

問い合わせ: 下記の問い合わせに答えよ。

1. 長さ N の文章をトランسفォーマーにより処理する。 n 番目の単語に対応するトークンを $x_n \in \mathbb{R}^D$ で表し、 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^\top \in \mathbb{R}^{N \times D}$ とする。トランسفォーマーは入力トークン系列 \mathbf{X} を次式に従ってクエリ (\mathbf{Q})、キー (\mathbf{K})、バリュー (\mathbf{V}) の系列へと変換する:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{XW}^{(q)}, \mathbf{K} = \mathbf{XW}^{(k)}, \mathbf{V} = \mathbf{XW}^{(v)}.$$

計算した結果 \mathbf{Q} と \mathbf{K} と \mathbf{QK}^\top は次式のとおりとなった。 $\exp(1/2) \approx 3/2$ と近似したうえで $\text{SM}(\mathbf{QK}^\top / \sqrt{D_k})$ を計算せよ。ただし D_k はキーベクトルの次元である。行列の各要素は整数もしくは分数で記すこと。

$$N=4 \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad QK^\top = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$\frac{\mathbf{QK}^\top}{\sqrt{2}}$

$\text{SM}(\cdot) = \frac{\exp(\frac{1}{2})}{\exp(\frac{1}{2}) + \exp(-\frac{1}{2}) + \exp(-\frac{1}{2}) + \exp(\frac{1}{2})}$

また、 \mathbf{V} を計算したところ次式のとおりとなった。 y_2 を求めよ。

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ 14 & 16 \\ 7 & -10 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

ただし $\mathbf{Y} = \text{SM}(\mathbf{QK}^\top / \sqrt{D_k})\mathbf{V}$ であり、 $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^\top$ である。

$$y_2 = \text{SM}(\cdot)$$

計算結果:
 $\text{SM}(\cdot) = \begin{bmatrix} 11 & 5/2 \end{bmatrix}$

②期末 Teams 2 プロジェクト