Laboratório 06 - Parte B

Problema da mistura

Uma indústria que produz plástico está planejando criar um novo produto a partir da mistura de 4 compostos químicos. Esses compostos são formados principalmente pelos elementos A, B e C. A composição e o preço unitário desses compostos químicos são mostrados na tabela a seguir:

Compostos químicos	1	2	3	4
Porcentagem de A	35	15	35	25
Porcentagem de B	20	65	35	40
Porcentagem de C	40	15	25	30
Custo/Quilograma	20	15	40	35

O novo produto consiste de 25% do elemento A, ao menos 35% do elemento B, e ao menos 20% do elemento C. Devido a uma reação dos compostos 1 e 2, eles não devem exceder 25% e 30%, respectivamente, do conteúdo do novo produto. Formule o problema de encontrar a mistura mais barata, que atenda aos requisitos, como um programa linear e resolva utilizando o LEMON.

Entrada

Não possui.

Saída

```
O custo por quilo do novo produto eh de: Z

Receita do produto (confidencial)
=================================

* X% do composto secreto 1
* Y% do composto secreto 2
* Z% do composto ultra secreto 3
* W% do componente secreto da Coca-Cola
```

Onde X, Y, Z e W são substituídos pelos percentuais dos compostos químicos 1, 2, 3 e 4, respectivamente, utilizados para criar o novo produto.

Solução

Variáveis

x_i: fração do elemento i utilizado para fazer a mistura.

Formulação

$$\begin{array}{ll} \text{Minimize} & 20x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 15x_4 \\ \text{Subject to} & 35x_1 + 15x_2 + 35x_3 + 25x_4 = 25 \\ & 20x_1 + 65x_2 + 35x_3 + 40x_4 \geq 35 \\ & 40x_1 + 15x_2 + 25x_3 + 30x_4 \geq 20 \\ & x_1 \leq 0.25 \\ & x_2 \leq 0.30 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

Investimento

Fred possui R$ 5000,00 para investir nos próximos 5 anos. No início de cada ano ele deve investir o seu dinheiro em fundos de um ou dois anos. O banco paga 4% de juros em fundos de um ano e 9% em fundos de 2 anos. A partir do início do segundo ano, Fred tem a opção de investir em um fundo de duração de 3 anos que pagará 15% de juros no final do terceiro ano. Suponha que Fred reinvista todo o dinheiro que possui em mãos a cada ano. Formule um programa linear e resolva utilizando o LEMON de forma a maximizar a quantidade de dinheiro que Fred terá em suas mão ao final do quinto ano.

Entrada

Não possui.

Saída

```
Saldo: R$ Z

Ano 1:
* Investir x no fundo de 1 ano.
* Investir x no fundo de 2 anos.

Ano 2:
* Investir x no fundo de 1 ano.
* Investir x no fundo de 2 anos.
* Investir x no fundo de 3 anos.

Ano 3:
* Investir x no fundo de 1 ano.
* Investir x no fundo de 2 anos.
* Investir x no fundo de 3 anos.

Ano 4:
* Investir x no fundo de 1 ano.
* Investir x no fundo de 2 anos.
* Investir x no fundo de 3 anos.

Ano 5:
* Investir x no fundo de 1 ano.
* Investir x no fundo de 2 anos.
```

```
* Investir x no fundo de 3 anos.
```

Onde Z é substituído pelo montante que Fred terá em mãos após os 5 anos de investimento e X deve ser substituído pela quantidade de dinheiro que Fred terá que investir em cada ano/fundo.

Solução

Variáveis

x_{ij}: Quantidade de dinheiro investido no fundo i no ano j.

Modelo

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximize} & 1.04x_{15} + 1.09x_{24} + 1.15x_{33} \\
\text{Subject to:} & x_{11} + x_{21} = 50000 \\
& x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1.04x_{11} \\
& x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1.04x_{12} + 1.09x_{21} \\
& x_{14} + x_{24} + x_{34} = 1.04x_{13} + 1.09x_{22} \\
& x_{15} + x_{25} + x_{35} = 1.04x_{14} + 1.09x_{23} + 1.15x_{32} \\
& x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \forall j = 1, \ldots, 5.
\end{array}
$$

Escalonamento de produção

Uma empresa deseja planejar a produção de dois produtos com demanda sazonal durante um período de doze meses. A demanda mensal do produto 1 é de 100000 unidades durante os meses de outubro, novembro e dezembro; 10000 unidades durante os meses de janeiro, fevereiro, março e abril; e 30000 unidades durante os meses restantes. A demanda do produto 2 é de 50000 durante os meses de outubro até fevereiro e 15000 durante os meses restantes. Suponha que o preço unitário dos produtos 1 e 2 são R$ 5,00 e R$8,50, respectivamente, desde que eles tenham sido produzidos até o mês de junho. Depois de junho, o preço unitário é de R$4,50 e R$7,00 devido à instalação de equipamentos mais modernos. O soma do número total de unidades do produto 1 e 2 que podem ser produzidos durante um dado mês não pode exceder 120000 unidades para meses de janeiro, março e abril; 20000 unidades para o mês de fevereiro; 40000 unidades para os meses de maio até agosto; e 130000 unidades para os meses restantes. Além disso, cada unidade do item 1 ocupa 2 metros cúbicos e cada unidade do item 2 ocupa 4 metros cúbicos no armazém. Suponha que a capacidade máxima disponível no armazém para armazenar ambos os produtos é de 150000 metros cúbicos e que o custo da estocagem por metro cúbico durante qualquer mês é de R$0,20. Formule o problema de escalonamento de produção de forma que o custo total da produção e armazenagem é minimizado.

Entrada

Não possui.

Saída

```
Custo total de producao e armazenagem: Z
Janeiro: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Fevereiro: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Marco: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Abril: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Maio: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Junho: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Julho: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Agosto: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Setembro: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Outubro: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Novembro: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
Dezembro: produzir x unidades do produto 1 e y unidades do produto 2
```

Onde Z deve ser substituído pelo valor da função objetivo, x e y devem ser substituídos pelo número de unidades produzidas do produto 1 e 2, respectivamente, em cada mês.

Tecelagem

Uma fábrica têxtil produz 5 tipos de tecidos. A demanda trimestral (90 dias) desses tecidos é de 16, 48, 37, 21 e 82 milhares de metros, respectivamente. Esses 5 tecidos são tecidos, finalizados e vendidos a um preço de 0.9, 0.8, 0.8, 1.2 e 0.6 reais por metro, respectivamente. Além de tecer e finalizar os tecidos, a fábrica também compra tecidos inacabados (que não foram finalizados) de outras fábricas para serem finalizados e então vendidos. O preço pago pelo tecido inacabado em reais por metro para os 5 tipos de tecidos é de 0.8, 0.7, 0.75, 0.9 e 0.7 reais, respectivamente. O custo de produzir esses tecidos na fábrica é de 0.6, 0.5, 0.6, 0.7, e 0.3 reais por metro, respectivamente. A fábrica possui um total de 90 teares, sendo 10 do tipo *Dobby* e 80 do tipo *Regular*. A taxa de produção de cada *Dobby* é de 4.6, 4.6, 5.2, 3.8 e 4.2 metros por hora, para cada tipo de tecido. Os teares do tipo *Regular* possuem a mesma taxa de produção dos teares *Dobby*, exceto que eles não conseguem produzir os tecidos do tipo 1 e 2. Assumindo que a fábrica opera 7 dias por semana e 24 horas por dia, formule o problema como um programa linear de forma a minimizar o custo de produção no trimestre e resolva-o usando o LEMON.

Entrada

Não possui.

Saída

```
Custo total da producao: Z
Dobby: h1 h2 h3 h4 h5
Regular: h3 h4 h5
Comprar: m1 m2 m3 m4 m5
```

Onde Z é substituído pelo custo total da produção; h1, h2, h3, h4 e h5 são substituídos pela quantidade total de horas que as máquinas daquele modelo devem produzir os tecidos do tipo 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente; e m1, m2, m3, m4 e m5 são substituídos pelo número de metros do tecido do tipo 1, 2, 3, 4, e 5, respectivamente, que devem ser comprados de outras fábricas.

Refinaria de petróleo

Uma refinaria de petróleo pode comprar dois tipos de petróleo: petróleo leve e petróleo pesado. O custo por barril desses tipos são respectivamente $20 e $15. A seguinte quantidade de gasolina, querosene e combustível de avião são produzidos por barril de cada tipo de petróleo.

	Gasolina	Querosene	Combustível de avião
Petróleo leve	0.4	0.2	0.35
Petróleo Pesado	0.32	0.4	0.2

Note que 5% e 8% do petróleo leve e pesado, respectivamente, são perdidos durante o processo de refinamento. A refinaria tem contrato para entregar 1 milhão de barris de gasolina, 500 mil barris de querosene e 300 mil barris de combustível de avião. Formule o problema de encontrar o número de barris necessários de cada tipo de petróleo de forma a atender a demanda e minimizar o custo de produção.

Entrada

Não possui.

Saída

```
Custo de producao: Z
numero de barris do tipo leve: L
numero de barris do tipo pesado: P
```

Onde Z deve ser substituído pelo valor da função objetivo, L pelo número de barris de petróleo do tipo leve e P pelo número de barris de petróleo do tipo pesado.

Escalonamento de máquinas

Um gerente de produção está planejando escalonar 3 produtos em quatro máquinas. Cada produto pode ser produzido em qualquer uma das quatro máquinas. O preço unitário do custo de produção em dólares é sumarizado abaixo.

	Máquina			
Produto				
	1	2	3	4

1	4	4	5	7
2	6	7	5	6
3	12	10	8	11

O tempo (em horas) necessário para produzir uma unidade de cada produto em cada uma das máquinas é sumarizado abaixo.

	Máquina			
Produto				
	1	2	3	4
1	0.3	0.25	0.2	0.2
2	0.2	0.3	0.2	0.25
3	0.8	0.6	0.6	0.5

Suponha que 3000, 6000 e 4000 unidades dos produtos são requeridas e que a quantidade de horas/máquina disponível é de 1500, 1200, 1500 e 2000, respectivamente. Formule o problema do escalonamento como um programa linear e resolva utilizando o LEMON de forma a minimizar o custo de produção.

Entrada

Não possui.

Saída

```
Custo de producao: Z
Maquina 1: u1 u2 u3
Maquina 2: u1 u2 u3
Maquina 3: u1 u2 u3
Maquina 4: u1 u2 u3
```

Onde Z é substituído pelo valor da função objetivo e u1, u2 e u3 são substituídos pelo número de unidades do produto 1, 2 e 3, respectivamente, produzidas naquela máquina.

Critério de avaliação

A nota do laboratório 6 será atribuída da seguinte forma:

Exercício	Valor Máximo
Problema da mistura	2.5
Investimento	2.5
Escalonamento de Produção	1.5
Tecelagem	1.5
Refinaria de Petróleo	1.0
Escalonamento de Máquinas	1.0

- Cada exercício receberá nota máxima se estiver correto e zero caso contrário. Erros de impressão serão considerados apenas nos exercícios da parte A, acarretando um desconto de 0.5 para cada exercício com problema de impressão. Não serão considerados erros de impressão nos exercícios da parte B, por isso *muita atenção* com o formato de saída desses exercícios.
- O envio do laboratório fora do padrão de entrega especificado acarretará em uma penalização de 1.5 para cada parte (A, B) entregue fora da especificação.
- Programas que não compilarem receberão nota zero.

Entrega

Observe os seguintes quesitos para fazer a entrega de seu trabalho:

- Todos os números devem ser impressos com 6 casas decimais de precisão.
- O nome do código fonte deverá ser atribuído da seguinte maneira:
  - Escalonamento de produção: `prod.cc` (ou `prod.cpp`)
  - Tecelagem: `tece.cc` (ou `tece.cpp`)
  - Refinaria de petróleo: `pet.cc` (ou `pet.cpp`)
  - Escalonamento de máquinas: `maq.cc` (ou `maq.cpp`)
- O laboratório deverá ser entregue por e-mail. Você deverá enviar um único arquivo tar.gz para mc558ab.2013@gmail.com com o assunto `"L6-RAXXXXXX"` até as 23:59h do dia 02/06/2013.
- O arquivo tar.gz deve se chamar `L6-RAXXXXXX.tar.gz`. Este arquivo pode ser criado com o

seguinte comando: `tar zcvf L6-RAXXXXXX.tar.gz prod.cc tece.cc pet.cc maq.cc`.

- Nos itens acima, XXXXXX é o seu RA (utilize seis dígitos mesmo que o primeiro seja zero).

Observações

- Todos os exercícios deverão ser resolvidos utilizando o LEMON.
- Visite esta página frequentemente: futuramente poderão ser adicionadas mais informações de forma a esclarecer melhor os enunciados (isso será feito conforme o surgimento de dúvidas por parte dos alunos).
- Qualquer tentativa de fraude implicará em **Média semestral final** = 0 para todos os envolvidos, sem prejuízo de outras sanções. Note que isso implica que os envolvidos não terão direito a realizar o exame final.