KINEMATIKA PLATFORM STEWART

Tugas Kelompok 2 Analisis Numerik
Semester Genap 2018 / 2019
Fakultas Ilmu Komputer, Universitas Indonesia

Petunjuk: Pada Tugas Kelompok ini, setiap kelompok mengerjakan topik yang sama, yaitu Kinematika Platform Stewart (Sauer, 2012). *Kerjakan Aktivitas yang Disarankan di akhir dokumen ini dan laporkan hasil eksplorasi kelompok Anda dengen memperhatikan ketepatan, kejelasan, dan penyajian yang menarik. Silakan berkonsultasi dengan asisten dosen jika menemukan kesulitan. Lihat file Informasi Tugas Kelompok untuk melihat komponen penilaian. Batas waktu pengumpulan: Sabtu, 23 Maret 2019 pukul 18.00.*

Platform Stewart

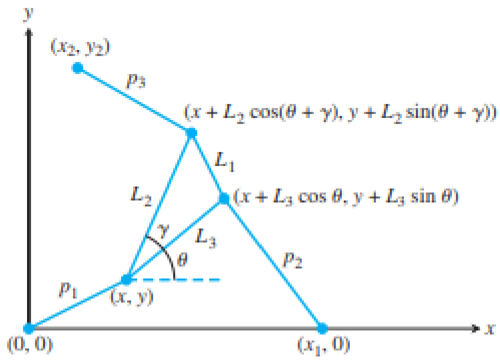
Sebuah Platform Stewart terdiri dari sebuah permukaan yang ditopang oleh 6 buah kaki yang panjangnya bisa berubah-ubah dan dihubungkan oleh sendi-sendi prismatik. Sendi-sendi prismatik bekerja dengan mengubah panjang masing-masing penopang; biasanya dengan bantuan tekanan udara atau air. Jika dianggap sebagai sebuah robot dengan enam buah *degree-of-freedom* (dari nilai panjang penopang yang bisa berubah-ubah), Platform Stewart meletakkan muatan pada berbagai titik dan kemiringan yang ia inginkan pada ruang 3D yang bisa dicapai.

Gambar 1. Visualisasi Platform Stewart. Platform Stewart terdiri dari sebuah bidang dan enam kaki penopang yang dihubungkan dengan suatu sendi-sendi prismatik. (sumber: Steam Community)

Platform Stewart digunakan secara ekstensif pada simulasi penerbangan (FlightGlobal/Archive, 2019) simulasi pergerakan untuk *virtual reality* (CAREN, 2019), (FullMotionDynamics, 2019), sistem *docking* NASA untuk pesawat luar angkasa (Parma, 2011), dan lain-lain.

Platform Stewart 2D

Untuk menyederhanakan masalah awal, di tugas ini Anda akan fokus pada Platform Stewart versi 2D. Di tugas ini, akan dimodelkan sebuah manipulator yang terdiri dari sebuah platform segitiga pada bidang-xy dan dikontrol oleh 3 buah penopang; sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 2. Bangun segitiga pada bidang-xy ini merepresentasikan bidang Platform Stewart sesungguhnya dan ukuran platform segitiga ini ditentukan oleh tiga nilai panjang sisinya L_1, L_2, dan L_3. Misalkan γ menyatakan besar sudut platform segitiga di hadapan sisi yang panjangnya L_1. Posisi platform ini ditentukan oleh tiga buah bilangan p_1, p_2, dan p_3 yang nilainya berubah-ubah; yang merepresentasikan panjang dari ketiga kaki penopang platform yang panjangnya juga berubah-ubah.



Gambar 2. Skema Platform Stewart Pada Bidang Datar. Permasalaha kinematika langsung menggunakan nilai-nilai panjang p_1, p_2, p_3 *untuk menentukan nilai* x, y, θ *yang belum diketahui. (Sauer, 2012)*

Menghitung posisi platform, jika diketahui panjang ketiga kaki penopang disebut sebagai permasalahan kinematika langsung *(forward kinematics problem)* untuk model dua dimensi ini. Dengan kata lain, permasalahan kinetika langsung untuk model dua dimensi ini adalah permasalahan untuk mencari nilai (x, y) dan θ setiap kali diberikan p_1, p_2, p_3. Karena ada tiga buah *degree-of-freedom,* maka kita bisa mengharapkan bahwa ketiga nilai x, y, θ akan menjadi fungsi dalam p_1, p_2, dan p_3 juga (untuk setiap pemberian nilai p_1, p_2, p_3, akan diperoleh satu kemungkinan nilai x, y, dan θ). Dalam permasalahan *motion planning* di robotika, sangat penting untuk dapat menyelesaikan permasalahan ini secepat mungkin; bahkan diharapkan *real-time*. Namun sayangnya, tidak ada rumus *closed-form* untuk solusi permasalahan kinetika langsung untuk Platform Stewart yang diketahui.

Metode terbaik yang ada sekarang adalah dengan menggunakan sifat-sifat geometris dari Gambar 2 menjadi satu buah persamaan dan mencari nilai x, y, θ yang memenuhi syarat menggunakan salah satu algoritma yang diajarkan di kelas. Tugas Anda adalah untuk melengkapi proses untuk memperoleh persamaan ini dan membuat kode sumber MATLAB / Octave / bahasa lain untuk mencari solusi dari persamaan ini.

Dengan menggunakan sifat trigonometri pada Gambar 2, diperoleh tiga buah persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} p_1^2 &= x^2 + y^2 \\ p_2^2 &= (x + A_2)^2 + (y + B_2)^2 \\ p_3^2 &= (x + A_3)^2 + (y + B_3)^2, \end{aligned}$$

di mana dalam ketiga persamaan ini:

$$\begin{aligned} A_2 &= L_3 \cos\theta - x_1 \\ B_2 &= L_3 \sin\theta \\ A_3 &= L_2 \cos(\theta + \gamma) - x_2 = L_2[\cos\theta \cos\gamma - \sin\theta \sin\gamma] - x_2 \\ B_3 &= L_2 \sin(\theta + \gamma) - y_2 = L_2[\cos\theta \sin\gamma + \sin\theta \cos\gamma] - y_2. \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa persamaan hijau di atas bentuk perhitungan yang menyelesaikan langsung permasalahan invers kinetik Platform Stewart; yaitu permasalahan mencari nilai p_1, p_2, p_3 jika diketahui x, y, dan θ. Tugas Anda adalah untuk mencari x, y, θ jika diketahui p_1, p_2, p_3.

Dengan menghitung hasil pengkuadratan dari ruas kanan dua persamaan terakhir dan menggunakan persamaan pertama, diperoleh hubungan

$$p_2^2 = x^2 + y^2 + 2A_2x + 2B_2y + A_2^2 + B_2^2 = p_1^2 + 2A_2x + 2B_2y + A_2^2 + B_2^2$$

$$p_3^2 = x^2 + y^2 + 2A_3x + 2B_3y + A_3^2 + B_3^2 = p_1^2 + 2A_3x + 2B_3y + A_3^2 + B_3^2$$

yang dapat diselesaikan dalam x dan y sebagai

$$x = \frac{N_1}{D} = \frac{B_3(p_2^2 - p_1^2 - A_2^2 - B_2^2) - B_2(p_3^2 - p_1^2 - A_3^2 - B_3^2)}{2(A_2B_3 - B_2A_3)}$$

$$y = \frac{N_2}{D} = \frac{-A_3(p_2^2 - p_1^2 - A_2^2 - B_2^2) + A_2(p_3^2 - p_1^2 - A_3^2 - B_3^2)}{2(A_2B_3 - B_2A_3)}$$

selama $D = 2(A_3B_3 - B_2A_3) \neq 0$.

Dengan mensubtitusikan ekspresi ini ke dalam persamaan pertama akan menghasilkan satu buah persamaan dalam θ yaitu

$$f(\theta) = N_1^2 + N_2^2 - p_1^2D^2 = 0.$$

Ingat bahwa dalam permasalahan forward kinetika, nilai-nilai $p_1, p_2, p_3, L_1, L_2, L_3, x_1, x_2, y_2, \gamma$ diketahui sehingga Anda dapat membayangkan A_2, A_3, B_2, B_3 sebagai fungsi dalam θ saja (dan demikian pula N_1, N_2, dan D sebagai komposisi fungsi-fungsi ini). Jika kita sudah berhasil menemukan nilai θ yang memenuhi $f(\theta) = 0$, nilai x dan y yang ingin dicari pun dapat dihitung dengan menggunakan persamaan ungu.

Perhatikan bahwa $f(\theta)$ sendiri sebenarnya merupakan suatu polinomial dalam $\sin\theta$ dan $\cos\theta$ sehingga jika kita berhasil menemukan salah satu nilai θ_0 yang memenuhi $f(\theta_0) = 0$ maka ada akar-akar lain yang berupa $\theta_0 \pm 2k\pi$ untuk sembarang bilangan bulat $k \geq 1$. Dengan demikian, kita dapat menyederhanakan masalah dengan hanya mencari nilai θ yang berada pada interval $[-\pi, \pi]$ saja. Dapat ditunjukkan bahwa terdapat maksimal 6 buah nilai θ di interval ini yang memenuhi $f(\theta)$. (Mengapa? ☺)

Aktivitas yang Disarankan

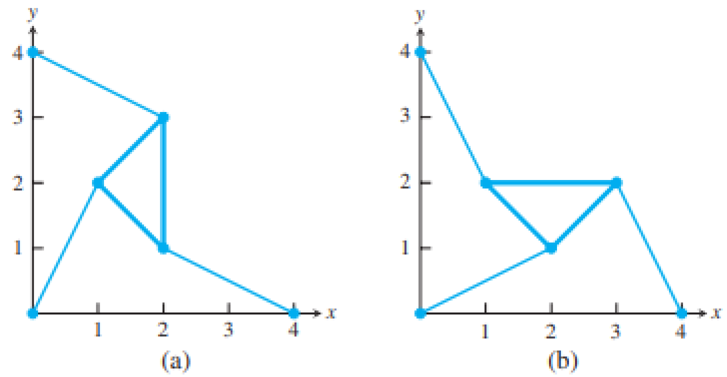
Berikut adalah aktivitas awal yang disarankan dalam tugas Anda. Laporkan hasil yang Anda dapat pada laporan Anda dengan memperhatikan kebenaran, kejelasan, dan penyajian yang menarik. Anda dipersilakan menggunakan metode numerik apapun yang sudah dipelajari di kelas; jika Anda menggunakan lebih dari satu metode, selain menjawaban pertanyaan-pertanyaan pada soal, tentu Anda dapat membandingkan metode-metode tersebut dalam hal efisiensi dan akurasi. Alternatif lain, Anda dapat melakukan analisis terhadap isu-isu numerik yang mungkin terjadi selama proses komputasi dan mencari cara untuk menanganinya.

1. Buatlah fungsi MATLAB / Octave untuk $f(\theta)$

```
function out = f(theta)
...
out = N1^2 + N2^2 - p1^2 * D^2;
```

   Parameter $L_1, L_2, L_3, x_1, x_2, y_2, \gamma$ merupakan konstanta dalam implementasi Anda, dan panjang penopang p_1, p_2, p_3 akan diketahui untuk pose Platform Stewart 2D yang diberikan.
   Untuk menguji program Anda, berikan nilai $L_1 = 2, L_2 = L_3 = \sqrt{2}, \gamma = \pi/2, p_1 = p_2 = p_3 = \sqrt{5}$ dari Gambar 3. Kemudian, pemanggilan $f(\theta)$ untuk $\theta = +\pi/4$ dan $\theta = -\pi/4$, yang berkoresponden dengan Gambar 3a dan Gambar 3b berturut-turut, akan membuat $f(\theta) = 0$.

2. Buat program yang melakukan plotting fungsi $f(\theta)$ pada interval $[-\pi, \pi]$. Anda boleh menggunakan simbol @ yang pada MATLAB / Octave untuk menggunakan fungsi sebagai parameter (lih. buku (Sauer, 2012) Appendix B.5).
   Untuk menguji program Anda, harusnya akan ada akar pada $\theta = \pm\pi/4$.



Gambar 3. Dua kemungkinan pose Stewart Platform dua dimensi dengan panjang kaki penopang yang sama. Masing-masing pose merupakan solusi untuk sistem persamaan berwarna hijau dengan panjang kaki penopang $\mathrm{p}_1 = \mathrm{p}_2 = \mathrm{p}_3 = \sqrt{5}$. *Bangun segitiga didefinisikan dengan* $\mathrm{L}_1 = 2, \mathrm{L}_2 = \mathrm{L}_3 = \sqrt{2}, \gamma = \pi/4$. *(Sauer, 2012)*

3. Hasilkan kembali Gambar 3 dengan perintah

```
>> plot([u1 u2 u3 u1], [v1, v2, v3 v1], 'r'); hold on
>> plot([0 x1 x2], [0 0 y2], 'bo');
```

yang akan menggambarkan segitiga dengan titik-titik $(u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_3, v_3)$ dan menggambarkan lingkaran kecil pada sumbu-sumbu penopang $(0,0), (0, x_1), (x_2, y_2)$. Gambarkan juga garis-garis yang merepresentasikan ketiga kaki penopang platform.
4. Selesaikan permasalahan kinetika langsung Platform Stewart untuk model dua dimensi yang didefinisikan dengan $x_1 = 5, (x_2, y_2) = (0,6), L_1 = L_3 = 3, L_2 = 3\sqrt{2}, \gamma = \frac{\pi}{4}, p_1 = p_2 = 5, p_3 = 3$. Mulailah dengan membuat plot $f(\theta)$. Gunakan persamaan-persamaan pada soal sebelumnya untuk mencari semua kemungkinan empat pose Platform Stewart dan gambarkan pose-pose ini. Periksa jawaban Anda dengan memeriksa apakah nilai p_1, p_2, p_3 yang merepresentasikan panjang kaki penopang sudah sesuai dengan yang diberikan.
5. Ganti panjang kaki penopang $p_2 = 7$ dan lakukan ulang aktivitas nomor 4. Untuk parameter ini, akan ada enam buah pose. Gambarkan semua posenya.
6. Cari sebuah contoh nilai panjang kaki penopang p_2 dengan parameter lainnya tidak berubah pada aktivitas nomor 4 sehingga ada tepat dua pose Platform Stewart yang mungkin untuk parameter tersebut. Untuk nilai p_2 tersebut, jelaskan bagaimana Anda mendapatkannya.
7. Cari interval-interval kemungkinan nilai panjang kaki penopang p_2 dengan parameter lainnya tidak berubah pada aktivitas nomor 4 sehingga sehingga masing-masing ada tepat 0, 2, 4, dan 6 pose Platform Stewart yang mungkin untuk parameter tersebut.

Lebih lanjut dari tugas ini (Tugas Akhir? Mata kuliah Robotika?)

Turunkan dan cari persamaan-persamaan yang merepresentasikan permasalahan kinematika langsung dari Platform Stewart 3D yang memiliki 6 kaki penopang. Buat sebuah program MATLAB / Octave untuk mendemonstrasikan penggunaan program MATLAB / Octave Anda untuk menyelesaikan permasalahan kinetik langsung Platform Stewart yang sesungguhnya. Lebih lanjut, jika Anda berhasil memahami permasalahan versi 3D, mungkin Anda dapat membuat program untuk mengatur gerakan-gerakan Stewart platform yang sesungguhnya.

Stewart platform juga dipelajari secara mendalam dalam bidang ilmu robotika. Buku (Merlet, 2000) merupakan buku yang sangat bagus dalam mengenalkan dengan baik topik robot / platform berkaki. Anda mungkin juga dapat mempelajari topik ini lebih lanjut dengan mengambil mata kuliah Robotika atau dengan berkunjung ke Laboratorium Computer Networks, Architecture, and Performance Computing Fasilkom UI.

Bibliography

(2019, March 5). Diambil kembali dari FlightGlobal/Archive: https://www.flightglobal.com/pdfarchive/view/1962/1962%20-%201616.html

CAREN. (2019). Diambil kembali dari MotekForceLink: https://www.motekforcelink.com/product/caren/

FullMotionDynamics. (2019, March 5). Diambil kembali dari https://www.youtube.com/user/FullMotionDynamics/videos

Merlet, J. P. (2000). *Parallel Robots.* London: Kluwer Academic Publishers.

Parma, G. (2011). *Overview of the NASA Docking System and the International Docking System Standard.* NASA.

Sauer, T. (2012). *Numerical Analysis, Second Edition.* Pearson Addition Wesley.

Selamat Mengerjakan
