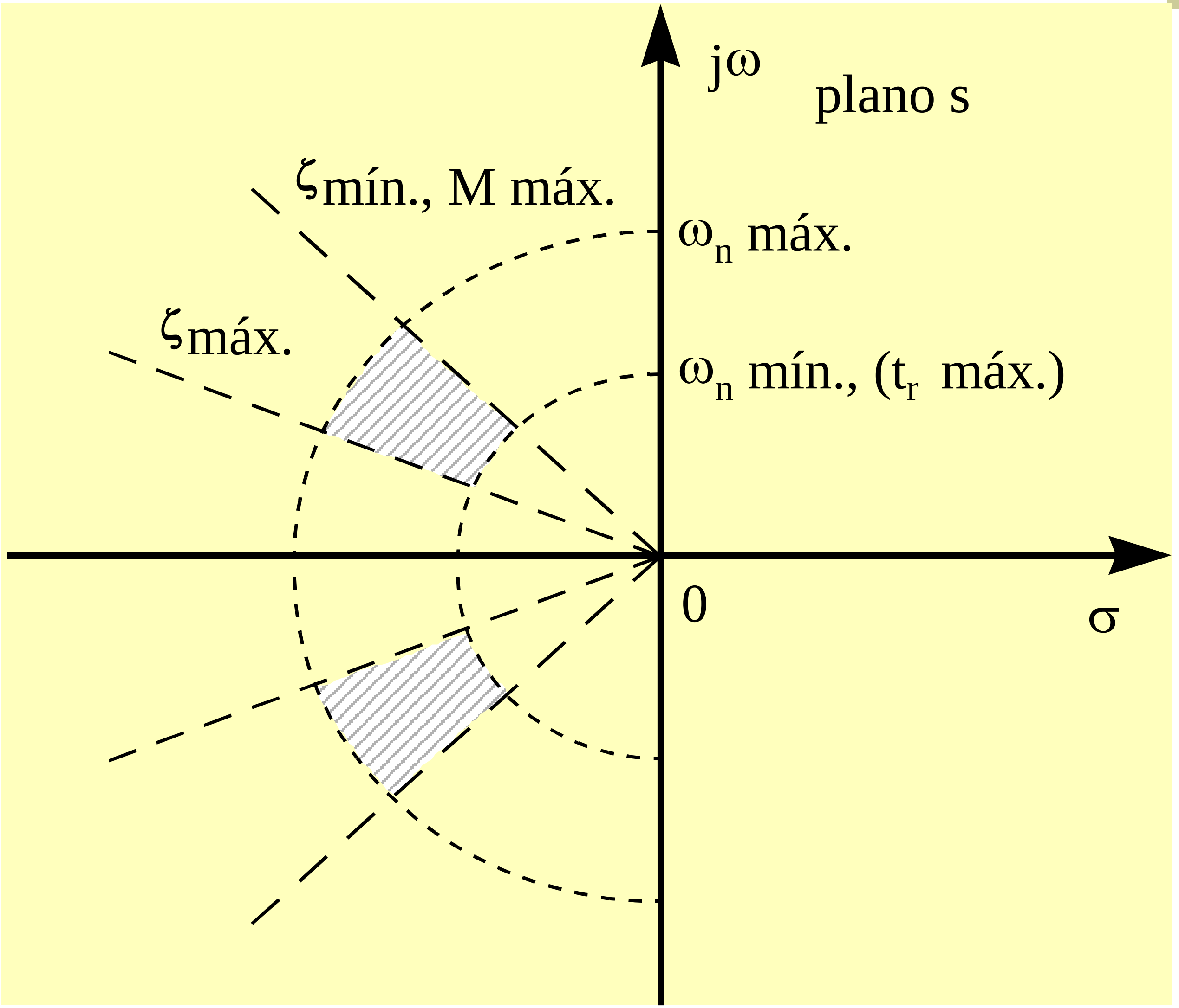
Fórmulas



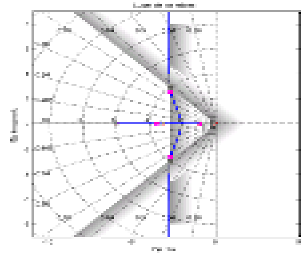
$M = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$	$\zeta = \sqrt{\frac{\left(\frac{\ln M}{\pi}\right)^2}{1+\left(\frac{\ln M}{\pi}\right)^2}}$	Amortiguamiento relativo y sobreimpulso
$t_{s2\%} = \frac{4}{\zeta\omega_n}$;	$t_{s5\%} = \frac{3}{\zeta\omega_n}$	Tiempo de estabilización
$t_r = \frac{2.5\zeta + 0.8}{\omega_n}$;	$t_r = \frac{1.8}{\omega_n}$	Tiempo de subida

Regiones para la ubicación deseada del par de polos dominantes de la función de lazo cerrado



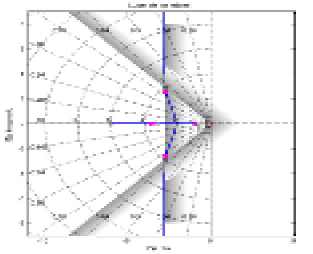


Ubicar los polos dominantes en la región deseada



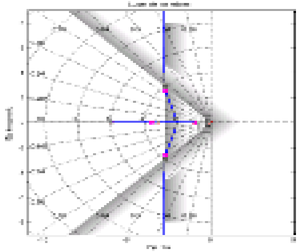
- Seleccionar una ubicación para los polos dominantes en la región deseada
- Calcular el compensador para ubicar los polos en el lugar escogido usando un método adecuado.
- Comprobar que efectivamente existe un par de polos dominantes y que la influencia de los polos restantes es despreciable.
- Iterar; escogiendo, de ser necesario, otro método u otro tipo de compensador

Ejemplo: Encuentre la zona Γ



- Se desea encontrar la zona en la cual los polos de un sistema deben encontrarse para que la respuesta ante un escalón tenga las características siguientes
  - Un sobreimpulso M_P entre el 5 % y el 10%
  - Un tiempo de estabilización del 2%, $t_{S2\%} < 2$ s

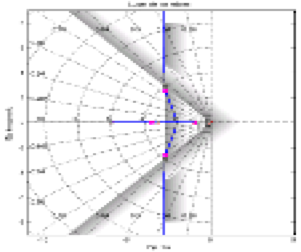
Ejemplo 2: Solución



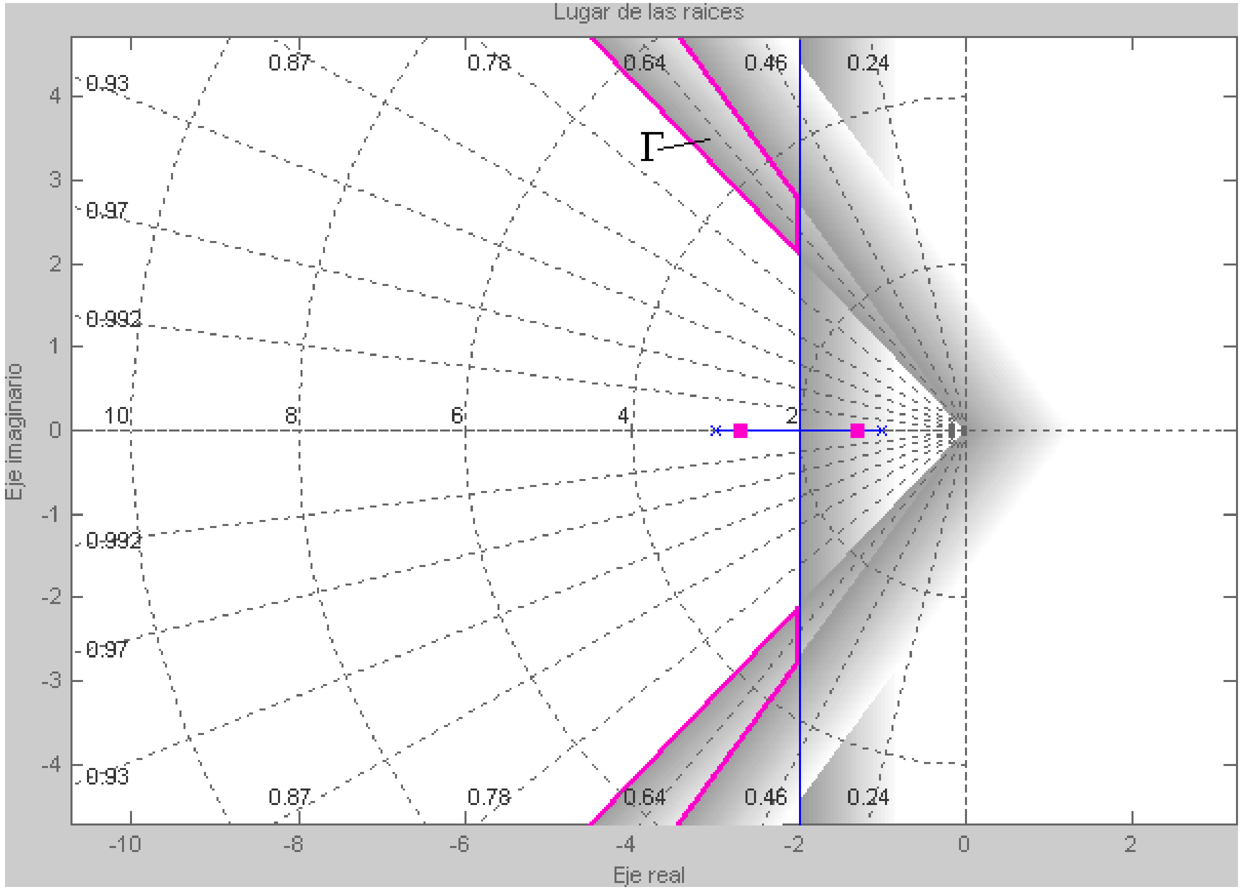
- Calculamos que el amortiguamiento relativo debe satisfacer $0.59 \leq \zeta \leq 0.69$

- Calculamos que el producto $\zeta\omega_n > 2$
- Escogemos el punto $s_{1,2} = -2.5 +/- j\,3$

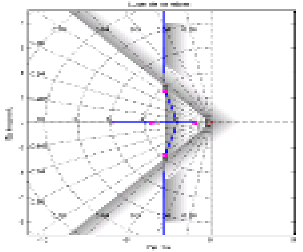
Ejemplo 2: Selección del punto s_1



- Con los parámetros encontrados seleccionamos la zona Γ, y el ella el punto s_1 = -2.5 +/- j 3

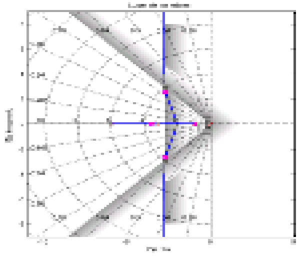


Resumen



- El método del lugar de las raíces parte de que el sistema es o puede ser aproximado a uno de segundo orden y puede existir interacciones entre compensadores
- El método de realimentación de estados es directo, sirve para sistemas de orden **n**; pero, requiere que los estados puedan ser controlables y medibles u observables.
- Ambos procedimientos deben tomar en cuenta que el modelo es inexacto y que las especificaciones no pueden ser tampoco exactas y recurrir a la iteración

Referencias



- Ogata, Katsuhiko. „**Ingeniería de Control Moderna**", Pearson, Prentice Hall, 2003, 4ª Ed., Madrid.

- Dorf, Richard, Bishop Robert. „**Sistemas de control moderno**", 10ª Ed., Prentice Hall, 2005, España.