



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
I SEMESTRE 2004
ESCUELA DE INGENIERIA EN ELECTRÓNICA
CURSO: EL-5408 CONTROL AUTOMÁTICO
MEDIO: EJERCICIO
PROF: ING. EDUARDO INTERIANO

Ejercicio 5

Problema 1. Encuentre un compensador que haga que la respuesta transitoria del sistema en tiempo discreto mostrado, tenga el comportamiento siguiente:

- a) Un sobreimpulso máximo M_p del 10%
- b) Un tiempo de máximo de estabilización del 2% $t_{s2\%} = 2.5$ s

$$G(z) = \frac{0.018038(z + 2.588)(z + 0.1825)}{(z - 0.7788)(z - 0.6065)(z - 0.4724)}, T = 0.25 \text{ s}$$

Problema 2: (25 puntos) Para el sistema en tiempo discreto $G_p(z)$, mostrado a continuación, con un tiempo de muestreo $T = 0.01$ s, encuentre:

- a) (10 puntos) El punto z_1 en el cual el sistema tiene un sobreimpulso máximo del 10% y un tiempo máximo de estabilización del 2% de $t_s = 0.5$ s.
- b) (10 puntos) Un compensador de adelanto en tiempo discreto, por el método de la bisectriz, que conduce a que el lugar de las raíces del sistema compensado pase por el punto $z_1 = 0.6 \pm j0.2$.
- c) (5 puntos) El valor de la ganancia K_C del compensador de adelanto para que el sistema tenga los polos de lazo cerrado ubicados en el punto $z_1 = 0.6 \pm j0.2$.

$$G_p(z) = \frac{0.1(z + 0.75)}{(z - 1) \cdot (z - 0.5)}, T = 0.01 \text{ s}$$

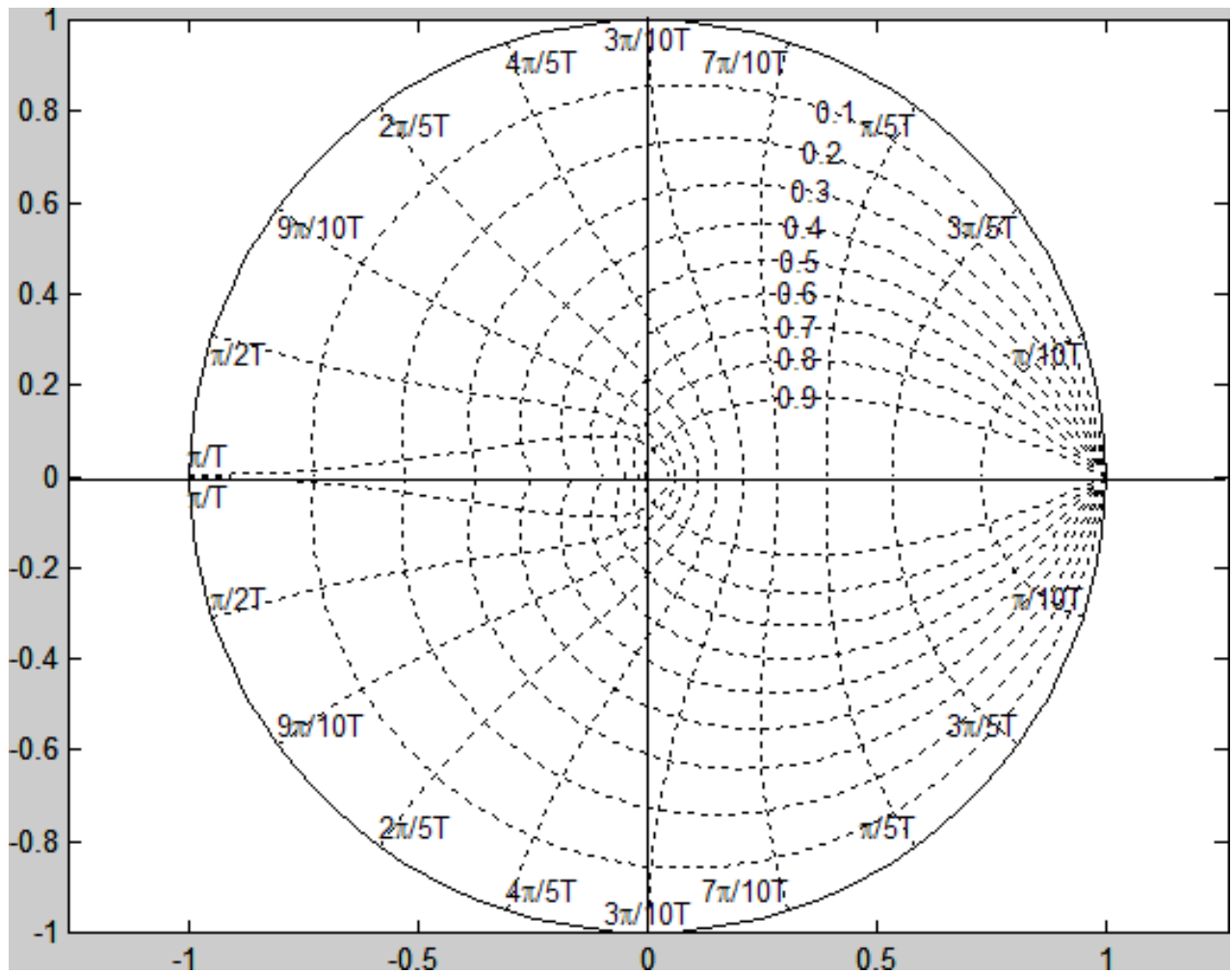


Figura 1: Plano Z para los problemas 1 y 2

Solución

Problema 1:

$$T = 0.25s$$

$$t_s \leq 2.5$$

$$M_p \leq 10\%$$

A partir del sobreimpulso el valor de Chi debe ser mayor a 0.59 entonces hacemos $\chi = 0.6$

A partir del tiempo de estabilización, el valor de $\omega_n \geq \frac{4}{\zeta t_s} = 2.71 \text{ rad/s}$

Para cumplir el tiempo de estabilización, el punto escogido debe quedar dentro del radio dado por $radio = e^{-\zeta \omega_n T} = 0.6374$

Escogemos el punto $z_1 = 0.575 \pm j0.275$ que se encuentra dentro del área delimitada por el radio y por χ .

Calculamos el ángulo total a agregar $\phi_{total} = 180 - \angle G(z) \Big|_{z=z_1} = 87.7^\circ$

Por acercarnos al límite de unos 90° , entonces usaremos un compensador de adelanto doble y el ángulo agregado por cada etapa del compensador será $\phi = 43.85^\circ$

Calculamos los parámetros requeridos para el cálculo de un compensador de adelanto por el método de la bisectriz, asumiendo que el punto $z_1 = a \pm jb$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{1-a}\right) = 32.90^\circ$$

$$z_0 = 1 - |1 - z_1| \frac{\cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)}; \text{ por lo que el el cero doble queda en } z_0 = 0.6013 \text{ y}$$

$$p_0 = 1 - |1 - z_1| \frac{\cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right)}; \text{ el polo doble queda en } p_0 = 0.3572$$

$$\text{Finalmente la ganancia } k_c = \frac{1}{\left| \hat{K}(z) \cdot G(z) \right|_{z=z_1}} = 0.9715$$

El compensador completo es:

$$K(z) = \frac{0.9715 (z-0.6013)^2}{(z-0.3572)^2}$$

Problema 2:

$$T = 0.01s$$

$$t_s = 0.5$$

$$\chi \cdot \omega_n = 8$$

$$\chi = 0.59$$

$$\omega_n = 13.56$$

a) Primero encontramos el punto deseado en el plano S

$$s_1 = -\chi \cdot \omega_n + j \omega_n \sqrt{1-\chi^2}$$

$$s_1 = -8 + j 10.95$$

Luego lo convertimos al plano Z

$$z_1 = \exp(s_1 \cdot T)$$

$$z_1 = 0.9176 + 0.101i$$

b) Para el punto dado $z_1 = 0.6 \pm j0.2$

El ángulo ϕ a agregar es: 28,44 grados

El compensador es de orden 1

El ángulo agregado por cada etapa del compensador es: 28,44 grados

El cero está en 0.6

El polo está en 0.5

c) Para el punto dado $z_1 = 0.6 \pm j0.2$

la ganancia $k_c = 0.826$

La función de transferencia del compensador de adelanto discreto es

$$k_{sys2}(z) = \frac{0.826 (z - 0.6)}{(z - 0.5)}$$

EIS/eis

2004