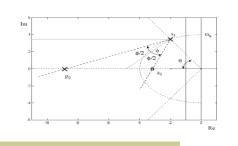
#### Control Automático

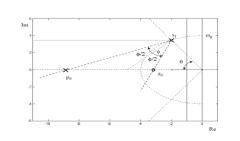
Compensador de atraso en el lugar de las raíces

#### Contenido



- El compensador de atraso en el lugar de las raíces
- Cálculo del compensador atraso
  - Con realimentación unitaria
  - Con realimentación no unitaria
- Ejemplos y ejercicios
- Resumen
- Referencias

# Compensadores y reguladores en tiempo continuo y discreto



Compensador de adelanto

$$K_{lead}(\lambda) = k_C \left(\frac{\lambda - z_0}{\lambda - p_0}\right)^n$$
  $p_0 < z_0$ 

Compensador de atraso

$$K_{lag}(\lambda) = \frac{(\lambda - z_1)}{(\lambda - p_1)}$$

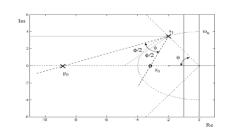
$$p_1 > z_1$$

Compensador adelanto-atraso

Compensador de filtro de muesca

$$K_{notch}(\lambda) = k_C \frac{\lambda^2 + 2\zeta_z \omega_{nz} \lambda + \omega_{nz}^2}{\lambda^2 + 2\zeta_p \omega_{np} \lambda + \omega_{np}^2}$$

### El compensador de atraso en tiempo continuo



En altas frecuencias el compensador de atraso tiene ganancia unitaria

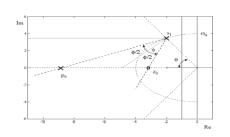
$$\lim_{s \to \infty} K(s) = \lim_{s \to \infty} \left( \frac{(s - z_1)}{(s - p_1)} \right) = 1$$

En bajas frecuencias la ganancia es:

$$\lim_{s \to 0} K(s) = \lim_{s \to 0} \left( \frac{(s - z_1)}{(s - p_1)} \right) = \frac{z_1}{p_1} > 1 \qquad |p_1| < |z_1|$$

No importa si llamamos a los ceros y polos  $z_0$  y  $p_0$  o  $z_1$  o  $p_1$ , esto es solamente para indicar la secuencia en la que se han ido creando.





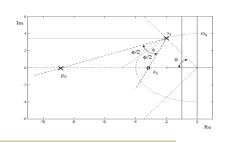
El término  $\frac{z_0}{p_0}$  aparecerá multiplicando las constantes de error de posición, velocidad y aceleración ( $K_P$ ,  $K_v$  o  $K_a$ )

$$\widehat{K}_{p} = \lim_{s \to 0} K(s) G_{O}(s) = \lim_{s \to 0} \left( \frac{(s - z_{O})}{(s - p_{O})} G_{O}(s) \right) = \frac{z_{0}}{p_{0}} \lim_{s \to 0} G_{O}(s) = \frac{z_{0}}{p_{0}} K_{P}$$

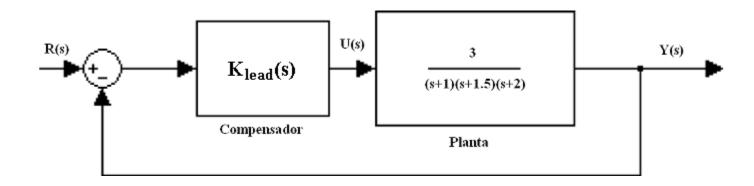
$$\widehat{K}_{v} = \lim_{s \to 0} (sK(s)G_{O}(s)) = \frac{z_{0}}{p_{0}} \lim_{s \to 0} (s \cdot G_{O}(s)) = \frac{z_{0}}{p_{0}} K_{V}$$

$$\widehat{K}_a = \lim_{s \to 0} (s^2 K(s) G_O(s)) = \frac{z_0}{p_0} \lim_{s \to 0} (s^2 G_O(s)) = \frac{z_0}{p_0} K_a$$

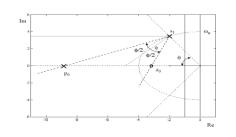
### Ejemplo 1



- Sintetice un regulador que haga que el sistema tenga ante una entrada escalón una respuesta con:
  - un sobreimpulso M<sub>P</sub> entre el 3% y el 10%
  - un tiempo de estabilización  $t_{S5\%} < 3$  s
  - Un error de estado estacionario ante escalón entre el 1% y el 3%
- Escoja para punto s₁ un valor de entre los siguientes:

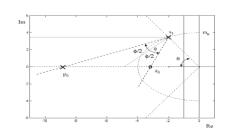


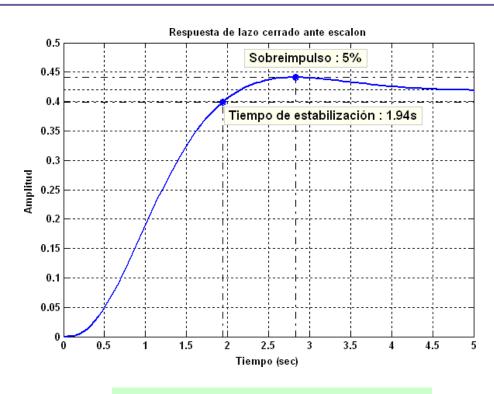
#### Ejemplo 1: Solución (Clase 13)



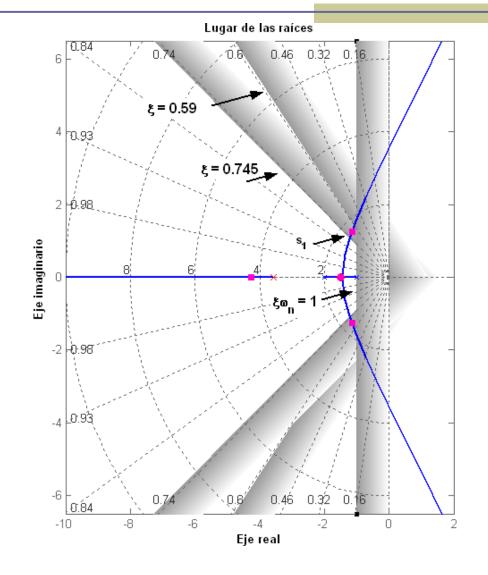
- Se selecciona el punto  $s_1 = -1.15 + /- j 1.25$
- Se cancela el polo en -1.5 con  $z_0 = -1.5$
- El ángulo  $\hat{\gamma}$  de la planta reducida en el polo en s = -1.5,  $\hat{G}(s)$ , evaluada en el punto s<sub>1</sub> es: -152.63°
- El ángulo a agregar es:  $\phi = \pm 180^{\circ} + \hat{\gamma} = [27.37^{\circ}, -332.63^{\circ}]$
- Se escoge el valor  $\phi = 27.37^{\circ}$  ya que éste se encuentra entre  $\pm 180^{\circ}$ .

## Ejemplo 1: Gráficas con el compensador de adelanto

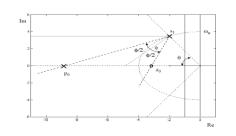




$$K_{lead}(s) = 1.72 \frac{(s+1.5)}{(s+3.56)}$$







Ya que el sistema es tipo 0 y con realimentación unitaria se tiene:

$$\widehat{K}_p = \frac{z_0}{p_0} K_p$$

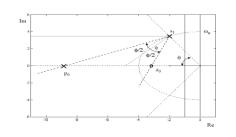
De donde se despeja la relación cero-polo

$$\frac{z_0}{p_0} = \frac{\widehat{K}_p}{K_p}$$

Calculando K<sub>p</sub>

$$K_p = \lim_{s \to 0} K_{lead}(s)G(s) = 0.7247$$





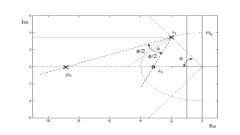
Si se toma el valor intermedio del 2% para el error de estado estacionario; suponiendo que está dado como un valor absoluto, y despejando  $\widehat{K}_p$  de la ecuación para el error

$$\widehat{K}_p = \frac{1 - \hat{e}_{SS}}{\hat{e}_{SS}}$$

 Se obtienen los valores para el coeficiente de error de posición deseado,

$$\widehat{K}_p = \begin{cases} 49; & \hat{e}_{SS} = 0.02 \\ -51; & \hat{e}_{SS} = -0.02 \end{cases}$$

#### Ejemplo 1: La ganancia



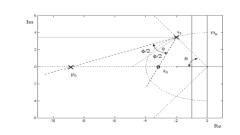
Usando el valor positivo de  $\widehat{K}_p$ 

$$\frac{z_0}{p_0} \ge \frac{49}{0.7247} = 67.6124$$

- Y redondeando el valor a 68
- Se define el cero de forma arbitraria en el punto s = -0.5 y se calcula el polo  $p_0 = \frac{z_0}{68} = -0.0074$

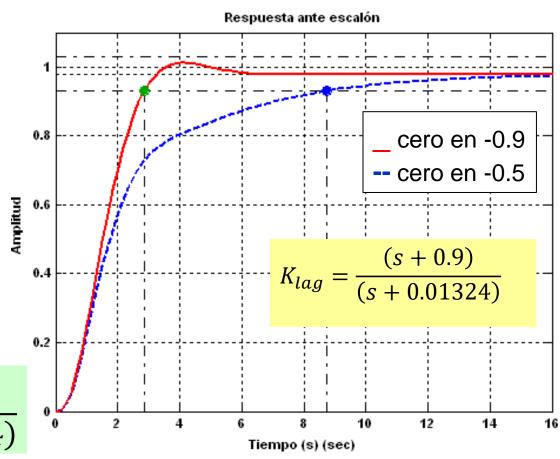
$$K_{lag} = \frac{(s+0.5)}{(s+0.0074)}$$

### Ejemplo 1: Final

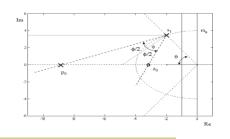


- Como se observa en la curva punteada (azul), la respuesta es muy lenta. Esto es debido al polo de lazo cerrado creado por el compensador de atraso.
- Solución, mover el cero hacia la izquierda a -0.9 y recalcular el polo. El resultado se observa en el trazo de línea continua (roja).

$$K(s) = 1.72 \frac{(s+1.5)}{(s+3.56)} \cdot \frac{(s+0.9)}{(s+0.01324)}$$

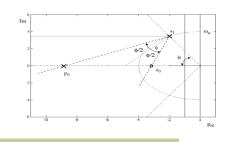


#### Ejemplo 1: Conclusiones

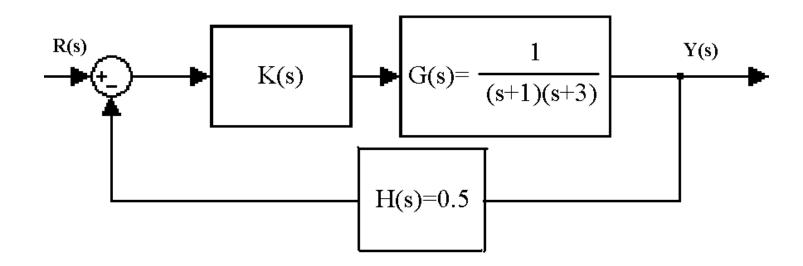


- El compensador de atraso permite corregir el error de estado estacionario en aquellos casos donde el desempeño de un simple regulador proporcional no es satisfactorio.
- Hay que escoger la ubicación del cero del compensador de tal manera que los polos de lazo cerrado del sistema no sean excesivamente lentos.
  - Sistemas tipo 0: Ubicar el cero lo más a la izquierda que se pueda (a la derecha del polo real más lento o a la derecha de los polos dominantes); sin afectar excesivamente la estabilidad y respuesta transitoria del sistema; o la forma deseada del lugar de las raíces.
  - Sistemas tipo 1: Ubicar el dipolo lo más cerca del origen

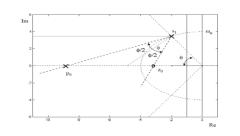




- Sintetice un regulador que haga que el sistema tenga ante una entrada escalón una respuesta con:
  - Un sobreimpulso M<sub>P</sub> entre el 5 % y el 10%
  - Un tiempo de estabilización del 2%, t<sub>S2%</sub> < 2 s</p>
  - Un error de estado estacionario ante escalón e<sub>ss</sub> < 2 %</p>







Se calcula el compensador por el método de la bisectriz, con

$$\theta = 180^{\circ} - \angle s_1 = 50.2^{\circ}$$

$$z_0 = -|s_1| \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi + \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi - \theta}{2}\right)}$$

$$z_0 = -|s_1| \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi + \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi - \theta}{2}\right)} = -|(-2.5 + j3)| \times \frac{\cos\left(\frac{17.1^\circ + 50.2^\circ}{2}\right)}{\cos\left(\frac{17.1^\circ - 50.2^\circ}{2}\right)} = -3.4$$

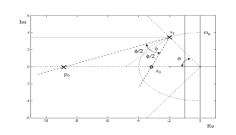
$$p_0 = -|s_1| \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi - \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi + \theta}{2}\right)}$$

$$p_0 = -|s_1| \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi - \theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi + \theta}{2}\right)} = -|(-2.5 + j3)| \times \frac{\cos\left(\frac{17.1^\circ - 50.2^\circ}{2}\right)}{\cos\left(\frac{17.1^\circ + 50.2^\circ}{2}\right)} = -4.5$$

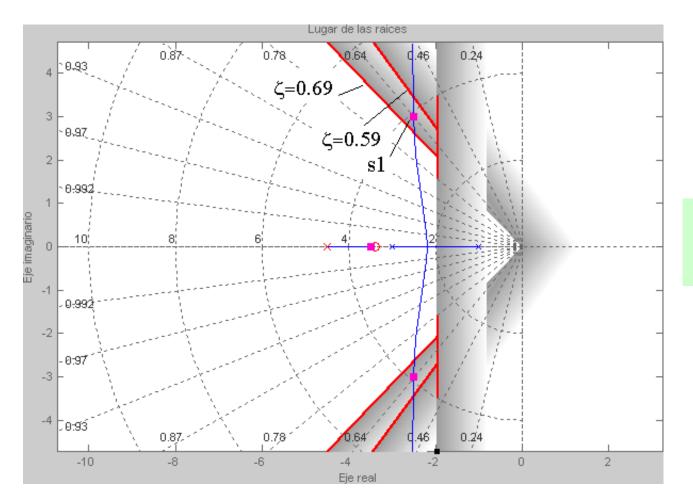
$$k_C = \frac{1}{|\widehat{K}_{lead}(s_1) * G_O(s_1)|}$$

$$k_C = \frac{1}{\left|\widehat{K}_{lead}(s_1) * G_0(s_1)\right|} = \frac{1}{\left|\frac{(s_1 + 3.4)}{(s_1 + 4.5)} * \frac{0.5}{(s_1 + 1)(s_1 + 3)}\right|} = 23.5$$

#### Ejemplo 2: Lugar de las raíces

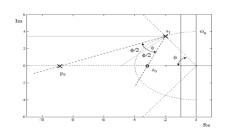


#### Con el compensador de adelanto aplicado se obtiene

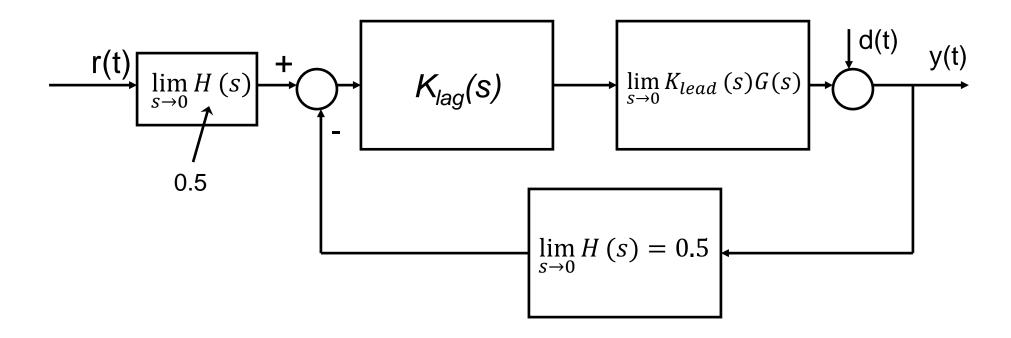


$$K_{lead}(s) = 23.5 \cdot \frac{s + 3.4}{s + 4.5}$$

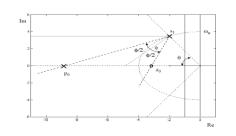
#### Ejemplo 2: Análisis a $\omega = 0$



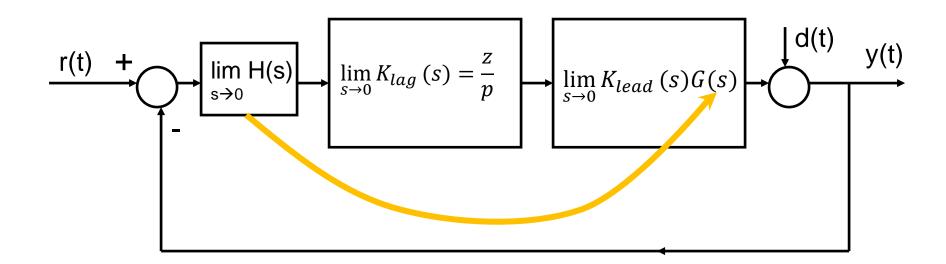
Se coloca la misma ganancia que tiene el sensor a frecuencia cero (CD) en serie con la entrada. En este caso la ganancia es 0.5.



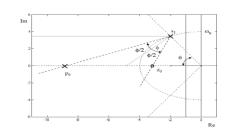
## Ejemplo 2: Modelo equivalente con realimentación unitaria



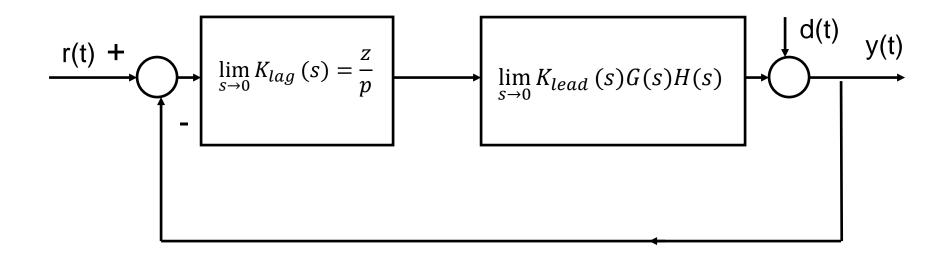
- Utilizando álgebra de bloques, al trasladar la ganancia dentro del lazo, se reduce a un sistema con realimentación unitaria.
- El sistema se trata ahora como cualquier sistema con realimentación unitaria



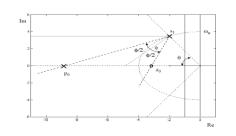
## Ejemplo 2: Modelo equivalente con realimentación unitaria



- Utilizando álgebra de bloques, al trasladar la ganancia dentro del lazo, se reduce a un sistema con realimentación unitaria.
- El sistema se trata ahora como cualquier sistema con realimentación unitaria







 Después de aplicar el compensador de adelanto, se calcula el error de estado estacionario actual

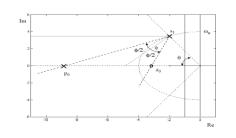
$$K_p = \lim_{s \to 0} G_E(s) = \lim_{s \to 0} [K_{lead}(s) \cdot G(s)H(s)] = \lim_{s \to 0} [K_{lead}(s) \cdot G_O(s)]$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} \left[ 23.5 \cdot \frac{(s+3.4)}{(s+4.5)} \frac{1}{(s+1)(s+3)} \cdot 0.5 \right] = 2.96$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_P} = \frac{1}{1 + 2.96} = 0.2525$$

 El error de estado estacionario es del 25.25%, hay que corregir aplicando un compensador de atraso

#### Ejemplo 2: Cálculo de e<sub>SS</sub>



Los valores deseados del coeficiente de error de posición, con  $e_{SS} < |0.02|$  son:

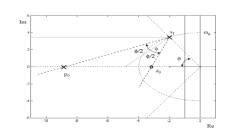
$$\widehat{K}_p > \begin{cases} 49; & \hat{e}_{SS} < 0.02 \\ -51; & \hat{e}_{SS} > -0.02 \end{cases}$$

El nuevo coeficiente de error después de aplicar el compensador de atraso

$$\widehat{K}_{p} = \lim_{s \to 0} \left[ K_{lag}(s) \right] \cdot \lim_{s \to 0} \left[ K_{lead}(s) \cdot G(s) \cdot H(s) \right]$$

$$\widehat{K}_{p} = \frac{Z}{p} K_{p}$$





Se despeja la relación z/p, se sustituyen los valores conocidos y usando el valor positivo de  $\widehat{K}_p$ 

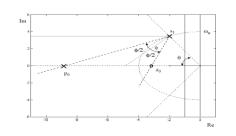
$$\frac{z}{p} \ge \frac{\widehat{K}_p}{K_p}$$

$$\frac{z}{p} \ge \frac{49}{2.96} = 16.55$$

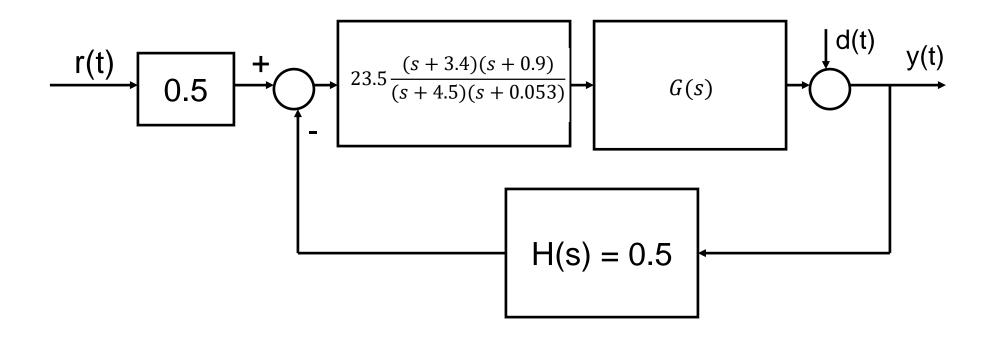
Se ubica el cero en el punto s = - 0.9 y se calcula el polo con la relación z/p = 17

$$K_{lag} = \frac{(s+0.9)}{(s+0.053)}$$

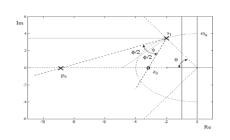
#### Ejemplo 2: Compensador total



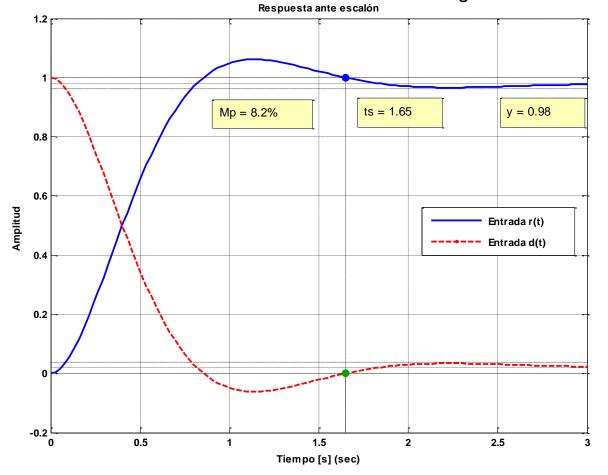
■ El precompensador de 0.5 y el compensador de atrasoadelanto constituyen el resultado de la síntesis.



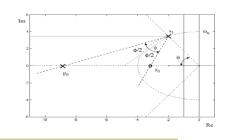
#### Ejemplo 2: Resultados



■ La respuesta se obtiene con el sistema con un precompensador F = 0.5, igual a la ganancia CD del sensor H(s) y K<sub>lag</sub>(s)\*K<sub>lead</sub>(s).

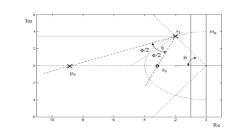


#### Ejemplo 2: Conclusiones

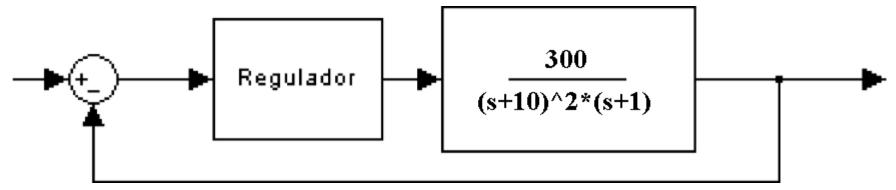


- La realimentación no unitaria afecta el cálculo del compensador de adelanto, con su dinámica, y el valor de  $k_C$  con su ganancia estática
- Aplicando una ganancia estática F = H(0) podemos simplificar el sistema a uno con realimentación unitaria para calcular el compensador de atraso.

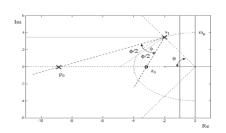
#### Ejercicios (1)



- Sintetice un regulador que haga que el sistema tenga ante una entrada escalón una respuesta con:
  - un sobreimpulso menor al 5%
  - un tiempo de estabilización t<sub>S2%</sub> < 0.8 s</p>
  - Un error de estado estacionario ante escalón < 1%</p>
- Escoja un punto s₁ de entre los siguientes:

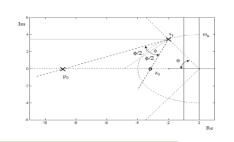


### Solución al ejercicio 1



```
ZETA = 0.6901
zetaomegan = 5
s1 = -5.2500 + 5.2500i
gamma = 135.2842°
fi = [44.7158^{\circ} -315.2842^{\circ}]
theta = 45^{\circ}
         1.5921 (s+5.263)
Klead(s) -----
             (s+10.47)
```

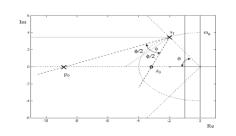
### Ejercicios (2)



- Resuelva el ejemplo 2; pero, con H(s) = 2
- Resuelva el ejemplo 2; pero, con

$$H(s) = \frac{2}{s+2}$$

### Compensador de atraso en tiempo discreto



Una vez convertido a realimentación unitaria, para un sistema tipo 0 compensado podemos calcular el error de estado estacionario con

$$e_{SS} = \frac{1}{1 + \lim_{z \to 1} \left( K_{lag}(z) K_{lead}(z) G_O(z) \right)}$$
, donde

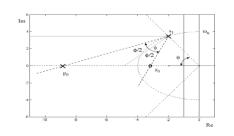
$$K_{P} = \lim_{z \to 1} \left( K_{lead}(z) \cdot G_{O}(z) \right)$$

$$K_P' = \lim_{z \to 1} \left( K_{lag}(z) \cdot K_{lead}(z) \cdot G_O(z) \right) = \frac{1 - z_1}{1 - p_1} \cdot K_P$$
Por lo que, escogiendo adecuadamente la ubicación del cero  $z_1$  a la

derecha del polo dominante, obtenemos el polo p₁ como:

$$p_1 = \frac{(z_1 - 1)}{(K_P'/K_P)} + 1$$

# Ejemplo 3: Compensador de adelanto-atraso en Z



Encuentre para el sistema en tiempo discreto del ejemplo 4, con la planta G(z), con T = 0.1 s

- a) El compensador digital de adelanto, por el método de la bisectriz, que haga que la respuesta de lazo cerrado ante un escalón tenga como características dinámicas:
  - Un sobreimpulso M<sub>P</sub> ≤ 10%
  - Un tiempo de estabilización del 2% t<sub>S</sub> ≤ 1.4 s

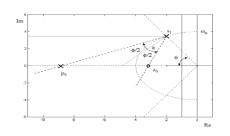
Use un punto  $z_1$  de los siguientes:

1) 
$$0.675 \pm j0.5$$
 2)  $0.675 \pm j0.25$  3)  $0.7 \pm j0.3$  4)  $0.8 \pm j2$ 

b) El compensador digital de atraso, que haga que el error de estado estacionario se encuentre entre el 1% y el 3% ante una entrada escalón.

$$G(z) = \frac{0.004528 (z+0.9048)}{(z-0.9048) (z-0.8187)}$$

### Solución al ejemplo 3



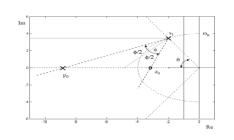
a) 
$$M_P \le 10\% \Rightarrow \zeta \ge 0.59$$
,  $t_{S \ 2\%} \le 1.4 \ s \Rightarrow \zeta \omega_n \ge 2.857$ ,  $T = 0.1 \ s$ ,  $\omega_n \ge 4.84 \ rad/s$ ,  $r = 0.7515$ 

Escogemos por lo tanto al punto  $\mathbf{z}_1 = \mathbf{0.675} \pm \mathbf{j0.25}$  que cumple con las condiciones de quedar dentro del área delimitada por el radio  $\mathbf{r} = 0.75$  y el amortiguamiento relativo  $\zeta = 0.6$ 

$$\varphi = 180^{\circ} - \angle G(z)\Big|_{z=z_1} = 63.5^{\circ}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}\{z_1\}}{1 - \text{Re}\{z_1\}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0.25}{1 - 0.675}\right) = 37.57^{\circ}$$

### Solución al ejemplo 3: compensador de adelanto



Calculamos un compensador de adelanto por el método de la bisectriz.

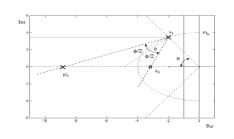
$$z_0 = 1 - |z_1 - 1| \frac{\cos\left(\frac{\theta + \varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta - \varphi}{2}\right)} = 1 - |1 - 0.675| + |j0.25| \frac{\cos\left(\frac{37.57 + 63.5}{2}\right)}{\cos\left(\frac{37.57 - 63.5}{2}\right)} = 0.7325$$

$$p_0 = 1 - |z_1 - 1| \frac{\cos\left(\frac{\theta - \varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \varphi}{2}\right)} = 1 - |1 - 0.675| + j0.25 \left| \frac{\cos\left(\frac{37.57 - 63.5}{2}\right)}{\cos\left(\frac{37.57 + 63.5}{2}\right)} = 0.3714$$

$$k_C = \frac{1}{\left| \frac{z - 0.7325}{z - 0.3714} \cdot G(z) \right|_{z=z_1}} = 20.73$$

$$K_{lead}(z) = 20.73 \frac{z - 0.7325}{z - 0.3714}$$

## Solución al ejemplo 3: error de estado estacionario



#### b) Corrigiendo el error de estado estacionario

El sistema corregido con el compensador de adelanto tiene una constante de error de posición de

$$K_P = \lim_{z \to 1} \left( K_{lead}(z) \cdot G_O(z) \right) = 4.41$$

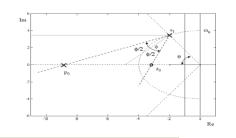
Encontramos los límites deseados para la constante de error de posición  $32.3 < K'_p < 99$ 

Entonces debe cumplirse que:

$$7.32 < K'_p/K_p = (1-z_1)/(1-p_1) < 22.45$$

por lo que escogemos un valor intermedio para la relación  $K'_p/K_p = 15$ 

## Solución al ejemplo 3: compensador de atraso



#### El compensador de atraso con K'p/Kp = 15

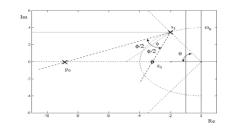
$$p_1 = \frac{(z_1 - 1)}{(K_P'/K_P)} + 1$$

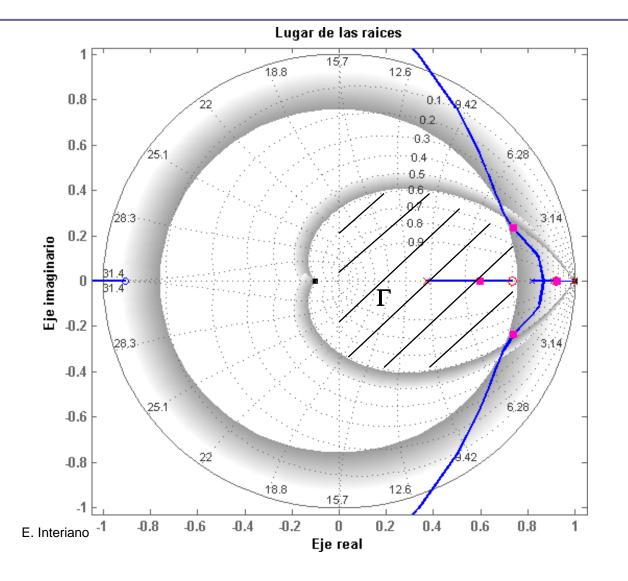
Como el sistema es tipo 0, hacemos que el cero  $z_1$  se encuentre al la derecha del polo dominante en 0.9048 por lo que escogemos  $z_1 = 0.92$ ; con lo que el polo  $p_1$  debe quedar en:

$$p_1 = 1 + (0.92 - 1)/(15) = 0.9947$$

$$K_{lag}(z) = \frac{z - 0.92}{z - 0.9947}$$

#### Solución al ejemplo 3: lugar de las raíces

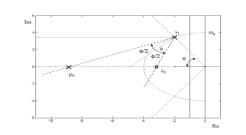


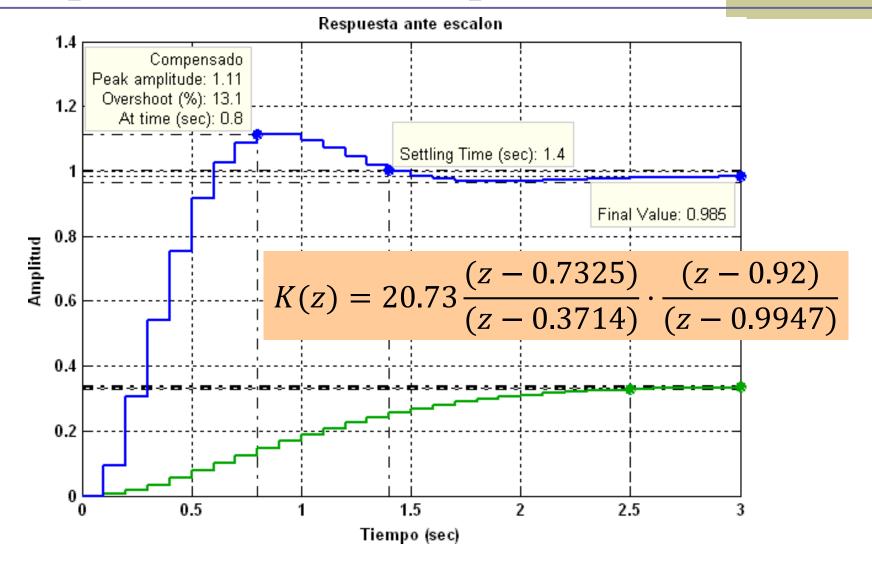


Lugar de las raíces compensado por el método de la bisectriz, para el punto z<sub>1</sub> escogido; además con compensador de atraso para corregir el error de estado estacionario.

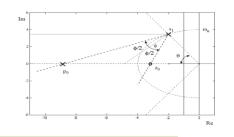
Se muestra la zona  $\Gamma$ , para las condiciones, de la parte a)  $\zeta \ge 0.59$  y  $\zeta \omega_n \ge 2.857$ ; r = 0.75

# Solución al ejemplo 4: Respuesta ante un escalón para el sistema compensado



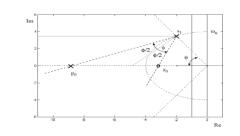


### Análisis de resultados para el ejemplo 3



- Se puede observar en la figura anterior, que se cumplen los valores pedidos para el tiempo de estabilización y el error de estado estacionario. Únicamente el sobreimpulso está ligeramente mayor que el 10% pedido.
- El problema principal parece ser que el tiempo de muestreo  $T_S = 0.1$  s es muy grande respecto a la constante de tiempo dominante del sistema  $\tau \cong 0.35$ s, esto afecta al sobreimpulso pues la salida tiene cambios muy grandes en cada periodo de muestreo. Se puede reducir el sobreimpulso, en este caso, reduciendo el tiempo de muestreo a  $T_S \le 0.035$  s.

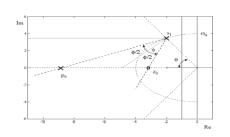
#### Solución con T =0.035s



- $z2 = 0.8844 + 0.1104i (z1^{T2/T1})$
- gamma1 = 116.5129°
- $\blacksquare$  fi2 = 56.3874°
- Gz2 = 0.00059152 (z+0.9656)

  -----, T2 = 0.035 (z-0.9324) (z-0.9656)
- $\blacksquare$  theta = 43.6849°
- z0 = 0.8967
- p0 = 0.7527
- kc = 23.2666
- Probar cancelación de polo y PI con canc. polo

### Ejemplo 4: Compensador de filtro de ranura (notch filter)

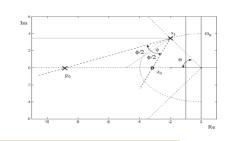


Encuentre para el sistema en tiempo discreto, con la planta G(z), con un tiempo de muestreo T = 0.05 s, el compensador en tiempo discreto, que haga que la respuesta de lazo cerrado ante un escalón tenga las características dinámicas y estáticas siguientes:

- Un sobreimpulso M<sub>P</sub> ≤ 10%
- Un tiempo de estabilización del 2% t<sub>S</sub> ≤ 3 s
- Un error de estado estacionario de cero

$$G(z) = \frac{0.019 (z+0.9737)}{(z^2 - 1.885z + 0.9231)}$$

### Solución al ejemplo 4



a) 
$$M_P \le 10\% \Rightarrow \zeta \ge 0.59$$
,  $t_{S \ 2\%} \le 3 \ s \Rightarrow \zeta \omega_n \ge 1.33$ ,  $T = 0.05 \ s$ ,  $\omega_n \ge 2.26 \ rad/s$ ,  $r = 0.9355$ 

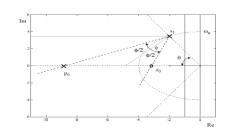
Se encuentra que el punto  $\mathbf{s}_1 = -1.34 \pm \mathbf{j}1.8$  es la intersección de las condiciones dadas. Se transforma es punto al plano  $\mathbf{z}$  y obtenemos el punto  $\mathbf{z}_1 = 0.9314 \pm \mathbf{j}0.0841$ . Se escoge entonces el punto  $\mathbf{z}_1 = 0.91 \pm \mathbf{j}0.08$  que cumple con las condiciones de quedar dentro del área  $\Gamma$  delimitada por el radio  $\mathbf{r} = 0.9355$  y el amortiguamiento relativo  $\zeta = 0.6$ .

El ángulo total a agregar por los dos polos es:  $\phi = \pm 180^{\circ} + \gamma$ 

donde  $\gamma = \angle \hat{G}_O(z)\Big|_{z=z_1}$ . Con los dos polos en el mismo punto:

$$2\phi_{p_0} = \varphi = \pm 180^{\circ} + \angle [G_O(z_1)(z_1^2 - 1.885z_1 + 0.9231)] = \begin{cases} 182.43^{\circ} \\ -177.57^{\circ} \end{cases}$$

# Solución al ejemplo 4: compensador de muesca



Se calcula un compensador de filtro de muesca por el método de cancelación de polos. Ya que el ángulo será aportado por dos polos, entonces el ángulo de cada polo será la mitad.

$$\phi_{p_0} = \varphi/2 = 182.43^{\circ}/2 = 91.215^{\circ}$$

Se calcula el valor del polo doble

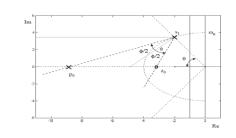
$$p_0 = \text{Re}\{z_1\} - \frac{\text{Im}\{z_1\}}{\tan(\phi_{p_0})} = 0.91 - \frac{0.08}{-47.15} = 0.9117$$

Se obtiene la ganancia estática del compensador

$$k_C = \frac{1}{\left| \frac{(z^2 - 1.885z + 0.9231)}{(z - 0.9117)^2} \cdot G_O(z) \right|_{z=z_1}} = 0.179$$

$$K_{notch}(z) = 0.179* \frac{(z^2 - 1.885z + 0.9231)}{(z - 0.9117)^2}$$

# Solución al ejemplo 4: error de estado estacionario

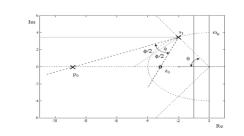


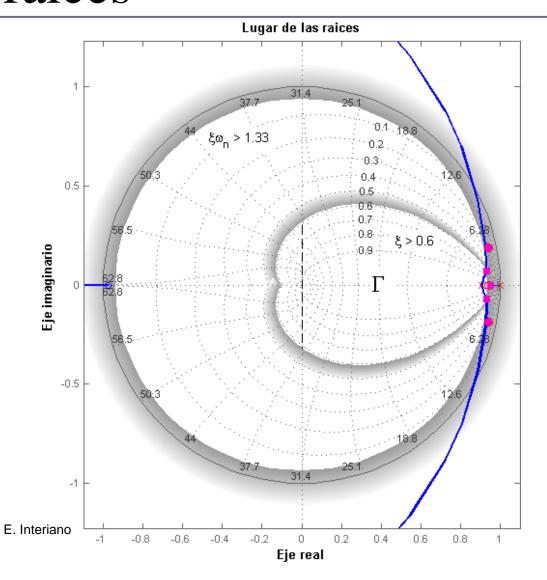
#### b) Corrigiendo el error de estado estacionario

Para que el sistema tenga error de estado estacionario cero ante un escalón, la transmitancia equivalente directa  $G_E(z)$  debe ser tipo 1; o sea, debe tener un factor (z-1) en el denominador. Como puede observarse en el producto  $K_{notch}(z)^*G_o(z)$ , esto no ocurre por lo que debemos agregar un PI discreto, cuyo cero se escoge a la derecha del polo en 0.9117, no muy cerca de 1.

$$K_{PI} = \frac{z - 0.94}{z - 1}$$

# Solución al ejemplo 4: lugar de las raíces

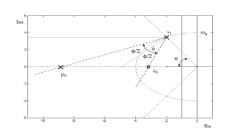


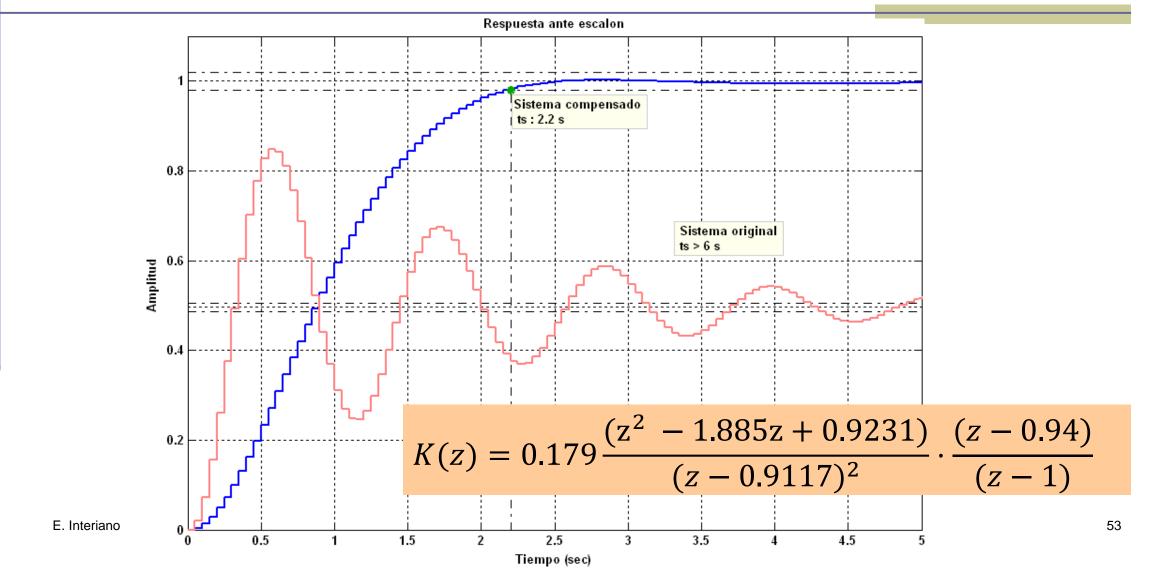


Lugar de las raíces compensado con un filtro de muesca, para el punto z<sub>1</sub> escogido; además con compensador PI para corregir el error de estado estacionario.

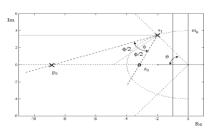
Se muestra la zona  $\Gamma$ , para las condiciones, de la parte a)  $\zeta \ge 0.6$  y  $\zeta \omega_n \ge 1.33$ ; r = 0.936

## Solución al ejemplo 4: Respuesta ante un escalón para el sistema compensado



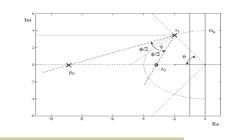


### Análisis de resultados para el ejemplo 4



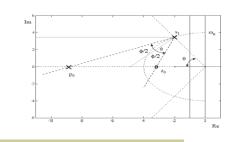
- Se puede observar en la figura anterior, que se cumplen los valores pedidos para el sobreimpulso, el tiempo de estabilización y el error de estado estacionario.
- El periodo de muestreo T = 0.05s parece ser muy pequeño para el sistema. Existen aproximadamente 22 muestreos en un periodo de oscilación. Se puede hacer T = 0.1s con toda confianza.
- También, el compensador resultante es de orden 3, el cual es bastante complejo y su implementación digital requerirá de más cálculos.
- Es posible realizar un compensador de filtro de muesca, el cual con la selección adecuada de los polos puede también corregir el error de estado estacionario y hacerlo cero.

### Resumen (1)



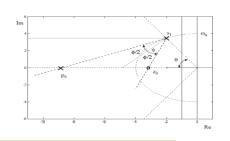
- Se emplea una estrategia que evita al máximo los efectos secundarios de cada parte sobre las otras
- El procedimiento debe tomar en cuenta que el modelo es inexacto y que las especificaciones no pueden ser tampoco exactas y recurrir a la iteración
- Se debe garantizar que el polo de lazo cerrado del compensador de atraso no vuelva muy lento al sistema ubicando el cero adecuadamente, dependiendo del tipo de sistema.

### Resumen (2)



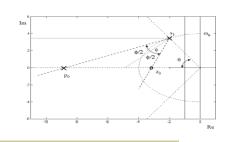
- El procedimiento debe tomar en cuenta la realimentación (especialmente el valor estático de H(s), cuando s →0)
- Cuando el sensor tiene ganancia o atenuación, es necesario usar un precompensador estático F acompañando al compensador de atraso.

### **Ejercicios**



- Resuelva el ejemplo 1 por el método de ubicación del cero en Re{z<sub>1</sub>} 1)
- Resuelva el ejemplo 1 por el método de ubicación de cero en el polo +0.8187 2)
- Compense error de estado estacionario del ejemplo 2 compensado en adelanto, con 3) un compensador PI cancelando el polo
- Calcule el ejemplo 1 por el método de la bisectriz, con un tiempo de muestreo  $T_S =$ 4) 0.035 s
- Escriba el método y las ecuaciones para calcular el compensador de atraso para un 5) sistema en tiempo discreto tipo 1
- Realice el compensador del filtro de muesca para el ejemplo 4, de tal forma que el 6) error de estado estacionario sea corregido sin requerir de un compensador PI adicional

#### Referencias



Ogata, Katsuhiko. "Ingeniería de Control Moderna", Pearson, Prentice Hall, 2003, 4ª Ed., Madrid.

Dorf, Richard, Bishop Robert. "Sistemas de control moderno", 10ª Ed., Prentice Hall, 2005, España.